

# 품질하자보증비의 추정

## - Estimation of Warranty Cost -

최 정 호\*  
Choi, Jung-Ho  
이 상 용\*\*  
Yi, Sang-Yong

### Abstract

After the buyer purchases the product, the seller's role does not end. If the product fails to function properly before the end of the warranty period, the seller is responsible for its repair or replacement under the seller's warranty policy.

There are two common types of warranty policies: the free replacement warranty and the rebate warranty. Under the free replacement warranty policy, replacement or repairs during the warranty period are provided by the seller free of charge to the buyer.

Under the rebate warranty policy, a failed item is replaced by a new one or is repaired at a cost to the age of the failed item. The rebate warranty is most often used for items such as a battery or an automobile tire which wear out and must be replaced at failure.

This paper proposes a easy way of estimating the warranty cost under the free replacement warranty policy assuming an exponential product failure function on repairable products.

### 1. 서론

품질하자보증(quality warranty)이란 최소한 품질하자보증기간이 완료될 때까지는 판매된 제품이 완벽하게 기능을 발휘할 수 있다는 것을 보증함과 동시에 만일 보증기간(warranty period)이 완료되기 전에 품질에 하자(또는 고장)이 발생할 경우에는 제품의 수리(또는 교체)를 무상으로 제공하겠다고 하는 구매자에 대한 약속이다.

따라서 제품의 고장률이 높고 품질하자무상수리보증기간이 길면 길수록 제조자가 부담하는 품질하자보증비(warranty cost)는 증가하고 이로 인해 제품의 판매단가(price)는 높아진다. 반면에 제품의 고장률이 낮고 품질하자무상수리보증기간이 길면 구매자로부터의 신망은 높아지고 판매량은 증가한다.

소비자는 일반적으로 판매단가는 저렴하면서도 제품의 고장률이 낮고 품질하자무상수리보증기간은 길기를 원한다. 그렇기 때문에 경제적이면서도 합리적으로 결정된 품질하자보증정책(quality warranty policy)은 제품의 판매량, 시장 점유율, 제품가격 및 기업의 이익에 매우 중요한 영향을 미치게 된다.

품질하자보증비용은 품질하자보증정책과 제품의 신뢰성에 따라 달라진다. Menke<sup>(1)</sup>와 Amato<sup>(2)</sup>는 제품을 수리할 수 없는 경우에 대해서, Heschel<sup>(3)</sup>과 Karmarkar<sup>(4)</sup>는 제품을 수리할 수 있는 경우에 대해서 제품이 정해진 고장확률밀도함수에 따라 고장난다고 가정하고 비용모

\* 건국대학교 산업공학과 박사과정

\*\* 건국대학교 산업공학과 교수

델을 만들었다.

Lowerre<sup>(5)</sup>는 정해진 기대이익에 부합되는 보증제품의 판매가격을 결정하였고, Blischke와 Scheuer<sup>(6)</sup>는 하자보증을 하는 경우와 하자보증을 안하는 경우 장기적 기대이익을 비교하였다.

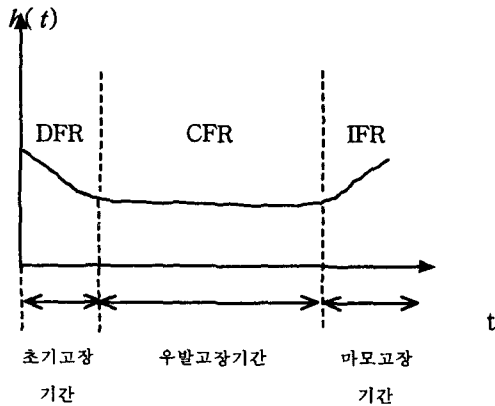
Anderson<sup>(7)</sup>과 Glickman 및 Berger<sup>(8)</sup>는 총기대이익을 극대화하는 최적가격과 보증기간의 결정모델을 연구하였다.

이상의 기존연구에 있어서의 비용모델 설정에 전제가 되는 것은 첫째는 고장확률밀도함수이고, 둘째는 품질하자보증정책이며, 셋째는 제품을 수리할 수 있느냐 없느냐하는 것이다.

본 논문에서는 이상과 같은 비용모델 설정의 전제가 되는 가정을 현실화하고 실용성을 강조한 품질하자보증비를 추정하여 제품의 신뢰성(또는 평균수명)과 무상수리보증기간이 품질하자보증비와 제품가격에 미치는 영향을 분석하므로써 경제적이면서도 합리적인 품질하자보증정책 결정에 기여하고자 한다.

## 2. 고장률함수와 기대고장개수

일반적으로 여러가지 부품으로 조립된 제품의 고장률 함수  $h(t)$ 는 (그림 1)과 같은 육조곡선에 따른다. 육조곡선은 감소형고장률(DFR)을 갖는 초기고장기간, 일정형고장률(CFR)을 갖는 우발고장기간, 증가형고장률(IFR)을 갖는 마모고장기간으로 구분된다.



(그림 1) 육조곡선

고장률함수  $h(t) = \lambda =$  상수인 우발고장기간의 고장확률밀도함수  $f(t)$ 는 다음과 같은 지수분포가 된다.

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{----- (1)}$$

그리고  $f(t)$ 가 지수분포인 경우 평균수명  $\theta$ 는 평균고장률  $\lambda$ 의 역수가 된다.

증가형고장률을 하는 마모고장기간의 고장확률밀도함수  $f(t)$ 는 형상모수  $m$ 의 값이 1보다 큰 와이블분포에 따른다. 와이블분포는 형상모수  $m$ 의 값에 따라 증가형고장률( $m > 1$ 인 경우), 일정형고장률( $m = 1$ 인 경우), 감소형고장률( $m < 1$ 인 경우)의 3가지 경우를 모두 나타낼 수 있는 고장확률밀도함수로서 위치모수  $r = 0$ 일 경우  $f(t)$ 와  $h(t)$ 는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= \frac{m}{t_0} \cdot t^{m-1} e^{-\frac{t^m}{t_0}} \\ h(t) &= \frac{m}{t_0} t^{m-1} \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

여기에서  $t_0$ 는 특성수명  $\eta$ 의  $m$ 승 즉  $t_0 = \eta^m$ 을 나타낸다. 그리고 평균수명  $\theta$ 는 다음과 같다.

$$\theta = \eta \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{m}) \text{ ----- (3)}$$

여기에서  $\eta$ 는 특성수명이고,  $\eta = t_0^{\frac{1}{m}}$ 이 된다.

감소형고장률을 하는 초기고장기간은 실제로 제품이 사용되는 기간이 아니고 출하전 번인(burn-in)에 의거 불량부품의 혼입과 제조 과오로 인한 제품의 초기고장을 찾아내는 디버깅 기간에 해당하므로 출하후 제품은 일정형고장률을 갖는 우발고장기간에 있다는 가정이 많이 사용된다<sup>(9)</sup>.

제품은 고장시 수리할 수 있는 것도 있고 수리할 수 없는 것도 있다. 수리 가능한 제품인 경우 고장이 나면 수리에 의거 작동가능상태로 회복시키고, 수리 불가능한 제품인 경우에는 새것으로 교체하므로써 작동가능상태로 회복시키게 된다.

수리 가능한 제품인 경우 수리 후 제품의 고장률은 수리 전과 변화가 없다고 가정해도 되기 때문에 보증기간  $W$ 까지의 기대고장개수  $N(W)$ 는 다음과 같다.

$$N(W) = \int_0^W h(t) dt \text{ ----- (4)}$$

수리 불가능한 제품인 경우 고장에 의한 교체는 재생과정(renewal process)을 형성하기 때문에 보증기간  $W$ 까지의 기대교체개수는 다음과 같은 재생함수  $M(W)$ 로 나타내야 한다.<sup>(10)</sup>

$$M(W) = F(W) + \int_0^W M(W-t) dF(t) \text{ ----- (5)}$$

그런데 교체되는 부품은 제조연도가 다르기 때문에 원래의 부품의 고장률함수와 차이가 있을 뿐만 아니라 육조곡선상의 고장률이 일정한 부분에 있어서는 고장률이든 재생율이든 또는 평균고장률(AFR)이든 동일하기 때문에 어느 것을 사용하든 관계가 없다. 뿐만 아니라 재생율을 사용하는 것은 수학적으로 매우 어렵기 때문에 고장률을 사용하는 편이 더 쉽다.<sup>(11)</sup>

### 3. 품질하자보증정책의 종류

품질하자보증은 제조자(또는 판매자)가 구매자에게 구매제품의 고장시 이의 수리(또는 교체)나 또는 제품가격의 환불을 제공하겠다고 하는 약속이다. 따라서 품질하자보증을 이행하기 위해서는 품질하자보증비용이 발생하며 이것은 제품의 판매가격을 상승시킨다.

이러한 품질하자보증정책(warranty policy)은 무상수리(또는 교체)보증정책(free replacement warranty policy)과 환불보증정책(rebate warranty policy)으로 구분된다.

전자의 무상수리(또는 교체)보증정책은 만일 보증기간내에 제품이 고장나는 경우 제조자가 제조자 부담으로 제품의 수리(또는 교체)를 제공하는 것이고 후자의 환불보증정책은 만일 보증기간내에 제품이 고장나는 경우 제조자는 고장발생시간  $t$ 의 함수로서 결정되는 다음과 같은 환불액  $C(t)$ 를 구매자에게 환불하는 것이다.

$$C(t) = P(1 - \frac{t}{W}), \quad 0 < t < W \text{ ----- (6)}$$

여기서  $P$ 는 제품의 판매단가,  $W$ 는 보증기간이고,  $t$ 는 제품의 고장발생시간이다.

따라서 만일 고장발생시간  $t$ 가 보증기간  $W$ 보다 적으면 (즉  $t < W$ )이면, 제품단가( $P$ )의  $\frac{t}{W}$ 비율만큼을 구매자가 손해보고 나머지는 제조자가 부담한다. 그러므로 이러한 환불보증정책을 비례환불보증정책(pro-rate warranty policy)이라고도 부른다.

비례환불보증정책은 밧데리나 자동차용 타이어 등과 같은 특수한 제품에 적용되는 품질하자보증정책이므로 본 논문에서는 무상수리보증정책에 주안점을 두기로 하겠다.

#### 4. 품질하자보증비 추정식의 유도

품질하자보증에 소요되는 비용을 추정하기 위해서는 먼저 제품의 고장빈도를 파악해야 한다. 제품의 고장빈도는 고장이 지수분포에 따르는 경우 제품의 평균수명( $\theta$ )을 알면 다음과 같은 고장확률에 의거 파악할 수 있다.

$$\text{고장확률} = P = 1 - e^{-\frac{1}{\theta}t}$$

여기에서  $t$ 는 고장발생시간,  $\theta$ 는 평균수명(MTTF)으로서 이것은 시간, 일, 월 등 고장발생시간  $t$ 와 동일한 단위를 갖는다.

제품의 평균수명  $\theta$ 는 수명시험결과 얻은 고장시간데이터에 의거 다음과 같이 추정된다.

(1) 지수분포(또는 CFR)로 가정한 경우

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_0}{r}$$

여기에서  $r$ 은 고장개수,  $t_i$ 는 고장순위( $i$ )별 고장발생시간,  $n$ 는 샘플수,  $t_0$ 는 미리 정해진 시험중단시간 (만일 고장개수  $r$ 이 시험중단조건으로 미리 정해진 경우에는  $r$ 번째 고장발생시간인  $t_r$ 로 대체한다)

(2) 와이블분포로 가정한 경우

$$\theta = \eta \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{m})$$

여기에서  $m$ 은 형상모수의 값,  $\eta$ 는 척도모수의 값으로 이것들은 와이블확률지를 사용하면 추정할 수 있다.

제품의 평균수명이 위와 같은 방법으로 추정되어 알고 있으면 무상수리보증정책하의 총품질하자보증비( $R$ ), 개당품질하자보증비( $r$ ) 및 제품단가당 개당품질하자보증비의 비( $r/c$ )는 다음에 유도되는 식에 의거 구할 수 있다. 식의 유도에 사용되는 기호는 다음과 같이 정의하자.

- $c$  = 품질하자보증비를 포함한 제품단가
- $t$  = 제품의 고장발생시간
- $W$  = 품질하자보증기간 ( $t$ 와 동일한 단위를 사용한다)
- $\theta$  = 제품의 평균수명 (MTTF)
- $N$  = 로트크기 (또는 일년간의 생산량)
- $R$  = 로트크기  $N$ 에 대한 총품질하자보증비 (총수리비)
- $r$  = 개당품질하자보증비

시간  $t$ 에서의 제품의 고장확률  $P$ 는 다음과 같다.

$$P = 1 - e^{-\frac{1}{\theta}t}$$

따라서 시간  $t$ 에서의 고장개수  $F$ 는 다음과 같다.

$$F = N \cdot P = N(1 - e^{-\frac{1}{\theta}t})$$

시간  $t$ 와 ( $t + dt$ )사이의 구간에서 발생하는 총고장개수는 다음과 같다.

$$d(F) = (\frac{\partial F}{\partial t}) dt = (\frac{N}{\theta}) e^{-\frac{1}{\theta}t} dt$$

그리고  $t$ 와  $(t + dt)$ 사이의 구간에서의 총품질하자보증비는 다음과 같다.

$$d(R) = c \cdot d(F) = c \left( \frac{N}{\theta} \right) e^{-\frac{1}{\theta}t} dt$$

그러므로  $t=0$ 에서부터  $t=W$ 까지의 총품질하자보증비는 다음과 같다.

$$R = \int_0^W \frac{cN}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}t} dt = cN(1 - e^{-\frac{W}{\theta}}) \quad \text{----- (7)}$$

그리고 개당품질하자보증비  $r$ 은 (7)식을 로트크기  $N$ 로 나누어 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r = \frac{R}{N} = c(1 - e^{-\frac{W}{\theta}}) \quad \text{----- (8)}$$

제품단가(품질하자보증비 포함)당 개당품질하자보증비의 비는 다음과 같다.

$$\frac{r}{c} = 1 - e^{-\frac{W}{\theta}} \quad \text{----- (9)}$$

사실 지금까지 사용한 품질하자보증비를 포함한 제품단가  $c$ 는 실무상 미지의 값으로 볼 수 있다. 그런데 품질하자보증비를 포함한 제품단가  $c$ 는 실제로 다음과 같다.

$$c = \text{제품단가(품질하자보증비 불포함)} + \text{품질하자보증비} \\ = c_0 + r$$

그러므로 품질하자보증비가 포함되지 않은 (또는 품질하자보증을 안할 때의) 제품원가  $c_0$ 는 다음과 같이 된다.

$$c_0 = c - r = c(1 - \frac{r}{c}) \quad \text{----- (10)}$$

위 식으로부터 품질하자보증비를 포함한 제품단가  $c$ 를 구하면 다음과 같다.

$$c = \frac{c_0}{1 - \frac{r}{c}} \quad \text{----- (11)}$$

위 식의 분모의  $\frac{r}{c}$ 은 (9)식에 의거 구하고, 분자의 품질하자보증을 안할 때의 제품단가인  $c_0$ 는 제품의 원가계산 결과 결정된 기지의 값으로 볼 수 있다. 따라서 이들 값을 (11)식에 대입하면 품질하자보증비를 포함한 제품단가  $c$ 를 구할 수 있다.

그리고 로트크기  $N$ 에 대한 총품질하자보증비  $R$ 은 다음과 같이 구한다.

$$R = r \cdot N = \left( \frac{r}{c} \right) (c) (N) \quad \text{----- (12)}$$

### 5. 품질하자보증비의 추정 절차

이상과 같이 유도된 식을 사용하여 품질하자보증비를 포함한 제품단가( $c$ )와 총품질하자보증비( $R$ )의 추정 절차는 다음과 같다.

(절차 1) 고장시간 데이터로부터 제품의 평균수명  $\theta$ 를 추정한다.

(절차 2) 품질하자보증기간  $W$ 를 결정한다.

(절차 3) 위의  $\theta$ 와  $W$ 를 (9)식에 대입하여  $\frac{r}{c}$  값을 구한다.

(절차 4) 절차 3에서 구한  $\frac{r}{c}$  값을 (11)식에 대입하여 품질하자보증비를 포함한 제품단가  $c$ 를 구한다. (단, 품질하자보증비를 제외한 제품단가  $c_0$ 는 원가계산 결과의 값을 사용한다)

(절차 5) 절차 3에서 구한  $\frac{r}{c}$  값과 절차 4에서 구한  $c$  값을 (12)식에 대입하여 총품질하자보증비  $R$ 을 구한다.

(절차 6) 만일 개당품질하자보증비를 알고 싶으면 (10)식으로부터  $r = c - c_0$ 의 관계를 이용하여 여기서의  $c$  값은 절차 4에서 구한 값을, 그리고  $c_0$ 는 제품의 원가계산 결과에서 나온 개당판매가격(품질하자보증비 제외)을 사용하면 구할 수 있다.

이상의 절차를 활용한 수치예를 들어 보겠다. 만일 품질하자보증비를 제외한 TV의 대당 판매가격이 800,000원이고, 이 제품의 평균수명이 10년(6시간/일×365일/년×10년 = 21,900시간), 무상수리보증기간이 2년(6시간/일×365일/년×2년 = 4,380시간), 그리고 로트크기가 10,000대라면 대당 및 총품질하자보증비는 다음과 같이 추정할 수 있다.

먼저  $\frac{W}{\theta}$ 를 구하고 (9)식에 대입하여  $\frac{r}{c}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{r}{c} = 1 - e^{-0.2} = 0.181$$

개당제품원가( $c_0$ )와 위의 값을 (11)식에 대입하여  $c$ 를 구하면 다음과 같다.

$$c = \frac{800,000}{1 - 0.181} = 976,800\text{원}$$

$\frac{r}{c}$  값과 위의  $c$  값을 (12)식에 대입하면 로트크기  $N$ 에 대한 총품질하자보증비  $R$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = \left(\frac{r}{c}\right)(c)(N) = (0.181)(976,800)(10,000) = 1,768,008,000\text{원}$$

그리고 개당품질하자보증비는 976,800원( $c$ )에서 800,000원( $c_0$ )를 빼면 176,800원이 됨을 알 수 있다. 그런데  $c$ 는 (11)식과 같으므로 다음과 같이 개당품질하자보증비율을 구하면 이것을 이용하여 구할 수도 있다.

$$\begin{aligned} \text{개당품질하자보증비} &= \frac{c_0}{1 - \frac{r}{c}} - c_0 \\ &= c_0 \left[ \frac{1}{1 - \frac{r}{c}} - 1 \right] \text{----- (13)} \end{aligned}$$

여기에서 괄호내의 값을 개당품질하자보증비율이라고 한다면 개당품질하자보증비 =  $c_0 \times$  (개당품질하자보증비율)이 된다. 이러한 방법으로 수치예에 대한 개당품질하자보증비를 구하면  
 개당품질하자보증비 = (800,000)(0.221)  
 = 176,800원

이 되고, 품질하자보증비를 포함한 제품의 판매가격은  $c_0$ 에 이 값을 합한 976,800원이 됨을 알 수 있다. 위의 수치예에서 알 수 있는 바와 같이 제품가격이 800,000원인 TV를 2년간의 무상수리보증하에 판매할 경우 TV 한 대당 2년간의 무상수리보증비는 무려 176,800원이 소요되며 그렇기 때문에 이 값을 포함시킨 976,800원에 제품을 판매하여야만 회사부담인 무상수리보증비를 감당할 수가 있다. 이와 같이 무상수리보증비는 제품의 판매가격을 상승시킨다.

위와 같은 방법에 의한 무상수리보증정책하의 품질하자보증비의 추정은 기본적으로 제품의 평균수명( $\theta$ )과 품질하자보증기간( $W$ )의 비에 의거한다. 따라서 계산상의 편의를 위해  $\frac{W}{\theta}$ 의 비에 따른  $\frac{r}{c}$ 과 개당품질하자보증비율의 조건표를 만들면 (표 1)과 같다.

(표 1) 품질하자보증비 추정을 위한 조건표

$\frac{W}{\theta}$	$\frac{r}{c}$	개당품질하자보증비율	$\frac{W}{\theta}$	$\frac{r}{c}$	개당품질하자보증비율
0.05	0.049	0.052	0.20	0.181	0.221
0.06	0.058	0.062	0.30	0.259	0.350
0.07	0.068	0.073	0.40	0.330	0.493
0.08	0.077	0.083	0.50	0.393	0.647
0.09	0.086	0.094	0.60	0.451	0.821
0.10	0.095	0.105	0.70	0.503	1.012

(표 1)에서 알 수 있는 바와 같이  $\frac{W}{\theta}$ 의 비 즉 평균수명( $\theta$ )이 길고, 보증기간( $W$ )이 짧을수록 개당품질하자보증비율은 적기 때문에 품질보증하자보증(무상수리보증정책)하의 판매가격의 상승폭은 적어진다. 그러므로 제품의 평균수명이 길어지도록 제품의 신뢰성을 제고시키고 고객을 만족시키기 위해 충분한 기간동안 무상수리보증을 제공한다면 품질하자보증비는 적게 소요되고, 이로 인해 제품의 가격경쟁력도 좋아진다.

## 6. 결론

품질하자보증비를 감소시키고 제품의 판매성을 제고시키기 위해서는 품질보증(Quality Assurance)의 철저한 실천으로 지속적으로 변하는 고객요구를 최대한으로 만족시킬 수 있는 제품의 개발 및 설계는 물론이러니와 제품의 고장을 획기적으로 감소시키고 제품의 평균수명이 경쟁사 제품보다 우월하도록 최선의 노력을 경주하여야 한다.

그리고 이러한 노력의 결과로 제품의 신뢰성을 제고하고 경쟁사보다 더욱 긴 품질하자보증기간동안 무상수리보증을 제공할 수 있게 된다면 제품의 시장성은 좋아지고 그 결과 제품의 판매량은 증가하게 된다.

뿐만 아니라 경쟁사보다도 품질하자보증기간을 길게 하면서도 이에 소요되는 품질하자보증비는 절감할 수 있기 때문에 제품의 가격경쟁력도 제고된다.

이러한 취지에서 본 논문에서는 현장에서의 실용성을 고려하여 수리적인 이론 전개에 치중하기보다는 제품의 평균수명과 품질하자보증기간의 장단에 따른 품질하자보증비의 간편한 추정 방법을 제안하였고, 품질하자보증비가 제품의 판매가격에 미치는 영향을 분석하였다.

따라서 수명시험에 의거 제품의 평균수명이 추정되고 제품의 판매원가만 계산되면 무상수리보증정책하의 품질하자보증비를 쉽게 추정할 수 있으며 품질하자보증하의 제품의 판매가격도 쉽게 결정할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] Menke, W. W., "Determination of Warranty Reserves," Management Science, Vol. 15, No. 10, 1969.
- [2] Amato, H. N., Anderson, E. E., "Determination of Warranty Reserves: An Extension," Management Science, Vol. 22, No. 12, 1976.
- [3] Heshel, M. S., "How Much Is a Guarantee Worth," Industrial Engineering, Vol. 3, No. 5, 1971.

- [4] Karmarkar, U. S., "Future Cost of Service Contracts for Consumer Durable Goods," *AIIE Transactions*, No. 10, Vol. 4, 1978.
- [5] Lowerre, J. M., "On Warranties," *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 19, No. 3, 1968.
- [6] Blischke, W. R. and Scheuer, E. M., "Calculation of the Cost of Warranty Policies as a Function of Estimated Life Distributions," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 22, No. 4, 1975.
- [7] Anderson, E. E., "Product Price and Warranty Terms: An Optimization Model," *Operational Research Quarterly*, Vol. 28, No. 3, 1977.
- [8] Glickman, T. S. and Berger, P. D., "Optimal Price and Protection Period for a Product under Warranty," *Management Science*, Vol. 22, No. 12, 1976.
- [9] Heneley, E. J. and Kumamoto, H., *Reliability Engineering and Risk Assessment*, Prentice-Hall, 1981.
- [10] Barlow, R. E. and Proschan, F., *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley and Son, 1965.
- [11] Paul A. Tobias and David C. Trindade, *Applied Reliability*, Von Nostrand Reinhold Co. Inc., 1986.