

Rician 페이딩 채널에 대한 CQ Importance Sampling 기법

正會員 이 대 일*, 김 동 인**, 황 인 관***

CQ Importance Sampling Technique for the Rician Fading Channel

Dae Il Lee*, Dong In Kim**, In Kwan Hwang*** *Regular Members*

요 약

효율적인 성능평가 기법으로 응용되고 있는 IS (importance sampling) 기법에 관한 연구는 채널을 주로 AWGN (additive white gaussian noise)으로 가정하였다. 그러나 본 논문에서는 최근에 연구가 활발히 진행되고 있는 이동통신 채널(Rician 페이딩 채널)에 대해서 CQ (conventional importance sampling and quasi-translation) IS 기법을 제안하고, IS 측정기의 분산을 분석적으로 유도하여 최적 IS 파라미터와 최소 수행시간을 결정한다. 논문 [1]에서 CIS가 메모리 시스템에 대해서 성능이 좋지 않음을 보였지만, 본 논문에서는 CIS가 의사천이(quasi-translation) 기법과 함께 사용되어 메모리 시스템에서도 효율적인 성능평가 기법으로 응용될 수 있음을 보인다. 즉, AWGN에 대해서는 분산조정을 하는 CIS를 Rician 페이딩에 대해서는 의사천이를 각각 사용하는 CQ IS 측정기에 대해 분산을 최소로 하는 최적 IS 파라미터를 분석적으로 유도하고, 예상되는 비트오율이 약 $10^{-5} \sim 10^{-8}$ 인 메모리가 있는 이동통신 시스템에 대한 효율적인 성능평가를 수행하여 약 $10^3 \sim 10^6$ 이상의 매우 큰 시뮬레이션 이득을 보인다.

ABSTRACT

Most works on importance sampling (IS) as an efficient evaluation technique have been done in an additive white gaussian noise channel (AWGN). In this paper we propose a CQ(conventional importance sampling and quasi-translation) IS technique for the mobile radio channel modeled as Rician fading, and analyze the IS estimator's variance to determine optimum IS parameters and the minimum number of run times. Reference [1] showed that CIS technique had a poor performance for systems with memories, but it is shown that the CIS technique can be improved by combining with quasi-translation technique even for systems with memories. Here the CQ IS tech-

*국방과학연구소

**서울시립대학교 전자공학과

***충북대학교 전자공학과

論文番號:96352-1106

接受日字:1996年 11月 6日

nique modifies the variance of additive noise and also performs quasi-translation for the fading distribution. We determine the optimum IS parameters of the proposed CQ IS estimator and show that the simulation gains are about $10^3 \sim 10^6$ for the mobile communication systems with memories in case of the expected BERs $10^{-5} \sim 10^{-8}$.

I. 서 론

디지털 통신 시스템의 평가기준인 비트오율(BER: Bit Error Rate)을 측정하는 방법은 복잡한 시스템에서는 일반적으로 Monte Carlo(MC) 기법이 사용된다. 그러나 고려되는 시스템에서 비트오율이 낮을 경우에 MC 기법을 이용하여 원하는 비트오율을 측정하기 위해서는 매우 큰 수행시간(run times)을 요구하게 된다. 이런 많은 양의 수행시간을 줄이기 위해 고안된 것이 IS(Importance Sampling) 기법이다. IS 기법은 확률 밀도 함수(original pdf)를 변화시켜서 상대적으로 에러를 많이 일으키게 하여 MC 기법보다 훨씬 적은 양의 시뮬레이션으로 MC 기법의 비트오율과 같은 값을 얻을 수 있도록 적절한 무게함수(weighting function)를 사용한다. 에러를 인위적으로 많이 일으키는 IS 기법에 대해 지금까지 여러 문헌에서^[1-3] 소개하고 있지만, 일반적으로 AWGN이 잡음원인 시스템에 대한 IS 기법은 CIS(Conventional Importance Sampling) 기법과 IIS(Improved Importance Sampling) 기법으로 나뉘어진다. 이 두 가지 기법은 인위적으로 에러를 많이 일으키게 하는 방법의 차이에 의하여 나뉘어지는 데, CIS 기법은 고려되는 잡음의 분산(variance)을 크게 하여 에러를 많이 일으키는 방법이고, IIS 기법은 고려되는 잡음의 평균 자체를 에러를 일으키지만 그 빈도가 작은 영역으로 이전(translation)시켜 에러를 많이 일으키는 방법이다. 기존의 IS 기법에 관한 연구는 AWGN 채널을 가정하여 CIS와 IIS를 적용하였다. 그러나 본 논문에서 고려되는 이동통신 채널에서는 전송된 신호가 AWGN외에 페이딩에 의한 승산 잡음을 겪기 때문에 에러를 많이 일으키게 하기 위한 방법상의 문제와 무게함수 결정의 문제가 AWGN 채널에서의 IS 적용보다 매우 어렵다. 따라서 본 논문에서는 이런 페이딩에 의한 에러를 많이 일으키게 하기 위하여 '의사천이'(quasi-translation) 기법을 이용한다^[2]. IIS 기법에서 사용되는 천이 기법은 가산 잡음 자체의 분포를 변화 시키지만, 의사천

이 기법은 가산 잡음이 에러가 많이 일어 나도록 승산 잡음의 분포를 변화시키는 것이다. MC 기법이나 IS 기법의 성능평가 기준은 측정기(estimator)의 분산으로 주어진다.

본 논문에서는 이동통신 채널을 Rician 페이딩 채널로 가정하고 CQ(conventional importance sampling and quasi-translation) 기법을 제안하여 IS 측정기의 분산을 분석적으로 유도한 후 이동통신 채널에 IS를 적용하여 효율적인 성능평가를 수행한다. 즉, 이동통신 채널의 두 가지 큰 잡음원인 AWGN과 페이딩에 대해 각각 CIS와 의사천이를 수행하여 IS를 적용한다.

메모리가 있는 AWGN 시스템에 대한 IS 기법으로서 IIS(Improved Importance Sampling)가 CIS보다 훨씬 이득이 큼을 논문 [1]에서 보였다. 그러나 본 논문에서 IIS를 사용하지 않고 CIS를 사용한 이유는 가산 잡음외의 신호성분이 페이딩으로 인하여 계속 바뀌므로 IIS를 사용하여 평균을 변화시키는 것은 효과가 없을 것으로 예상된다. 따라서 본 논문에서는 CIS를 의사천이와 함께 사용한다. 그러나 본 논문에서 고려하는 가산 잡음과 페이딩이 동시에 잡음원으로 작용하는 시스템에 대한 CQ IS 기법의 적용은, 가산 잡음만 잡음원으로 작용하는 경우의 CIS가 메모리 시스템에 대하여 이득이 떨어지는 데 반하여, 이득이 매우 커짐을 분석을 통하여 확인할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 IS를 적용하기 위한 시스템 및 시뮬레이션 모델을 제시하고, 제 3장에서는 Rician 페이딩과 AWGN이 동시에 잡음원으로 작용하는 시스템에 대하여 시스템 메모리가 있는 경우의 CQ IS 기법을 제안하고, CQ IS 측정기의 분산을 이론적으로 유도한다. 제 4장에서는 유도된 측정기의 분산에 대하여 수치연산을 통해 얻어진 CQ IS 기법의 성능이득을 메모리가 1(memory-less), 3, 5인 경우로 구분하여 제시하고, 각각의 최적 IS 파라미터를 이용한 시뮬레이션을 수행하여 MC 기법에 대한 CQ IS 기법의 성능이득을 제시한 후, 제 5장에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 및 시뮬레이션 모델

A. 디지털 통신 시스템 모델

본 논문의 표기는 논문 [1]에 기초한다. 즉, 그림 1과 같은 기저대역(baseband) 이진(binary) 디지털 통신 시스템에 대하여 성능평가를 수행한다. 논문 [1]의 시스템 모델과 다른 점은 이동통신 채널을 가정하였으므로 Rician 페이딩이 승산 잡음으로 작용한다는 것이다.

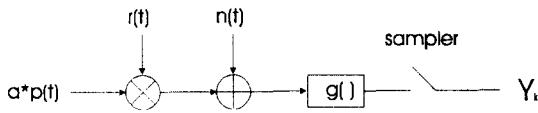


그림 1. 일반적인 기저대역 이진 디지털 통신 시스템.
Fig. 1 Basic baseband model of a binary digital communication system.

수신된 신호 $x(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$x(t) = \sum_i a_i p(t-iT) \cdot r(t) + n(t) \quad (2.1)$$

여기서 정보 데이터 a_i 는 같은 확률로 A 와 $-A$ 를 취하고 $p(t)$ 는 $[0, T]$ 를 제외한 시간에서는 0인 구형파(rectangular pulse)이다. 또한 $r(t)$ 는 Rician 페이딩을 의미하고 $n(t)$ 는 2-sided 전력 스펙트럼 밀도가 $N_0/2$ 인 가산 잡음 신호이다. 매 T 초에 샘플되는 Y_c 는 다음과 같이 비트 단위의 ISI(intersymbol interference)로 표시할 수 있다.

$$Y_c = g(X_c, X_{c-1}, \dots, X_{c-(M-1)}) \quad (2.2)$$

여기서 $g(\cdot)$ 는 시스템 응답, M 은 비트 단위의 메모리, X_c 는 다음과 같은 독립 랜덤 변수(random variable)이다.

$$X_c = A_c \cdot R_c + N_c \quad (2.3)$$

여기서 A_c 는 $A(H_0, \text{hypothesis } 0)$ 와 $-A(H_1, \text{hypothesis } 1)$ 이고, N_c 는 $G(0, \sigma_n^2 = N_0/2)$ 인 랜덤 변수이다. 또한 R_c 는 Rician 페이딩을 의미하는 랜덤 변수이고, 본

논문에서는 페이딩이 최소 메모리 동안 일정하다고 가정한다. 즉,

$$X_c = A_c \cdot R + N_c \quad (2.4)$$

여기서 R 은 다음과 같이 η_R 과 σ_R 을 파라미터로 갖는 랜덤 변수이다.

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_R^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_R^2}(r^2 + \eta_R^2)\right] I_0\left(\frac{r\eta_R}{\sigma_R^2}\right) \quad (2.5)$$

여기서 $I_0(\cdot)$ 는 차수가 0인 제1종 변형된 베셀 함수(modified Bessel function)이다.

일반적으로 H_1 에 대한 비트오율과 H_0 에 대한 비트오율은 같으므로, 본 논문에서는 H_1 에 대한 비트오율만 논의한다. 따라서 그림 1과 같은 시스템의 비트오율은

$$P_e = P_{e0} = P_{e1} = \int_{-\infty}^{\infty} H[g(y)] f_Y(y) dy \quad (2.6)$$

여기서 P_{e0} 와 P_{e1} 은 각각 H_0, H_1 에 대한 비트오율, $f_Y(y)$ 는 H_1 에 대한 랜덤 변수 y 의 확률 밀도 함수, $H[\cdot]$ 는 H_1 에 대한 지표함수(indicator function)로 y 가 0보다 크면 '1', 0보다 작으면 '0'인 값을 갖는 함수이다.

B. 시뮬레이션 모델

시뮬레이션을 수행할 때는 식 (2.6)과 같은 1개의 랜덤 변수에 의한 식을 사용하지 않고, 이동통신에서 발생되는 페이딩과 AWGN의 랜덤 변수에 의한 비트오율로 표현해야 한다. 즉, 메모리가 있는 시스템에서는 다음과 같은 랜덤 벡터(random vectors)를 정의해야 한다.

$$\mathbf{X} = [X_c, X_{c-1}, \dots, X_{c-(M-1)}] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{N},$$

$$\mathbf{A} = [A_c, A_{c-1}, \dots, A_{c-(M-1)}],$$

$$\mathbf{N} = [N_c, N_{c-1}, \dots, N_{c-(M-1)}]$$

랜덤 벡터가 취하는 값을 일반적으로 소문자로 표시한다. 즉, $\mathbf{x}, \mathbf{a}, \mathbf{n}, \mathbf{r}$ 로 표현할 수 있고, 랜덤 벡터 $\mathbf{X}, \mathbf{N}, \mathbf{A}$, 그리고 랜덤 변수 R 의 확률 밀도 함수는 각각 f_X

(\mathbf{x}), $f_N(\mathbf{n})$, $f_A(\mathbf{a})$, $f_R(\mathbf{r})$ 로 나타낸다. 즉, 식 (2.6)의 비트 오류율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_{\mathbf{x}=-\infty}^{\infty} H[g(\mathbf{x})] f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\
 &= \int_{\mathbf{a}, \mathbf{n}, \mathbf{r}} H[g(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{n})] f_A(\mathbf{a}) \\
 &\quad f_N(\mathbf{n}) f_R(\mathbf{r}) d\mathbf{a} d\mathbf{n} d\mathbf{r} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J p(j)
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

여기서 $p(j) = \int_{\mathbf{n}, \mathbf{r}} H[g(\mathbf{a}(j) \cdot \mathbf{r} + \mathbf{n})] f_N(\mathbf{n}) f_R(\mathbf{r}) d\mathbf{n} d\mathbf{r}$,

$\mathbf{a}(j)$ 는 랜덤 벡터 A 의 각각의 realization 벡터를 의미한다¹¹⁾. 또한 $j=1, 2, \dots, 2^{M-1} = J$ 이다. 실제로 시뮬레이션을 수행할 때는 realization을 이용하므로 이에 대한 비트오류율은

$$P_e = \frac{1}{JN_j} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{N_j} H[g(\mathbf{a}(j) \cdot \mathbf{r}_i + \mathbf{n}(j, i))] \tag{2.8}$$

여기서 $\mathbf{n}(j, i)$ 는 j 번째 realization에서 i 번째 수행에 대한 가산 잡음 성분을 의미하고, N_j 는 j 번째 realization의 수행시간의 수를 의미한다.

III. CQ IS 기법

본 장에서는 페이딩과 AWGN이 동시에 잡음원으로 작용하는 이동통신 채널에 대하여 IS를 적용하였다. 즉, AWGN에 대해서는 분산조정(variance modification)을 하는 CIS와 페이딩에 대해서는 의사천이(quasi-translation)를 하는 CQ IS 기법을 사용한다. 효율적인 성능평가 기법으로 응용되고 있는 IS 기법에서 가장 중요한 것은 무게함수의 결정, IS 파라미터의 결정, 그리고 IS 수행시간의 수를 결정하는 것이다.

본래의 확률 밀도 함수(original pdf) 대신에 변형된 확률 밀도 함수(modified pdf)를 사용하는 IS에서 비트오류율 식 (2.7)을 변형시켜 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_e^* &= \int_{\mathbf{a}, \mathbf{n}, \mathbf{r}} H[g(\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{n})] w_N(\mathbf{n}) w_R(\mathbf{r}) \\
 &\quad f_A(\mathbf{a}) f_N^*(\mathbf{n}) f_R^*(\mathbf{r}) d\mathbf{a} d\mathbf{n} d\mathbf{r}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

여기서 $f_N^*(\mathbf{n})$, $f_R^*(\mathbf{r})$ 은 각각 N 과 R 의 변형된 확률 밀도 함수이고, $w_N(\mathbf{n}) = f_N(\mathbf{n})/f_N^*(\mathbf{n})$, $w_R(\mathbf{r}) = f_R(\mathbf{r})/f_R^*(\mathbf{r})$ 이다. 따라서 N 과 R 이 각각 $f_N^*(\mathbf{n})$ 과 $f_R^*(\mathbf{r})$ 의 새로운 확률 밀도 함수를 갖고 $H[\cdot]w_N(\mathbf{n})w_R(\mathbf{r})$ 이 새로운 지표함수가 되는 MC 추정기의 변형된 형태라 할 수 있다. $w_N(\mathbf{n})$ 과 $w_R(\mathbf{r})$ 을 각각 N 과 R 의 무게함수(weighting function)라 한다. 또한 IS 파라미터와 N^* 가 결정됐다고 가정하면 IS 추정기의 비트오류율은 다음과 같이 시뮬레이션을 통하여 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 P_e^* &= \frac{1}{JN_j^*} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{N_j^*} H[g(\mathbf{a}(j) \cdot \mathbf{r}_i \\
 &\quad + \mathbf{n}(j, i))] w_N(\mathbf{n}) w_R(\mathbf{r})
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

식 (3.2)와 같은 IS 추정기의 평균과 분산은 추정기의 성능평가를 위한 중요한 척도가 된다. 첫번째로 식 (3.2) 추정기의 평균은

$$E^*[\hat{P}_e] = P_e^* = P_e = E[\hat{P}_e] \tag{3.3}$$

이므로 IS 추정기가 편향되지 않음(unbiased)을 확인할 수 있다. 따라서 N 과 N^* 가 같은 경우 MC 추정기와 식 (3.2) 추정기(IS 추정기)의 분산 중 작은 값을 갖는 추정기가 효율적인 추정기이다. 즉, 다르게 표현하면 N 보다 작은 N^* 를 사용하여 MC 추정기와 같은 분산을 갖는 IS 시뮬레이션을 수행할 수 있다. 일반적으로 IS 추정기의 분산은 다음과 같이 realization 형태로 표현된다¹¹⁾.

$$\sigma_{CQ}^2 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sigma_{CQ}^2(j) \tag{3.4}$$

여기서 $\sigma_{CQ}^2(j)$ 는 j 번째 realization의 IS 추정기의 분산이다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{CQ}^2(j) &= \frac{1}{N_j^*} \left(\int_{\mathbf{n}, \mathbf{r}} H[g(\mathbf{a}(j), \mathbf{n}, \mathbf{r})] w_N(\mathbf{n}) f_N(\mathbf{n}) \right. \\
 &\quad \left. \cdot w_R(\mathbf{r}) f_R(\mathbf{r}) d\mathbf{n} d\mathbf{r} - p^2(j) \right)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

CQ IS 기법을 적용하기 위해 다음과 같은 IS 파라미터를 정의한다.

$$\sigma_R^* = \frac{\sigma_R}{k} \quad (k > 1), \quad \eta_R^* = 0, \quad \sigma_n^* = m \sigma_n \quad (m > 1)$$

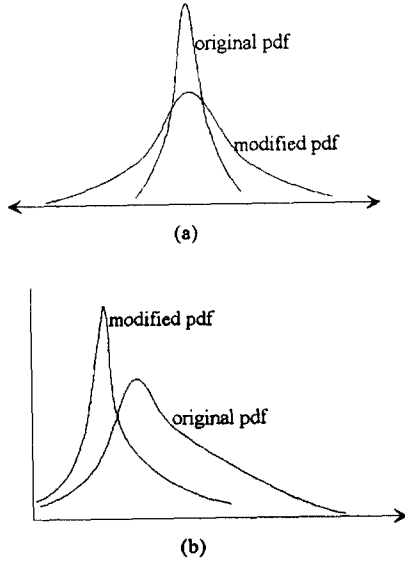


그림 2 변화된 확률 밀도 함수. (a)가산 잡음 (b)페이딩
Fig. 2 Modified probability density functions. (a)AWGN
(b)Fading

위와 같은 IS 파라미터에 의해 가산 잡음과 페이딩에 대한 각각의 변화된 확률 밀도 함수는 그림 2와 같고, 각각의 무계함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w_N(n) &= \frac{f_N(n)}{f'_N(n)} \\ &= \frac{\sigma_n^*}{\sigma_n} \exp\left[-\frac{n^2}{2} \left(\frac{1}{\sigma_n^2} - \frac{1}{\sigma_n^{*2}}\right)\right] \\ &= m \exp\left[-\frac{n^2}{2\sigma_n^2} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)\right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} w_R(r) &= \frac{f_R(r)}{f'_R(r)} \\ &= \frac{1}{k^2} \exp\left(-\frac{\eta_R^2}{2\sigma_R^2}\right) \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma_R^2}(1-k^2)\right] I_0\left(\frac{r\eta_R}{\sigma_R^2}\right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

따라서 전체 무계함수는 다음과 같이 식 (3.6)과 식 (3.7)의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$w(r, n) \triangleq w_R(r) \cdot w_N(n) \quad (3.8)$$

식 (3.5)에서 가산 잡음 적분, 즉, n 에 대한 적분은 식 (3.6)을 사용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} H[g(a(j), n, r)] w_N(n) f_N(n) dn \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} H[-B_j r + n] w_N(n) f_N(n) dn \\ &= \left(\frac{m}{d_j}\right)^M Q\left(\frac{B_j d_j r}{\sigma_1}\right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

여기서 식 (3.9)의 무계함수는 식 (3.6)의 무계함수를 메모리 M 에 대해서 표현한 식이고, B_j , d_j , σ_1 , 그리고 q 등의 정의와 식 (3.9)의 유도는 부록 A에 있고, 또한 $Q(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2) dt$ 이다.

따라서 식 (3.9)를 식 (3.5)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \sigma_{CQ}^2(j) &= \frac{1}{N_j^2} \left[\left(\frac{m}{d_j}\right)^M \int_{r=0}^{\infty} Q\left(\frac{B_j d_j r}{\sigma_1}\right) \right. \\ &\quad \left. \cdot w_R(r) f_R(r) dr - p^2(j) \right] \\ &= \frac{1}{N_j^2} \left[\left(\frac{m}{d_j}\right)^M \frac{1}{\sigma_R^2 k^2} \exp(-\eta_R^2/\sigma_R^2) \right. \\ &\quad \left. \int_{r=0}^{\infty} Q\left(\frac{B_j d_j r}{\sigma_1}\right) \right. \\ &\quad \left. \cdot r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_R^2}(2-k^2)\right) \right. \\ &\quad \left. \cdot I_0^2\left(\frac{\eta_R r}{\sigma_R^2}\right) dr - p^2(j) \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

식 (3.10)에서 제1종 변형된 베셀 함수 때문에 적분이 불가능하므로 베셀 함수를 다음과 같이 무한 급수로 표현한다.

$$I_0^2(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2(i+l)}}{i!^2 l!^2} \quad (3.11)$$

식 (3.11)과 참고문헌 [4, p. 649]에 의하여 식 (3.10)은 다음과 같이 적분을 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{CQ}^2(j) &= Z \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{A_R^{2(i+l)}}{i!^2 l!^2} \frac{(2(i+l)+1)!!}{2^{3(i+l)+2} \cdot (i+l+1) \cdot \beta^{2(i+l+1)}} \\ &\quad {}_2F_1(i+l+1, i+l+1.5, i+l+2, T^2/\beta^2) - p^2(j)/N_j^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

여기서 Z, β, A_R , 그리고 T 는 부록 A에 정의되어 있고, ${}_2F_1(\cdot)$ 는 Gauss' hypergeometric 함수이다. 또한 k 는 다음과 같은 조건을 만족시켜야 식 (3.10)에서 적분이 가능하다.

$$k < \sqrt{\frac{\sigma_R^2}{\sigma_1^2} a_j^2 B_j^2 + 2} \quad (3.13)$$

식 (3.12)는 일반적으로 그림 3과 같이 고정된 m 에 대해 k 의 변화에 대하여 볼록(convex) 함수를 나타낸다. 따라서 $\sigma_{cQ}^2(j)$ 의 최소값을 유도하기 위해 고정된 m 에 대하여 $\sigma_{cQ}^2(j)$ 의 k 에 관한 미분이 '0'인 점을 찾는다. 식 (3.12)를 k 에 관하여 간단히 표현하기 위해 부록 B의 정의에 의해서 $\sigma_{cQ}^2(j)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{cQ}^2(j) = Z_1 \frac{1}{k^2} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} V_1(i, l) - p^2(j)/N^* \quad (3.14)$$

따라서 $\sigma_{cQ}^2(j)$ 를 k 에 관해서 미분하면,

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma_{cQ}^2(j)}{dk} \cdot \frac{1}{Z_1} \\ &= \frac{1}{k^3} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} [k V_1'(i, l) - 2V_1(i, l)] \\ &= \frac{2}{k^3} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} V(i, l) \left[\frac{(i+l+1)(i+l+1.5)}{(i+l+2)} Z_2 \cdot k^2 \right. \\ & \quad \cdot {}_2F_1(i+l+2, i+l+2.5, i+l+3; Z_2(k^2-2)) \\ & \quad \left. - {}_2F_1(i+l+1, i+l+1.5, i+l+2; Z_2(k^2-2)) \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

여기서 $Z_1, Z_2, V_1(i, l)$ 은 부록 B에 정의되어 있고, $\sigma_{cQ}^2(j)$ 나 $\sigma_{cQ}^2(j)$ 의 미분은 i 나 l 을 무한대까지 합하지 않고 1이나 2 정도의 값까지만 합해도 충분히 수렴한다.

최적 $\sigma_{cQ}^2(j)$ 를 찾기 위해서는 m 과 k 의 두 개의 변수가 있으므로 본 논문에서는 m 을 변화시키면서 최적 k 를 찾는 방법을 선택하였다. 최적 $\sigma_{cQ}^2(j)$, 최적 IS 파라미터, 즉, 최적 k , 그리고 최적 IS 파라미터를 사용한 IS 시뮬레이션 비트오율을 다음 장에서 제시한다.

IV. 수치 및 시뮬레이션 결과

본 장에서는 CQ IS 기법을 사용하여 Rician 페이딩 이 승산 잡음으로 작용하고 AWGN이 가산 잡음으로 작용하며, 메모리가 1(memoryless), 3, 5인 시스템에 대하여 식 (3.12)와 식 (3.15)를 이용하여 각각의 최적 IS 파라미터를 유도하였다. 변조 방식은 제2장의 가정과 같이 BPSK(binary phase shift keying)로 하고, Rician 페이딩의 파라미터인 σ_R 과 η_R 은 모두 '1'로 가정하였다. 또한 본 논문에서 사용한 E_b/N_0 값은 페이딩이 없을 때의 E_b/N_0 를 사용하였다. 따라서 σ_R 과 η_R 이 파라미터인 Rician 페이딩 채널일 경우, 실제의 E_b/N_0 (average E_b/N_0)는 (original E_b/N_0) $\times E[r^2]$ 이다.

일반적으로 추정기의 분산을 구할 때는 상대적인 분산(relative variance)으로 나타낸다. 따라서 MC 추정기의 상대적인 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_{MC,r}^2 = \frac{P_e}{N} \cdot \frac{1}{P_e^2} = \frac{1}{NP_e} \quad (4.1)$$

일반적으로 $\sigma_{MC,r}^2$ 은 0.01로 주어지도록, 즉, 예상되는 비트오율의 역수의 약 100 배로 N 을 선택한다. 또한 IS 추정기의 상대적인 분산은

$$\sigma_{IS,r}^2 = \sigma_{IS}^2 \cdot \frac{1}{P_e^2} \quad (4.2)$$

IS 추정기의 MC 추정기에 대한 시뮬레이션 이득(saving factor)은 MC 추정기와 IS 추정기의 분산을 함께 하였을 때의 각각의 수행시간의 수의 비로써 표현된다.

$$r_{MC/IS} = [N/N^*] \sigma_{MC} = \sigma_{IS} \quad (4.3)$$

E_b/N_0 가 35~65 dB, 즉, 예상되는 비트오율이 10^{-5} ~ 10^{-8} 이고, 메모리가 1인 시스템에 대하여 최적 IS 파라미터와 IS 수행시간의 수(N)를 표 1에 제시하였다. 또한 메모리가 1인 시스템에 대한 최적 IS 파라미터를 사용하여 CQ IS 시뮬레이션을 통하여 얻어진 비트오율, 분석적인 식을 이용하여 유도된 비트오율(식 (2.7)), 그리고 최적 IS 파라미터를 사용할 때의 MC 추정기에 대한 이득, 즉, $r_{MC/CQ}$ 를 그림 4에 제시하였다. 즉, 메모리가 1인 시스템에서는 E_b/N_0 에 관계없이,

즉, 예상되는 비트오율에 관계없이 N^* 가 약 630 정도 이므로, 예상되는 비트오율이 낮을 경우 시뮬레이션 이득($\gamma_{MC/CQ}$)은 비트오율의 역수에 비례해서 커짐을 표 1을 통해 확인할 수 있다.

표 1. $M=1$ 시스템에 대한 최적 IS 파라미터와 수행시간의 수.

Table 1. Optimum IS parameters and minimum IS runs for an $M=1$ system. $m_{opt}=1.8$

E_b/N_0	P_e	k_{opt}	$\sigma_{CQ}^2 * N^*$	N/N^*	N^*
35	2.39E-05	79.4406	3.59E-09	6.66E+03	628.44
45	2.39E-06	251.203	3.59E-11	6.66E+04	628.53
55	2.39E-07	794.371	3.59E-13	6.66E+05	628.54
65	2.39E-08	2512.02	3.59E-15	6.66E+06	628.54

메모리가 3인 경우 총 realization의 수(J)는 $4(2^{M-1})$, 메모리가 5인 경우는 16이므로 E_b/N_0 가 45 dB인 경우에 대하여 각각 최적 IS 파라미터를 유도하여 IS 시뮬레이션을 수행하였다. 메모리가 증가할 경우에 대한 비교는 메모리가 다를 경우 각 realization에 따라 비트오율이 변화하므로 단순 비교하기가 어렵지만, 수치 계산에 의하여 시뮬레이션 이득이 메모리가 증가함에 따라 대체로 감소한다. 그리고 메모리가 정해지면 가산 잡음에 대한 최적 IS 파라미터(m_{opt})도 E_b/N_0 에 관계없이 정해짐을 확인할 수 있다. 또한 메모리가 증가할수록 m_{opt} 는 감소하여, 메모리가

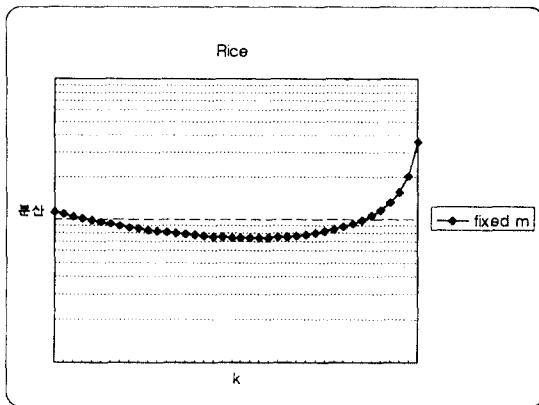


그림 3. 일반적인 σ_{CQ}^2 와 k 의 그림.
Fig. 3 General plot of σ_{CQ}^2 versus k .

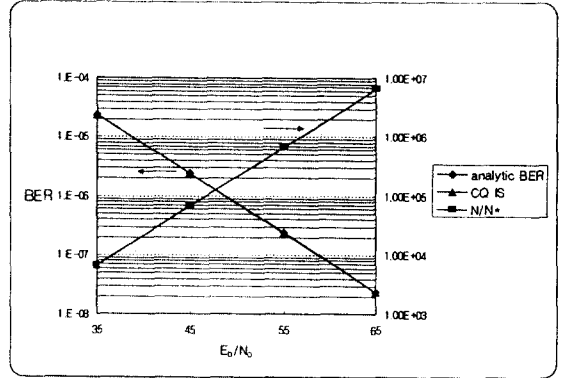


그림 4. $M=1$ 시스템의 CQ IS 적용 결과.
Fig. 4 Plot of analytic BER, CQ IS BER, and saving factors versus E_b/N_0 for an $M=1$ system.

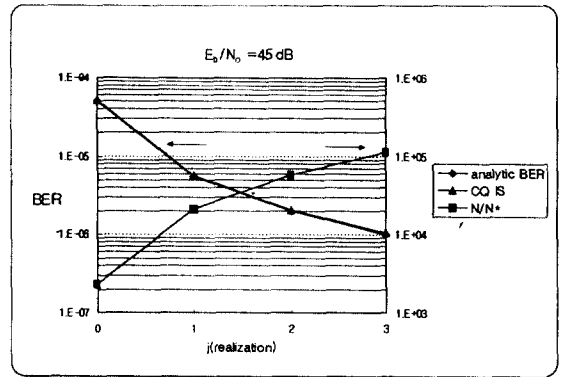


그림 5. $M=3$ 시스템의 CQ IS 적용 결과($E_b/N_0=45$ dB).
Fig. 5 Plot of analytic BER, CQ IS BER, and saving factors versus realizations for an $M=3$ system($E_b/N_0=45$ dB).

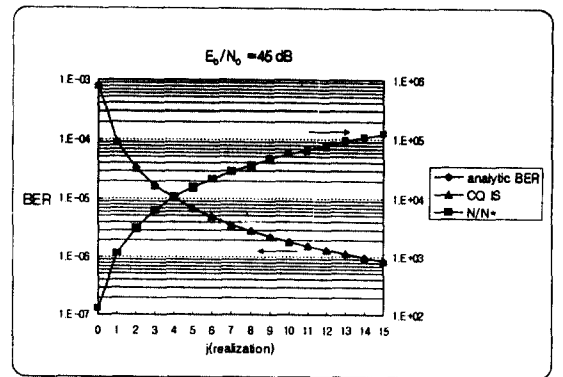


그림 6. $M=5$ 시스템의 CQ IS 적용 결과($E_b/N_0=45$ dB).
Fig. 6 Plot of analytic BER, CQ IS BER, and saving factors versus realizations for an $M=5$ system($E_b/N_0=45$ dB).

큰 시스템에서는 가산 잡음에 대한 IS(CIS)보다는 승산 잡음에 대한 IS(의사천이)가 훨씬 큰 작용을 함을 알 수 있다.

유도된 최적 IS 파라미터를 사용하여 IS 시뮬레이션한 결과는 각각 그림 4, 5, 6에 제시하였다. 즉, IS 파라미터인 m_{opt} , k_{opt} 를 사용하여 CQ IS 기법을 적용한 메모리 시스템(M=1, 3, 5)의 비트오율은 분석적인 식으로부터 유도된 비트오율(식 (2.7))과 거의 유사함을 확인할 수 있다. 또한 IS 수행시간의 수(N^*)는 거의 1,000 내외이므로 예상되는 비트오율이 클 경우는 시뮬레이션 이득이 크지 않지만, 예상되는 비트오율이 매우 작을 경우에는 시뮬레이션 이득이 매우 큼을 표 1과 그림 4, 5, 6의 y축(우측)을 통하여 확인할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 Rician 페이딩 채널로 모델링되는

이동통신 채널에 대한 효율적인 성능평가 방법인 CQ IS 기법을 제안하였다. 메모리가 I(memoryless), 3, 5인 시스템에 대하여 AWGN에 대해서는 CIS를 페이딩에 대해서는 의사천이 기법을 각각 사용하여 CQ IS 측정기의 분산을 분석적으로 유도하고 최적 IS 파라미터를 추출하였다. AWGN에서 CIS는 메모리 시스템에 대하여 시뮬레이션 이득이 작아지나, 본 논문에서는 CIS와 함께 의사천이 기법을 사용하여 메모리 시스템에서도 CQ IS 기법이 효율적인 성능평가 기법임을 확인하였다. 또한 메모리가 증가할 경우 시뮬레이션 이득이 줄어들지만, IS 수행시간의 수(N^*)는 대체로 1,000 내외이므로 비트오율이 낮아질수록 시뮬레이션 이득이 약 $10^3 \sim 10^6$ 이상으로 매우 커짐을 확인하였다. 그리고 본 논문에서 제시된 CQ IS 기법은 최근 활발히 연구가 진행되고 있는 저궤도(LEO : Low Earth Orbit) 이동통신 채널에도 적용하여 효율적인 성능평가를 수행할 수 있을 것으로 기대된다.

부록 A. 식 (3.9)의 유도

식 (3.5)에서 가산 잡음 적분, 즉, \mathbf{n} 에 대한 적분은 식 (3.6)을 사용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\int_{\mathbf{n}} H[g(\mathbf{a}(j), \mathbf{n}, r)] w_N(\mathbf{n}) f_N(\mathbf{n}) d\mathbf{n} = \int_{\mathbf{n}} H[-B_j r + \mathbf{n}] w_N(\mathbf{n}) f_N(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \tag{A.1}$$

식 (A.1)을 유도하기 위해 다음과 같은 변수를 정의 한다.

- ① $\mathbf{n} \triangleq [n_1, n_2, \dots, n_M]$
- ② r 은 최소 M 동안 일정
- ③ c index는 편의상 생략한다.

$$\begin{aligned} g(\mathbf{a}(j), \mathbf{n}, r) &= \sum_{i=1}^M x_i(j) b_{M-i+1} \\ &= x_1(j) b_M + x_2(j) b_{M-1} + \dots + x_M(j) b_1 \\ &= (a_1(j)r + n_1) b_M + (a_2(j)r + n_2) b_{M-1} \\ &\quad + \dots + (a_M(j)r + n_M) b_1 \\ &= -B_j \cdot r + \mathbf{n} \end{aligned}$$

- ④ $B_j \triangleq -a(j) \cdot b^T$
 $= -[a_1(j)b_M + a_2(j)b_{M-1} + \dots + a_M(j)b_1]$
- ⑤ $a(j) \triangleq [a_1(j), a_2(j), \dots, a_M(j)]$, $a_M(j) = -A$
- ⑥ $b \triangleq [b_M, b_{M-1}, \dots, b_1]$, $b_i = 0.5^{i-1}$
- ⑦ $n \triangleq n \cdot b^T = n_1 b_M + n_2 b_{M-1} + \dots + n_M b_1$
- ⑧ $n_i = G(0, \sigma_n^2)$
- ⑨ $\alpha^2 \triangleq \sum_{i=1}^M b_i^2$, $\sigma_1^2 = \alpha^2 \sigma_n^2$, $\sigma_i^{*2} = \alpha^2 \sigma_n^{*2}$
- ⑩ $\sigma_2^2 \triangleq \frac{\sigma_n^2}{(2 - \sigma_n^2/\sigma_n^{*2})}$, $d_j^2 \triangleq (2 - \sigma_n^2/\sigma_n^{*2}) = (2 - \frac{1}{m^2})$,
- ⑪ $q \triangleq \sqrt{\frac{2-1/m^2}{2\sigma_1^2}}$, $Z \triangleq \frac{1}{N^*} \frac{1}{2} \left(\frac{m}{d_j}\right)^M \frac{1}{\sigma_R^2 k^2} \exp(-\eta_R^2/\sigma_R^2)$,

$$T^2 \triangleq \frac{1}{2\sigma_R^2} (k^2 - 2), \quad k^2 > 2 \text{ 이라 가정, } A_R \triangleq \frac{\eta_R}{\sigma_R^2}, \beta \triangleq q \cdot B_j$$

따라서 식 (A.1)에 $w_N(n)f_N(n)$ 을 대입하고 정의 ⑩에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(A.1) = \int_n H[-B, r+n] \left(\frac{\sigma_n^*}{\sigma_n}\right)^M \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}}\right)^M \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2} (2 - \sigma_n^2/\sigma_n^{*2})(n_1^2 + \dots + n_M^2)\right) dn \tag{A.2}$$

또한 $n = G(0, \sigma_2^2 \alpha^2)$ 이라 할 수 있으므로 위식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(A.2) = \left(\frac{\sigma_n^*}{\sigma_n d_j}\right)^M \int_{n=B, r}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2 \alpha^2}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_2^2 \alpha^2}\right) dn = \left(\frac{m}{d_j}\right)^M Q\left(\frac{B_j d_j r}{\sigma_1}\right) \tag{A.3}$$

부록 B. 식 (3.14)의 정의

식 (3.12)의 미분을 유도하기 위해 다음과 같은 변수를 정의한다.

$$\textcircled{1} Z_1 \triangleq \frac{1}{N_j^*} \frac{1}{2} \left(\frac{m}{d_j}\right)^M \frac{1}{\sigma_R^2} \exp(-\eta_R^2/\sigma_R^2)$$

$$\textcircled{2} V(i, l) \triangleq \frac{A_R^{2(i+l)}}{i!^2 l!^2} \frac{(2(i+l)+1)!!}{2^{3(i+l)+2} \cdot (i+l+1) \cdot \beta^{2(i+l+1)}}$$

$$\textcircled{3} Z_2 \triangleq \frac{1}{2\sigma_R^2 \beta^2}$$

$$\textcircled{4} V_1(i, l) \triangleq V(i, l) \cdot {}_2F_1(i+l+1, i+l+1.5, i+l+2; Z_2(k^2-2))$$

이와 같은 정의에 의하여 식 (3.12)는 식 (3.14)와 같이 간단히 표현할 수 있다.

참 고 문 헌

1. D. Lu and K. Yao, "Improved importance sampling technique for efficient simulation of digital communication systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 6, no. 1, pp. 67-75, Jan. 1988.
2. M. Devetsikiotis and J. K. Townsend, "An algorithmic approach to the optimization of importance sampling parameters in digital communication system simulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 10, pp. 1464-1473, Oct. 1993.
3. M. Devetsikiotis and J. K. Townsend, "A useful and general technique for improving the efficiency of Monte Carlo simulation of digital communication systems," in *Proc. IEEE GLOBECOM '90*, San Diego, CA, pp. 1215-1221, Dec. 1990.
4. I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, New York, 1980.



이 대 일(Dae Il Lee) 정회원
 1995년 2월: 서울시립대학교 전자공학과 학사
 1995년 3월~1997년 2월: 서울시립대학교 전자공학과 공학석사
 1997년 2월~현재: 국방과학연구소 연구원

※주관심분야: 디지털 이동통신, 셀룰라 CDMA 시스템, 효율적인 성능평가 기법.

김 동 인(Dong In Kim)

서울시립대학교 전자공학과 조교수
 제21권 8호 참조



황 인 관(In Kwan Hwang) 정회원

1979년 2월: 아주대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1985년 6월: Polytechnic University, New York, 전기공학과 졸업(공학석사)

1990년 6월: Polytechnic University, New York, 공학박사

1982년 8월~1997년 2월: 한국전자통신연구소, 위성망 연구실장(책임연구원)

1990년 4월~1994년 12월: 한국통신기술협회, 고정위성통신연구위원회장

1994년 4월: 아태위성통신협의회(Asia-Pacific Satellite Communication Council) 위성통신 기술 세미나 강사

1997년 3월~현재: 충북대학교 전기전자공학부 전파공학과

※주관심분야: Mobile Satellite Communication, Satellite communication, Mobile communication