韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
1997. 7. 제 1권, 제 1호, 33-43

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics

초등수학교육에서 사회적 구성주의가 교사에게 주는 도전

김 정 효 (이화여자대학교 초등교육과)

최근 초등수학교육에서 구성주의는 현대사회가 요구하는 수학적 사고력 신장을 위한 하나의 대안으로 수학교육의 이론적 연구와 실제적 개혁을 이끌어 오고 있다. 그러나, 구성주의적 인식론은 수학교육에서 그 자체가 수학교수에 대한 하나의 대안으로 받아들여져서, 교수활동에 대한 실제적인 모색은 활발하지 못했다. 이에 본고는 최근 초등수학교육에서 새로운 접근으로 관심을 모으는 사회적 구성주의 관점에서 수학교수(teaching)를 접근해 보고자한다. 구체적으로는 (1) 사회적 구성주의를 촛점으로 최근 초등수학교육에서의 구성주의적 접근 검토하고 (2) 실제 수학교육에서 사회적 구성주의적 접근을 할 때 초등교사가 가지는 문제는 무엇인지 그리고 (3) 이가 초등교사교육에 주는 시사점이 무엇인지에 대해 논의한다.

1. 서론: 구성주의와 수학교육

"지식은 수동적으로 받아들여지는 것이 아니라 인식의 주체에 의해 능동적으로 구성된다"는 구성주의적 인식론은 현대에 들어 수학교육뿐 아니라 교육학전반에서 교수와 학습의 재개념화를 가져왔다 (Prawat, 1992: Ernest, 1995). 최근 초등수학교육에서는 구성주의가 수학적 사고력 제고에 하나의 대안으로 받아들여져 이론적 연구와 실제적 개혁을 이끌어 오고있다 (NCTM, 1989).

이러한 아동의 수학교육에 대한 구성주의적 접근은 그리 새로운 것이 아니며, Piaget이후 구성주의 인식론은 수학교육에서 대부분의 동의가 이루어진 부분이다. 그럼에도 불구하고 이러한 구성주의적 관점을 인식론적 논의를 넘어서 수학교수활동에 직접 적용하기 위한 연구와 현장의 노력은 미미한 편이었다. Simon(1995)은 그 이유를 다음과 같이 설명한다. (1) 대부분의 초기의 실증적 연구들은 학습자 개인의 인식의 발달이나 인식론 자체의 구축에 촛점을 두어 왔고, (2) 현장에서는 수학과 교수학습에 대한 전통적인 견해들이 너무도 일반적이어서 구성주의적인 학습에 대한 연구들은 교수와 연결이 어려웠다는 점, 그리고 (3) 구성주의 인식론 자체가 이미 교수의 전략적 대안의 하나라는 가정이 수학교수학의 탐구를 미진하게 해왔다는 점을 지적한다.

우리는 흔히 수학교육에 대해 구성주의적 접근을 한다고 할 때, 단순히 학습자는 어떠한 학습상황에서도 자신에게 의미있는 수학적인 지식을 구성할 것이라는 낙천적인 생각을 하거나, 혹은 학습자를 소집단으로 묶어놓고 문제를 주면 문제해결을 위한 상호작용이 일어날 것이라는 단순한 생각을 한다. 물론 구성주의는 교육적인 처방이 아니라 인식 혹은 학습에 대한 서술적인 설명이라는 점에서 전통적 설명식 학습에서도 학습자들은 뭔가의 지식을 구성한다고 할 수 있다. 이러한 점에서 구성주의에서의 학습의 문제는 학습자에게 지식의 구성이 발생하게 하느냐 마느냐의 문제가 아니라 이러한 학습자의 지식구성이 교수목표에 비추어 볼 때 얼마나 바람직하느냐 마느냐의 문제이다. 따라서 교수에 대한 이러한 낙천적이고 단순한 생각은 실제로, 소극적으로는 교실현장의 전통적인 수학교수활동에 아무런 변화를 가져오지 못하게 하며 적극적으로는 수학교과의 기본기능의 훈련과 본질적인 개념을 놓쳐버린 "재미있는" 활동으로 대체되는 문제를 낳고 있다. 따라

서, 성공적으로 수학교육에 구성주의를 적용하기 위해서는 실천적 노력과 함께 실제 구성주의적 관점에서 접근된 수학교수란 무엇을 의미하는가에 대한 성격을 분명히 하여야 할 필요가 있다.

이에, 본고는 구성주의의 수학교수활동에 대한 실제적 적용을 위한 노력으로서, 구체적으로는 (1) 최근의 초등수학교육에서 관심을 모으는 사회적 구성주의 접근 (Steffe & Wood, 1990: Wood, Cobb, & Yackel, 1993)이 가지는 의미가 무엇인지, (2) 사회적 구성주의가 초등교사의 수학교수에 주는 도전은 무엇인지 그리고 (3) 이가 초등교사교육에 주는 시사점이 무엇인지에 촛점을 두고 논의하고자 한다.

2. 초등수학교육에서의 사회적 구성주의

(1) 초등수학교육에서의 구성주의적 접근들

구성주의적 관점에서 수학교육을 접근할 때, 수학교육을 이루는 모든 요소들, 즉 수학, 교수와 학습, 그리고 교사와 학습자의 역할에 대한 설명은 전통적인 접근과 전혀 다르다. 구성주의적 접근에서는 수학교과의 지식은 불변의 진리가 아니라 수정 가능한 인식자의 주관적 구성물이고, 학습이란 제시된 내용의 수용이 아니라 학습자에 의한 의미구성으로 본다. 이때 교수란 지식의 전달이 아니라 학습자가 스스로 의미를 구성하도록 돕는 일이다. 따라서, 수학교사가 필요로 하는 지식은 교과적 지식과 교수전략뿐 아니라 이러한 학습자의 의미구성에 관련된 여러 가지 정보들이다. 이러한 여러 가지 의미구성과 관련된 정보란 그 의미구성의 과정과 연관된다. 구성주의자들 사이에서 이러한 교수학습의 과정에 대한 설명의 주된 두 입장은 Piaget와 Vygotsky에 기인하는데 전자는 지식형성의 과정을 개인내의 심리적 작용으로 후자는 사회문화적인 과정으로 본다.

Piaget는 지식은 개인의 정신적 활동을 통해 구성된다고 설명한다. 특히 논리수학은 대상의 물리적 속성에 대한 추상 즉 경험적 추상 (empirical abstraction)이 아니라 인식자 자신의 행동과 추론의 통합 즉 반영적 추상(reflective abstraction)에 의한 것이다. 아동은 이러한 반영적 추상을 통해 수학 학문의 근본 구조에 대응하는 수학적인 사고구조를 형성하게 되는데 아동의 이러한 지식의 형성의 과정은 개인의 생물학적 성숙을 기반으로 진행된다 (Copeland, 1981). 따라서, 아동의 논리수학적 발달은 개인의 평형작용과 생물학적인 성숙에 의하기 때문에 사회적 상호작용은 직접적으로 수학학습에 영향을 미치지 못한다. 다만 학습자간의 의견교환은 인지적 갈등을 일으켜 평형상태를 깸으로써 이러한 발달단계의 진행속도에 영향을 미칠 뿐이라고 본다(Forman & Cazden, 1988). 이러한 Piagetian의 설명을 von Glasersfeld (1991, 1993)는 현상학적 인식론을 기반으로 더욱 확장시키는데 이를 급진적 구성주의자라 한다. 그는 Piaget의 지식의 구성방식 즉, 경험되어질 실제 물리적 세계가 있고 이에 대한 개인적인 경험을 통해 지식이 구성된다는 개인적인 구성을 반대한다. 그는, 인간은 그 자신이 생각하고 경험하는 세계를 넘어선 실제 존재하는 세계에 대해 알 수 없다고 상정한다. 따라서 지식은 인식의 주체와 인식의 객체의 관계에 의해 형성된다고 본다. 따라서 수란 인간과 세계와의 관계이다. 그들에 의하면 예를 들어 손가락 다섯이란 수는 다섯 손가락과 이를 경험한 행동 양자에 의해 존재한다(Marton & Neuman, 1990)고 한다. 수학이 대상으로 하는 것은 존재론적인 실제가 아니므로 수학적인 지식의 진위도 이러한 실제와의 대응관계에 의해 검증될 수 있는 것이 아니다. 이러한 설명의 차이에도 불구하고 Piaget와 von Glasersfeld는 수학적 지식구성은 개인의 심리적 과정으로 본다는 점에서는 일치한다.

이와는 달리 지식의 구성과정을 사회적인 구

성으로 보는 Vygotskian의 사회문화적인 관점(Socio-cultural perspective)의 기본적인 가설은 아동이 지식을 구성하는 과정은 사회적인 기원을 갖는다는 것이다. 즉 정신작용은 사람들 사이의 심리(interpsychological)에서 먼저 일어나고 나서, 개인내의 심리(intrapsychological) 작용으로 내재화된다는 것이다(Wertch, 1981). 이러한 설명은 수학적 지식의 본질에까지 확대된다. 수학적 지식 역시 언어를 통해 사회적으로 상호작용함으로써 구성된, 언어적 기반을 가진 사회적인 구성물이라는 것이다(Ernest, 1995). Solomon(1989)은 수학적 지식의 학습 역시 사회적인 참여의 결과라고 본다. 수학이 대상으로 하는 물리적 세계의 수리적인 현상이 본질적으로 따로 존재하고 이를 인지하기 위해서는 이에 관여하는 개인의 인지적인 발달의 준비가 필요한 것이 아니라 수학적인 지식은 이를 사용하는 사회적 실재(social practice)에 참여함으로써 얻어지는 사회적 구성물이라고 본다.

최근 이러한 두 접근들은 실제 학교수학교육이 개인내의 인지적인 측면뿐 아니라 교실학습이라는 사회적인 측면을 동시에 가진다는 점에서 교실의 수학교육에 대한 이해를 보다 깊게 하기 위해서는 이러한 관점들이 상호보완될 필요가 있다는데 합의하고 있는 듯하다. 이에 대해 Confrey(1995; 223)는 개인적 관점과 사회적 관점의 결합이 가질 수 있는 여러 가지 문제에도 불구하고 이러한 사회적 구성주의로의 통합은 양 시각이 촛점으로 하는 연구 영역이 각기 다름으로 말미암아 수학교수학습의 다양하고 복잡한 과정에 대해 폭 넓은 이해를 더해준다고 지적한다. 즉, 심리학적 접근은 개인의 수학지식이나 수학에 대한 지식, 그리고 다른 사람의 수학에 대한 이해, 수학수업의 기능에 대한 감각을 연구 주제로 하는 반면, 사회적인 접근은 "당연한 것으로 공유되어진 지식(taken-as-shared)"과 교실공동체의 사회적인 규범에 연구의 촛점을 둔다. 또한 전자는 아동이 어떠한 방식으로 사물과의 상호작용을 통해 그들의 지식을 구성하는지 그리고 목표지향적인 학습활동에서 어떻게 심리적인 동요(perturbations)를 해결해 가는지에 대해 설명을 제공하고 있는 한편 후자는 모든 지식은 문화와 시간의 맥락 속에 위치하므로(situated), 개인적으로 의미있는 지식이란 결국 다른 사람과의 상호작용에 의해 결정된다는 사실, 따라서 지식의 형성은 문화적으로 나타나는 다양한 활동에 참여함으로써 이루어진다는 사실을 우리에게 상기시켜 준다.

(2) 사회적 구성주의

수학교육에 대한 개인적인 구성주의와 사회문화적인 접근, 이 두 접근의 통합은 사회적 구성주의라는 이름으로 정리되고 있다(Cobb et al, 1995; Confrey, 1990; Ernest, 1995; Simon, 1995; Wheatly, 1994). 이러한 통합적 접근은 크게 두 가지로 대별해 볼 수 있는데, 하나는 개인적인 관점에서 사회적인 관점을 포섭하는 경우와 또 하나는 사회문화적인 관점에서 개인적인 관점을 포섭하는 경우이다. 이들은 서로 기본 가정과 교수학습과정을 설명하는데 약간의 차이를 보인다.

먼저, Simon(1995), Steffe(1995), 그리고 Cobb, Wood & Yackel(1993,1995) 등은 급진적 구성주의관점에서 사회문화적인 접근을 수용하는 입장이다. 이들은 본질적으로 수학적 지식은 언어적인 기반을 갖기보다는 수리적인 현상에 대한 추상이라는데 근거한다. Cobb, Wood & Yackel(1993,1995)은 수학이란 사회문화적인 상황에 의해 속박되어지는 개인의 인지적 활동이자, 인식주체인 개인들로 구성된 공동체에 의한 사회문화적 현상이라고 본다. 다시 말해, 수학이 개인적인 인지 활동이자 사회 문화적인 현상이라는 것은, 이러한 개인적인 구성이 다음의 '사회적인 규범(이들이 말하는 규범이란 가치적인 신념체계보다는 사회적인 규약이나 합의를 의미한다)'에 영향을 받는다는 것을 의미한다.

첫째, 수학수업에서 교사와 학습자에게 기대하는 역할이 무엇인가, 둘째, '수학을 한다(doing mathematics)것'에 대해 의미하는 바가 무엇인가, 그리고 셋째, 수학적인 타당성이 세워지는 방식은 무엇인가에 대해 그 집단구성원간의 의미교섭을 통해 나누어 가진 의미에 의해 개인적 구성이 영향을 받는다는 것이다(Simon, 1995). 교실의 수학교수학습에 대한 이러한 접근은 수리적인 현상에 대한 학습자 개개인의 동요상태에 의한 공개적인 토의에 집중된다. 이들의 관심은 이 과정에서 이러한 사회적인 규범과 개인적 구성이 어떻게 상호 간섭하는지에 집중된다. Cobb, Wood & Yackel(1993, 1995)은 초등학교 교실의 수학학습에 대한 질적 연구를 통해 수학학습에서 심리학적인 관점과 사회학적인 관점이 어떻게 연결되는지를 다음 그림 1과 같이 설명한다. 즉, 수학수업에서의 교실담화는 이중구조를 가지는데 그 하나의 수준은 '수학에 관한 담화'이고 또 하나의 수준은 '수학에 대한 논의에 관한 담화'인데 이들의 관계는 수학교육에 관한 심리학적인 관점과 사회학적 관점이 어떻게 서로 연결되어 있는지를 보여주는 예중이다. 즉, 개인적 수학활동은 서로 모여 전체적으로는 제도화된 수학적인 실제(institutionalized mathematical practices: 이들은 이것이 초유기체적 사회적 실체라고 보는 듯하다) 즉 수학의 사회문화적 실제를 구성하고, 이들 사회문화적인 실제는 바로 그 수학적 실제를 만드는 개별적 수학활동을 다시 속박하는 하나의 규범으로 상호 연관된다는 것이다. 여기서 교사의 역할은 (1) 문제 상황을 구성하고, (2) 반성적인 사고를 고무시키고, (3) 상호작용적인 수학적 의사소통을 조장하는 것으로 집약된다(Steffe, 1995)고 말한다.

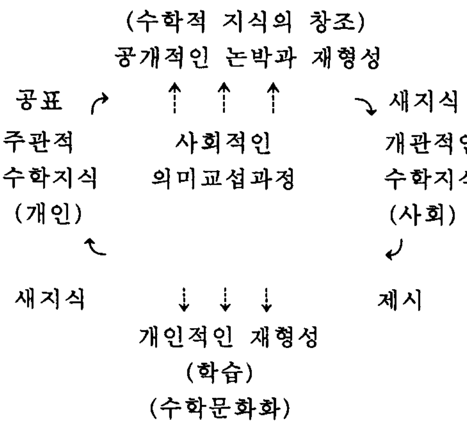
또 하나의 접근은 사회문화적인 관점에서 급진적인 구성주의를 수용하는 입장이다. Ernest (1991, p.42)의 사회적 구성주의를 보면, 수학적인 지식은 사회적인 구성물인 언어에 기반을 두는 사회적인 관습이거나, 규칙이라고 규정하고 있다. 그는 이러한 수학적 지식의 구성과정을 사회적인 과정으로 설명한다. 즉, 개인이 수학적인 현상이나 기존의 수학적 구성물(기존의 수학)에 문제를 인식하고 해결하려는 시도를 통해 주관적인 지식을 형성하지만 이가 수학적인 지식으로서의 타당성을 가지려면 개인적인 지식을 공공에게 공표함으로써 사회적(그에 의하면 '개관적') 수학 지식으로 수용되는 과정을 거쳐야 한다. 그는 수학사에서 수학지식의 창조를 검토함으로써 그의 주장을 논증하고 이러한 모형을 교수학습과정에도 적용한다. 이러한 Ernest의 관점은 Lakatos의 준실험주의를 기반으로 함으로써 학습자간의 갈등과 논쟁이 교수학습의 기반이 된다고 본다. 교실 학습에 있어서 수학적인 지식은 그 교실집단에 의해 사회적으로 구성되는데 이러한 수학적 지식의 사회적 구성과정은 (1) 학습자간의 논박과 (2) 이러한 과정에서의 수학적인 사회적 실제(social practice)를 통한 '수학문화화'로 이루어진다. 즉, 이러한 논쟁과정에서 기지의 수학적 지식은 수학적인 관례로 사용된다. 개인차원에서 구성

교실대화의 수준		심리학적 관점		사회학적 관점
수학을 한다는 것에 관한 대화	→	개인의 수학적 지식	→	공동적 수학적 실제
↑↓		↓↑		↓↑
수학에 대한 논의에 대한 대화	←	개인의 신념	←	사회적 규범

<그림 1> 심리학적, 사회학적 관점의 관계와 이에 대한 교실대화의 수준과의 관계
출처: Cobb, Wood & Yackel (1993). p.32.

한 수학적인 지식에 대한 사회적인 수용을 얻기 위해 논증하는 과정에서 이러한 과정은 또한 개인적으로는 기존의 수학문화에로의 포섭을 의미한다. 따라서, 교사의 역할은 이 과정에서 학습자가 문제를 감지할 수 있도록 비판적 사고를 길러주고, 그 문제를 해결하는 과정에서 추론하고 논박할 수 있는 사회적인 분위기를 조성하는 것이다. 이러한, 개인적 지식과 사회적 지식의 관계는 아래 그림 2에서 처럼 순환적으로 연결된다고 설명한다.

이상의 두 입장을 비교해 보면, 양 입장들은 자신들의 기본적인 가설을 근거로 상대의 관점을 포섭하고 있으므로 수학적 지식의 속성이 무엇인가하는 기본적인 가설이 서로 불일치하는 기본가설의 불일치 문제를 보일 뿐아니라 교수학습과정의 초점도 차이를 보인다. 전자의 미국학자들사이에서의 수학 교수학습과정이란 새로운 수학적인 개념과 원리에 대한 '공개적인 수용(accomodation)'을 위한 의미교섭을 의미하는데 반해 후자의 Ernest의 사회적인 구성주의에서는 수학의 교수학습과정이란 (1) 학습자간의 수학적인 논쟁 그리고 (2) 수학과 관련된 사회적 실재에의 참여(수학문화화)를 의미한다.



<그림 2> Ernest의 수학지식의 형성 및 학습과정

출처: *Ernest. P.(1995) p. 85*

이상의 두 접근 중 미국학자들의 접근이 다음의 측면에서 초등수준의 수학교육에서는 더욱 바람직할 것으로 보여진다. 첫째, 초등아동이 배워야 할 초등학교의 수학이란 고도의 추리적인 논박에 의해 구성되어진 것이기보다는 직관적인 이해를 바탕으로 할 뿐아니라, 아동의 생활에 베어있는 수학문화에 대한 형식화가 주요한 초등수학교육의 내용을 이루기 때문이고 둘째는, 초등아동의 수리적, 언어적 능력이 수학적인 논박을 할 수 있을 정도로 교사의 도움없이 개인적인 구성을 확고히 할 수 있고, 이를 정확히 언어로 표현할 수 있을지 의심스러울 뿐더러 세째로는, 논쟁이라는 형태의 대화가 초등학교 교실담화형태에 적합하지 않을 것으로 보여지기 때문이다.

이상으로 볼 때, 사회적 구성주의의 접근이 학교수학교육에 주는 가장 중요한 의의는 수학적 지식의 자기형성과정에 사회적인 합의 즉 수학이란 무엇인가, 그리고 수학학습이란 무엇인가에 대한 사회 문화적인 합의가 영향을 크게 미친다는 지적이다.

3. 사회적 구성주의가 수학교육에서 초등교사에게 주는 도전

서두에서 지적했듯이 초등수학교육에서 아동스스로 지식을 구성한다는 구성주의적 접근은 새로운 것이 아니다. 그러나, 아동의 수학지식의 자기 생성과정에 사회문화적인 합의가 중요하게 작용한다는 것은 학교수학교육에 이해를 더하는 매우 중요한 지적이다. 그러나, 실제로 '수학과 수학교육이 갖는 사회적인 합의가 아동의 수학학습에 중요한 요소가 된다'라는 것이 초등교사가 수학교과를 지도할 때 무엇을 의미하는가?

수학교육에 관한 사회적 구성주의는 단순히 수학 교과에서 프로젝트학습이나, 소집단적인 토의를 교수전략으로 이용해야 한다든가, 혹은 수학적인 개념과 원리에 대한 공개적인 토론이

활성화되어야 한다든가하는 교수전략적 처방이상의 의미를 가진다. 따라서, 본고에서는 사회적 구성주의 관점에서 교사가 가르칠 때 가지게 되는 다음의 새로운 도전들을 중심으로 사회적 구성주의가 교수측면에서 가지는 구체적인 의미를 논의해보자 한다.

(1) 교사의 수학교과에 대한 태도의 문제

초등수학교육에서는 무엇보다도 중요한 것은 아동에게 수학에 대한 긍정적인 태도를 가지고 의미있는 학습이 되도록 하는 것이다. 그런데 이에 대해 사회적 구성주의는 이것이 교사의 수학교과에 대한 태도에서 기인한다고 한다. 사회적 구성주의는 우선 학습자는 교사가 일러주는 말보다는 수업시간에 어떠한 대화와 활동들에 참여하였는가 하는 교실의 사회적인 상호작용의 경험을 통해 수학적 지식과 수학에 대한 지식을 얻게된다는 것이다. 즉, 교사는 자신이 생각하는 '수학이 무엇인가'에 대한 관점에 따라 수학교수방법을 결정하고 이렇게 선택된 교수방법에 의해 벌어지는 교실에서의 실재적 교수학습양태는 교사와 학습자의 사회적 상호작용을 결정짓는다. 그리고 이러한 과정은 학습자에게는 '수학을 한다'는 것이 무엇인지에 대한 하나의 예증으로서의 의미를 갖는다. 이는 곧 교사가 가지는 수학과 교수학습에 대한 신념에 의해 학습자가 배우는 수학교과의 내용이 결정됨을 의미한다. Putman et al(1922)은 교실관찰연구를 통해 교사의 교수학습에 대한 지식과 신념, 수학교과에 관한 지식, 그리고 수학의 속성에 대한 신념들이 복합적으로 어우러져 그 교사가 하는 실재 수학교수의 양태를 만들어냄을 밝히고 있다. 예컨대, 만일 수학이 익혀야할 주어진 절차의 하나이고, 이러한 절차들은 전달할 수 있는 것이라고 할 때 가장 효과적인 전달방법은 체계적인 말로 전해주는 것이 될 수 있을 것이고, 아동은 이러한 활동을 통해 수학이란 주어진 형식적인 절차를 암기하는 것으로 인식하게 될 것이다. 그러나, 교실수학의 대화와 활동자체가 수학적 문제해결과정이 된다면 학습자는 수학적 문제해결력을 기르게 될 뿐 아니라 문제해결의 도구로서의 수학의 본질적 기능에 대한 의미를 얻게 될 것이다.

이러한 설명은 교사들에게 그들이 어떻게 가르치느냐 하는 교수방법의 문제는 곧 무엇을 가르치느냐와 분리될 수 없는 교수의 본질적인 문제라는 점, 그리고 이러한 교수방법은 본질적으로 교사가 가지는 수학과 교육에 대한 관점과 태도에 기인한다는 점, 그리고 수학시간에 매순간 일어나는 모든 교실의 활동은 그 자체가 수학과 수학교육의 본질로서 드러난다는 점 등을 시사한다. 따라서, 사회적인 구성주의는 수학교육에 있어서 교사자신의 수학교과에 대한 관점과 자신의 교수행위에 대한 보다 책임있는 자기반성적 사고를 요구한다고 말할 수 있다.

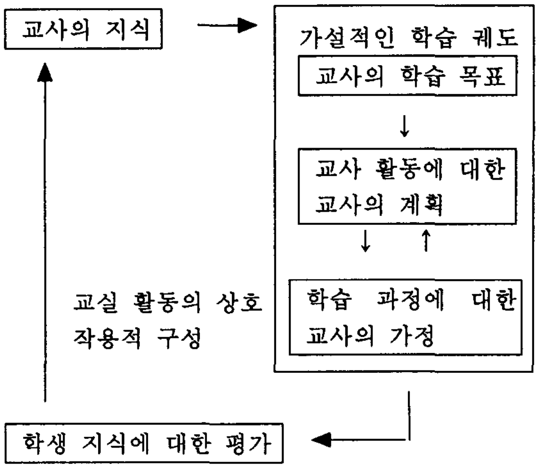
(2) 사전계획과 출현성의 문제

수학교수학습과정을 설명하는 여타의 관점 즉, 정보처리적 접근, 혹은 급진적 구성주의 등과 비교할 때 사회적 구성주의가 갖는 주요한 특성의 하나는 출현성(emergence)이다 (Prawat과 Floden, 1994). 이러한 출현성은 교실의 교수학습과정에 대한 단선적이고 기계적인 접근들을 극복할 수 있게 하는 사회적 구성주의가 갖는 장점으로 여겨진다. 이러한 출현성은 교실의 교수학습과정을 교수계획대로 진행되는 기계적인 적용과정이 아니라 학습자의 반응과 교사의 대응이 상호작용하면서 빚어내는 사회적 구성물로 본다. 그러나, 이러한 교수학습과정의 예측할 수 없는 출현성은, 한편으로는 교사에게 이에 대해 어떻게 대처할 수 있겠는가의 문제를 야기시키거나 혹은, 어차피 미래에 일어날 실제적인 과정이 교수계획의 예측을 벗어난다면 교수계획안의 기능은 무엇이겠는가 하는 회의를 갖게 한다.

이에 대해 Simon(1995)과 Steffe(1995)는 교사가 원하는 학습을 유도하기 위해서는 반드시 치밀한 계획이 필요함을 지적한다. 특히, Simon은 사회적 구성주의의 관점에서 '가설적 학습궤도(Hypothetical Learning Trajectory)'라는 교수계획을 포함한 그림 3과 같은 '순환적 수학교수모형(Mathematical Teaching Cycle)을 제시한다. 이 모형은 교사의 지식, 사고, 결정 그리고 실재활동과의 순환적인 관계를 보여주는데 목적을 둔다. 모형 속의 상자는 사전에 계획된 가설적 학습궤도(HLT)로서 교사의 수학적인 이해와 교사의 학생의 수학적인 지식에 대한 가설 등 두 가지 요소에 기초한다. 이에 근거해 교사는 학습목표를 세우고 학습활동을 계획하며, 전반적인 학습과정 즉 학습활동을 통해 학습자의 이해가 어떻게 형성되어 질 것인가하는 과정에 대한 예측을 하게 된다. 이는 교실활동의 상호작용적인 구성으로 실현되는데 이러한 과정에서 교사는 학습자의 지식에 대한 새로운 정보를 얻게됨으로써 교사의 수학교수에 대한 이해가 바뀌게 되고 이는 다시 HLT의 변화를 가져오는 순환적 과정이 계속된다.

특히 '계획'이란 말대신 '궤도'란 용어를 사용한 것은 사전 계획성과 즉각적인 결정을 동시에 강조하기 위함이다(135). 그는 이러한 모형의 특성을 명확히 하기 위해 교수과정을 항해여행에 그리고 교수계획을 그 여행계획에 비유한다. 우리는 여행할 때 여러 상세한 정보를 기초로 치밀한 계획을 세워 이에 따라 항해를 시작하지만 실제항해는 우리가 만나는 여러 가지 상황에 따라 계속적인 수정을 하게 된다. 이러한 과정에서 우리는 항해에 대해 그리고 거쳐가는 지역에 대해 많은 것을 알게 되고 때로는 알지 못하는 지점에 도착하기도 하지만 그러나 이러한 수정은 모두 목표로 했던 목적지에 도달을 위한 것이 된다. 이처럼 수업 전에 만든 계획은 교사가 학습자와 상호작용함으로써 공동으로 교실의 수업양태를 사회적으로 구성하고 교사가 감지하는 수업상황의 이해에 의해 계속적으로 변화하는 과정이라는 것이다.

이상의 논의는 교사가 출현성을 최소화하기 위해 교육되어진 예측을 할 필요도 있지만 보다 적극적으로는 이러한 돌발성에 대처하기 위해 학습자의 이해를 읽어내고 순간적으로 학습궤도를 재조정하는 판단력을 필요로 한다는 것을 의미한다. 이러한 대처능력에 대한 요구가 초등교사가 직면하게 되는 또 하나의 도전이 될 수 있다.



<그림 3> Simon의 순환적 수학 교수모형
출처: Simon(1995) p.136

(3) 비형식적 수학과 형식적 수학의 문제

사회적 구성주의에서 수학 교수학습과정은 학습자들의 수학적 사고와 행동에 의해서 제약되어져서 가르칠 때 우리가 원하는 것만을 가르칠 수는 없다는 점을 지적했다. 이는 학습이란 제시되어진 새로운 사태를 학습자가 자신의 경험과 연결지어 의미를 구성해감으로써 일어나기 때문이다. 따라서, Baroody(1989)가 지적하듯이 어린이의 비형식적인 수학교육이 초등학교의 수학교육의 출발점이 되어야하고, 초등학교의 수학교육은 아동들의 비형식적 수학과 형식적인 교육을 이어주는 매개역할을 해야함

을 의미한다. 이는 수학교수학습과정에서 교사는 교과에 대한 이해 뿐아니라 학습자가 가지고 있는 수학적인 지식에 대한 이해를 필요로 한다는 것을 의미한다. 이러한 학습자의 수학에 대한 이해란 Piagetian의 수리적인 발달에 대한 일반적인 이해 즉 보존의 개념이 있느냐 없느냐에 대한 이해를 의미하는 것이 아니다. 이는 학습자 역시 비형식적이긴 하지만 교사들처럼 그들 자신의 수학적인 실제 즉, 수학적 사고, 전략, 문화를 가지고 있다는 것을 이해한다는 것을 의미한다(Steffe, 1995). 이러한 이해는 학습자들은 자신의 수학적인 언어와 행동으로 수학을 구성할 수 있다는 교사의 신념에서 비롯된다.

그러나, 수학교육이 아동의 수학에 근거해야 한다는 말은 아동의 수학을 교사가 이해해야한다는 단순한 이야기가 아니다. 이와 관련된 문제를 지적해 보면 다음과 같다.

첫째, 문제중심의 접근(Problem-centered approach)에서 문제상황이 비형식적인 아동의 수학과 형식적인 수학의 연속선상의 어디에 위치해야 하느냐의 문제가 있다. Brousseau (1987, Simon 1995 재인용)에 의하면 적당한 문제상황들은 학습자 자신이 자신의 문제로 받아들일 수 있어야 하고, 학습되어야 할 개념의 제도화를 위해 개념들은 탈맥락화(decontextualization) 그리고 탈개인화(depersonalixation)의 상황으로의 이전이 필요하다고 한다. 이런 의미에서 위의 Simon의 모형에서는 문제가 교사의 수학적인 지식구조로부터 기인한다. 이에 대해 Steffe(1995)는 학습자의 수학적 지식에 대한 이해는 결국 교사의 이해에 근거하지만 학습자의 교수학습과정에서 관찰 혹은 경험된 학습자들의 반응에 대한 교사의 사고구조내에서 단편적으로 이해될 것이 아니라 학습자의 지식구조내에서 전반적으로 이해되어야 함을 지적하고, 따라서, 문제상황은 아동이 편안하게 사고할 수 있는 지식의 구조 내에서 구성되어야 한다고 한다. 이러한 비형식적 수학의 활용에 대한 해석의 차이는 교사에게 남겨지는 또 하나의 문제이다.

둘째는 Ball(1993)이 지적했듯이 교사가 이러한 학습자의 수학적인 사고, 전략, 문화를 추적하고 파악하기가 그리 쉬운 일이 아니라는 점, 그리고 아동의 수학을 이해하기 위한 다양한 교수전략 및 연구전략의 개발에 대한 요구가 교사가 가지는 도전일 수 있다.

셋째, 비형식적수학과 형식적 수학과의 균형의 문제이다. 초등수학교육이 아동의 비형식적 교육에서 형식적 교육으로의 전환을 맡는 역할을 한다고 하지만 초등수학교육은 중등이상수준에서의 형식적인 수학과는 구별되는 또다른 특성을 가진다. Kotou(1978, Yoshikawa, 1990 재인용)에 의하면 초등학교수학을 형식주의적인 수학과 비교할 때, 다음과 같은 특성을 갖는다고 지적한다.

<표 1> 초등수학과 형식적인 수학의 특성

초등수학교육	형식적 수학교육
직관적	추리적
귀납적, 유추적	연역적
지엽적	세계적
개인적	형식적
의미론적	구문론적

출처: Kotou(1978, Yoshikawa, 1990 재인용) p.431

따라서, 교사는 이러한 전환과정에서 충분히 학습자에게 의미가 있으면서도 상위 수준의 형식적인 수학교육과 연결된 수학적인 개념과 원리가 학습되도록 하기 위해서는 양자사아에서 긴장관계 속에 처하는 딜레마를 경험하게 되는데, 현실적으로 이때 교사는 나름대로의 그 중간지점에 대한 결정을 내려야 할 필요가 있다(Simon, 1995). 이때 교사는 초등수학교육의 성격, 그리고 학습자개인의 수준과 교수목표를 고려하여 적정한 수준을 결정할 수 있어야 하리라고 여겨지는데 이러한 판단이 또하나의 초등

교사에게 주어지는 도전이 될 수 있다.

4. 초등 교사 교육에 주는 시사점

이상에서 논의된 초등수학교육에서의 사회적 구성주의가 교사에게 주는 도전들, 즉 초등교사 자신의 수학교과에 대한 관점과 일상교수활동에 대한 반성적 사고에 대한 문제, 그리고 교수학습의 출현성에 대한 대비에 필요한 실천력의 문제, 그리고 아동의 비형식적 수학에 대한 신념과 이해, 그리고 형식적 교육과의 균형의 문제 등은 교사개인, 수학교육자들, 혹은 초등교육의 전반적인 문화 등 다양한 측면에서 극복의 노력이 필요하리라고 여겨진다. 그러나, 이러한 도전들의 근본적인 대처를 위해서는 교사교육은 이를 어떻게 반영해야할 것인가? James와 Underhill(1990)는 구성주의적인 아동수학교육을 위한 교사교육을 위해 다음의 요소를 지적한다.

첫째, 교사교육자들은 그들의 학생이 장차 교사로서 가르쳐야 할 교수형태와 같은 방식으로 가르쳐야 한다. 교사가 어떻게 학습자와 교수학습과정을 상호구성하여 가는지 그리고 어떻게 돌발적인 사태를 운영해 가는지를 보여주기 위해서는 이러한 교수형태가 가장 적절하다.

둘째, 교사교육 프로그램에서는 주어진 교수과제를 수행하기 위해 교사가 어떻게 행동해야 하는지 분명히 해주어야하는데 이를 위해서는 교사교육자들은 자신의 역할과 행동을 명백히 제시할 필요가 있다.

셋째, 교사교육프로그램에 있는 학생들은 그들의 수학교육에 대한 관점을 전통적인 지식전달이란 관점에서 의미의 구성이란 관점으로 바꾸어야한다. 이러한 교과의 성격에 대한 관점의 변화를 위한 다양한 접근이 요구된다.

넷째, 교사는 어떻게 학습자가 학습환경에서 수학적인 지식을 구성하는가의 과정에 대해 알아야한다.

다섯째, 수학적인 지식을 형성하는 일은 평생 계속되어지는 과정이라는 신념을 가져야 한다.

이를 교사교육의 교육내용과 교육방법면으로 구분하여 말해보면, 첫째, 교육내용면에서는 수학기초이론 및 교재연구, 수학학습심리 이외에 교수학습과정의 사회문화적인 이해 그리고 아동의 비형식적인 수학 즉 그들의 수학적 사고방법과 전략, 그리고 수학 문화에 관한 내용이 첨가될 필요가 있겠다. 둘째, 교수 방법의 측면에서는 실천적 대처능력, 반성적인 사고, 의사소통기술 등을 신장시키는 것이 필요하므로 마이크로 티칭 활용과 아울러 교사교육자 자신이 미래교사들에게 그들에게 하도록 기대하는 교수방법을 직접 사용하도록 하는 방안을 들 수 있겠다. 이와 함께 교사교육자들은 교수실험(teaching experiment) 등을 통해 자신의 교수능력을 배양할 뿐 아니라, 아동의 수학교육을 위해 초등교사가 아동의 비형식적 수학을 이해해야 하는 것처럼 교사교육 프로그램의 학생들의 수학적인 지식의 구조와 신념에 관한 조사가 우선되어야 한다고 할 수 있겠다.

5. 결론: 사회적 구성주의의 한계

초등수학교육에서 사회적 구성주의는 아동의 수학적 소양을 함양하는데 수학교육에 관련한 사회문화적인 합의가 중요함을 지적하고, 아동의 학교수학학습에 대한 다각적인 이해를 더한다는 점에서 그 의의를 가진다. 이상에서는 이를 실천하는 과정에서는 야기되는 여러 가지 도전들을 논의했다. 그러나, 보다 현실적인 수용을 위해서는 사회적 구성주의가 가지는 근본적인 한계 또한 동시에 인식되어야 하리라고 본다. 첫째, 사회적 구성주의는 교실이라는 마이크로한 사회에서 협상되어질 수 없는 수학교육과 관련한 초유기체적 힘을 가진 사회적 실체에 대해 과소 평가하고 있다는 점이다. 사회적 구성주의는 수학이 교실에서의 교사의 관점이나 면대면의 상호작용에 의한 사회적 합의를

통해 사회적인 실체가 변화될 것이라고 본다. 그러나, 개인은 메크로한 사회의 수학적 실체에 구속될 수 밖에 없다. 따라서, 이러한 문제는 사회적 구성주의가 실천적이긴 하나 비현실적인 접근이 될 수 있게 한다. 둘째, 사회적 구성주의는 그가 기반으로 하는 존재론의 문제를 가진다. 즉 외재적인 실재세계를 부정하는 상대주의적 존재론은 교육전반에 극단적인 상대주의적 신념을 정당화할 수 있는 근거를 제공함으로써 가치교육에 가져올 파장이 크다는 점이 지적된다(김정효, 1995). 그러나, 이러한 존재론적인 논제는 교육적인 위험을 내포하고 있을 뿐아니라 서구의 철학에서 계속 되어오는, 우리의 이성으로는 해결점을 찾지 못하는 논쟁이다. 따라서 이는 수학교육의 논의범위를 넘어서는 문제라고 보여진다. 그러나, 수학교육에 대한 구성주의적 접근을 시도하려 할 때 이러한 기본적 가설 자체가 내포하는 한계는 교육현장의 실제적인 문제로 드러날 수 있다. 이는 실제적용의 장면에서 교육적으로 풀어야 할 도전이거나, 혹은 적어도 실제교육에서 환기를 필요로 하는 부분으로 인식되어야 비로소 현실적이고 실제적인 구성주의적 접근이 시도될 수 있으리라고 보여진다.

참 고 문 헌

김정효 (1995). 현대 초등 수학교육에서의 수학 학습: 인식론적 근거와 그 활용, 현대 초등교육의 탐색, 64-88.

Copeland (1987) (이숙례 역). 현대초등수학교육론. 서울: 이대출판부.

Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking*, NY: Teachers College Press.

Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathemaical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics, *The Elementary School Journal*, **93**(4), 373-397.

Cobb, P.(Ed) (1994). Learning mathematics: Constructivist and interactionist theories of mathematical development, *Educational Studies in Mathematics* **26**(2,3)

Cobb, P., Wood, T., and Yackel, E. (1995). 'Learning through problem-solving: a constructivist approach to second grade mathematics'. In Murphy et al.(Eds.) *Subject learning in the primary curriculum*, London & New York: Routledge.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., and Perlwitz, M. (1992). 'A follow-up assessment of a second-grade problem-centered mathematics project', *Educational Studies in Mathematics*, **23**(5), 483-504.

Cobb, P., Yackel, E., and Wood, T. (1993). Theoretical orientation. In T. Wood, P. Cobb, E. Yackel, & D. Dillon (Eds.), *Journal for research in mathematics education*(pp. 21-32). Drive, Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Confrey, J. (1995). How comparible are radical constructivism, sociocultural approaches, and social constructivism? In L. P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constuctivism in education*(pp. 185-225). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Ernest. P. (1995). *Philosophy of mathematics education*. London, UK: Falmer.

Forman, E. & Cazden, C. (1988). Exploring Vygotskian perspectives in education: The cognitive value of peer interaction. In J. Wertsch(Ed), *Culture, Communication, and Conition: Vygotskian Perspective*, Cambridge,: Cambridge University Press, 177-189.

James, N. & Underhill, R. (1990). Constructivism and teacher education for teachers of early childhood mathematics. In L. P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education*(pp. 400-406). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Malton, F. &. Neuman, D. (1990). Constructivism, phenomenology, and the origin of arithmetic skills. In L. P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education* (pp. 62-75). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

NCTM. (1989) *New directions for elementary school mathematics*, 1989 Yearbook. Virginia : National Council of Teachers of Mathematics.

Prawat, R. S. & Floden, R. E. (1994). Philosophical perspectives on constructivist views of learning, *Educational Psychology* **29**(1), 37-48.

Putman, R.T., Heaton R.M., Prawat R.S. & Remillard J. (1992). Teaching mathemetics for understanding: Discussing case studies of four fifth grade teachers, *The Elementary School Journal* **93**(2), 214-218.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective, *Journal for Research in Mathematics Education*, **26**(2), 114-145.

Simon, M. A. & Schifter, D. (1993). Toward a constructivist perspective: The impact of a mathematics teacher inservice program on students, *ESM* **23**, 331-340.

Solomon, Y. (1989). *The practice of mathematics*, London : Routledge.

Steffe, L. P. and D'ambrosio, B. S. (1995). Toward a working model of constructivist teaching: a reaction to Simon, *Journal for Research in Mathematics Education*, **26**(2), 146-159.

Steffe, L. P. and Wiegel, H. G. (1992). On reforming practice in mathematics education, *Educational Studies in Mathematics*, **23**(5), 445-465.

Steffe, L.P. & T. Wood (1990), *Transforming children's mathematics education: International perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaurm.

von Glasersfeld, E. (Ed) (1991). *Radical constructivism in mathematics education, Dordrecht,* The Netherlands: Kluwer Academic Publishers,

____________ (Ed) (1993), *Constructivism in mathematics education*, Dordrecht, Holland: Reidel.

Wheatley, G. (1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning, *Science Educaion*, **75**(1), 9-21.

Wertsch, J. V. (1981)(Ed), *The Concept of Activity in Soviet Psychology*, Armonk: M.E. Sharpe, Inc.

Yoshikawa, S. (1990). Teaching of mathematics using comparison and examination of children's mathematical thinking. In L. P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics eduacation* (pp. 430-435). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.