

# 코히어런트 광통신시스템의 DPSK 복조에 관한 이론적 고찰

正會員 池 仁 鎭\*, 鄭 洪 植\*\*

## A Theoretical Study on the Demodulation for Coherent Optical Communication System Using DPSK

Innho Jee\*, Hong Sik Jung\*\* *Regular Members*

※본 연구는 1996년도 정부통신부지원 국책개발사업과제로 수행되었음.

### 요 약

코히어런트 광통신시스템에서 Differential Phase Shift Keying(DPSK) 변조방식은 ASK(Amplitude Shift Keying), FSK(Frequency Shift Keying) 방식과 수신감도면에서 비교할 경우 3-5dB 정도 크기 때문에 장거리 전송시스템 구현에 적합하다고 알려져 왔다. 이 논문에서는 코히어런트 광통신시스템의 성능에 영향을 주는 레이저의 위상잡음 효과의 근본적인 이해가 기술되었다. DPSK 변조방식을 사용한 호모다인(homodyne)과 헤테로다인(heterodyne) 기술에 관한 공식들이 bit error rate의 함수로 유도되었다. 자세한 수학적 분석과 추정으로 다음 사항이 유도된다. DPSK는 레이저 선폭(linewidth)보다 300배 이상의 큰 rate에서 작동됨을 알 수 있다.

### ABSTRACT

It is known that the Differential Phase Shift Keying(DPSK) modulation scheme in the coherent optical communication system is suitable for design of long-distance transmission system because its receiver performance is 3-5dB better than ASK and FSK. In this paper, we describe a fundamental understanding of the effects of laser phase noise on the performance of coherent lightwave communication systems. Formulas are derived for the bit error rate in homodyne and heterodyne DPSK. Based on detailed mathematical analysis and estimates, we explain the following finding. DPSK can operate at rates only 300 times greater than the laser linewidth.

\*홍익대학교 전자전기 컴퓨터공학부

\*\*전자전산공학과 부교수

論文番號: 97050-0210

接受日字: 1997年 2月 10日

I. 서 론

현재 세계적으로 실현되고 있는 실제의 코히어런트 광통신시스템에서는 IF(Intermediate Frequency) 대역 복조시에 코히어런트 방식이 아닌 envelope 검파 또는 differential 검파방식을 사용하는 경우가 대부분이다. 그 이유는 이러한 방식들이 코히어런트 복조방식에 비해서 수신감도에서 큰 차이가 없으며, 그 대신에 PLL(Phase-Locked Loop)과 같은 기준파 재생회로가 불필요하여 수신기 구성이 쉬워지는 장점이 있기 때문이다. 특히 FSK에서는 복조를 위해 IF대역에서 주파수 필터를 통과한 후 envelope 검파하는 non-coherent 방식을 많이 사용한다. 그 이유는 광원에 요구되는 주파수선폭의 요구치에서 ASK와 같은 정도로써 충분하므로 시스템 구성이 용이하기 때문이다. FSK에서의 differential 검파방식에서는 IF신호를 delay-line을 사용하여 지연시켜 원래의 신호와 mixing하여 복조를 할 수 있다. 이 방식은 envelope 검파방식에 비해 광원의 주파수 선폭이 더욱 좁은 것이 요구되나 수신감도와 IF 대역폭 면에서 다소 유리하다. 한편 위상변조의 경우에도 기준파가 없이도 IF 대역복조가 가능하도록 DPSK를 채택하는 경우가 대부분이다. DPSK는 송신부에서 differential encoding한 후 이를 PSK변조하여 송신하고, 수신부의 IF단에서 입력신호를 한 bit 지연된 신호와의 mixing에 의하여 복조하는 방식이다. IF 복조시에 전 bit를 기준으로 하므로 광원의 간섭 시간이 순수한 PSK에 비해 짧아도 복조가 가능하다. 따라서 DPSK는 PSK에 비해 수신감도가 1dB 가량 떨어지나 광원의 주파수 선폭이 10 배가량 더 넓은 것이 허용되므로 실용적이다. 레이저에서 위상 또는 주파수잡음은 코히어런트 광통신의 성능을 제한시키는 것으로 잘 알려져왔다. 이 주파수잡음의 스펙트럼 밀도는 1MHz까지는 1/f 부터 1/f<sup>2</sup> 특성을 가지고 1MHz 이상에서는 편평한 특성을 가진다. 레이저 위상잡음은 레이저작동에서 무작위로 나타나는 순간적인 방출때문에 나타난다. 위상이탈의 평균자승은 시간에 따라 대략적으로 선형으로 증가하는 데 무작위 위상  $\theta(t)$ 는 양방향 스펙트럼밀도  $N_0$ 를 가진 영평균 백색의 가우시안(white gaussian) 주파수잡음  $\mu(t)$ 로 특징지워지는 Wiener process[1]의 극한이 된다. 그래서 위상처리(phase process)는 다음

과 같다.

$$\theta(\tau) = 2\pi \int_0^\tau \mu(t) dt. \tag{1}$$

평균자승위상이탈(mean-squared phase deviation)은

$$E[\theta^2(\tau)] = E[2\pi \int_0^\tau \mu(t) dt]^2 = (2\pi)^2 N_0 \tau, \tag{2}$$

여기서 E는 수학적 기대치이다. 상당한 양의 위상잡음이 코히어런트 시스템의 성능을 저하시키므로 가능한 가장 좁은 선폭을 가진 레이저를 만드는 것이 중요하다. 부가백색 가우시안 잡음의 존재하에서 DPSK는 인정할만한 error rate를 얻기 위해 필요한 Signal-to-Noise Ratio(SNR)에서 매우 유용하다고 알려져 있다 [2]. 코히어런트 광통신시스템에서 DPSK 변조방식은 수신감도면에서 ASK, FSK 방식과 비교해서 우수하므로 장거리 전송시스템 구현에 적합하다. 본 논문의 목적은 광통신시스템에서 DPSK 복조방식의 성능을 조사하고 위상잡음으로 발생한 penalty를 계산하는 것이다. 또한 광주파수에서 검출을 고찰하고 헤테로다인 방식을 분석하는 데 있다. 광주파수에서 처리하는 데 효과적인 무잡음의 증폭기가 없으므로 본 연구에서는 헤테로다인 방식을 분석하고 광신호처리와 헤테로다인 DPSK 접근의 성능을 분석하고자 한다.

II. 광신호처리

DPSK에서 정보는 두개의 연속한 신호구간에서의 위상차이로 전달된다. 그래서 특별한 신호구간에서 광신호는 다음과 같다.

$$S_0(t) = a_0 A \cos(\omega_0 t + \theta(t)), \quad 0 \leq t \leq T, \tag{3}$$

이전 구간에서의 신호는 아래와 같으며,

$$S_{-1}(t) = a_{-1} A \cos(\omega_0 t + \theta(t)), \quad -T \leq t \leq 0, \tag{4}$$

여기서  $a_0, a_{-1}$ 은  $\pm 1$  이고,  $\theta(t)$ 는 위상잡음처리이고, 그리고 정보는  $a_0 a_{-1}$ 에 의해 전달된다. 이상적으로 구간  $[0, T]$  동안의 식(3), (4)의 위상차이의 시간평균을 측정하고 그것이  $-\pi/2$ 와  $\pi/2$  사이에 있으면  $a_{-1} a_0 =$

1이 되고 이 위상영역의 밖에 있으면  $a_{-1}a_0 = -1$ 이 된다. 결과적으로 실제로 구현된 시스템[5]의 bit error rate에서 최저경계치(lower bound)는 아래와 같다.

$$P_s \geq \Pr\left\{\frac{1}{T} \int_0^T [\theta(t) - \theta(t-T)]dt \geq \pi/2\right\},$$

$$\sim \exp\left\{-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{1}{2\sigma^2}\right\}, \quad (5)$$

여기서,  $\sigma^2 = E\left(\frac{1}{T} \int_0^T [\theta(t) - \theta(t-T)]dt\right)^2 = 2/3(2\pi)^2 N_0 T$   
 $= \frac{4\pi}{3} \frac{B_L}{R}$ ,  $B_L$ 은 레이저의 full 3-dB 선폭이고  $R$ 은 bit rate이다. 이 최저경계치로부터  $B_L/R$ 이 결정되면 최소한의 가능한 rate를 위해  $B_L$ 의 함수로 기준치를 설정할 수 있다. 광처리에서 위상의 차이는 직접 얻을 수 없고 두 개의 광파가 직접 곱해질 수도 없다는 것이 문제이다. 그래서 위상차이에 관한 정보를 제공해주는 검출방법을 간접적으로 고려하여야 한다. 첫째로 들어오는 신호가  $T$ 초 지연되고 지연된 신호전력의 절반이 지연되지 않은 부분의 절반과 가감하여져서 다른 광검출기를 통과한다. 위상검출기의 블럭표현은 그림 1에 나타내었다. 합과 차는 다음과 같이 나타내어진다.

$$V(t) = \frac{a_0 A}{2} \cos(\omega_0 t + \theta(t)) \pm \frac{a_{-1} A}{2} \cos(\omega_0 t + \theta(t-T))$$

$$= \frac{a_0 A}{2} \cos(\omega_0 t + \Delta\theta(t) + \theta(t-T))$$

$$\pm \frac{a_{-1} A}{2} \cos(\omega_0 t + \theta(t-T))$$

$$= \frac{a_0 A}{2} \cos(\Delta\theta(t)) \cos(\omega_0 t + \theta(t-T))$$

$$- \frac{a_0 A}{2} \sin(\Delta\theta(t)) \sin(\omega_0 t + \theta(t-T))$$

$$\pm \frac{a_{-1} A}{2} \cos(\omega_0 t + \theta(t-T)), \quad (6)$$

여기서,  $\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta(t-T)$ .

“합(sum)” 광검출기로부터 출력펄스의 갯수는 식 (4)의 제곱 포락선과 같은 조건적인 밀도  $\lambda_+$ 를 가진 doubly stochastic poisson process[4]  $n_1$ 이 되는데,

$$\lambda_+ = \frac{A^2}{2} (1 + a_0 a_{-1} \cos \Delta\theta(t)), \quad (7)$$

“차(difference)” 광검출기출력은  $n_1$ 과 독립적이고 밀도  $\lambda_-$ 를 가진 poisson process  $n_2$ 를 가진다.

$$\lambda_- = \frac{A^2}{2} (1 - a_0 a_{-1} \cos \Delta\theta(t)). \quad (8)$$

두 개의 광검출기들의 출력을  $T$ 초 동안 적분하면 두 개의 평균 무작위갯수(random count)는

$$\Lambda_+ = \frac{A^2}{2} \int_0^T (1 + a_0 a_{-1} \cos \Delta\theta(t)) dt$$

$$\Lambda_- = \frac{A^2}{2} \int_0^T (1 - a_0 a_{-1} \cos \Delta\theta(t)) dt. \quad (9)$$

검출통계(detection statistic)는 두 계수들 사이의 차이인  $n$ 은 다음과 같다.

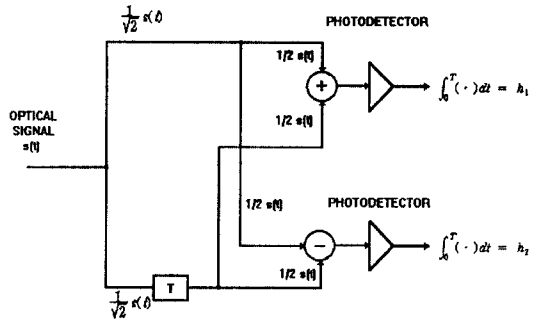


그림 1. 광-DPSK 검출기  
Fig. 1 Optical-DPSK detector

$$n = n_1 - n_2, \quad (10)$$

이고  $n > 0$ 이면  $a_0 a_{-1}$ 은 1를 취하게 되고 그렇지 않으면  $a_0 a_{-1}$ 은 -1를 취하게 된다. 위상잡음 때문에 정확한 bit error rate의 계산이 어렵지만 지수의 상위경계치(upper bound)가 차별적인 계수  $n$ 의 moment generating 함수로부터 얻어진다.  $\theta$ 와  $a_0 a_{-1}$  조건하에서  $n$ 의 moment generating 함수는 poisson 분포로부터 계산될 수 있다.

$$M_n(s | \theta, a_0 a_{-1}) = e^{\Lambda_+(e^s - 1) + \Lambda_-(e^{-s} - 1)}, \quad (11)$$

이 함수가 에러확률의 상위경계치로 사용된다. 에러

확률은 다음과 같이 기술된다.

$$P_e = \frac{1}{2} \Pr\{n \leq 0 \mid a_0 a_{-1} = 1\} + \frac{1}{2} \Pr\{n \geq 0 \mid a_0 a_{-1} = -1\}, \quad (12)$$

대칭성으로부터,

$$P_e = \Pr\{n \leq 0, \mid a_0 a_{-1} = 1\} \leq E_{\Delta\theta} e^{-\bar{\nu}(e^{-1}-1) + \bar{u}(e^{-1}-1)} \leq E_{\Delta\theta} e^{-\nu(e^{-1}-1) + u(e^{-1}-1)}, s > 0, \quad (13)$$

여기서,

$$\bar{\nu} = \nu_+(A_0 A_{-1} = 1), \quad \bar{u} = \nu_-(A_0 A_{-1} = 1) \\ \nu = \frac{P}{2}(1 + \cos \Delta\theta), \quad u = \frac{P}{2}(1 - \cos \Delta\theta). \quad (14)$$

식(12), (13)은 식(11)에 Cheronoff 경계치를 사용하고  $\Delta\theta(t)$ 가 정체(stationary)이고 지수함수의 convexity를 이용하였다. 가장 가까운 상위경계치는 주어진  $u$ 와  $\nu$ 에서 최적의  $s$ 를 선정하면서 얻어진다. 이  $s$ 의 값은 지수의 미분을 하고 영으로 고정함으로써 얻어질 수 있다. 지수를 최적화시키는 무작위  $s$ 의 세트는 다음과 같고,

$$s_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{\nu}{u}. \quad (15)$$

$s_0$ 는 양수가 되어야함으로  $\nu > u$  되어야하고 식(14)은  $\cos \Delta\theta(t)$ 가 양수가 되어야함을 의미한다.  $\cos \Delta\theta \leq 0$ 를 만족하는  $\Delta\theta(t)$  값들에 관한  $s_0$ 의 최적값은 영이 된다. 식(13)의 경계치가 합당하도록 접근되려면 식(13)의  $\Delta\theta(t)$ 에 관한 평균은 두 개의  $\Delta\theta$  세트위에 수행되어야한다.

$$\Delta\theta \in R_1, \quad \cos \Delta\theta \leq 0 \quad \text{그리고} \quad \Delta\theta \in R_2, \quad \cos \Delta\theta > 0. \quad (16)$$

이것을 식(18)에 적용하면

$$P_e \leq E_{\Delta\theta \in R_1} e^{-\nu(e^{-1}-1) + u(e^{-1}-1)} + E_{\Delta\theta \in R_2} e^{-\nu(e^{-1}-1) + u(e^{-1}-1)}. \quad (17)$$

위의 첫째 항은  $s=0$ 로 상정한 상위경계치이고  $\cos \Delta\theta \leq 0$ 인 확률을 고려한 상위경계치는  $\Pr[\Delta\theta(t) \geq \pi/2]$ 가 된다. 약간의 계산과 치환을 하면 식(17)은 다음과 같다.

$$P_e \leq \exp\left\{-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{1}{2\sigma_{\Delta\theta}^2}\right\} + e^{-P} E_{\Delta\theta \in R_2} e^{P \mid \sin \Delta\theta} \quad (18)$$

여기서,

$$\sigma_{\Delta\theta}^2 = 2\pi B_L / R, \quad \text{그리고} \quad P = A^2 T. \quad (19)$$

위상잡음에 의해서 초래한 penalty는 식(14)의 기대치의 연산에 의존한다. 이 기대치를 정확하게 계산하는 것이 가능하지 않으므로 큰  $P$ 에 대하여 타당한 점근선적해석법(asymptotic analysis)을 사용한다. 마이크로웨이브의 영역에서 위상차이 변조방식을 사용하는 주된 이유는 전송자의 위상을 전송하고 회복하는 과정없이 에러의 확률이 일치(coherent)된 복조방식과 근사하기 때문이다.

### III. 헤테로다인 DPSK

DPSK에서 대역제한된 신호가 지연된 부분과 곱해진 후 잔여의 잡음을 제거시키기 위해서 적분된다. 이것이 일반적인 비고기 검출기이며 그림 2에 나타내었다. 헤테로다인된 신호는 구간  $0 \leq t \leq T$  사이에서 다음과 같다.

$$V(t) = a_0 2A \cos(\omega_i t + \delta(t)) + n(t), \quad (20)$$

$$V_d(t) = a_{-1} 2A \cos(\omega_i t + \delta_d(t)) + n_d(t), \quad (21)$$

여기서 밑수는 T초의 지연을 나타내고,  $\omega_i$ 는 IF를 나타내며,  $\delta(t) = \theta(t) - \Phi(t)$ ,  $\theta(t)$ 는 송신기 레이저 위상잡음이고,  $\Phi(t)$ 는 국부 레이저의 위상잡음이다.  $n(t)$ 는 양방향 크기 1인 스펙트럼 밀도를 가진 백색 가우시안 잡음처리이다. 식(20), (21)를 동위상(in-phase)과 직교(quadrature) 성분으로 나타내면,

$$V(t) = 2a_0 A \cos \delta(t) \cos \omega_i t + n_1(t) \cos \omega_i t + n_2(t) \sin \omega_i t \\ - 2a_0 A \sin \delta(t) \sin \omega_i t \\ = [2a_0 A \cos \delta(t) + n_1(t)] \cos \omega_i t - [2a_0 A \sin \delta(t) + n_2(t)] \sin \omega_i t, \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 V_d(t) &= 2a_{-1}A \cos \delta_d(t) \cos \omega_i t + n_{1d}(t) \cos \omega_i t \\
 &+ n_{2d} \sin \omega_i t - 2a_{-1}A \sin \delta_d(t) \sin \omega_i t \\
 &= [2a_{-1}A \cos \delta_d(t) + n_{1d}(t)] \cos \omega_i t \\
 &+ [2a_{-1}A \sin \delta_d(t) + n_{2d}(t)] \sin \omega_i t \quad (23)
 \end{aligned}$$

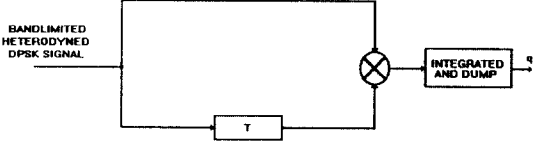


그림 2. 헤테로다인 차 위상천이 원리  
Fig. 2 Heterodyne differential phase shift keying

식(22), (23)의 잡음  $n_1(t)$ ,  $n_{1d}(t)$ ,  $n_2(t)$ ,  $n_{2d}(t)$ 는 상호 독립적이고  $W$  Hz 대역제한된다. 통과대역여파기 (band-pass filter)의 출력에서 전체의 잡음전력은  $4W$  이므로 기저대역 잡음들의 같은 분산들은  $4W$ 가 되어야한다.  $V(t)$ 와  $V_d(t)$ 를 곱하고 두 배의 주파수성분을 제거하고 적분하면 결정통계(decision statistic)  $q_0$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 q_0 &= \int_0^T [2a_0 A \cos \delta(t) + n_1(t)][2a_{-1} A \cos \delta_d(t) + n_{1d}(t)] dt \\
 &+ \int_0^T [2a_0 A \sin \delta(t) + n_2(t)][2a_{-1} A \sin \delta_d(t) \\
 &+ n_{2d}(t)] dt = a_0 a_{-1} q, \quad (24)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 q &= \int_0^T [2A \cos \delta(t) + n_1(t)][2A \cos \delta_d(t) + n_{1d}(t)] dt \\
 &+ \int_0^T [2A \sin \delta(t) + n_2(t)][2A \sin \delta_d(t) + n_{2d}(t)] dt. \quad (25)
 \end{aligned}$$

검출에러(detection error)는  $a_0 a_{-1} = 1$ 이고  $q \leq 0$  일 때마다 또는  $a_0 a_{-1} = -1$ 이고  $q \geq 0$  일때 나타난다. 그래서 bit error rate는 다음과 같다.

$$P_e = \Pr[q \leq 0]. \quad (26)$$

식(26)의 계산을 쉽게 하려면

$$x(t) = 2A \cos \delta(t) + n_1(t), \quad x_d(t) = 2A \cos \delta_d(t) + n_{1d}(t)$$

$$y(t) = 2A \sin \delta(t) + n_2(t), \quad y_d(t) = 2A \sin \delta_d(t) + n_{2d}(t)$$

$q$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 q &= \int_0^T (xx_d + yy_d) dt = \int_0^T \left[ \left( \frac{x+x_d}{2} \right)^2 + \left( \frac{y+y_d}{2} \right)^2 \right] dt \\
 &- \int_0^T \left[ \left( \frac{x-x_d}{2} \right)^2 + \left( \frac{y-y_d}{2} \right)^2 \right] dt. \quad (27)
 \end{aligned}$$

또한 다음을 정리하자.

$$u_1 = \frac{x+x_d}{2}, \quad u_2 = \frac{y+y_d}{2}, \quad \nu_1 = \frac{x-x_d}{2},$$

$$\nu_2 = \frac{y-y_d}{2}. \quad (28)$$

$\delta(t)$  조건하에서 다음을 계산하자.

$$\begin{aligned}
 E u_1 &= A(\cos \delta + \cos \delta_d), & E u_2 &= A(\sin \delta + \sin \delta_d) \\
 E \nu_1 &= A(\cos \delta - \cos \delta_d), & E \nu_2 &= A(\sin \delta - \sin \delta_d). \quad (29)
 \end{aligned}$$

식(27)에 식(28)를 대입하면

$$q = \int_0^T (u_1^2 + u_2^2) - \int_0^T (\nu_1^2 + \nu_2^2) = \sum_k (u_{1k}^2 + u_{2k}^2 - \nu_{1k}^2 - \nu_{2k}^2) \quad (30)$$

여기서  $u_k$ 와  $\nu_k$ 는 고유함수(eigenfunction)  $\{\psi_n(t)\}$ 에서  $u(t)$ 와  $\nu(t)$  확장의 계수들이다.

Bit error rate는 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$P_e = \Pr[q \leq 0] = \frac{-1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E e^{i\omega q}}{\omega + i\epsilon} d\omega. \quad (31)$$

식(30)의 이차형식의 특성함수(characteristic function)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E e^{i\omega q} &= E_{\delta, \delta_d} \left[ \frac{\exp \left( i\omega \sum_k \frac{(\bar{u}_{1k}^2 + \bar{u}_{2k}^2)}{1 - 2i\omega \lambda_k} \right)}{\prod_k (1 - 2i\omega \lambda_k)} \right. \\
 &\left. \frac{-i\omega \sum_k \frac{(\bar{\nu}_{1k}^2 + \bar{\nu}_{2k}^2)}{1 + 2i\omega \lambda_k}}{(1 + 2i\omega \lambda_k)} \right]. \quad (32)
 \end{aligned}$$

고유치(eigenvalue)는  $k \leq n = 2WT$  구간에서 대략적으로 1 이고 다른 영역에서는 영이므로 식(32)는 좋은 근사치(approximation)로

$$E(e^{i\omega q} | \delta, \delta_d) \sim \frac{\exp\left\{\frac{i\omega}{1-2i\omega} \int_0^T [(Eu_1)^2 + (Eu_2)^2] dt - \frac{i\omega}{1+2i\omega} \int_0^T ((E\nu_1)^2 + (E\nu_2)^2) dt\right\}}{(1-2i\omega)^n (1+2i\omega)^n}$$

$$= \frac{\exp\left\{\frac{i\omega 2A^2}{1-2i\omega} \int_0^T (1 + \cos(\delta - \delta_d)) dt - \frac{i\omega 2A^2}{1+2i\omega} \int_0^T (1 - \cos(\delta - \delta_d)) dt\right\}}{(1-2i\omega)^n (1+2i\omega)^n} \quad (33)$$

이 식을 식(23)에 치환하면,

$$P_e = -\frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dz}{z} E_\phi \left[ \frac{\exp\left\{\frac{zA^2}{1-z} \int_0^T (1 + \cos \phi) dt - \frac{z}{1+z} A^2 \int_0^T (1 - \cos \phi) dt\right\}}{(1-z)^n (1+z)^n} \right] \quad (34)$$

여기서  $\phi = \delta(t) - \delta_d(t)$ 이다. 이 적분은  $z = -1$ 에서 중요한 특이성(essential singularity)을 가지므로 보다 쉬운 형태로 나타낼 수 없다. 위상잡음이 없을 때( $\phi = 0$ )는 중요한 특이성은 사라져서 다음의 식을 얻는다.

$$P_e = P_{n-1}(P)e^{-P} \quad (35)$$

여기서  $P_{n-1}$ 은  $(n-1)$ 차 다항식[3]이고  $P = A^2 T$ 이다.  $1/T = R \gg B_L$  일 때 식(34)로부터  $n = 1$ 로 두면,

$$P_e = \frac{e^{-A^2 T}}{2} = \frac{e^{-P}}{2} \quad (36)$$

결과는 헤테로다인 과정에서 3-dB 손실이 있으므로 "양자제한(quantum limit)"[1] 보다 3dB 성능이 낮다. 위상잡음의 존재하에서 DPSK에 종속되는 penalty를 추정하는 데 일반적으로 정확한 penalty의 계산이 가능하지 않으므로 식(33), (34)에 moment generating 함수를 사용하여 상위계치를 알아보자. 식(34)로부터  $q$ 의 moment generating 함수는 다음과 같다.

$$M_q(z) = Ee^{zq} = E_\phi \exp\left\{-\frac{P\nu \frac{z}{1-z} - P\bar{u} \frac{z}{1+z}}{(1-z)^n (1+z)^n}\right\}$$

$$\leq E \exp\left\{P\nu \frac{1}{1-z} - P\bar{u} \frac{z}{1+z}\right\}, \quad z \geq 0, \quad (37)$$

여기서,

$$\bar{\nu} = \frac{1}{T} \int_0^T \nu, \quad \bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u, \quad \nu = 1 + \cos \phi,$$

$$u = 1 - \cos \phi \quad (38)$$

식(37)은  $\phi(t)$ 의 정체성(stationarity)과 convexity 때문에 타당하다.

$$P_e = \Pr[q \leq 0] \leq \frac{E_\phi e^{-P f(z)}}{(1-z)^n (1+z)^n} \quad (39)$$

여기서,  $f(z) = z\left(\frac{\nu}{1+z} - \frac{u}{1-z}\right), z \geq 0$ .

$\phi$ 의 영역을  $R_1(\phi \in R_1, \cos \phi > 0)$ 과  $R_2(\phi \in R_2, \cos \phi \leq 0)$  영역으로 나누면

$$P_e \leq E_{\phi \in R_1} \frac{e^{-P f(z)}}{(1-z)^n (1+z)^n} + E_{\phi \in R_2} \frac{e^{-P f(z)}}{(1-z)^n (1+z)^n} \quad (40)$$

$f(z)$ 를 미분하고 영으로 취하면 최적의  $z > 0$ 가 존재한다.

$$z_0 = \frac{\sqrt{\nu} - \sqrt{u}}{\sqrt{\nu} + \sqrt{u}}, \quad \cos \phi > 0$$

$$= 0, \quad \cos \phi \leq 0 \quad (41)$$

이 값들을 식(40)에 치환하면

$$P_e \leq \exp\left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2\sigma_\phi^2}\right)\right)$$

$$+ E_{\phi \in R_2} \left(\frac{1 + |\sin \phi|}{2^n |\sin \phi|}\right)^n e^{-P(1 - |\sin \phi|)} \quad (42)$$

여기서

$$\sigma_\phi^2 = 2\pi (B_{L_1} + B_{L_2}) / R, \quad (43)$$

여기서  $B_{L_1}$ 과  $B_{L_2}$ 는 각각 두 개의 레이저의 선폭이다. 식(42), (18)로부터 이상적인 성능으로부터 하락(degradation)은  $e^{-P}$ 로서  $F(\phi)$ 의 영역  $\phi \in R_2$  위의 평균으로 결정된다.

$$F(\phi) = Ge^{P|\sin\phi|}, \quad (44)$$

여기서

$$G(\phi) = \left(\frac{1 + |\sin\phi|}{2\sin\phi}\right)^2. \text{ 그래서}$$

$$EF(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\phi^2}} \int_{R_2} G(\phi) e^{P|\sin\phi|} d\phi, \quad (45)$$

여기서

$$\epsilon(\phi) = \sin\phi - \frac{\phi^2}{2C}, \quad C = \sigma_\phi^2 P. \quad (46)$$

식(46)이 고정된  $C$ 와  $P \rightarrow \infty$ 에서 점근적으로 계산될 수 있다. 식(46)의  $\epsilon(\phi)$ 를 미분하여 영으로 두고,  $0 \leq \phi_0 \leq \pi/2$  사이의 변곡점(saddle point)에 대해서 transcendental[6] 등식을 풀면

$$\epsilon'(\phi_0) = \cos\phi_0 - \frac{\phi_0}{C} = 0, \quad (47)$$

다음 사실을 알 수 있다.

$$\epsilon''(\phi_0) = -(\sin\phi_0 + \frac{1}{C}) < 0. \quad (48)$$

이 결과들로부터 식(45)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} EF(\phi) &\sim \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\phi^2}} G(\phi_0) e^{P|\sin\phi_0|} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{P\epsilon(\phi)}{2}(\phi-\phi_0)^2} d\phi \\ &\sim \frac{G(\phi_0)}{\sigma_\phi \sqrt{|\epsilon''(\phi_0)|} P} e^{P|\sin\phi_0|}. \end{aligned} \quad (49)$$

#### IV. 결과분석 및 결론

광 DPSK에서 식(49)의  $G(\phi)$ 와 함께 식(46)을 식(18)에 대입하면 에러의 확률은

$$\begin{aligned} P_e &\leq \exp\left\{-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{1}{2\sigma_\phi^2}\right\} + [C \sin\phi_0 + 1]^{-1/2} \\ &\cdot \exp\{-P(1 + \phi_0^2/2C - \sin\phi_0)\}. \end{aligned} \quad (50)$$

여기서  $\sigma_\phi^2 = 2\pi B_L/R$  이다. 헤테로다인 DPSK에서 식(49)를 식(42)에 대입하면

$$\begin{aligned} P_e &\leq \exp\left\{-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{1}{2\sigma_\phi^2}\right\} + [C \sin\phi_0 + 1]^{-1/2} \left[\frac{1 + \sin\phi_0}{\sin\phi_0}\right]^n \\ &\cdot \exp\left\{-P\left(1 + \frac{\phi_0^2}{2C} - \sin\phi_0\right)\right\} \end{aligned} \quad (51)$$

여기서  $\sigma_\phi^2 = 2\pi(B_{L_1} + B_{L_2})/R$ 이다. 여기서  $B_{L_1}$ 과  $B_{L_2}$ 는 각각 두 레이저의 선폭(linewidth)이다. 중요하지 않은 계수들을 무시하면 에러의 확률은 식(50), (51)의 두 개의 항의 최대치로 결정되어진다. 식(50), (51)으로부터 두 번째항의 지수는  $P \rightarrow \infty$  됨에 따라 첫째항의 지수적(exponential)으로 접근한다. 이것은 식(47)로부터 고정된  $\sigma_\phi^2$ 에 대하여  $P \rightarrow \infty$ ,  $C \rightarrow \infty$  일때 해가  $\phi_0 \rightarrow \pi/2$ 로 되므로 증명될 수 있다. 이 극한의 결과로  $P$ 에 대하여 error rate 추정이 다음과 같은 문턱값을 가진다.

$$\exp\left\{-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2\sigma_\phi^2}\right)\right\}.$$

한 예로  $P_e \sim 10^{-9}$ 에서  $(\pi/2)^2(1/2\sigma_\phi^2) \sim 20$ 이 되고 예측으로부터 같은 레이저선폭들에서 문턱값이 광 DPSK는  $R/B_L \sim 100$ 이 되고 헤테로다인 DPSK는  $R/B_L \sim 200$ 이 된다. Penalty는 Signal-to-Noise Ratio(SNR)으로 정의되는 데, bit error rate와 SNR은 지수함수의 관계가 있으므로, 각각의 경우 각각의 문턱값 이상을 이상적인 성능으로부터 지수함수적인 penalty는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Penalty} = -10 \log\{1 - \sin\phi_0 + \phi_0^2/2C\}. \quad (52)$$

이것은 식(46)에서 정의된 매개변수  $C$ 의 함수이며  $\phi_0$ 은 식(47)의 해이다.

식(50), (42), (18)에서 위상잡음에 위한 지수적인 성능의 저하가 나타나는 것을 관찰하는 것이 중요하다. 두 시스템에서 각각 검출기의 앞단의 대역폭을 증가시키는 것은 수신된 헤테로다인 신호들에 의해 야기

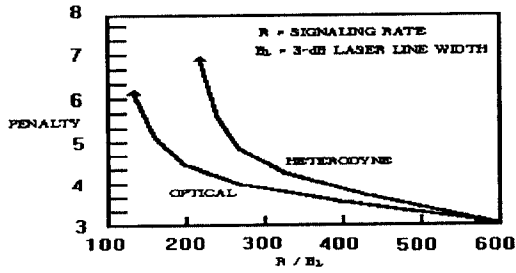


그림 3. 광 그리고 헤테로다인 DPSK( $D=20, P_c=10^{-9}$ )에서 위상잡음에 의한 손실치  
 Fig. 3 Penalty in decibels due to phase noise in optical and heterodyne DPSK,  $D=20, P_c=10^{-9}$

된 최소한의 왜곡을 얻게 해준다. DPSK에서는 정적(static)위상잡음이 지수형태의 성능저하로 나타나는데 FSK에서는 그런 형태가 나타나지 않는다. 그림 3은 광 과 헤테로다인 DPSK에 대한 penalty 함수를  $R/B_L$ 의 함수로 나타내었다.  $D$ 는 대역폭(bandwidth)에서의 IF Signal-to-Noise Ratio를 나타낸다.  $R/B_L=100$ 과 200에서의 화살표는 우리의 추정을 강조하는 것을 나타내는 데 이 값들 아래에서 성능저하는 무한대가 된다. 즉 부가적인 광에너지가 이 각각의 문턱들 아래의 error rate를 도출해 낼 수 없다. 동일한 그래프를 다른  $P_c$ 나  $P$ 에 대해 나타낼 수 있다. 이 그래프의 현저한 특징은 3-dB 성능저하가 레이저 선폭보다 400배 보다 큰 속도에서 매우 급격히 도달됨을 알 수 있다. 확실히 DPSK는  $R < 300B_L$ 에서는 위상잡음에 매우 민감함을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. P. W. Hooijmans, Coherent Optical System Design, John Wiley & Sons, N.Y., 1994.
2. M. M. Liu, Principles and Applications of Optical Communications, Irwin, Chicago, 1996.
3. J. Salz, "Coherent Lightwave Communications," AT&T Technical Journal Vol., 64, No. 10, Dec. 1985.
4. R. W. Lucky, J. Salz, E. J. Weldon, Jr., Principles of Data Communication, N.Y., 1968.

5. F. Faure and D. LeGuen, "Effect of Semiconductor Laser Phase Noise on BER Performance in an Optical DPSK Heterodyne-type Experiment," Electron Letter, 18, pp. 964-5, Oct. 1982.
6. W. R. Bennett and J. R. Davey, Data Transmission, McGraw Hill, N. Y., 1965.
7. L. J. Cimini and G. J. Foschini, "Coding of Optical On-off-keying Signals Impaired by Phase Noise," in Proc. of the Globecom, pp. 359-364, San Diego, 1989.



池 仁 鎬(Innho Jee) 정회원

1958년 11월 11일생

1980년 2월: 서울대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1983년 8월: 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1995년 6월: Polytechnic University(New York) 전기공학과 졸업(공학박사)  
 1982년 2월~1988년 6월: 국방과학연구소 근무  
 1995년 8월~현재: 홍익대학교 전자전기 컴퓨터공학과, 조교수

※주관심분야: 멀티미디어 통신, 컴퓨터 통신망, 신호처리



鄭 洪 植(Hong Sik Jung) 정회원

1959년 6월 25일생

1982년 2월: 서강대학교 전자공학과(학사)

1984년 8월: 서강대학교 대학원 전자공학과(석사)

1989년 5월: 미국 Texas A&M 대학 전기공학과(공학

박사)  
 1989년 3월~1990년 2월: 일본 신기술사업단(JRDC), 연구원

1990년 3월~현재: 전자전산공학부, 부교수  
 ※주관심분야: 광집적소자, 광통신시스템