

# QAM 시스템에서 다단계 반경-지향 알고리즘을 이용한 블라인드 적응 등화

正會員 이 영 조\*, 임 승 주\*\*, 이 재 용\*\*, 강 창 언\*\*

## Blind Adaptive Equalizations using the Multi-Stage Radius-Directed Algorithm in QAM Data Communications

Young Jo Lee\*, Soong Joo Im\*\*, Jae Yong Lee\*\*,  
Chang Eon Kang\*\* *Regular Members*

### 요 약

학습 신호를 사용하지 않고 심볼간의 간섭을 제거하여 전송된 데이터를 복구하는 등화 방법을 블라인드 등화(blind equalization)라 한다. 본 논문에서는 수렴 속도와 정상 상태오차를 줄이기 위하여 CMA의 장점과 반경-지향 알고리즘의 장점을 동시에 이용하는 다단계 반경-지향 알고리즘을 제안한다. 다단계 반경-지향 알고리즘은 초기 시작 모드에서는 수렴이 보장되는 CMA와 똑같이 동작을 한다. 이후 등화기가 점점 수렴해 나감에 따라, 블라인드 등화기에서 사용하는 양자화기의 레벨 수를 증가시켜 수렴 속도를 빠르게 해준다. 양자화기의 레벨이 완전히 증가하였을 경우 다단계 반경-지향 알고리즘은 수렴 후 자승 평균 오차가 작은 반경-지향 알고리즘과 똑같이 동작하게 된다. 그러므로 다단계 반경-지향 알고리즘은 빠른 수렴 속도를 보이면서도, 정상상태에서 작은 오차값을 갖는다.

### ABSTRACT

Adaptive channel equalization accomplished without resorting to a training sequence is known as blind equalization. In this paper, in order to reduce the speed of the convergence and the steady-state mean squared error simultaneously, we propose the multi-stage RD(radius-directed) algorithm derived from the combination of the constant modulus algorithm and the radius-directed algorithm. In the starting stage, multi-stage RD algorithm are identical to the constant modulus algorithm which guarantees the convergence of the equalizer. As the blind equalizer converges, the number of the level of the quantizers is increased gradually, so that the proposed algorithm

\*LG 정보통신 중앙연구소 이동통신연구단  
\*\*인제대학교 전자공학과  
論文番號:97058-0214  
接受日字:1997年 2月 14日

operate identical to the radius-directed algorithm which leads to the low error power after the convergence. Therefore, the multi-stage RD algorithm obtains fast convergence rate and low steady state mean square error.

## I. 서론

디지털 통신 시스템에서 학습 신호에 의지하지 않고 등화기의 탭 계수를 조정하는 블라인드 채널 등화는 Sato에 의해 처음 제안되었으며[1], Sato의 알고리즘을 Godard가 발전시켜 일반화시켰다[2]. Godard에 의해 제안된 블라인드 등화 알고리즘은 기존의 자승 평균 오차함수(mean squared error function)를 변형시킨 포물선을 이루지 않는 비용함수(cost-function)를 사용하며, 송신 신호의 데이터 심볼 구조에 따라 정상도 상에서 심볼간의 길이(modulus)가 일정하다고 가정하여 등화하는 알고리즘이다[3]. 특히 등화기의 출력 신호의 진력을 가지고 처리하는 Constant Modulus Algorithm(CMA)이 계속해서 연구가 진행되고 있다.

Benveniste와 Goursat는 Sato의 블라인드 모델에서 시작하여 수렴이 일어난 후에 자동적으로 기존의 결정-지향(decision directed)알고리즘으로 넘어가는 방법을 제안하였고[4], Macchi와 Eweda는 초기 선형 계수 값이 눈이 열려 있는 상태(open-eye pattern)에 해당되지만 하면 결정-지향 알고리즘은 잡음이 없는 경우 최적의 계수 값에 수렴함을 증명하였다[5]. Picchi와 Prati는 결정-지향 알고리즘을 기초로 등화기 계수 조정을 위한 오차값에 신뢰도를 부여하는 Stop-and-Go 알고리즘을 제안하였다[6]. Ready는 CMA와 결정-지향 알고리즘의 혼합된 모습을 하고 있는 반경-지향방식을 제안했다[7]. 그러나 이 알고리즘은 심볼간의 간섭이나 잡음이 심할 때 초기의 오결정으로 인한 탭 계수의 오조정때문에 수렴 상태가 불안정하다. 반경-지향방식의 초기의 수렴 상태가 불안정한 것을 해결하기 위해서 Picchi와 Prati의 Stop-and-Go 알고리즘과 비슷하게 출력오차의 신뢰도에 따라 적응 과정을 진행하는 알고리즘이 제안되었다[8]. Weerackody와 Kassam은 신뢰성에 따라 두 개의 영역으로 나누어 두 개의 알고리즘을 번갈아 사용하는 이중모드 알고리즘을 제안했다[9]. 위의 적응 알고리즘들은 전통적인 LMS 알고리즘의 탭 계수 조정을 위한 오차 함

수를 학습 신호가 포함되지 않도록 변형하여 오차 함수를 사용하며, 등화기 출력에 Busgang 통계적 성질을 가지고 있으므로 변형된 LMS 또는 Busgang 계열의 알고리즘으로 볼 수 있다.

본 논문에서는 수렴 속도와 정상상태오차를 줄이기 위하여 CMA와 반경-지향 알고리즘의 장점을 동시에 이용하는 다단계 반경-지향 알고리즘을 제안한다. 다단계 반경-지향 알고리즘은 초기 시작 모드에서는 수렴이 보장되는 CMA 알고리즘과 똑같이 동작을 한다. 이후 등화기가 점점 수렴함에 따라, 블라인드 등화기에서 사용하는 양자화기의 레벨 수를 증가시켜 수렴 속도를 빠르게 해준다. 양자화기의 레벨이 완전히 증가하였을 경우 다단계 반경-지향 알고리즘은 수렴 후 자승 평균 오차가 작은 반경-지향 알고리즘과 똑같이 동작하게 된다. 그러므로 다단계 반경-지향 알고리즘은 빠른 수렴 속도를 보이면서도, 정상 상태에서 작은 오차값을 갖는다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서 간단히 디지털 통신 채널을 모델링에 대하여 알아보고, 제 3장에서는 CMA를 기초로 한 다단계 반경-지향 알고리즘에 대하여 설명한다. 제 4장에서는 블라인드 알고리즘의 오차함수를 비교하고, 제 5장에서는 실험을 통하여 블라인드 알고리즘들의 특성을 고찰한 후, 제 6장에서 결론을 맺는다.

## II. 디지털 통신 채널 모델링

디지털 통신 시스템은 그림 1처럼 간략하게 모델링되고 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n x(t-nT) + v(t) \quad (1)$$

여기서  $\{I_n\}$ 은 전송하고자 하는 복소수 심볼열  $I_n = I_{n,r} + jI_{n,i}$ 를 나타내고,  $T$ 는 한 심볼 구간의 길이이다. 그리고  $x(t) = x_1(t) * x_2(t) * x_3(t)$ 의 채널을 나타내며,  $v(t)$ 는 수신 필터를 통과한 부가 가우시안 잡음을 나타낸다.  $x_1(t)$ 는 송신 필터를,  $x_2(t)$ 는 통신채널을,  $x_3(t)$ 는

수신 필터를 각각 나타낸다.

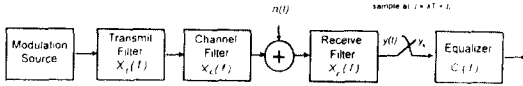


그림 1. 동가 디지털 통신시스템  
Fig. 1 Equivalent Digital Communication System.

$y(t)$ 가  $t = kT + \tau_0$ , ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )의 시간에 표본화 될 경우

$$y(kT + \tau_0) \equiv y_k = \sum_{n=0}^{\infty} I_n x(kT - nT + \tau_0) + v(kT + \tau_0) \quad (2)$$

이고, 이 때  $\tau_0$ 는 표본화 순간이 지터와 같은 현상에 의해 정확하지 못함으로써 생기는 시간 지연을 나타낸다. 만약 표본화 순간이 정확하여  $\tau_0$ 를 0이라 가정하면 식(2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_k = \sum_{n=0}^{\infty} I_n x(kT - nT + \tau_0) + v(kT + \tau_0) \quad (3)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} I_n x_{k-n} + v_k \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

### III. 다단계 반경-지향 알고리즘

고차 PAM 또는 QAM의 경우, CMA는 수렴성은 보장되나 완벽히 수렴한 후에도 잔류 심볼간의 간섭이 많이 남는 문제점이 있고 반경-지향 알고리즘은 수렴도 빠리하면서 잡음이 없을 경우 수렴 후 오차값을 영으로 만드는 좋은 특성이 있으나 수렴성이 보장되지 못한다. 초기 수렴을 보장해주는 CMA의 특성과 수렴 특성이 좋은 반경-지향 알고리즘의 특성을 모두 이용할 수 있는 동화 알고리즘이 다단계 반경-지향 알고리즘이다.

#### 1. 다단계 반경-지향 알고리즘의 동작원리

다단계 반경-지향 알고리즘은 수렴이 안되어서 심볼간의 간섭양이 많은 초기 상태에서는 오직 한 개의 기준 반지름만을 사용하는 CMA로 동작한다. 즉 CMA의 오차함수를 사용하여 다음 식처럼 동화기 필

터계수를 조정한다.

$$C_{k+1} = C_k - \mu z_k (|z_k|^2 - M_1) Y_k^* \quad (4)$$

$M_1$ 은 Godard에 의해 정의된 CMA의  $R_2$ 와 같다. 하나의 반지름만을 사용하는 CMA로 동작하다가 동화기 출력 단의 오차의 전력이 다음 식과 같이 임의 기준치  $d_1$  이하로 되었을 때 다단계 반경-지향은 동화기의 출력의 기준 반지름의 수  $N$ 을 증가시킨다.

$$||z_k|^2 - |I_k|^2| < d_1 \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

여기서  $d_1$ 은 판단기준이 되는 상수이다. 그러나 식(5)는 송신 신호를 알았을 경우 구할 수 있는 값이므로 블라인드 동화에서는 사용할 수 없다. 그래서 블라인드 동화에서는 수신 신호만을 사용하여 식(5)를 판단할 수 있는 기준이 필요하다. 일반적으로 CMA는 심볼간의 간섭을 완벽하게 줄여주어 오차 값을 영으로 만들 수는 없지만 어느 정도 심볼간의 간섭을 줄일 수 있다. 즉 동화기의 출력 전력과 CMA의 기준 반지름과의 차이를 어느 일정한 값  $d_1$  이하로 줄일 수 있다. 그러므로 다음 식과 같은 새로운 기준을 만들 수 있다.

$$|z_k|^2 - M_1 < d_1 \quad \text{or} \quad |z_k|^2 < M_1 + d_1 \quad (6)$$

결과적으로 어느 일정 시간 동안에 식(6)을 만족하면 동화기의 출력의 기준 반지름의 수  $N$ 을 증가시키고, 다음 식과 같은 새로운 기준 반지름을 사용하여 동화기 필터 계수를 조정한다.

$$C_{k+1} = C_k - \mu z_k (|z_k|^2 - M_i) Y_k^* \quad i = 1, \dots, N \quad (7)$$

여기서  $N_i$ 는 다음 식처럼  $i$ 번째 기준 반지름 제공값으로 전력값 양자화기  $Q_N^2(\cdot)$ 의 출력값이다.

$$M_i = Q_N^2(|z_k|) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

여기서  $N$ 은 원하는 양자화 레벨의 수이다.

필터 계수 조정식인 식(7)이 바이어스되지않게 동작하려면  $M_i$ 의 값을 다음과 같이 잡으면 된다[부록 B].

$$M_i = \frac{E\{|I_m^4\}}{E\{|I_m^2\}} \quad I_n \in S_i, i = 1, \dots, N \quad (9)$$

여기서  $S_i$ 는 송신 신호 집합을  $N$ 개의 부집합으로 나누었을 때  $i$ 번째 부집합을 나타낸다. 식(7)에서 사용하는 다단계 반경-지향 알고리즘의 오차함수는 다음 식과 같으며 반경-지향 알고리즘의 오차함수와 비슷하다.

$$\psi(z_k) = z_k(|z_k|^2 - M_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

$N > 1$ 일 때는 다음 식과 같은 검사를 통하여 등화기의 수렴 여부를 판단할 수 있다.

$$\| |z_k|^2 - M_{\min, N} \| < d_N \quad (11)$$

여기서  $M_{\min, N}$ 은 등화기 출력 신호의 전력값과 거리 상 가장 가까운 기준 반지름의 제곱값을 나타내며,  $d_N$ 은  $M_N$ 에 관한 양수의 기준 거리를 나타낸다. 하지만 고차의 PAM 또는 QAM을 사용할 경우 신호집이 많기 때문에 아직 식(11)은 수렴의 판단에 믿을 만한 신뢰성을 주지는 못한다. 즉 완벽한 수렴이 이루어지지 않아서 심볼간의 간섭 성분이 어느 정도 남아 있을 경우에 등화기의 출력값이 어지럽게 나와서 확실한 판단을 주지 못한다. 특히 등화기 출력의 제곱 형태의 값을 사용하는 알고리즘은 작은 가우시안 잡음의 영향으로도 중간 크기의 전력값을 갖는 신호집을 구분하기가 어렵다[부록 A]. 그래서 다음 식과 같이 최대의 전력을 가지는 신호집들만을 사용하여 수렴을 판단한다.

$$|z_k|^2 - M_N < d_N \quad \text{or} \quad |z_k|^2 < M_N + d_N \quad (12)$$

여기서  $M_N$ 은 가장 큰 전력을 가지는 출력 기준 반지름의 제곱값이고,  $d_N$ 은  $M_N$ 에 대한 양수의 기준 거리를 나타낸다.

일반적으로  $d_N$ 은 다음 식과 같이 다음단계의 레벨의 개수에 따라 잡아 주어야 한다.

$$d_n \leq \frac{1}{2} \text{distance}(Q_{(N')}(\cdot)) \quad (13)$$

여기서  $N'$ 은 다음 단계의 양자화 레벨 개수이다.

식(12)를 만족하는가는 등화기 출력의 전력을 평균을 취하여 판단한다.

$$A(n) = \beta A(n-1) + (1-\beta)[|z_k|^2 - M_N] \quad (14)$$

if  $|z_k|^2 > M_N$

여기서  $\beta$ 는 상수이다. 원하는  $d_N$ 의 값을 알고있다면 등화기의 출력 전력의 확률 분포를 이용하여, 신뢰도와  $d_N$ 의 값에 따른 기준 평균값( $m(d_N)$ )을 구할 수 있다[부록 A].  $A(n)$ 의 값을 기준 평균값과 비교하여 잔류 간섭량을 판단하고, 양자화기의 레벨의 개수를 조절한다. 양자화기의 레벨의 개수 확장은 다단계 반경-지향 알고리즘의 기준 반지름의 수  $N$ 이 반경-지향 알고리즘의 반지름 수와 같게 될 때까지 계속 한다. 결국은 다단계 반경-지향 알고리즘의 기준 반지름의 수  $N$ 이 반경-지향 알고리즘의 기준 반지름의 수  $N$ 과 같게 되면, 다단계 반경-지향 알고리즘은 반경-지향 알고리즘과 동일해진다.

다단계 반경-지향 알고리즘은 등화기의 출력의 전력의 평균을 구하는 계산과정과 기준 평균값과의 비교 과정이 필요하다. 또한 기준 반지름의 수  $N$ 은 확장할 때마다 1씩 증가하는 것이 당연하지만, 커다란 송신 신호 집합을 사용하는 경우, 많은 전력 반지름의 개수로 인한 화상과정의 반복으로 인해 계산량이 불필요하게 증가하게 된다. 또한 신호 집합 분할 과정에서 원소의 개수가 같은 부집합을 만들기가 어렵다. 그러므로 적절한 부집합의 개수 및 수렴 속도를 고려하여 양자화 레벨의 수를 증가시킨다. 만약 채널의 환경이 갑자기 변하여 간섭의 양이 오히려 증가하게 되면, 기준 반지름의 개수를 줄여주어 채널의 변화에 대처하게 된다. 그러므로 시간에 따라 변해가는 채널에도 다단계 반경-지향 알고리즘은 잘 동작할 수 있다.

64-QAM에 다단계 반경-지향 알고리즘을 적용하면 처음에는 그림 3(a)와 같이 한 개의 기준값을 사용하는 CMA로 동작한다. 기준 반지름 수  $N$ 을 1, 2, 4, 9로 하였을 경우,  $d_1$  이하로 간섭이 떨어지면 그림 3(b)와 이 두 개의 기준 반지름을 사용하게 되며 간섭이  $d_2$  이하가 되면 그림 3(a)와 같이 네 개의 기준 반지름을, 또 한번 증가하면 9개의 반지름 모두를 사용하는 반경-지향 알고리즘이 된다.

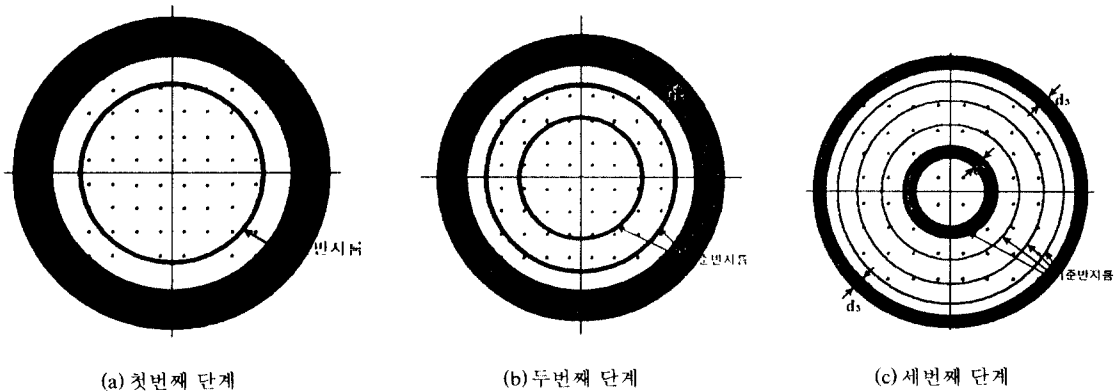


그림 2. 64QAM에서 다단계 반경-지향 알고리즘의 기준값  
 Fig. 2 The Reference values of the Multi-stage RD algorithm in 64-QAM

2. 주파수 오프셋 복구 알고리즘

CMA와 같이 전력의 차를 줄이는 알고리즘은 주파수 오프셋에 의한 위상의 왜곡과는 독립적으로 동작하므로 위상을 바로 잡아 줄 수가 없다. 그러므로 이런 알고리즘을 사용할 경우에는 위상을 추적하는 Phase Locked Loop(PLL)이 필요하다. Godard는 블라인드 등화알고리즘과 함께 다음과 같은 위상을 바로 잡아 주는 알고리즘을 제안했다[2].

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \mu_0 \text{Im}[I_k z_k^* e^{j\theta_k}] \quad (15)$$

여기서  $\text{Im}$ 은 허수성분을 나타내며,  $\mu_0$ 는 스텝 크기이다. 그림 3은 블라인드 등화기와 돌아간 위상을 잡아 주는 주파수 오프셋 복구 회로의 구조이다. 그러나 Godard의 PLL은 고차의 QAM을 사용할 경우 불안정한 동작을 한다. 이 불안정성은 신호의 정상도상에 신호가 어지럽게 퍼져 있어 경판정 오류가 발생하는 것에 기인한다.

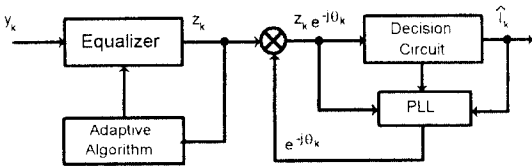


그림 3. 블라인드 등화기와 주파수 오프셋 복구 회로  
 Fig. 3 Blind Equalizer and Frequency Offset Recovering Circuit

Jablon은 이런 문제를 해결하기 위해 신호의 전력이 가장 큰 신호점을 가지고 우선 PLL을 동작시키는 Reduced Constellation-PLL(RC-PLL)을 제안하였다 [10]. 결정회로의 입력 값  $|q_k|^2 \equiv |z_k e^{-j\theta_k}|^2$ 을 임의의 기준값  $\tau$ 와 비교하여, 만약  $|q_k|^2 \geq \tau$ 이면 PLL을 동작시키고  $|q_k|^2 < \tau$ 이면 PLL을 동작시키지 않는다. 그러므로 신뢰성있는 신호를 사용하여 먼저 위상을 어느 정도 바로 잡은 다음, 식(15)와 같이 PLL을 동작시켜 완벽한 위상을 복구하게 된다. RC-PLL은 주파수 오프셋에 독립적으로 동작하는 CMA와 같은 알고리즘과 잘 어울려 동작한다. 다단계 반경-지향 알고리즘 역시 CMA를 기본으로 하는 알고리즘이므로 RC-PLL과 결합하여 동작할 수 있다. 또한 다단계 반경-지향 알고리즘은 등화기의 수렴상태에 따라 기준 반지름의 수를 변환하는 알고리즘이므로, 수렴 상태를 판단하는 정보를 가지고 있다. 따라서 RC-PLL의 기준값  $\tau$ 를 다단계 반경-지향 알고리즘의 수렴상태에 따라 변화시킬 수 있다. 즉 기준 반지름의 수가 증가함에 따라 기준값  $\tau$ 를 줄여주어 PLL의 동작 횟수를 늘릴 수 있고 이에 따라 빠른 수렴을 얻을 수 있다.

IV. 오차함수의 비교

블라인드 알고리즘의 동작 특성을 쉽게 이해할 수 있도록 이들 알고리즘의 오차 함수를 도해적으로 나타낼 수 있다. 표현의 편의를 위해서 8PAM(-7, -5, -3,

-1, 1, 3, 5, 7)을 사용하였을 경우를 선택한다. 고정된 스택크기에서 오차값이 크면 빠른 수렴을 보일 수 있으나, 변동이 커서 수렴 후 불안정한 특성을 보인다. 만약 송신 신호점 근처에서 오차값이 작을수록 안정된 수렴 상태를 보일 수 있으나, 수신 신호가 송신 신호점 근처로 보이게 해주는 알고리즘이 별도로 필요하다.

그림 4(a)의 CMA의 오차함수는 입력값에 대한 오차값의 영역이 Sato 알고리즘의 오차함수에 비해 크므로 작은 스택 크기를 사용하여야만 한다. 그림 4(c)의 반경-지향 알고리즘의 오차함수는 CMA에 비해 오차값이 안정적이다. 단단계 반경-지향 알고리즘은 그림 4(a)의 CMA에서 시작하여 그림 4(b)의 중간 단계를 거쳐 그림 4(c)의 반경-지향 알고리즘으로 차차 넘어간다. 그림 4(d)의 CMA를 이용한 Stop-and-Go 알고리즘은 신뢰구간에 따라 오차값이 반경-지향 알고리즘을 따르거나 또는 영의 값을 내보낸다. 그림 4(e)의 이중모드 Godard 알고리즘은 신뢰구간에 따라 오차값이 반경-지향 알고리즘을 따르거나 또는 CMA를 따른다.

## V. 실험 결과 및 고찰

### 1. 실험 환경

실험에 사용한 원천 부호는 실수부와 허수부의 신호점이 각각 -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7인 64QAM 신호를 사용하며 신호 대 잡음비는 30dB로 한다. 실험에 사용한 채널의 복소 임펄스 응답은

$$\begin{aligned}
 h_{real}(z) &= -0.005 + 0.009z^{-1} - 0.024z^{-2} + 0.854z^{-3} \\
 &\quad - 0.218z^{-4} - 0.049z^{-5} - 0.016z^{-6} \\
 h_{imag}(z) &= -0.004 + 0.030z^{-1} - 0.104z^{-2} + 0.520z^{-3} \\
 &\quad + 0.273z^{-4} - 0.074z^{-5} + 0.020z^{-6}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

이다. 여기서  $h_{real}(z)$ ,  $h_{imag}(z)$ 은 각각  $h_i$ 의 실수부와 허수부를 나타낸다. 등화기의 탭의 수는 15개를 사용하고, 모든 등화기의 탭의 초기값은 중앙 탭을  $2+j0$ 로 하고 나머지는 모두  $0+j0$ 으로 한다.

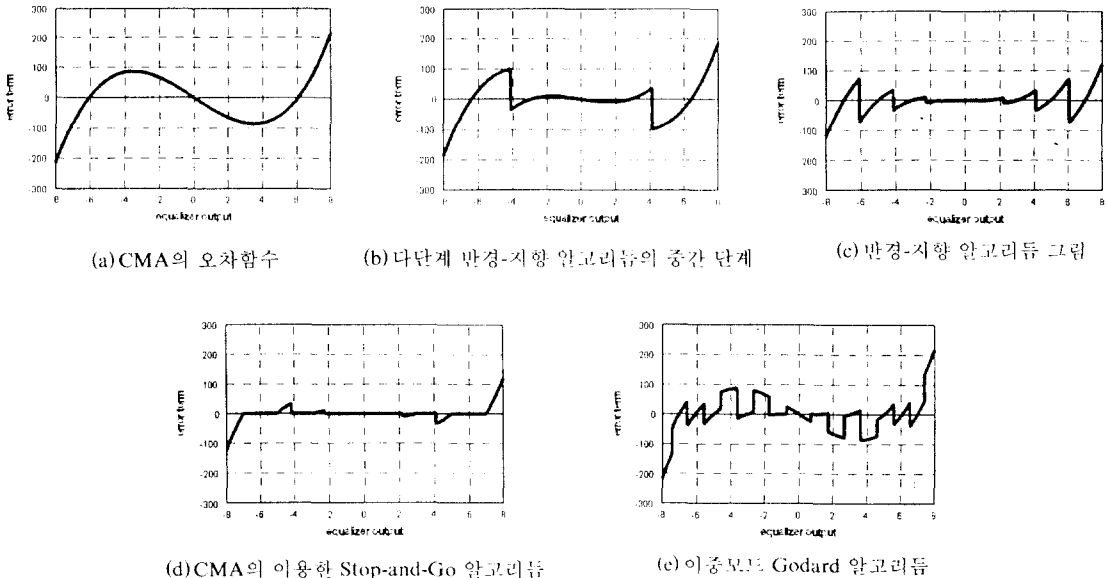


그림 4. 블라인드 등화 알고리즘의 오차함수 비교

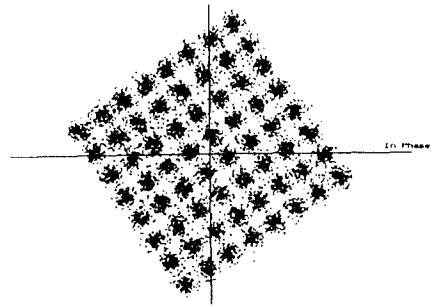
Fig. 4 Comparison of the Error Terms in Blind Equalization Algorithms

2. 다단계 반경-지향 알고리즘의 성능분석

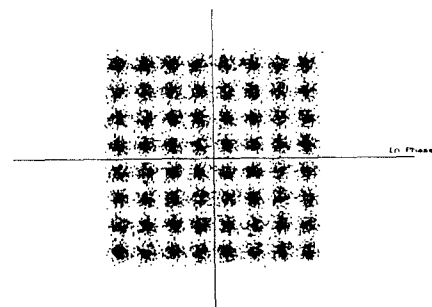
CMA의  $R_2$ 는 58로 하였고, 스텝 크기를 0.000001로 하였다. CMA와 반경-지향 알고리즘을 이용한 Stop-and-Go 알고리즘은 0.000002의 스텝 크기를 사용하였다. 이중모드 Godard 알고리즘, 그리고 다단계 반경-지향 알고리즘의 스텝 크기는 0.000001로 하였다. 이중모드 Godard 알고리즘의  $D_k$ 는 영역{(1, 4), (8, 12), (16, 20), (24, 28), (32, 38), (46, 52), (56, 62), (70, 80), (92, 104)}으로 잡았다. 다단계 반경-지향 알고리즘의 기준 반지름의 수  $N$ 은 1, 2, 4, 9의 순서로 증가시켰으며, 기준 반지름의 제공값은  $N=1$ 일 때는  $M_1$ 의 값은  $R_2$ 와 같이 58로 하고,  $N=2$ 인 경우는  $M_2$ 는 {26.2, 68}로 하고  $N=4$ 의 경우는 {13.2, 30.5, 53.5, 83.5}로 하였다.  $d_N$ 의 값은  $N=1, 2, 4$ 일 때 각각 23.3455, 15.8313, 13으로 하였으며, 95%의 신뢰도를 갖는 기준 평균값  $m(d_1), m(d_2), m(d_4)$ 는 각각 7.8356, 5.0878, 4.2421이다. 평균값을 위한  $\beta$ 는 0.95를 사용하였다.

RC-PLL을 초기 수렴 후에 구동시킨다. CMA와 이중모드 Godard 알고리즘에서는 수렴을 확인하기 위해 등화기 출력 전력값과  $R_p (=58)$ 의 차이가 58 이하로 1000 심볼동안 유지되는가를 관찰하고, 확인되면 RC-PLL을 동작시켰다. RC-PLL의 기준값( $\tau$ )은 86으로 하였다. 등화기의 출력 위상과 RC-PLL의 신호점과의 차이가 4.4도 이하이면 모든 신호점을 사용하여 PLL을 동작시켰다. RC-PLL과 결합한 다단계 반경-지향 알고리즘은  $N=2$ 일 때 RC-PLL의  $\tau$ 를 92로  $N=4$ 일 경우 86으로 하였다. 수렴 곡선은 500번의 독립 실행을 통해 평균을 취한 것이다.

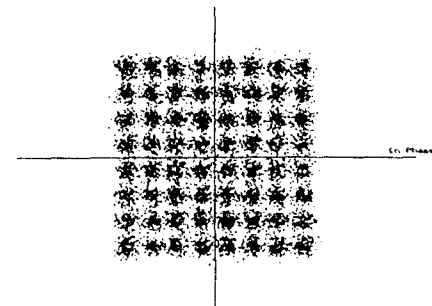
그림 5는 등화기 출력의 신호점 분포이다. 그림 5(a)는 CMA를 이용하였을 경우 초기 2000 심볼 후의 10000 심볼을 보여준 것이다. 아직 위상을 잡아 주는 PLL을 동작하지 않아 위상이 돌아가 있으나, 수렴 상태를 확인할 수 있다. 그림 5(b)~(d)는 PLL을 구동시켜 위상을 잡아 주었을 때의 신호점이다. 초기 10000 심볼 이후 10000 심볼을 보여준 것이다. 그림 5(b)는 CMA의 경우이고 그림 5(c)는 CMA를 이용하는 Stop-and-Go 알고리즘의 경우이다. 두 경우는 수렴 상태가 나쁜 것을 확인할 수 있다. 그림 5(d)는 이중모드 Godard 알고리즘의 경우이고, 그림 5(e)는 다단계 반경-지향 알고리즘을 사용하였을 경우의 신호점 분포도이다. 그림 5(e)의 반경-지향 알고리즘을 응용한 다



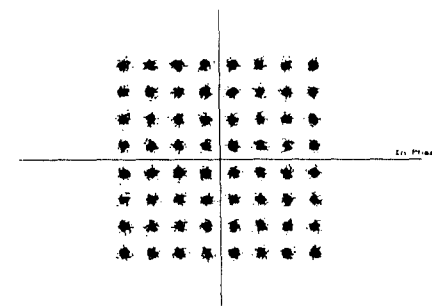
(a) CMA



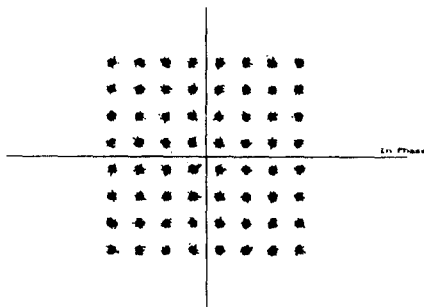
(b) CMA(RC-PLL)



(c) CMA를 이용한 Stop-and-Go(RC-PLL)



(d) 이중모드 Godard 알고리즘(RC-PLL)



(e) 다단계 반경-지향 알고리즘(RC-PLL)

그림 5. 정상도 비교

Fig. 5 Comparison of constellation after convergence

단계 반경-지향 알고리즘이 확실한 수렴 상태를 보인다.

그림 6은 등화기의 수렴 곡선이다. 곡선(2)의 CMA와 반경-지향 알고리즘을 이용한 Stop-and-Go 알고리즘의 수렴 곡선은 다른 알고리즘에서 비해 스텝 크기를 크게 줄 수 있어 수렴 속도를 빠르게 할 수 있다. 그러나 등화기 출력의 전력은 작은 가우시안 잡음의 영향에서도 중간 크기의 전력값을 구분하기 어려우므로 수렴 후에도 CMA의 오차의 부호와 반경-지향 알고리즘의 오차의 부호가 틀릴 확률이 크므로 정상 상태의 자승 평균 오차가 크다.

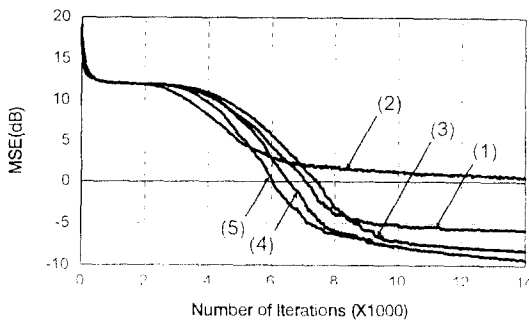


그림 6. 수렴 곡선(SNR: 30dB 탭 수: 15)

Fig. 6 Convergence Curves(SNR = 30dB, the number of taps = 15)

- (1): CMA
- (2): CMA를 이용한 Stop-and-Go 알고리즘
- (3): 이중모드 Godard 알고리즘
- (4): 다단계 반경-지향 알고리즘
- (5): 다단계 반경-지향 알고리즘(RC-PLL과 결합)

곡선 (3)의 이중모드 Godard 알고리즘은 CMA보다 빠른 속도로 수렴을 하고 정상 상태에서의 자승평균 오차가 작아지는 좋은 특성을 나타낸다. 이는 수렴 속도가 우수한 CMA와 수렴 후 정상 상태에서 특성이 좋은 반경-지향 알고리즘을 신호점 주위로 구간을 잘 나누어 번갈아 사용하기 때문이다. 곡선 (4)는 단계 반경-지향 알고리즘을 사용한 경우의 수렴 성능을 보여 주고 있다. 이때 알고리즘의 자체의 성능을 평가하기 위해 PLL은 다른 알고리즘과 똑같이 사용하였다. 곡선을 통하여 수렴 속도면에서나 수렴 후 정상상태에서의 자승 평균오차가 작음을 확인할 수 있다. 또한 곡선 (5)는 RC-PLL과 결합한 다단계 반경-지향 알고리즘의 수렴곡선으로 수렴 속도를 약간 더 빠르게 해주는 특성을 보인다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 수렴 속도와 정상상태오차를 줄이기 위하여 CMA 알고리즘과 반경-지향 알고리즘의 장점을 동시에 이용하는 다단계 반경-지향 알고리즘을 제안하였다. CMA는 수렴을 보장해주나 수렴 후에 자승평균 오차가 너무 큰 문제가 있다. 한편 반경-지향 알고리즘은 수렴 후 자승평균오차는 작으나 채널 상태에 따라 수렴을 못하는 경우가 발생한다. 단계 블라인드 알고리즘은 두 알고리즘의 좋은 특성을 모두 이용하는 알고리즘이다. 초기에는 수렴을 보장하는 CMA를 사용하다 점차 완벽한 수렴을 보여주는 반경-지향 알고리즘으로 전환되는 알고리즘이다. 그러므로 다단계 반경-지향 알고리즘은 빠른 수렴 속도를 보여주고, 또한 수렴 후에 남아 있는 잔류 자승 평균 오차가 작은 특성을 보여준다. 특히 다단계 반경-지향 알고리즘은 RC-PLL과 결합하기가 용이하여 수렴 속도를 증가시킬 수 있다.

- 부록 A QAM신호에서 등화기 출력 신호 전력의 확률밀도 함수

CMA를 기초로 한 블라인드 등화기는 등화기의 출력값을 사용하는 것이 아니라, 전력 값을 사용한다. 사용하는 양자화기도 역시 등화기 출력의 전력값을 양자화한다. 여기서는 등화기의 출력 전력의 확률 밀도 함수를 알아본다. 수식 표현의 편의를 위해 몇 가



지 가정을 한다.

가정 1. 송신 신호는 평균이 0이고 실수부와 허수부가 서로 i.i.d(independently identically distributed) 복소 신호로 여기서는 송신 신호가 다음과 같은 M-QAM로 가정하였다.

$$s_{mn} = s_{r,m} + js_{i,n} = (2m - Q - 1) + j(2n - Q - 1) \quad (A-1)$$

$$1 \leq m, n \leq Q$$

여기서  $Q = \sqrt{M}$  이다.

가정 2. 송신 신호  $s_{mn}$ 을 보냈을 경우, 등화기의 출력  $z$ 는 복소 가우시안 분포를 가진다.  
 가정 3. 등화기의 출력은 수렴 후 정상 상태에서 송신 신호  $s_{mn}$ 에 근접한다.

가정 2와 가정 3에 의해 등화기 출력신호는 식 (A-2)와 같이 표현할 수 있고, 송신신호  $s_{mn}$ 에 대한 조건부 확률 분포는 식(A-3)과 같다.

$$z = z_r + jz_i = (s_r + e_r) + j(s_i + e_i) \quad (A-2)$$

여기서  $e_r$ 과  $e_i$ 는  $E[e_r^2] = E[e_i^2] = \sigma^2$ 를 가지는 등화기 출력에 더해진 복소 가우시안 잡음이다.

$$f(z_r, z_i | s_{mn}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(z_r - s_{r,m})^2 + (z_i - s_{i,n})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (A-3)$$

동위상 성분과 직교 위상 성분의 확률 밀도 함수는 각각 다음식과 같은 가우시안 분포를 갖는다.

$$f(z_r | s_{r,m}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(z_r - s_{r,m})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (A-4)$$

$$f(z_i | s_{i,n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(z_i - s_{i,n})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (A-5)$$

식 (A-4)와 (A-5)를 이용하여  $z$ 가 임의의  $d$ 에 대하여 영역  $s_{mn} - d < z < s_{mn} + d$ 에 존재할 확률을 정하면  $\sigma$  값을 정할 수 있다. 송신 신호가  $s_{mn}$ 일 때, 등화기 출력의 전력값에 대한 확률 밀도 함수는 다음과

같이 noncentral chi-square분포이다.

$$f(Z | s_{mn}) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left\{-\frac{S_{mn}^2 + Z}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(\sqrt{Z} \frac{S_{mn}}{\sigma^2}\right) \quad (A-6)$$

여기서  $Z = z_r^2 + z_i^2$ 이고,  $S_{mn}^2 = s_{r,m}^2 + s_{i,n}^2$  이다. 그리고  $I_0(\cdot)$ 는 식(A-7)과 같이 주어지는 제1종 0차의 변형된 베셀함수이다.

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos\theta) d\theta \quad (A-7)$$

식 (A-6)을 이용하면  $Z$ 가 영역  $S_{mn}^2 - d < Z < S_{mn}^2 + d$ 에 존재할 확률을 정하면  $\sigma$  값을 정할 수 있다. 조건부 확률 밀도 함수가 아닌 등화기 출력의 확률 밀도 함수는 각 송신 신호가 발생할 확률을 곱해주어 다음 식과 같이 표현된다.

$$f(Z) = \sum_{m=1}^Q \sum_{n=1}^Q p_{mn} \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left\{-\frac{S_{mn}^2 + Z}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(\sqrt{Z} \frac{S_{mn}}{\sigma^2}\right) \quad (A-8)$$

여기서  $p_{mn}$ 은 송신신호  $s_{mn}$ 이 발생할 확률을 나타낸다. 그림 A-1은 64QAM을 사용하였을 경우 송신 신호 대 잡음비가 20dB에서 등화기 출력 전력값의 확률 밀도 함수를 나타낸다.

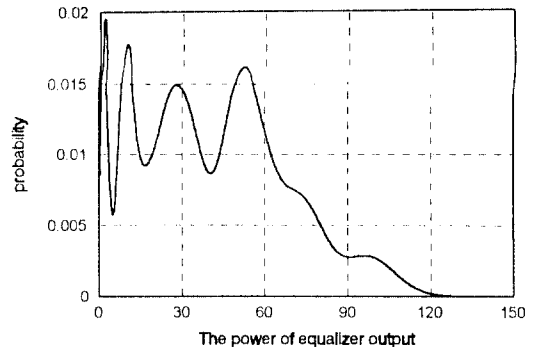


그림 A-1 64QAM을 사용하였을 경우 등화기 출력 전력의 확률분포(송신 신호 대 잡음비:20dB)  
 Fig. A-1 The probability density of the signal power at the equalizer output in 64-QAM(SNR = 20dB)

• 부록 B 다단계 반경-지향 알고리즘에서 기준값  $M_i$ 를 정하는 방법

Godard는 전송 심볼들에 상관 관계가 없다는 가정 하에서 식(B-1)의 비용함수를 등화기의 필터 계수에 대해 미분한 값의 평균이 영이되는 기준값  $R_p$ 를 정의 하였다.

$$D^{(p)} = E \{ (|\hat{I}_k|^p - R_p)^2 \} \quad (B-1)$$

즉 식(B-1)을 미분하여 얻은 식(B-2)의 오차함수의 평균값이 영이면 바이어스 되지 않고 동작을 한다. 이를 만족하는  $R_p$  값은 식(B-3)과 같이 주어진다.

$$\frac{d J(k)}{d C} = 2p E [ V_{kz_k}^* |z_k|^{p-2} (|z_k|^p - R_p) ] = 0 \quad (B-2)$$

$$R_p = \frac{E\{|I_n|^{2p}\}}{E\{|I_n|^p\}} \quad (B-3)$$

다단계 반경-지향 알고리즘의 경우 비용함수는 식(B-4)와 같이 주어진다.

$$J_i(k) = E \{ (|z_k|^p - M_{p,i})^2 \} \quad i = 1, \dots, N \quad (B-4)$$

Godard 알고리즘과 비슷하게 다단계 반경-지향 알고리즘도 역시 바이어스가 생기지 않게 추정을 하려면 다음의 식을 만족하여야 한다.

$$\frac{\partial J_i(k)}{\partial C} = 4E \{ V_{kz_k}^* |z_k|^{p-2} (|z_k|^p - M_{p,i}) \} = 0 \quad (B-5)$$

$i = 1, \dots, N$

또한 식(B-5)을 만족하려면 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$E [ V_{kz_k}^* |z_k|^{2p-2} ] = E [ V_{kz_k}^* |z_k|^{p-2} M_{p,i} ] \quad i = 1, \dots, N \quad (B-6)$$

식(B-6)의 오른쪽 항은 다음과 같다.

$$E [ V_{kz_k}^* M_{p,i} ] = p_1 E [ V_{1,kz_{1,k}}^* M_{p,1} ] + p_2 E [ V_{2,kz_{2,k}}^* M_{p,2} ] + \dots + p_N E [ V_{N,kz_{N,k}}^* M_{p,N} ]$$

$$= p_1 M_{p,1} E [ V_{1,kz_{1,k}}^* ] + p_2 M_{p,2} E [ V_{2,kz_{2,k}}^* ] + \dots + p_N M_{p,N} E [ V_{N,kz_{N,k}}^* ] \quad (B-7)$$

여기서  $V_{i,k}^*$ 와  $z_{i,k}$ 는 각각 부집합  $S_i$ 에 속해있는 등화기 입력, 출력이고  $p_i$ 는 부집합  $S_i$ 가 발생할 확률이다. 완벽히 등화가 이루어지면,  $z_n = I_n e^{j\theta}$ 이고, 이 값에 대해 식(B-6)을 만족하는  $M_{p,i}$ 를 찾으려면 다음과 같다.

$$M_{p,i} = \frac{E\{|I_n|^{2p}\}}{E\{|I_n|^p\}} \quad I_n \in S_i, i = 1, \dots, N \quad (B-8)$$

$p=1$ 인 경우는 다단계 결정-지향 알고리즘이 되며,  $p=2$ 인 경우는 다단계 반경-지향 알고리즘이 된다.

### 참 고 문 헌

1. Y. Sato, "A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude Modulation System," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-23, no. 7, pp. 679-682, June 1975.
2. D. N. Godard, "Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication system," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-28, no. 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
3. Z. E. Mazo, "Analysis of decision directed equalizer convergence," B. S. T. J., vol. 59, no. 10, pp. 1857-1876, Dec. 1980.
4. A. Benveniste and H. Goursat, "Blind equalizers," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-32, no. 8, pp. 871-882, Aug. 1984.
5. O. Macchi and E. Eweda, "Convergence analysis of adaptive equalizers," IEEE Trans. on Inform. Theory, vol. IT-30, no. 3, pp. 16176, Mar. 1984.
6. G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a 'Stop and Go' decision-directed algorithm," IEEE Trans. on Comm., vol. COM-35, no. 9, pp. 877-887, Sep. 1987.
7. M. J. Ready and R. P. Gooch, "Blind equalization based on radius directed adaptation," IEEE ICA-SSP'90., pp. 1699-1702, Apr. 1990.
8. 이영조, 윤영우, 조형래, 홍대식, 강창언, "개선된

