

부구조화 기반 전역-부분 근사화 구조재해석에 의한 구조최적화

Structural Optimization by Global-Local Approximations
Structural Reanalysis based on Substructuring

김 태 봉* · 서 상 구** · 김 창 운***
T.B. Kim · S.G. Seo · C.W. Kim
(1996년 12월 12일 접수, 1997년 9월 5일)

ABSTRACT

This paper presents an approximate reanalysis methods of structures based on substructuring for an effective optimization of large-scale structural systems. In most optimal design procedures the analysis of the structure must be repeated many times. In particular, one of the main obstacles in the optimization of structural systems are involved high computational cost and expended long time in the optimization of large-scale structures.

The purpose of this paper is to evaluate efficiently the structural behavior of new designs using information from previous ones, without solving basic equations for successive modification in the optimal design. The proposed reanalysis procedure is combined Taylor series expansions which is a local approximation and reduced basis method which is a global approximation based on substructuring. This technique is to choose each of the terms of Taylor series expansions as the basis vector of reduced basis method in substructuring system which is one of the most effective analysis of large-scale structures. Several numerical examples illustrate the effectiveness of the solution process.

1. 서론

일반적으로 구조최적화란 요구되는 설계조건

(design requirement) 또는 시방서규정을 만족시키면서 최대의 경제성을 갖는 구조물을 창출하는 것이다. 즉, 해석과정에서 산출된 거동량이

* 충남전문대학 산업안전과
** 중경공업전문대학 토목과
*** 통일공업고등학교

최적화과정에서 설계조건들로 구성되어 이 조건들을 만족함과 동시에 최소중량이나 최소경비가 드는 구조물을 결정하게 되는 것이다.

구조최적화에 관한 연구는 Prager가 주도한 해석적방법론(analytical method)과 Schmit가 선도한 수치적방법론(numerical method)으로 양대 주류가 형성되었다. 전자에 기반을 둔 수치적 최적규준법(optimality criteria methods)과 후자의 주종을 이루는 수리계획법(mathematical programming methods)이 구조최적화를 위한 기본 접근방법으로 활용되고 있는데, 오늘날 구조해석을 위한 유한요소법 및 전산화의 발달과 더불어 실제 공학문제에 적용되는 최적설계는 대부분 수치적방법에 의하여 이루어진다.

그러나 여러 문헌¹⁻³⁾에서 지적했듯이 유한요소법과 수리계획법을 연계하여 구조최적화를 수행하는 데에는 몇 가지의 문제점을 내포하고 있다. 첫째로, 최적화프로그램은 제약함수가 설계변수의 항으로 설정되는데 반해, 해석과정에서 산출되는 양은 거동변수로 형성되는데 있다. 따라서 상이한 성질의 두 변수들의 관계를 정립하기 위해서 목적함수와 제약조건식에 대한 설계변수들의 영향을 결정해야만 하는 선행과정이 요구된다. 둘째로는, 구조물이 거대해짐에 따라 구조해석에서 산출되는 거동양과 설계문제의 차원(dimensionality)이 상대적으로 증가된다는 것이다. 마지막으로 세번째 문제점은 구조최적화의 실행 시간이 대부분 거동해석과 설계민감도 해석이 차지하며, 순수한 구조해석만으로는 최적설계를 지향하기 위한 정보를 얻기가 매우 어려운 점이다.

상기한 바와 같이 수리계획법을 연계한 구조최적화문제는 대형 구조물에 최적설계이론을 적용할 경우, 설계변수와 제약조건의 수가 많아지므로 소형컴퓨터로는 실행하기 어려울뿐만 아니라 대형컴퓨터에서도 많은 양의 메모리와 CPU 시간이 소비되며 이에 따라 많은 경비가 들게 된다. 또한 최적화과정은 반복적이고 그 때마다 거동해석이 수행되어야만 하는데 구조해석과 설계민감도해석이 구조최적화 소요 시간의 대부분을 차지하고 있다는 점에서 최적설계의 중간과정에서 필수적으로 요구되는 근사화과정이 중요

한 기능을 한다.

대규모 구조시스템을 효율적으로 다루기 위한 근사적 기법들, 중간변수(intermediate variable), 명시적근사화(explicit approximation), 차원축소(reduce basis), 설계변수연계(design variables linking) 및 제약조건 취사 등 기본 개념을 토대로 한 많은 기법들이 발표된 이래로 최근의 전산기법에 맞추어 새로운 개념들이 연구되고 있다. 그중 하나의 중요한 수단이 최초의 해석단계에서 얻은 정보를 이용하여 수정·개선된 설계치를 효율적으로 해석하는 재해석방법이다. 이는 반복되는 해석-재설계과정에서 재설계된 구조를 효율적으로 해석하여 중간단계의 해석에 드는 비용을 줄이고자 하는데서 연구되어 왔다.

현재까지 개발되어온 구조재해석 방법은 크게 직접방법, 반복방법 및 근사방법으로 나누어 볼 수 있으며, 그 중 대형 구조시스템의 최적화에 가장 적절한 근사적 구조재해석기법은 대형 구조해석에 유용한 단계적 분할 접근 방식인 대형의 구조를 몇 개의 작은 부구조(substructures)로 분할하는 부구조화기법을 바탕으로, 하나의 특정점에서 계산된 정보를 토대로 하는 부분근사화(local approximations)인 Taylor급수전개기법과 전체 설계공간을 통하여 이루어지는 전역근사화(global approximations)인 설계민감도벡터를 기저벡터로 하여 시스템방정식을 재구성하는 차원축소법으로 발전하여 왔다. 그러나 급수전개기법과 같은 부분근사화는 CPU시간이 아주 적게 들어 효율적인 반면에 설계변수 변화율이 클 경우에는 오차의 정도가 매우 커져 정밀성에 문제가 있다¹⁾. 또한 차원축소법과 같은 전역근사화는 해의 정밀성이 아주 좋게 나타나나 선정한 설계변수의 수에 따라 컴퓨터용량이나 CPU 시간이 좌우되어 설계변수의 수가 다소 크게 선정되었을 경우에는 효율성면에서 효용 가치가 없어지는 등 다소의 문제점을 내포하고 있다¹⁾.

따라서 본 연구에서는 고차원의 대규모 구조시스템을 저차원 공간으로 형성할 수 있는 부구조화(substructuring)기법을 토대로 하여 Taylor급수전개의 항들을 기저벡터로 선정하는 급수전개의 부분근사화와 차원축소법의 전역근사화를 결합하여 수 없이 반복되는 해석과정을 효율적

으로 처리할 수 있는 전역-부분 근사화 재해석 방법을 제시하고 이를 몇 가지 예제에 적용·분석하였다.

2. 기본이론

2.1 구조재해석

구조 재해석이라함은 단면적, 단면2차모멘트 등과 같은 단면변수 혹은 절점좌표, 부재길이와 같은 기하변수 등의 설계변수가 수정될 때, 전체 구조를 또 다시 완전한 해석을 반복하는 대신에, 최초의 해석에서 얻은 값을 이용하여 구조의 거동양(응력, 변위 및 부재력 등)을 산출하는 것이다.

변위법을 이용한 재해석의 기본식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[K^*] \{r^*\} = \{R\} \dots\dots\dots (1)$$

$$[K] \{r\} = \{R\} \dots\dots\dots (2)$$

$$[K] = [K^*] + [\Delta K] \dots\dots\dots (3)$$

$$\{r\} = \{r^*\} + \{\Delta r\} \dots\dots\dots (4)$$

여기서, 뿔첨자 *는 최초의 구조에 대한 양

{r}은 절점 변위벡터

[K]는 구조 강성도매트릭스

[\Delta K]는 변화된 강성도매트릭스

{\Delta r}은 절점변위의 변화량벡터

{R}은 작용되는 외부하중

이다. 문제는 식(1)에서 최초의 해석으로 {r*}을 알고 있는 점을 이용하여 설계변수가 수정·변화되었을 때 식(2)를 풀어 새로운 변위 벡터 {r}을 구하는 대신에, 식(3), (4)를 식(2)에 대입한 다음 식(5)

$$([K^*] + [\Delta K]) (\{r^*\} + \{\Delta r\}) = \{R\} \dots\dots (5)$$

를 풀어 변위 벡터 {r}을 구하는 것이다.

1.2 근사재해석

근사적 재해석방법은 대형 구조시스템에 적절한 방법으로, 설계공간 전역에서 취하는 차원 축소법과 특정 설계점에서 이루어지는 급수전개법으로 대별할 수 있다. 먼저, 차원축소법은 새로운 변위벡터 {r}이 이전단계에서 해석된 설계값들 중 독립된 n개의 기저벡터 B₁^{*}, B₂^{*}, ...,

B_n^{*}의 선형결합으로 근사화될 수 있다고 가정한다. 여기서 기저벡터 수인 n은 자유도 수 m보다 훨씬 적다고 가정한다.

$$\{r\} \cong \{y_1\} [B_1^*] + \{y_2\} [B_2^*] + \dots, \{y_n\} [B_n^*] \dots\dots\dots (6)$$

$$\{r\} \cong [B^*] \{y\} \dots\dots\dots (7)$$

$$[B^*] = [B_1^*, B_2^*, \dots, B_n^*] \dots\dots\dots (8)$$

$$\{y\} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T \dots\dots\dots (8)$$

여기서, {y}는 미결정계수벡터이다. 이 기저벡터로 구성된 매트릭스 [B*]를 전치하여 식(2)의 양변에 전승하고 식(7)을 대입하면,

$$[B^*]^T [K] [B^*] \{y\} = [B^*]^T \{R\} \dots\dots (9)$$

이 되며, 다시 이 식은 표기법 [K_R]과 {R_R}을 도입함으로써 식(11)과 같은 작은 차원의 시스템방정식을 세울 수 있다.

$$[K_R] = [B^*]^T [K] [B^*], \dots\dots\dots (10)$$

$$[R_R] = [B^*]^T \{R\} \dots\dots\dots (10)$$

$$[K_R] \{y\} = \{R_R\} \dots\dots\dots (11)$$

이 방법은 기저벡터의 선택에 여하에 따라 만족스런 근사화를 이끌어 낼 수 있다.

다른 하나의 근사적 방법으로 특정 설계점에서 이루어지는 Taylor급수전개방법에서는 설계변수에 대한 1차 민감도벡터를 포함하여 다음과 같이 새로운 변위벡터가 구해지게 된다.

$$\{r\} \cong \{r^*\} + \sum_{j=1}^n (X_j - X_j^*) \left\{ \frac{\partial r^*}{\partial X_j^*} \right\} \dots\dots (12)$$

여기서 {∂r*/∂X_j^{*}}는 식(1)을 최초의 설계변수 X_j^{*}에 대하여 직접 미분함으로써 구한다.

$$[K] \left\{ \frac{\partial r^*}{\partial X_j^*} \right\} = - \left[\frac{\partial K^*}{\partial X_j^*} \right] \{r^*\} \dots\dots\dots (13)$$

상기한 두개의 재해석방법을 결합한 전역-부분 근사화 재해석방법은 차원축소법에서 기저벡터로 Taylor 급수전개의 항들을 선정하는 것으로서 새로운 변위벡터 {r}은 다음과 같이 근사된다.

$$\{r\} \cong \{y_1\} [C_1^*] + \{y_2\} [C_2^*] \dots\dots\dots (14)$$

$$\{r\} \cong [C^*]\{y\} \dots\dots\dots (15)$$

$$[C^*] = [\{r^*\}, \left\{ \frac{\partial r^*}{\partial X_j^*} \right\} \{\Delta X\}],$$

$$\{y\} = \{y_1, y_2\}^T \dots\dots\dots (16)$$

식(16)에서 첫번째와 두번째의 기저벡터는 각각 Taylor 급수전개의 첫번째 항과 두번째 항으로서 각각 [자유도×1]차원이 된다. 그러므로 매트릭스 [C*]는 [자유도×2]로 형성되어 미결정계수벡터 {y}는 다음과 같은 저차원의 시스템방정식을 풀어 구할 수 있다.

$$[K_C] \{y\} = \{R_C\} \dots\dots\dots (17)$$

여기서, $[K_C] = [C^*]^T [K] [C^*] \dots\dots\dots (18)$

$$\{R_C\} = [C^*]^T \{R\} \dots\dots\dots (19)$$

이다. 차원축소법에서 [KR]과 {R_R}이 설계변수의 수에 따라 차원이 결정되는 것에 비하여 [K_C]와 {R_C}는 설계변수의 수와는 무관하게 [2×2]와 [2×1]의 작은 차원으로 이루어져 차원축소법보다 효율적임을 알 수 있다.

2.3 부구조화기반 근사재해석

부구조에 차원축소법을 연계한 재해석기법 GLOBAS(GLOBAL Approximations based on Substructuring)는 내부변위벡터 {r_i}와 경계변위벡터 {r_b}가 n개의 선형독립인 민감도벡터들의 선형결합으로 근사화 될 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} r_i \\ \dots \\ r_b \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} B_i^* \\ \dots \\ B_b^* \end{Bmatrix} \{y\} \dots\dots\dots (20)$$

여기서,

$$[B_i^*] = \left[\left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_1^*} \right\}, \left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_2^*} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_n^*} \right\} \right] \dots\dots\dots (21)$$

$$[B_b^*] = \left[\left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_1^*} \right\}, \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_2^*} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_n^*} \right\} \right] \dots\dots\dots (22)$$

n=1, 2, 3, ..., N_{dv}

로서 기저벡터로 구성된 매트릭스 [B_i*]와 [B_b*]는 각각 [자유도×설계변수]의 차원을 갖는다. 이 기법에서 설계변수의 수 N_{dv}는 각 부구조의 강성도매트릭스의 차원보다 훨씬 적다고 가정되며, {y}는 미결정계수벡터

$$\{y\} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T \dots\dots\dots (23)$$

로서 다음의 작은 차원을 갖는 방정식을 풀어 구하게 된다.

$$[K_B]\{y\} = \{R_B\} \dots\dots\dots (24)$$

여기서, $[K_B] = \sum_{s=1}^{(S)} [K_B]_s \dots\dots\dots (25)$

$$\{R_B\} = \sum_{s=1}^{(S)} \{R_B\}_s \dots\dots\dots (26)$$

으로 (S)는 부구조 수를 가리키며, 각 부구조에 대한 [K_B]와 {R_B}는 다음과 같이 구성된다.

$$[K_B] = [B_i^*]^T [K_{ii}] [B_i^*] + [B_b^*]^T [K_{bb}] [B_b^*] + [B_b^*]^T [K_{bi}] [B_i^*] + [B_i^*]^T [K_{ib}] [B_b^*] \dots\dots\dots (27)$$

$$\{R_B\} = [B_i^*]^T \{R_i\} + [B_b^*]^T \{R_b\} \dots\dots\dots (28)$$

여기서, [KB]는 [설계변수×설계변수]의 차원으로 설계변수의 수에 따라 매트릭스의 차원이 결정됨을 알 수 있다.

부구조에 Taylor 급수전개기법을 연계한 LOCAS(LOCAL Approximations based on Substructuring)에서는, 수정된 설계변수 X_j에 대응하는 각 부구조에 대한 새로운 변위벡터 {r_i}와 {r_b}는 다음과 같이 근사된다.

$$\begin{Bmatrix} r_i \\ \dots \\ r_b \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} r_i^* \\ \dots \\ r_b^* \end{Bmatrix} + \sum (X_j - X_j^*) \begin{Bmatrix} \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \\ \dots \\ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

식(21), (22)와 식(29)에서 1차 민감도벡터 {∂r_i*/∂X_j}와 {∂r_b*/∂X_j}는 부구조의 시스템방정식을 원래의 설계변수 X_j*에 대해 직접 미분하여 얻는다.

따라서 식(32)에 의하여 부구조의 경계변위에 대한 설계민감도벡터 {∂r_b*/∂X_j*}가 구해지면, 식(31)에 의하여 각 부구조의 내부변위에 대한 설계민감도벡터 {∂r_i*/∂X_j*}가 구해지게 된다.

$$\begin{bmatrix} [\frac{\partial K_{ii}^*}{\partial X_j^*}] : [\frac{\partial K_{ib}^*}{\partial X_j^*}] \\ \dots \\ [\frac{\partial K_{bi}^*}{\partial X_j^*}] : [\frac{\partial K_{bb}^*}{\partial X_j^*}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_i^* \\ \dots \\ r_b^* \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{ii}^* : K_{ib}^* \\ \dots \\ K_{bi}^* : K_{bb}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \\ \dots \\ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \end{Bmatrix} = 0 \dots \dots \dots (30)$$

$$\left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \right\} = - [K_{ii}^*]^{-1} \left[\frac{\partial K_{ii}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_i^*\} - [K_{ii}^*]^{-1} \left[\frac{\partial K_{ib}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_b^*\} - [K_{ii}^*]^{-1} [K_{ib}^*] \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

$$[K_s^*] \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \right\} = - \left[\frac{\partial K_{bi}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_i^*\} - \left[\frac{\partial K_{bb}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_b^*\} + [K_{bi}^*][K_{ii}^*]^{-1} \left\{ \left[\frac{\partial K_{ii}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_i^*\} + \left[\frac{\partial K_{ib}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_b^*\} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

부구조화에 근거한 전역-부분 근사화 재해석 방법 GLOCAS(Global-LOCAL Approximations based on Substructuring)는 설계공간 전역에서 근사화되는 차원축소법의 기저벡터로서 Taylor 급수전개의 항들을 취한다. 즉, 식(20)에서의 $[B_i^*]$ 와 $[B_b^*]$ 대신 다음과 같이 기저벡터로 구성된 매트릭스

$$[C_i^*] = [\{r_i^*\}, \left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \right\} \{\Delta X_i\}] \dots \dots \dots (33)$$

$$[C_b^*] = [\{r_b^*\}, \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \right\} \{\Delta X_b\}] \dots \dots \dots (34)$$

와 같이 취하면, 새로운 변위벡터 $\{r_i\}$ 와 $\{r_b\}$ 는

$$\begin{Bmatrix} r_i \\ \dots \\ r_b \end{Bmatrix} \cong \begin{bmatrix} C_i^* \\ \dots \\ C_b^* \end{bmatrix} \{y\} \dots \dots \dots (35)$$

와 같이 근사된다. 여기서, 두번째 기저벡터 $\{\partial r_i^* / \partial X_j^*\} \{\Delta X_i\}$ 와 $\{\partial r_b^* / \partial X_j^*\} \{\Delta X_b\}$ 는 각각 식(29)의 Taylor급수전개의 두번째 항으로서 각각은 $[자유도 \times 1]$ 차원이 되고, $[C_i^*]$ 와 $[C_b^*]$ 는 $[자유도 \times 2]$ 매트릭스로 형성된다. 따라서 미결정계수벡터 $\{y\}$ 는 다음의 아주 작은 시스템방정식을 풀어 구할 수 있다.

$$[K_C] \{y\} = \{R_C\} \dots \dots \dots (36)$$

여기서, $[K_C] = \sum_{s=1}^{(S)} [K_C]_{(s)} \dots \dots \dots (37)$

$$\{R_C\} = \sum_{s=1}^{(S)} \{R_C\}_{(s)} \dots \dots \dots (38)$$

로 구성되며, 각 부구조에 대한 $[K_C]$ 과 $\{R_C\}$ 은 다음과 같이 구성된다.

$$[K_C] = [C_i^*]^T [K_{ii}] [C_i^*] + [C_b^*]^T [K_{bb}] [C_b^*] + [C_b^*]^T [K_{bi}] [C_i^*] + [C_i^*]^T [K_{ib}] [C_b^*] \dots \dots \dots (39)$$

$$\{R_C\} = [C_i^*]^T \{R_i\} + [C_b^*]^T \{R_b\} \dots \dots \dots (40)$$

따라서 설계변수의 수와는 무관하게 $[K_C]$ 는 $[2 \times 2]$, $\{R_C\}$ 는 $[2 \times 1]$ 의 매우 작은 차원이 되어 효율적임을 알 수 있고 정밀성면에서도 타당함이 입증된다.

3. 구조최적화

수리계획법은 수학적으로 설정된 최적화문제

$$\text{Min } F(X, r) \dots \dots \dots (41)$$

$$\text{Subject to } H_i(X, r) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \dots \dots (42)$$

$$G_j(X, r) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, N_{con} \dots (43)$$

$$H_j^L \leq X_j \leq X_j^U \quad j = 1, 2, \dots, N_{dv} \dots (44)$$

- r = 거동변수
- X = 설계변수
- $F(X)$ = 목적함수
- $H_i(X)$ = 해석제약조건식
- $G_j(X)$ = 제약조건식
- N_{dv} = 설계변수의 수

N_{com} = 부등식 제약조건 수

를 여러가지 알고리즘을 이용하여 직접 최적해를 찾는 것으로서 여러 설계문제에 대해 일반성은 갖지만 구조의 규모가 커 설계변수와 제약조건 수의 수가 증가하면 효율성이 떨어지게 된다.

식(41)로 설정된 최적화문제는 J개의 활성제약조건(active constraints)을 Lagrange 승수로 수반시켜 확장된 문제

$$L(X, \lambda) = F(X) + \sum_{j=1}^J \lambda_j G_j(X) \dots\dots (45)$$

가 최소값을 갖는 필요조건은

$$\nabla F + [\nabla G] \lambda = 0 \text{ and } \lambda > 0 \dots\dots\dots (46)$$

와 같이 나타낼 수 있는데 이것이 Kuhn-Tucker 조건이다. 여기서, λ 는 Lagrange 승수 또는 수반변수(adjoint variable), $\nabla F = \{\partial F / \partial X_1, \dots, \partial F / \partial X_n\}^T$, $[\nabla G] = [\nabla G_1, \dots, \nabla G_J]$ 을 나타낸다.

제약조건 G는 응력, 처짐 등 설계조건에 따른 역학적 상하한 관계를 나타내고 이때 식(45)는 설계변수 X와 수반변수 λ 를 축차적으로 구하는 순환 관계식으로 변환된다.

부구조화에 근거하여 거동해석, 설계민감도해석 및 재해석방법을 이용한 구조최적화에 대한 수학적모델은 다음과 같이 구성된다.

Min

$$F(X, r) = F^*(X^*, r^*) + \Delta F(\Delta X, \Delta r) \dots\dots (47)$$

Subject to

$$H(X^* + \Delta X, r^* + \Delta r) = 0 \dots\dots\dots (48)$$

$$G_i(X^* + \Delta X) \leq 0, i = 1, 2, \dots, N_{com} \dots\dots\dots (49)$$

$$X_j^L \leq X^* + \Delta X \leq X_j^U, j = 1, 2, \dots, N_{dv} \dots\dots\dots (50)$$

여기서, N_{com} 은 부등식 제약조건식의 수를 나타낸다.

이상 언급한 부구조화를 기반으로 하는 재해석을 통한 구조최적화과정은 Fig. 1과 같다.

4. 적용에 및 고찰

구조최적화는 변위법해석에 의한 최적화와 근사재해석 알고리즘에 의한 최적화를 동일한 환경으로 수행하였다. 설계변수로는 단면적을 취하여, 각각의 알고리즘에 대하여 Optimizer로

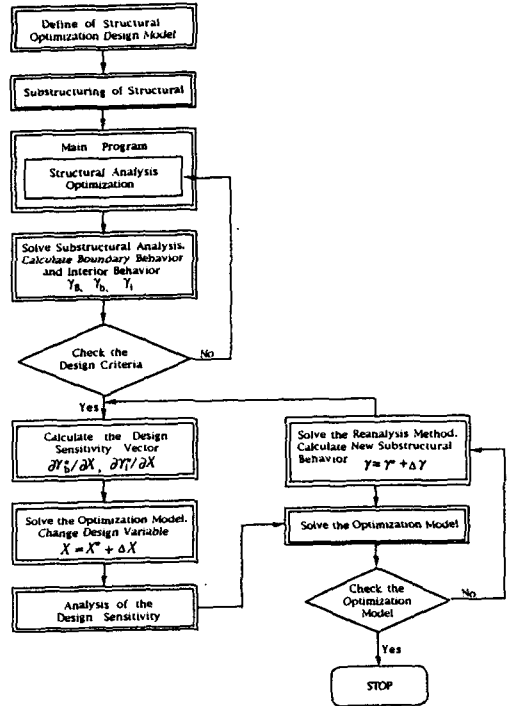


Fig. 1 Structural optimization by reanalysis based on substructuring

는 Augmented Lagrange Multiplier 방법을 사용했으며, 최종 설계변수치와 목적함수값을 비교하므로써 수렴도를 검증하고 PC586을 기준으로 한 CPU시간과 목적함수값의 변화를 보여 주는 Iteration History 등을 이용하여 효율성을 비교·분석하였다.

변위법해석에 의한 최적화는 Exact, Taylor급 수 전개기법의 재해석에 의한 최적화는 LOCAS, 차원축소법의 재해석에 의한 최적화는 GLOBAS 그리고 본 연구에서 제시한 전역-부분근사화 재해석 알고리즘에 의한 최적화는 GLOCAS라 한다.

4.1 30-부재 트러스

최적화에 사용된 30-부재 캔틸레버형 트러스는 Fig. 2와 같으며 전체 구조를 3개의 부구조로 분할하여 부구조 1은 1번 부재에서 10번 부재로, 부구조 2는 11번 부재에서 20번 부재로 그리고 부구조 3은 21번 부재에서 30번 부재로 이루어진 부구조화는 Fig. 3과 같다. 최적화를

위한 설계자료는 Table 1에 제시되었으며 Table 2는 각 알고리즘들에 의한 결과를 나타내고 있다. 또한 Fig. 4는 CPU시간을 비교한 것이며, Fig. 5는 목적함수값에 대한 Iteration History를 보여 준다.

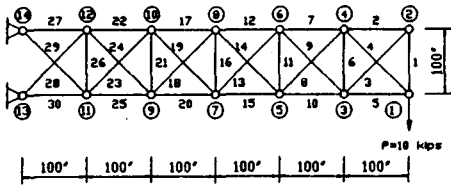


Fig. 2 Thirty-bar cantilevered truss

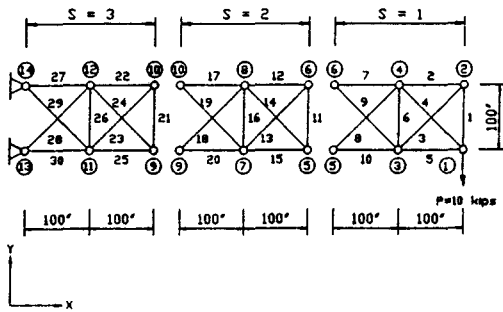


Fig. 3 Substructure model for Thirty-bar cantilevered truss

Table 2의 정밀성면에서 GLOBAS와 GLOCAS는 참고문헌에 거의 일치하는 결과를 나타내는

Table 2. Comparisons of results for thirty-bar cantilevered truss

Sub No.	Global design variable(in ²)	Linking design variable	Exact	LOCAS	GLOBAS	GLOCAS	Reference ⁽²⁾
1	2,5,7,10	1	0.6119	0.3357	0.6037	0.6118	0.6026
	1,3,4	2	0.3154	0.0100	0.3178	0.3233	0.3246
	6,8,9	3	0.2885	0.0100	0.2878	0.3035	0.2864
2	12,15,17,20	4	1.4079	1.2857	1.4064	1.4371	1.6025
	11,13,14	5	0.2846	0.0100	0.2837	0.3006	0.2996
	16,18,19	6	0.2921	0.0100	0.2838	0.2999	0.2996
3	22,25,27,30	7	2.8257	1.5455	2.8478	2.6890	2.5585
	21,23,24	8	0.2856	0.0100	0.2836	0.3031	0.2876
	26,28,29	9	0.2854	0.0100	0.2868	0.2997	0.2876
Objective function(lb)			260.89	128.97	261.08	259.59	258.90

Table 1. Design data for thirty-bar cantilevered truss

Modulus of elasticity : 10,000 ksi
Allowable stress limit : ± 25.0 ksi
Displacement limit : ± 10.0 in
Specific weight : 0.10 ib/in ³
Lower limit on area : 0.01 in ²
Upper limit on area : 100 in ²
Loading condition : 1
(1) -10 kips acting in y - direction at node point 1

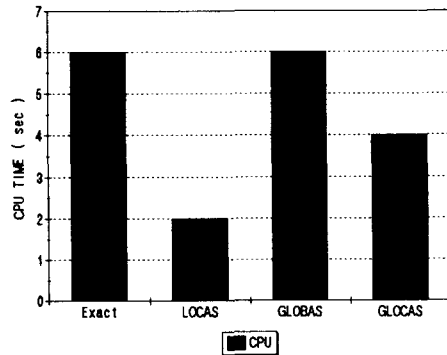


Fig. 4 Comparisons of CPU time for thirty-bar cantilevered truss

반면에 LOCAS는 매우 큰 차이가 남을 보여 주고 있다. 그리고 Fig. 4의 계산 시간면에서 GLOCAS가 LOCAS보다는 많은 시간이 소요되지만 GLOBAS와 변위법보다는 효율적임을 나타내고 있다. 이렇게 볼 때 본 연구에서 제시한

GLOCAS가 해의 정밀성과 계산의 효율성을 만족시킴을 알 수 있다.

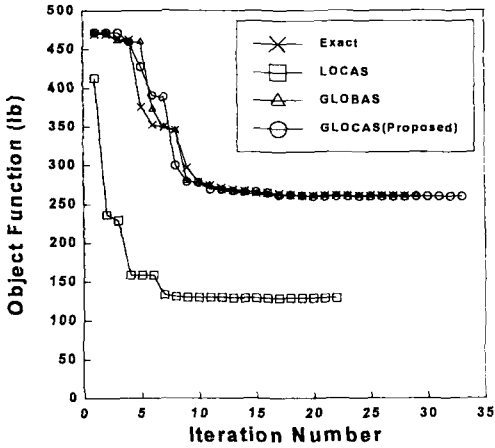


Fig. 5 Iteration history of thirty-bar cantilevered truss

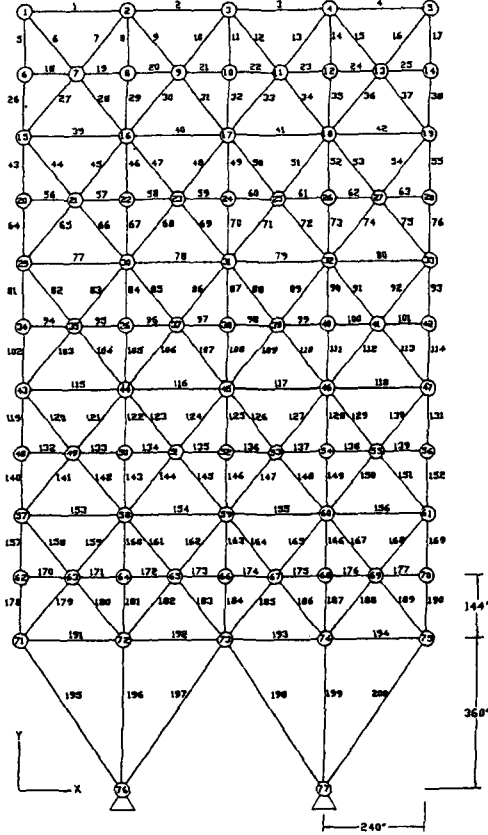


Fig. 6 Two hundred-bar cantilevered truss

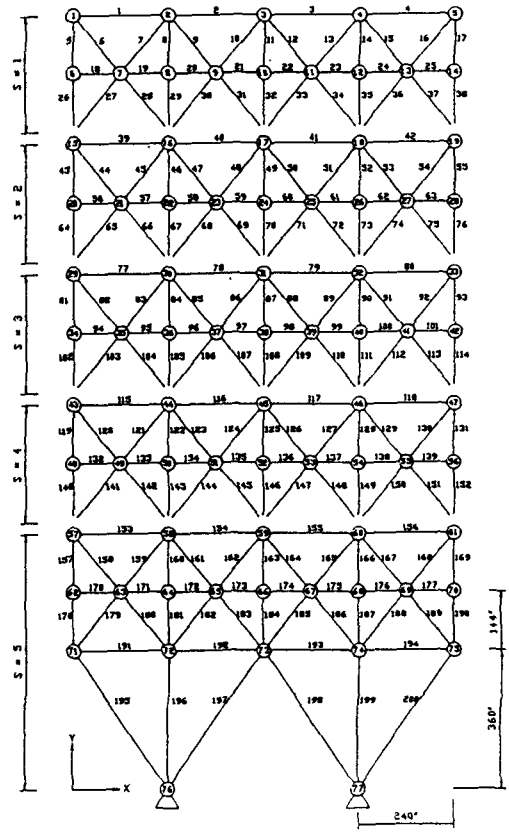


Fig. 7 Substructure model for Two hundred-bar cantilevered truss

Table 3. Design data for two hundred-bar cantilevered truss

Modulus of elasticity : 30,000 ksi
Allowable stress limit : + 30.0 ksi
Displacement limit : + 0.5 in
Specific weight : 0.283 lb/in ³
Lower limit on area : 0.1 in ²
Upper limit on area : none
Loading condition : 1
(1) 1 kips acting in x - direction at node point 1, 6, 15, 20, 29, 34, 43, 48, 57, 62, 71
(2) 10 kips acting in y - direction at node point 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 24, ..., 72, 73, 74, 75

4.2 200-부재 트러스

200-부재 캔틸레버형 트러스는 Fig. 6과 같으

며, 부구조 1은 부재 1번~38번, 부구조 2는 부재 39번~76번, 부구조 3은 부재 77번~114번, 부구조 4는 부재 115번~152번 그리고 부구조 5는 부재 153번~200번으로 된 5개의 부구조으로 분할한 부구조화는 Fig. 7과 같다. 이에 대한

설계자료는 Table 3에 제시되었다. Table 4는 각 알고리즘들의 결과를 나타내며, Fig. 8은 CPU시간의 비교를 나타내고 있다. Fig. 9는 목적함수값에 대한 Iteration History를 보여준다.

Table 4. Comparisons of results for two hundred-bar cantilevered truss

Sub No.	Global design variable(in ²)	Linking design variable	Exact	LOCAS	GLOBAS2	GLOCAS	Reference ⁽²⁾
1	1,4	1	0.2572	1.2871	0.5782	0.2216	0.1878
	2,3	2	0.1000	1.5097	0.5341	0.1500	0.1000
	5,17	3	4.3629	3.2749	3.6417	3.0739	4.7832
	6,16	4	0.2751	2.0356	0.9676	0.3203	0.1703
	7,15	5	0.1000	1.2475	0.1000	0.1000	0.1000
	8,14	6	1.9624	2.3480	1.4859	2.1641	2.3462
	9,13	7	0.1000	1.5478	0.1000	0.1001	0.1876
	10,12	8	0.1521	0.9664	0.5894	0.5220	0.1000
	11	9	3.0539	1.7919	2.3417	2.0601	2.8800
	18,25	10	0.1000	0.1000	0.1000	0.1053	0.1000
	19,20,23,24	11	0.1000	0.9642	0.1000	0.1000	0.1000
	21,22	12	0.1000	0.9728	0.1000	0.1000	0.1000
	26,38	13	6.5497	5.3722	6.1472	4.4182	6.7767
	27,37	14	0.1000	0.4920	0.1000	0.1001	0.1000
	28,36	15	0.3093	2.7621	1.1162	0.3666	0.2361
	29,35	16	2.9237	4.1455	2.3428	2.6387	3.3133
	30,34	17	0.1644	0.9743	0.5689	0.4202	0.1732
	31,33	18	0.1186	1.6147	0.1000	0.1316	0.2227
	32	19	3.7982	3.3214	3.5058	2.5431	4.1473
2	56,63	10	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
	39,42	20	1.0634	2.0255	1.2077	0.2580	0.1000
	40,41	21	0.8128	1.0997	0.6175	0.1906	0.1000
	43,55	22	7.1252	5.3795	6.2274	6.5789	8.1292
	44,54	23	1.8230	2.5633	1.9200	0.5460	0.2476
	45,53	24	0.1000	2.2308	0.1000	0.1000	0.1000
	46,52	25	4.5434	4.6661	4.9704	4.5858	4.4206
	47,51	26	0.4954	2.7464	0.4511	0.2400	0.2802
	48,50	27	0.1000	1.9535	0.4093	0.6736	0.2673
	49	28	4.8772	4.1961	3.7844	3.5202	4.7929
	57,58,61,62	29	0.1000	1.1871	0.1000	0.1000	0.1000
	59,60	30	0.1000	1.0699	0.3148	0.1373	0.1002
	64,76	31	8.4059	6.5909	7.3085	6.9913	9.3889
	65,75	32	0.1000	1.2385	0.1000	0.1663	0.1000
	66,74	33	1.9128	3.5161	2.0613	0.6005	0.3362
	67,73	34	5.2246	5.8123	5.5733	5.1759	5.0733
	68,72	35	0.1000	2.1047	0.3809	0.6275	0.3008
	69,71	36	0.5033	2.7411	0.4380	0.3230	0.3096
	70	37	5.3783	5.2448	4.4097	4.0528	5.5744

부구조화 기반 전역-부분 근사화 구조재해석에 의한 구조최적화

Sub No.	Global design variable(in ²)	Linking design variable	Exact	LOCAS	GLOBAS2	GLOCAS	Reference ⁽²⁾
3	94,101	10	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
	77,80	38	1.4291	2.5871	1.5896	0.3502	0.4967
	78,79	39	0.1000	1.6659	0.1038	0.3426	0.3865
	81,93	40	8.0371	6.6090	6.6204	9.1254	9.5196
	82,92	41	2.3441	2.6929	2.5148	0.6610	0.9366
	83,91	42	0.1000	3.1668	0.1000	0.1027	0.1000
	84,90	43	7.4080	6.3072	7.8037	7.3670	6.2617
	85,89	44	0.5825	3.2667	0.5478	0.4298	0.3508
	86,88	45	0.5049	2.9365	0.7239	0.5899	0.4835
	87	46	5.9948	5.9547	4.4581	5.1690	5.8679
	95,96,99,100	47	0.1000	1.6967	0.1000	0.1000	0.1000
	97,98	48	0.1000	1.7114	0.4116	0.1714	0.1000
	101,114	49	8.9718	7.5104	7.4393	9.8196	10.4800
	103,113	50	0.1000	1.8497	0.1000	0.1000	0.1108
	104,112	51	2.4367	4.0691	2.7169	0.7847	1.0313
105,111	52	7.9631	7.2031	8.2844	8.2228	6.8203	
106,110	53	0.5284	2.8641	0.6801	0.6989	0.5012	
107,109	54	0.6035	3.4342	0.6157	0.5070	0.3754	
108	55	6.5908	6.7894	4.9477	5.7631	6.4768	
4	132,139	10	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
	115,118	56	1.7947	3.1683	1.8590	0.3156	0.9807
	116,117	57	0.1717	2.4546	0.2061	0.3505	14.7840
	119,131	58	8.1150	7.4720	7.2893	11.4476	9.1546
	120,130	59	2.9316	3.0675	3.0054	0.7532	3.1979
	121,129	60	0.1000	3.6959	0.1000	0.1000	0.1000
	122,128	61	10.1831	7.6834	12.3294	10.3563	9.0271
	123,127	62	0.1000	3.8375	0.1000	0.4837	0.2074
	124,126	63	0.7819	3.4771	0.9887	0.8937	0.9717
	125	64	7.4193	7.5876	6.2301	6.5703	6.5380
	133,134,137,138	65	0.1000	2.3170	0.1000	0.1000	0.1000
	135,136	66	0.1000	2.7879	0.1000	0.1267	0.1219
	140,152	67	8.8542	8.2204	8.1181	12.2369	9.9624
	141,151	68	0.1000	1.8835	0.1000	0.1000	0.1341
	142,150	69	3.0691	4.9131	3.0927	0.7743	3.3000
143,149	70	10.6761	8.4350	12.9204	11.2561	9.5771	
144,148	71	0.8118	3.1917	0.8961	0.8950	0.9814	
145,147	72	0.1000	4.2796	0.1000	0.5357	0.2269	
146	73	7.9254	8.2888	6.7936	7.1340	7.0561	
5	170,177	10	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
	153,156	74	2.0839	3.6054	1.9488	0.1000	2.5500
	154,155	75	0.1000	3.5543	0.1000	0.1000	0.6074
	157,169	76	7.1229	7.6497	6.5638	12.9023	7.5376
	158,168	77	3.3864	3.6837	3.0572	0.1799	4.1216
	159,167	78	0.1000	2.9931	0.1000	0.1753	0.1000
	160,166	79	13.4285	9.5038	16.7068	10.9237	13.3209
161,165	80	1.9004	4.8767	1.7327	0.3312	1.8691	

Sub No.	Global design variable(in ²)	Linking design variable	Exact	LOCAS	GLOBAS2	GLOCAS	Reference ⁽²⁾
5	162,164	81	0.1000	4.0478	0.1000	0.3206	0.3045
	163	82	7.9683	9.4375	7.3526	8.3537	7.4246
	171,172,175,176	83	0.1000	3.6183	0.1000	0.1000	0.1000
	173,174	84	0.1000	3.9630	0.1000	0.1000	0.1000
	178,190	85	7.7240	8.3121	7.2518	13.6383	8.2183
	179,189	86	0.1000	0.1000	0.1000	0.1911	0.1000
	180,188	87	3.8896	6.5056	3.1140	0.2029	4.1916
	181,187	88	13.8214	10.1471	17.2820	11.3924	13.8330
	182,186	89	0.1000	4.0510	0.1000	0.3326	0.3354
	183,185	90	2.0540	5.5259	1.7618	0.3423	0.9082
	184	91	8.2742	10.0475	7.8544	8.7252	7.8840
	191,194	92	5.4432	6.3694	5.1614	9.5798	5.8649
	192,193	93	3.3214	4.7845	3.2377	9.6798	3.4248
	195,200	94	10.2783	11.2103	9.4216	17.3401	10.6560
	196,199	95	18.5067	18.9192	20.3774	12.3320	17.7770
	197,198	96	8.1506	13.1477	7.4675	9.0153	7.7140
objective function(lb)			29,215.70	42,111.20	29,449.00	29,320.80	28,963.00

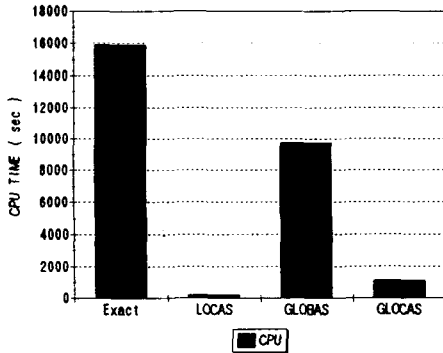


Fig. 8 Comparisons of CPUtime for two hundred-bar cantilevered truss

200부재 트러스 역시 앞의 예제와 거의 같은 결과가 됨을 알 수 있으며 특히, 계산 시간측면에서 GLOCAS가 GLOBAS나 변위법에 비해 훨씬 효율적으로 나타났다. 이러한 특징은 구조의 규모가 커져 설계변수의 수가 많아질수록 뚜렷하게 나타나 대형 구조시스템에 본 연구의 GLOCAS를 적용할 경우 효율성이 극대화되리라 사료된다.

5. 결 론

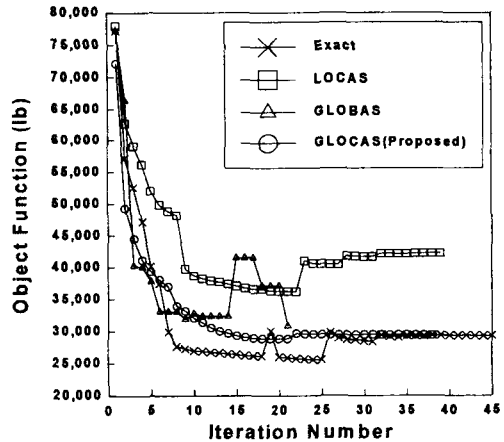


Fig. 9 Iteration history of two hundred-bar cantilevered truss

본 연구에서는 대형 구조시스템의 효율적인 최적화를 위한 근사적 재해석알고리즘을 비교·분석하여 새로운 기법을 제시하였다. 일반적으로 구조최적화를 수행하는 동안에 보통 해석이 수십번에서 수백번 이상이 실시되며, 구조해석의 전체 실행시간의 대부분이 거동해석 및 민감도해석에 소비된다는 점에서 효율적인 재해석방법의 도입은 당연하다 하겠다. 본 연구에서 제

시한 전역-부분근사화 재해석알고리즘 GLOCAS는 고급의 기저벡터로 사용되는 Taylor급수전개의 항들과 차원축소법의 계수들을 결합하므로써 근사의 질을 크게 향상시킬 수 있는데 몇 개의 수치예제에 적용해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 해의 정밀성면에서, 부분근사화인 Taylor급수전개에서 설계변수의 변화율이 크게 되었을 경우에 오차가 비교할 수 없을 정도로 무의미하게 되는 점을 극복할 수 있다.
- 2) 계산의 효율성면에서, 전역근사화인 차원축소법에서 설계변수의 수가 크게 선정되었을 경우에 해석에 소비되는 CPU시간이 많이 드는 점을 극복할 수 있다.
- 3) 본 연구에서 제시한 알고리즘을 실행하여 얻은 수치결과와 관련문헌의 값과 근사하게 나타나고, 다른 알고리즘들에 비하여 시간적인 측면에서 효율적임을 알 수 있다.
- 4) 구조의 규모가 커져 설계변수의 수가 증가될수록 본 연구에서 제시한 알고리즘의 효율성이 증대됨을 알 수 있다.
- 5) 제안된 방법은 일반성이 있어 다른 형태의 설계변수(즉, 기하학적 변수, 단면변수 등)나 판과 라멘같은 다른 구조들에도 적용될 수 있다.

이상과 같이 재해석방법의 선정시에 서로 상반되는 요인인 정밀성과 효율성을 동시에 만족시키면서 대형 구조시스템에 적합함을 입증할 수 있다.

참고문헌

- 1) Kirsch, U., "Improved Stiffness-Based First-Order Approximations for Structural Optimization", AIAA Journal, Vol. 33, No. 1, pp. 143~150, January, 1995.
- 2) Haug, E. J., and Arora, J. S., "Applied Optimal Design", John Wiley and Sons, Inc., New York, p. 546, 1979.
- 3) Abu Kassim, A. M., and Topping, B. H. V., "Static Reanalysis: A Review", Journal of the Structural Engineering, Vol. 113, No. 5, pp. 1029~1045, May, 1987.
- 4) Arora, J. S., "Survey of Structural Reanalysis Techniques", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. 4, pp. 783~802, April, 1976.
- 5) Kirsch, U., "Structural Optimization, Fundamentals and Applications", Springer-Verlag, Heidelberg, New York, pp. 146~159, 1993.
- 6) 김경일, 서상구, 황진하, "구조시스템의 설계 지향 재해석 알고리즘", 충북대학교 건설기술연구소 논문집, Vol. 13, No. 2, pp. 177~192, 1994.
- 7) 서상구, 황진하, 황충열, "구조시스템의 정적 재해석 방법에 대한 개관", 충북대학교 건설기술연구소 논문집, Vol. 14, No. 1, pp. 157~176, 1995.
- 8) 서상구, 김경일, 황충열, 황진하, "전역-부분 근사화에 의한 부구조화기반 구조 재해석", 한국전산구조공학회지, Vol. 9, No. 1, pp. 141~149, 1996.