

농용 트랙터의 동특성 시뮬레이션(I)

- 3차원 동적 트랙터-트레일러 모델 개발 -

Simulation of Dynamic Characteristics of Agricultural Tractor(I)

- Development of 3 Dimensional Dynamic Tractor-Trailer Model -

박 흥 제* 김 경 옥*

정회원

H. J. Park, K. U. Kim

ABSTRACT

This study was conducted to investigate dynamic characteristics of agricultural tractor with a particular interest in ride vibrations when it is subjected to various excitation forces. As the first part of it this paper describes development of dynamic model of a tractor-trailer system and its equations of motions. An 3 dimensional 16-degree-of-freedom dynamic model for a tractor-trailer system was developed and its equations of motions were derived, which will be used to investigate the effects of irregular ground surface and excitation forces due to the engine mounted on the tractor. And the excitation forces were also formulated analytically. The transition matrix method and QR algorithm were proposed for numerical solution of the equation of motions for the developed model.

The later parts of the study will include a proof of the model and optimization from which tractors can be designed to minimize the ride vibrations. This will be presented in the second and third papers to be followed shortly.

주요용어(Key Words) : 트랙터-트레일러 시스템(Tractor-Trailer System), 동적 모델(Dynamic Model), 동특성(Dynamic Characteristics), 승차 진동(Ride Vibration)

1. 서 론

기능적인 면에서 농업 기계의 성능과 효율은 그 동안 많은 연구와 개선을 통하여 현저히 향상되어 왔다. 그러나, 기계적인 요인이 작업자의 작업 성능과 작업 능률에 미치는 영향에 대해서는

상대적으로 관심이 낮았기 때문에 인간-기계 시스템의 관점에서 농업 기계의 성능은 크게 향상되지 못하였다. 또한, 농업 기계가 대형화, 고속화되고 그 구조가 복잡해짐에 따라 작업자의 작업 환경, 작업 능률, 안전도 등에 대한 관심이 점차 높아지고 있다. 특히, 트랙터 작업자는 장시간 포장

* 서울대학교 농업생명과학대학 농업기계전공

작업을 수행하여야 하기 때문에 작업 능률이 떨어지지 않고, 피로가 쌓이지 않도록 높은 승차감이 요구되고 있다.

농업 형태가 전문 경영체를 중심으로 한 대규모 기계화 영농 형태로 변화됨에 따라 트랙터 운전은 전문 직업화되고 있으며, 높은 수준의 진동에 장시간 노출될 가능성이 점차 증대되고 있다. 따라서, 트랙터 작업자의 작업 능률과 안전성을 높이기 위한 높은 승차감에 대한 요구는 더욱 증가될 것으로 예상된다(김 등, 1994; 정 등, 1993).

트랙터에는 일반 차량에서 채택되고 있는 차륜 현가 장치가 없으며, 작업도 대부분 불규칙한 지면의 포장에서 수행되고 있기 때문에 작업자는 자연적으로 높은 수준의 진동에 노출된다. 최근, 조사된 한 연구 결과에 의하면 국내에서 생산된 트랙터의 승차 진동 수준은 대부분 ISO 2631의 8시간 내피로 한계를 초과하는 것으로 나타났다(정 등 1992).

기관, 불규칙한 지면 등 다양한 가진원에 의하여 발생하는 트랙터 진동은 차체의 결합 부분에 대한 강도를 약화시킬 뿐만 아니라 작업자의 건강과 작업 능률에도 절대적인 영향을 미치게 된다. 심한 경우에는 영구적으로 신체의 손상을 초래할 수도 있다. 실제로 20~30대 연령의 트랙터 작업자 그룹에서 나타난 72%의 척추 변형은 일반적인 상황에서 발생하는 14%보다 훨씬 높은 것으로 알려지고 있다(Huang et al. 1967). 따라서, 열악한 작업 환경으로부터 트랙터 작업자의 건강과 안전을 보호하기 위해서는 각종 가진원이 트랙터의 승차 진동에 미치는 영향을 구명하고, 이를 최소화하기 위한 트랙터 구조의 최적화 연구가 요구된다.

작업자로 전달되는 트랙터 진동을 최소화하기 위해서는 작업기를 포함한 트랙터 전체를 하나의 진동 시스템으로 모형화하고, 다양한 가진원에 의한 동적 특성을 시뮬레이션하여 트랙터의 구조를 최적화하는 것이 가장 타당한 방법인 것으로 판단된다. 본 연구는 이러한 목적으로 사용될 트랙터의 3차원 다자유도계 동적 모델을 개발하기 위하여 수행되었다.

2. 연구 사

트랙터를 하나의 진동 시스템으로 가정한 연구에는 작업기를 포함한 트랙터 전체를 에너지 방법으로 모형화하고, 시간 영역에서 과도 진동의 크기와 방향을 구명한 Pershing(1969)의 연구가 있다. 그러나, 이 모형에서는 지면 이외의 영향은 고려되지 않았으며, 동적 거동으로서는 무게 중심의 수직 변위만을 예측한 것이었기 때문에 트랙터의 승차 진동을 예측하는 데는 부적합한 것이었다.

이 밖에도 트랙터의 동적 특성을 해석하기 위하여 많은 모델이 개발되었으나(Crolla et al. 1990; Kim, 1987; Lines. 1987), 다양한 가진원의 영향은 분석되지 않았으며, 모델에 대한 실험적 검증은 이루어지지 않았다. 따라서 좌석 진동의 최소화를 통하여 트랙터의 구조를 최적화하는 데는 기존의 트랙터 모델이 적합하지 않는 것으로 판단된다.

트랙터 작업자의 승차 진동에 대한 연구는 주로 1960년대 이후에 수행되었다. 특히, 좌석과 안전캠프에 대한 연구(정 등. 1992; 정 등. 1993; Kim et al. 1985; Rakheja et al. 1984; Davis. 1984; Stikeleather et al. 1970; Suggs et al. 1970; Suggs et al. 1969)에서는 작업자가 직접 노출된 부분의 진동만을 고려하였기 때문에 다양한 가진원의 영향을 구명하지 못하였다. 낮은 주파수대에서 많은 에너지를 전달하는 지면 가진에 대한 연구(Okello. 1992; Crolla et al. 1990; Hammond et al. 1981; Laib et al. 1977; Young et al. 1975; Dodds et al. 1973; Huang et al. 1967; Huang et al. 1964; Matthew. 1964)는 주로 토양과 타이어를 대상으로 한 동특성 연구이었다. 이러한 연구도 트랙터 전체를 대상으로 한 것이 아니라 각 구성 요소에 대한 진동 특성만을 조사하였기 때문에 트랙터 전체의 진동 특성을 구명하는 데에는 한계가 있다.

최근까지 연구 결과에 의하면 수직 방향의 트랙터 진동은 대부분 국제 표준 ISO 2631 「전신 진동에 대한 인체의 노출 한계 (1985)」의 8시간 내피로 한계(fatigue decreased proficiency)를 초과하는 수준인 것으로 알려지고 있다.

SAE(Society of Automotive Engineers) 기준에 의

하면, 승차 진동은 25Hz 이하의 저주파 대역의 진동으로서, 인체가 민감하게 반응하는 주파수 대역이다. 특히, 수직 진동의 경우에는 4~8Hz, 수평 진동의 경우에는 2Hz 이하의 저주파 진동이 인체에 가장 민감한 것으로 알려지고 있으며, ISO 2631의 전신 진동에 대한 노출 기준도 이 주파수 대역을 중심으로 80Hz 이하의 진동을 대상으로 설정되어 있다. 승차 진동에 대한 연구는 주로 가진원의 영향 구명, 진동에 대한 인체 및 차량의 반응 분석, 인간 공학적 측면에서 진동 노출의 한계와 방진 대책 등을 대상으로 하고 있다 (Gillespie, 1992).

트랙터 운전이 전문화되고 작업자의 진동 노출 시간이 급격히 증가될 것으로 예상되고 있는 우리나라에서는 특히 트랙터 작업자의 건강과 안전을 위한 승차 진동의 최소화에 대한 연구가 절대적으로 요구되고 있다.

3. 3차원 동적 모델 개발

농용 트랙터는 전체 사용 시간의 약 50% 정도

가 운반 작업에 사용된다. (Kissing et al. 1989; 김, 1997). 굴곡이 있는 지면을 트랙터가 통과할 때 차체와 트레일러에 전달되는 지면 가진과 기관에 의한 가진의 영향을 구명하기 위하여 3차원 다자유도계의 동적 모델이 요구된다. 본 연구에서는 트레일러를 포함한 3차원 16자유도의 동적 트랙터-트레일러 모델을 개발하였다.

가. 운동 방정식

동적 모델은 자유도가 높을수록 실제에 가까운 운동 특성을 나타낼 수 있으나, 모형화와 시뮬레이션에 소요되는 시간은 기하 급수적으로 증가된다. 따라서, 모델의 자유도는 모형화와 시뮬레이션의 목적에 따라 적절하게 설정되어야 한다 (Thompson, 1993). 본 연구에서는 차체, 기관, 캡, 좌석 베이스, 트레일러의 수직, 롤링, 피칭, 앞차축의 수직, 툴링 그리고 좌석의 수직 운동에 대한 18개의 운동 방정식을 유도하였다.

각 부분의 운동에 대한 기호는 각각 다음과 같이 정의하였으며 사용된 좌표계는 그림 1과 같다.

- 1) 차체의 수직, 툴링, 피칭 운동: Z_b, β_b, γ_b

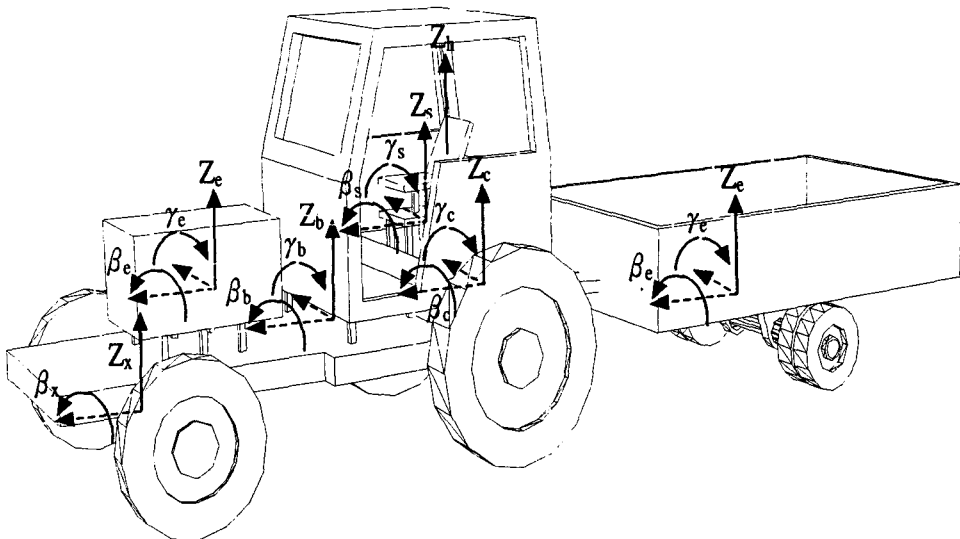


Fig. 1 18 Right hand coordinate system which were fixed at the tractor-trailer system.

- 2) 기관의 수직, 롤링, 피칭 운동: Z_c, β_c, γ_c
- 3) 캡의 수직, 롤링, 피칭 운동: Z_c, β_c, γ_c
- 4) 좌석 베이스의 수직, 롤링, 피칭 운동: Z_s, β_s, γ_s
- 5) 트레일러의 수직, 롤링, 피칭 운동: Z_i, β_i, γ_i
- 6) 앞차축의 수직, 롤링 운동: Z_a, β_a
- 7) 좌석의 수직 운동: Z_h

이러한 동적 모델의 개발을 위한 가정은 다음과 같다.

- 1) 트랙터-트레일러 시스템은 강체이다.
- 2) 트랙터-트레일러 시스템은 등속 직진 주행한다.
- 3) 진동계의 스프링과 감쇠기는 선형적 특성을 가진다.
- 4) 등속, 직진 주행함으로써 중방향과 횡방향의 탄성과 감쇠 특성은 무시한다.
- 5) 기관의 크랭크 축과 트랙터의 주행 방향은 평행하며, 4기통 직렬 기관이다.
- 6) 앞차축과 트레일러는 힌지 조인트 (hinge joint) 되어 있으므로 수직 운동에 대해서만 구속되어 있다.

트랙터-트레일러 시스템의 동적 모형에 대한 운동 방정식은 18개의 2차 선형 미분방정식으로 표현된다(부록 참조). 또한 앞차축과 트레일러의 구속 조건은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$F_{xz} = F'_{xz} \dots\dots\dots (1-1)$$

$$F_{iz} = F'_{iz} \dots\dots\dots (1-2)$$

$$z_b + \beta_b(-t_b) + \gamma_b(l_{bx}) = z_x \dots\dots\dots (2-1)$$

$$z_b + \beta_b(-t_b) + \gamma_b(l_{bx}) = z_i + \beta_i(-t_i) + \gamma_i(l_{ih}) \dots\dots\dots (2-2)$$

식 (1)과 (2)의 구속 조건을 이용하면 18개의 미분 방정식은 16개의 독립적인 미분방정식으로 표현된다. 이를 행렬 방정식으로 표현하면 식 (3)과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}.. (3)$$

식 (3)에서 [M], [C], [K]는 각각 관성 행렬, 감쇠 행렬, 강성 행렬이며 {f(t)}는 가진 벡터이다.

나. 가진력

동적 모델에 작용하는 가진력은 기관의 회전에 의한 가진력과 트랙터와 트레일러가 불규칙한 지면을 주행할 때 지면으로부터 전달되는 가진력으로 나눌 수 있다.

기관의 회전에 의한 가진력은 수직 요동력, 전후 요동 회전력, 좌우 요동 회전력으로 분류할 수 있다. 수직 요동력은 왕복 운동을 하는 피스톤의 관성력에 의하여 발생한다. 단기통 기관에서 커넥팅 로드의 질량을 피스톤과 크랭크 축에 작용하는 등가 질량으로 분리하면 크랭크 축에 작용하는 등가 질량은 크랭크 축의 균형추와 평형 상태가 되기 때문에 수직 요동력은 피스톤의 질량과 커넥팅 로드의 피스톤쪽 등가 질량의 관성력에 의하여 발생된다. 4기통 직렬 기관일 경우, 이 관성력은 다음과 같이 표현된다.

$$F_e = 4(M_p + M_p')R\omega^2 \frac{R}{L} \cos 2\omega t \dots\dots\dots (4)$$

여기서, M_p = 피스톤과 피스톤 핀의 질량

M_p' = 커넥팅 로드의 피스톤쪽 등가 질량

R = 크랭크의 길이

L = 커넥팅 로드의 길이

ω = 크랭크 축의 각속도

전후 요동 회전력은 수직 요동력의 작용점과 기관의 중방향 무게 중심이 일치하지 않을 때 발생된다. 수직 요동력의 작용선과 기관의 무게 중심을 지나는 수직선 사이의 거리를 l_r 이라 하면 전후 요동 회전력은 다음과 같이 표현된다 (Martin, 1982).

$$T_y = 4(M_p + M_p')R\omega^2 \frac{R}{L} \cos 2\omega t \cdot l_r \dots\dots (5)$$

기관의 폭발력과 커넥팅 로드의 크랭크 축 쪽 등가 질량의 관성력에 의하여 발생되는 좌우 요동 회전력은 기관 회전력과 크기가 같고 방향이 반대이다. 기관의 평균 출력을 기준으로 플라이휠의 회전 운동 에너지 변화량(ΔE_f)은 크랭크 축의 최대각속도(동력행정말기, ω_{max})와 최소각속도(압축행정말기, ω_{min})에 따라 다음과 같다.

$$\Delta E_f = I_f K_f \omega_{ave}^2 \dots\dots\dots (6)$$

여기서, I_f = 플라이휠의 질량 관성 모멘트

$K_f = (\omega_{max} - \omega_{min}) / \omega_{ave}$ = 파동 계수

ω_{ave} = 크랭크 축의 평균 각속도

4기통 기관의 기관 출력은 크랭크 각이 $\pi/2$ 일 때 한 사이클이 이루어지므로 이 구간 내에서 플라이휠의 총 회전 운동 에너지(E)는 다음 식과 같다.

$$E_f = E_{ave} + \Delta E_f \dots\dots\dots (7)$$

식 (7)에서 E_{ave} 는 $T_{ave} \cdot \theta$ 와 같고 기관의 회전력을 $T_{ave} + C \sin 2\omega t$ 라고 하면,

$$\Delta E_f = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (T_{ave} + C \sin 2\omega t) d\theta - T_{ave} \cdot \theta \dots\dots (8)$$

의 관계로부터 상수 C 는 $I_f K_f' \omega_{ave}^2$ 이다. 그러므로 기관계의 좌우 요동 회전력은 식 (6), (8)에 의해 다음과 같이 된다.

$$T_\beta = I_f K_f' \omega_{ave}^2 \sin 2\omega t + T_{ave} \dots\dots\dots (9)$$

트랙터의 전륜과 후륜 및 트레일러 차륜의 수직 방향 변위와 속도는 지면의 형상에 따라 변화된다. 따라서 각 차륜의 수직 방향 변위는 샘플링 주기가 T 인 서로 독립적인 벡터를 사용하였으며, 전륜과 후륜의 지면 조건이 다를 때에도 그 영향을 고려할 수 있도록 부록에서와 같이 수직 변위를 모형화하였다(식 A1~A8).

4. 운동 방정식의 수치 해석

운동 방정식 (3)의 해를 구하는 방법에는 많은 수치 해석적 방법이 있다. 본 연구에서는 천이 행렬법(transition matrix method)으로써 시간 함수인 변위와 속도를 동시에 계산하고, 이를 다시 기본 고유치 문제(standard eigenproblem)로 변환하여 고유 진동수와 고유 진동 모드를 나타내는 고유치와 고유 벡터를 구한다.

가. 천이 행렬법

n 개의 2계 선형 미분 방정식은 $2n$ 개의 1계 선형 미분 방정식으로 변환할 수 있다(Meirovitch, 1986). 식 (3)을 1계 선형 미분 방정식의 형태로 변환하면 식 (10)과 같다.

$$\{\dot{y}(t)\} = [A]\{y(t)\} + [B]\{Y(t)\} \dots\dots\dots (10)$$

여기서,

$$\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [O] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [O] & [O] \\ [O] & [M]^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\{Y(t)\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{f(t)\} \end{Bmatrix}$$

식 (10)에서 $\{y(t)\}$, $[A]$, $[B]$, $\{Y(t)\}$ 를 각각 상태 벡터, 상태 행렬, 입력 행렬, 가진 벡터라고 한다.

일반적인 가진 벡터 $\{Y(t)\}$ 에 대한 식 (10)의 해는 다음과 같이 일반해와 특수해의 합으로 구할 수 있다.

$$\{y(t)\} = e^{[A]t}\{y(0)\} + \int_0^t e^{[A](t-\tau)}[B]\{Y(\tau)\}d\tau \dots\dots (11)$$

여기서, $e^{[A]t} = [I] + t[A] + \frac{t^2}{2!}[A]^2 + \dots$

연속 입력 벡터 $\{Y(t)\}$ 는 샘플링 주기(T)가 충분히 작을 때 시간 구간이 T 인 불연속 시간 함수로서 근사화 될 수 있다. 이 때 불연속 상태 벡터 $\{y(t)\}$ 는 임의의 불연속 구역 $KT \leq t \leq (K+1)T$ 에서 식 (11)에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{y(kT+T)\} &= e^{[A]T}\{y(kT)\} \\ &+ \int_{kT}^{kT+T} e^{[A](kT+T-\tau)}[B]\{Y(\tau)\}d\tau \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

식 (12)의 $\{Y(\tau)\}$ 를 샘플링 구간 $KT \leq t \leq (K+1)T$ 에서 0차 함수(zero-order function)라고 하면 식 (12)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{y(kT+T)\} &= e^{[A]T}\{y(kT)\} \dots\dots\dots (13) \\ &+ \int_0^T e^{[A](T-\tau)}[B]\{Y(kT)\}d\tau \end{aligned}$$

식 (13)에서 $\{y(kT)\}$, $\{y(kT+T)\}$, $\{Y(kT)\}$ 를 각각 $\{y_k\}$, $\{y_{k+1}\}$, $\{Y_k\}$ 로 표시하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\{y_{k+1}\} = [\Phi]\{y_k\} + [\Gamma]\{Y_k\} \dots\dots\dots (14)$$

여기서, $[\Phi] = [I] + [A]T + \frac{1}{2!}[A]^2 T^2 + \dots + \frac{1}{n!}[A]^n T^n$

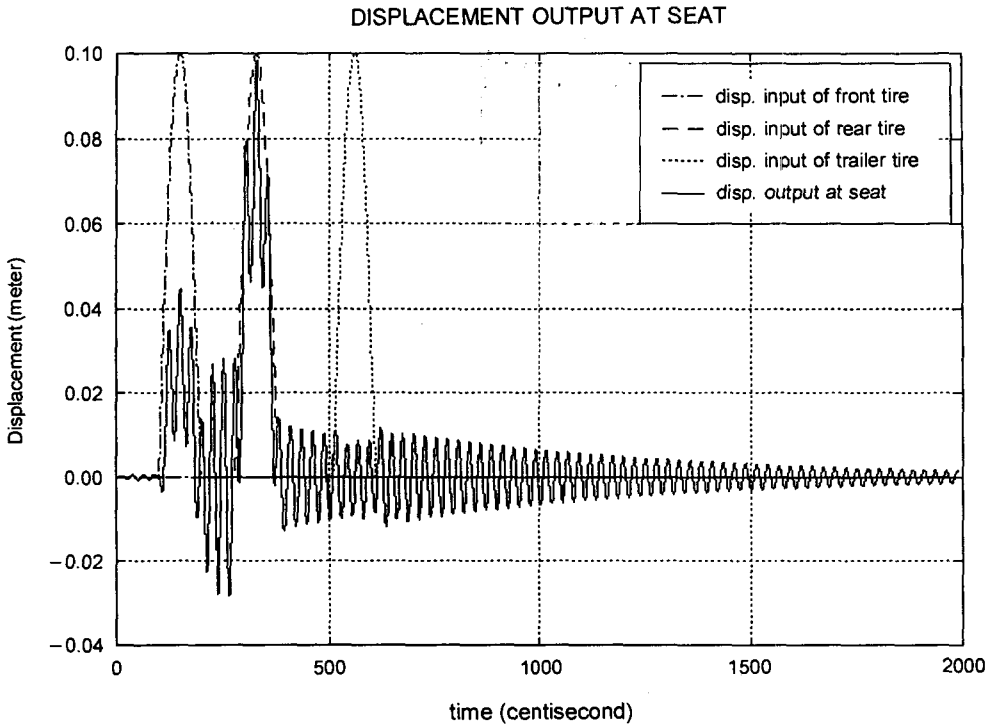


Fig. 2 Response obtained by the transition matrix method.

$$[G] = \left\{ \pi[A] + \frac{1}{2!} T^2[A]^2 + \frac{1}{3!} T^3[A]^3 + \dots + \frac{1}{(n+1)!} T^{(n+1)}[A]^{(n+1)} \right\} [B]$$

그림 2는 트랙터-트레일러 시스템이 길이 1m, 높이 0.1m인 반사인범퍼(half sine bump)를 1m/sec의 속도로 통과할 때 좌석에서의 수직 방향의 변위 응답을 천이 행렬법으로 구한 결과이다. 좌석의 위치가 후륜과 더 가깝기 때문에 전륜보다 후륜이 범퍼를 통과할 때 더 큰 응답이 나타나고, 단순지지된 트레일러의 차륜 가동에 의한 변위 응답은 상대적으로 적음을 알 수 있다.

나. QR 알고리즘

트랙터-트레일러 시스템의 고유 진동수와 각 고유 진동수에 대한 고유 진동 모드를 알기 위해 진동계의 고유치 해석을 수행한다.

진동계에서 감쇠항이 존재하고 외부 입력이 없을 경우에는 $\{Y(t)\}=0$ 이므로 식 (10)은 다음과 같

이 나타낼 수 있다.

$$\{y(t)\} = [A]\{y(t)\} \dots \dots \dots (15)$$

식 (15)의 해를 $\{y(t)\} = \{v\}e^{\lambda t}$ 라고 가정하고 이를 식 (15)에 대입하면,

$$\lambda \begin{Bmatrix} v \\ \lambda(v) \end{Bmatrix} e^{\lambda t} = [A] \begin{Bmatrix} v \\ \lambda(v) \end{Bmatrix} e^{\lambda t} \dots \dots \dots (16)$$

가 되며, $\begin{Bmatrix} v \\ \lambda(v) \end{Bmatrix}$ 를 $[E]$ 라고 하면 식 (16)은

$$[A][E] = \lambda[E] \dots \dots \dots (17)$$

와 같이 전형적인 표준 고유치 문제(standard eigenproblem)로 나타낼 수 있다.

고유치 문제의 해법에도 여러 가지 방법이 있으나, 본 연구에서는 가장 일반적인 QR 알고리즘을 이용한 수치 해석법을 적용하였으며, 고유치 λ_r 은 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_r = \omega_r(-\zeta_r \pm i\sqrt{1 - \zeta_r^2}) \dots \dots \dots (18)$$

여기서, $\frac{\omega_r}{2\pi}$ = r번째 고유 진동수
 ζ_r = r번째 감쇠비

5. 결 론

본 연구는 트랙터의 동특성을 구명하기 위하여 수행되었으며, 이 논문에서는 기관, 트레일러, 지면 가진이 동특성에 미치는 영향을 구명하기 위하여 자유도가 16인 트랙터-트레일러 시스템의 모델을 개발하고, 운동 방정식을 유도하였다.

가진력은 트랙터와 트레일러의 차륜에 작용하는 지면 가진과 기관의 회전에 의하여 발생하는 가진력으로서, 각 가진력의 크기와 방향은 해석적으로 결정하였다. 또한, 운동 방정식의 해를 구하기 위한 천이 행렬법을 소개하고 해를 구하는 과정과 적용 예를 제시하였다. 동시에 고유치 해석을 통한 진동계의 고유 진동수와 진동 모드를 계산할 수 있다.

본 연구에서 개발된 모델의 검정과 좌석에서의 진동 수준을 최소화할 수 있는 트랙터의 최적 구조의 구명을 위해서는 실측된 동적 파라미터들을 입력으로 계산된 수치 해석 결과와 실차 주행 시험을 통해 측정된 값들이 비교, 분석하고, 각 파라미터들에 대한 민감도 분석이 이루어져야 할 것이다.

6. 참 고 문 헌

1. 김경욱, 박홍제. 1994. 트랙터 설계 기술의 수준 평가. 한국농업기계학회지 19(2):85-90.
2. 김경욱. 1997. 농업용 트랙터 트랜스미션의 부하 특성 해석 및 설계 기술 개발. 동양물산기업주식회사.
3. 정수식, 김경욱, 문계승. 1993. 농용 트랙터의 승차진동 평가에 관한 연구(III) - 승차진동의 측정과 평가-. 한국농업기계학회지 18(3):191-198.
4. 정수식, 문계승, 김경욱. 1992. 농용 트랙터의 승차 진동 평가에 관한 연구(II) - 승차 진동 측정 및 분석 시스템 개발-. 한국농업기계학회지 17(4):326-335.
5. Crolla, D. A., D. N. L. Horton and R. M. Stayner. 1990. Effect of tyre modelling on tractor ride vibration predictions. Journal of Agricultural Engineering Research 47(1):55-77.
6. Davis, P. F. 1984. Formulae for standard vibration signals for tractor seat tests. Journal of Agricultural Engineering Research 29(1):25-33.
7. Dodds, C. J. and J. D. Robson. 1973. The description of road surface roughness. Journal of Sound and Vibration 31(2):175-183.
8. Gillespie, T. D. 1992. Fundamentals of vehicle dynamics. Society of Automotive Engineers, Inc., Warrendale.
9. Hammond, J. K. and R. F. Harrison. 1981. Nonstationary response of vehicles on rough ground - a state space approach. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 103:245-250.
10. Huang, B. K. and C. W. Suggs. 1967. Vibration studies of tractor operators. Transactions of the ASAE 10(4):478-482.
11. Huang, B. K., J. B. Liljedahl and B. E. Quinn. 1964. Model study of dynamic behavior of farm tractors with elastic rims and wheel suspensions. Transactions of the ASAE 7(3):321-325,328.
12. ISO 2631. 1982. Guide for the evaluation of human exposure to whole-body vibration. International Standard Organization.
13. Kim, K. U. 1985. Ride simulation of passive, active, and semi-active seat suspensions for off-road vehicles. Transactions of the ASAE 28(1):56-64.
14. Kim, K. U. and G. E. Rehgugler. 1987. A review of tractor dynamics and stability. Transactions of the ASAE 30(3):615-623.
15. Kissing, A. and H. Goehlich. 1989. Dynamic characteristics of large tyres. Journal of Agricultural Engineering Research 43(1):11-21.
16. Laib, L. 1977. Measurement and mathematical analysis of agricultural terrain and road profiles. Journal of Terramechanics 14(2):83-97.
17. Lines, J. A. 1987. Ride vibration of agricultural

tractors : transfer functions between the ground and the tractor body. *Journal of Agricultural Engineering Research* 37(2):81-91.

18. Matthews, J. 1964. Ride comfort for tractor operators. Part II. Analysis of ride vibration on pneumatic-tired tractors. *Journal of Agricultural Engineering Research* 9(2):147-158.

19. Meirovitch, L. 1986. Elements of vibration analysis. McGraw Hill Book Inc., New York.

20. Okello, J. A. 1992. Prediction of the force distribution between the soil and a pneumatic wheel. *Journal of Agricultural Engineering Research* 51(4):249-262.

21. Pershing, R. L. and R. R. Yoerger. 1969. Simulation of tractors for transient response. *Transactions of the ASAE* 12(5):715-719.

22. Rakheja, S. and S. Sankar. 1984. Improved off-road tractor ride via passive cab and seat suspension. *ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design* 106:305-313.

23. Stikeleather, L. F. and C. W. Suggs. 1970. An active seat suspension system for off-road vehicles. *Transaction of ASAE* 13(1):99-106.

24. Suggs, C. W. and B. K. Huang. 1969. Tractor cab suspension design and scale model simulations. *Transactions of the ASAE* 12(3):283-285.

25. Suggs, C. W., L. F. Stikeleather, J. Y. Harrison and R. E. Young. 1970. Application of a dynamic simulator in seat testing. *Transactions of the ASAE* 13(3):378-381.

26. Thompson, W. T. 1993. Theory of vibration with application. Chapman & Hall, London.

27. Young, R. E. and C. W. Suggs. 1975. Roll and pitch investigations of off-road vehicles. *Transactions of the ASAE* 18(5):841-844.

【부록】 트랙터-트레일러 시스템의 3차원 동적 모델의 운동 방정식 유도

Nomenclature

Symbol

<i>m</i>	: mass
<i>I</i>	: mass moment of inertia
<i>z</i>	: vertical motion
<i>β</i>	: rolling motion
<i>γ</i>	: pitching motion
<i>l</i>	: longitudinal length
<i>t</i>	: traverse length
<i>h</i>	: vertical length
<i>K</i>	: equivalent stiffness coefficient
<i>C</i>	: equivalent damping coefficient
<i>a</i>	: ground profile input

Superscript (sometimes used as subscript)

$\dot{}$: (dot) velocity
$\ddot{}$: (double dot) acceleration
<i>b</i>	: body
<i>i</i>	: trailer
<i>x</i>	: front-end assembly
<i>e</i>	: engine
<i>c</i>	: cab
<i>s</i>	: seat-base
<i>h</i>	: seat with operator
<i>t</i>	: tire

Subscript

<i>f</i>	: front
<i>r</i>	: rear
<i>l</i>	: left
<i>r</i>	: right
<i>z</i>	: vertical direction
<i>r</i>	: rolling direction
<i>p</i>	: pitching direction
<i>h</i>	: trailer hitch point
① t ②	: from ① to ②

Direction of Position Vectors

Body : $t_b(-)$, $l_{bi}(-)$, $l_{br}(+)$, $l_{bh}(-)$, $l_{be}(+)$, $l_{bc}(-)$,
 $l_{bs}(-) = l_{bc} - l_f + l_{cs}$, $l'_{ri}(-)$, $l'_{rr}(+)$
 Front-end assembly : $l'_{pf}(-)$, $l'_{pr}(+)$

Trailer : $t_l(-), h_l(-), l_{lh}(+), l_{ll}(-), \dot{t}_l(-), \dot{t}_l(+)$
 Engine : $t_e(-), l_e(+), l_m(+), \dot{f}_f(+), \dot{f}_m(+), \dot{f}_r(-),$
 $\dot{f}_f(-), \dot{f}_{ml}(-), \dot{f}_{rl}(-), \dot{f}_{fr}(+), \dot{f}_{mr}(+), \dot{f}_{rr}(+)$
 Cab : $t_c(-), l_c(-), \dot{f}_f(+), \dot{f}_r(-), \dot{f}_f(-), \dot{f}_{rl}(-), \dot{f}_{fr}(+),$
 $\dot{f}_{rr}(+)$
 Seat-base : $t_s(-), l_s(-), \dot{f}_f(+), \dot{f}_r(-), \dot{f}_f(-), \dot{f}_{rl}(-),$
 $\dot{f}_{fr}(+), \dot{f}_{rr}(+)$

운동 방정식에서 스프링에 의한 방정식은 감쇠기에 의한 방정식과 같은 형태이므로 생략한다.

Vertical motion of body

$$\begin{aligned}
 m_b \ddot{z}_b = & +\dot{C}_{rl} \dot{a}'_{rl} + \dot{C}_{rr} \dot{a}'_{rr} \\
 & -C_{rl} \dot{z}_b - C_{rr} \dot{z}_b \\
 & +C_{rl}(t_b + \dot{t}_{rl}) \beta_b + C_{rr}(t_b + \dot{t}_{rr}) \beta_b \\
 & +C_{rl}(-l_{bu}) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(-l_{bu}) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fl} \dot{z}_e + C_{ml} \dot{z}_e + C_{rl} \dot{z}_e + C_{fr} \dot{z}_e + C_{mr} \dot{z}_e + C_{rr} \dot{z}_e \\
 & -C_{fl} \dot{z}_b - C_{ml} \dot{z}_b - C_{rl} \dot{z}_b - C_{fr} \dot{z}_b - C_{mr} \dot{z}_b - C_{rr} \dot{z}_b \\
 & +C_{fl}(-t_e - \dot{f}_{fl}) \beta_e + C_{ml}(-t_e - \dot{f}_{ml}) \beta_e + C_{rl}(-t_e - \dot{f}_{rl}) \beta_e \\
 & +C_{fr}(-t_e - \dot{f}_{fr}) \beta_e + C_{mr}(-t_e - \dot{f}_{mr}) \beta_e + C_{rr}(-t_e - \dot{f}_{rr}) \beta_e \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl}) \beta_b + C_{ml}(t_b + \dot{f}_{ml}) \beta_b + C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl}) \beta_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr}) \beta_b \\
 & +C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr}) \beta_b + C_{rr}(t_b + \dot{f}_{rr}) \beta_b \\
 & +C_{fl}(\dot{f}_{fl}) \dot{\gamma}_e + C_{ml}(\dot{f}_{ml}) \dot{\gamma}_e + C_{rl}(\dot{f}_{rl}) \dot{\gamma}_e + C_{fr}(\dot{f}_{fr}) \dot{\gamma}_e + C_{mr}(\dot{f}_{mr}) \dot{\gamma}_e \\
 & +C_{rr}(\dot{f}_{rr}) \dot{\gamma}_e \\
 & +C_{fl}(-l_{bie} - l_e) \dot{\gamma}_b + C_{ml}(-l_{bie} - l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(-l_{bie}) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(-l_{bie} - l_e) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{mr}(-l_{bie} - l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(-l_{bie}) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fl} \dot{z}_c + C_{rl} \dot{z}_c + C_{fr} \dot{z}_c + C_{rr} \dot{z}_c \\
 & -C_{fl} \dot{z}_b - C_{rl} \dot{z}_b - C_{fr} \dot{z}_b - C_{rr} \dot{z}_b \\
 & +C_{fl}(-t_c - \dot{f}_{fl}) \beta_c + C_{rl}(-t_c - \dot{f}_{rl}) \beta_c + C_{fr}(-t_c - \dot{f}_{fr}) \beta_c + C_{rr}(-t_c - \dot{f}_{rr}) \beta_c \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl}) \beta_b + C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl}) \beta_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr}) \beta_b + C_{rr}(t_b + \dot{f}_{rr}) \beta_b \\
 & +C_{fl}(\dot{f}_{fl}) \dot{\gamma}_c + C_{rl}(\dot{f}_{rl}) \dot{\gamma}_c + C_{fr}(\dot{f}_{fr}) \dot{\gamma}_c + C_{rr}(\dot{f}_{rr}) \dot{\gamma}_c \\
 & +C_{fl}(-l_{bic}) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(-l_{bic} - l_c) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(-l_{bic}) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(-l_{bic} - l_c) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fl} \dot{z}_s + C_{fr} \dot{z}_s \\
 & -C_{fl} \dot{z}_b - C_{fr} \dot{z}_b \\
 & +C_{fl}(-t_s - \dot{f}_{fl}) \beta_s + C_{fr}(-t_s - \dot{f}_{fr}) \beta_s \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl}) \beta_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr}) \beta_b \\
 & +C_{fl}(\dot{f}_{fl}) \dot{\gamma}_s + C_{fr}(\dot{f}_{fr}) \dot{\gamma}_s \\
 & +C_{fl}(-l_{bis}) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(-l_{bis}) \dot{\gamma}_b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +F_{xz} \\
 & +F_{lz} \dots \dots \dots (A1)
 \end{aligned}$$

Rolling motion of body

$$\begin{aligned}
 I_{br} \ddot{\beta}_b = & +\dot{C}_{rl}(-t_b - \dot{t}_{rl}) \dot{a}'_{rl} + \dot{C}_{rr}(-t_b - \dot{t}_{rr}) \dot{a}'_{rr} \\
 & +C_{rl}(t_b + \dot{t}_{rl}) \dot{z}_b + C_{rr}(t_b + \dot{t}_{rr}) \dot{z}_b \\
 & -C_{rl}(t_b + \dot{t}_{rl})^2 \beta_b - C_{rr}(-t_b - \dot{t}_{rr})^2 \beta_b \\
 & +C_{rl}(-t_b - \dot{t}_{rl})(-l_{bu}) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(-t_b - \dot{t}_{rr})(-l_{bu}) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl}) \dot{z}_e + C_{ml}(-t_b - \dot{f}_{ml}) \dot{z}_e + C_{rl}(-t_b - \dot{f}_{rl}) \dot{z}_e \\
 & +C_{fr}(-t_b - \dot{f}_{fr}) \dot{z}_e + C_{mr}(-t_b - \dot{f}_{mr}) \dot{z}_e + C_{rr}(-t_b - \dot{f}_{rr}) \dot{z}_e \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl}) \dot{z}_b + C_{ml}(t_b + \dot{f}_{ml}) \dot{z}_b + C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl}) \dot{z}_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr}) \dot{z}_b \\
 & +C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr}) \dot{z}_b + C_{rr}(t_b + \dot{f}_{rr}) \dot{z}_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl})(-t_e - \dot{f}_{fl}) \beta_e + C_{ml}(-t_b - \dot{f}_{ml})(-t_e - \dot{f}_{ml}) \beta_e \\
 & +C_{rl}(-t_b - \dot{f}_{rl})(-t_e - \dot{f}_{rl}) \beta_e + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr})(t_e + \dot{f}_{fr}) \beta_e \\
 & +C_{mr}(-t_b - \dot{f}_{mr})(-t_e - \dot{f}_{mr}) \beta_e + C_{rr}(t_b + \dot{f}_{rr})(t_e + \dot{f}_{rr}) \beta_e \\
 & -C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl})^2 \beta_b - C_{ml}(t_b + \dot{f}_{ml})^2 \beta_b - C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl})^2 \beta_b - C_{fr}(-t_b - \dot{f}_{fr})^2 \beta_b \\
 & -C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr})^2 \beta_b - C_{rr}(-t_b - \dot{f}_{rr})^2 \beta_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl})(\dot{f}_{fl}) \dot{\gamma}_e + C_{ml}(-t_b - \dot{f}_{ml})(\dot{f}_{ml}) \dot{\gamma}_e + C_{rl}(-t_b - \dot{f}_{rl})(\dot{f}_{rl}) \dot{\gamma}_e \\
 & +C_{fr}(-t_b - \dot{f}_{fr})(\dot{f}_{fr}) \dot{\gamma}_e + C_{mr}(-t_b - \dot{f}_{mr})(\dot{f}_{mr}) \dot{\gamma}_e + C_{rr}(-t_b - \dot{f}_{rr})(\dot{f}_{rr}) \dot{\gamma}_e \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl})(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{ml}(t_b + \dot{f}_{ml})(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl})(l_{bie}) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr})(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr})(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(t_b + \dot{f}_{rr})(l_{bie}) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl}) \dot{z}_c + C_{rl}(-t_b - \dot{f}_{rl}) \dot{z}_c + C_{fr}(-t_b - \dot{f}_{fr}) \dot{z}_c + C_{rr}(-t_b - \dot{f}_{rr}) \dot{z}_c \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl}) \dot{z}_b + C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl}) \dot{z}_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr}) \dot{z}_b + C_{rr}(t_b + \dot{f}_{rr}) \dot{z}_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl})(-t_c - \dot{f}_{fl}) \beta_c + C_{rl}(-t_b - \dot{f}_{rl})(-t_c - \dot{f}_{rl}) \beta_c + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr})(t_c + \dot{f}_{fr}) \beta_c \\
 & +C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr})(t_c + \dot{f}_{mr}) \beta_c - C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl})^2 \beta_b - C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl})^2 \beta_b - C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr})^2 \beta_b \\
 & -C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr})^2 \beta_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl})(\dot{f}_{fl}) \dot{\gamma}_c + C_{rl}(-t_b - \dot{f}_{rl})(\dot{f}_{rl}) \dot{\gamma}_c + C_{fr}(-t_b - \dot{f}_{fr})(\dot{f}_{fr}) \dot{\gamma}_c \\
 & +C_{rr}(-t_b - \dot{f}_{rr})(\dot{f}_{rr}) \dot{\gamma}_c \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl})(l_{bic}) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(t_b + \dot{f}_{rl})(l_{bic} + l_c) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr})(l_{bic}) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{mr}(t_b + \dot{f}_{mr})(l_{bic} + l_m) \dot{\gamma}_b \\
 & +C_{fl}(-t_b - \dot{f}_{fl}) \dot{z}_s + C_{fr}(-t_b - \dot{f}_{fr}) \dot{z}_s \\
 & +C_{fl}(t_b + \dot{f}_{fl}) \dot{z}_b + C_{fr}(t_b + \dot{f}_{fr}) \dot{z}_b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+C_{\beta l}^e(-t_b - l_{\beta l}^e)(-t_s - l_{\beta l}^e) \beta_s + C_{\beta r}^e(t_b + l_{\beta r}^e)(t_s + l_{\beta r}^e) \beta_s \\
 &-C_{\beta l}^e(t_b + l_{\beta l}^e)^2 \beta_b - C_{\beta r}^e(-t_b - l_{\beta r}^e)^2 \beta_b \\
 &+C_{\beta l}^e(-t_b - l_{\beta l}^e)(l_{\beta l}^e) \dot{\gamma}_s + C_{\beta r}^e(-t_b - l_{\beta r}^e)(l_{\beta r}^e) \dot{\gamma}_s \\
 &+C_{\beta l}^e(t_b + l_{\beta l}^e)(l_{\beta l}^e) \dot{\gamma}_b + C_{\beta r}^e(t_b + l_{\beta r}^e)(l_{\beta r}^e) \dot{\gamma}_b \\
 &+F_{xz}(-t_b) \\
 &+F_{iz}(-t_b) \dots\dots\dots (A2)
 \end{aligned}$$

Pitching motion of body

$$\begin{aligned}
 I_{bp} \ddot{\gamma}_b = & \\
 &+C_{rl}^e(l_{bil}) \dot{a}'_{rl} + C_{rr}^e(l_{bin}) \dot{a}'_{rr} \\
 &+C_{rl}^e(-l_{bil}) \dot{z}_b + C_{rr}^e(-l_{bin}) \dot{z}_b \\
 &+C_{rl}^e(-l_{bil})(-t_b - l_{rl}^e) \beta_b + C_{rr}^e(l_{bin})(t_b + l_{rr}^e) \beta_b \\
 &-C_{rl}^e(l_{bil})^2 \dot{\gamma}_b - C_{rr}^e(l_{bin})^2 \dot{\gamma}_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bie} + l_e) \dot{z}_e + C_{ml}^e(l_{bie} + l_m) \dot{z}_e + C_{rl}^e(l_{bie}) \dot{z}_e + C_{\beta r}^e(l_{bie} + l_e) \\
 &\quad \dot{z}_e + C_{mr}^e(l_{bie} + l_m) \dot{z}_e + C_{rr}^e(l_{bie}) \dot{z}_e \\
 &+C_{\beta l}^e(-l_{bie} - l_e) \dot{z}_b + C_{ml}^e(-l_{bie} - l_m) \dot{z}_b + C_{rl}^e(-l_{bie}) \dot{z}_b + \\
 &\quad C_{\beta r}^e(-l_{bie} - l_e) \dot{z}_b + C_{mr}^e(-l_{bie} - l_m) \dot{z}_b + C_{rr}^e(-l_{bie}) \dot{z}_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bie} + l_e)(-t_e - l_{rl}^e) \beta_e + C_{ml}^e(l_{bie} + l_m)(-t_e - l_{ml}^e) \beta_e + C_{rl}^e \\
 &\quad (l_{bie})(-t_e - l_{rl}^e) \beta_e + C_{\beta r}^e(l_{bie} + l_e)(-t_e - l_{rr}^e) \beta_e + C_{mr}^e \\
 &\quad (l_{bie} + l_m)(-t_e - l_{mr}^e) \beta_e + C_{rr}^e(l_{bie})(-t_e - l_{rr}^e) \beta_e \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bie} + l_e)(t_b + l_{\beta l}^e) \beta_b + C_{ml}^e(l_{bie} + l_m)(t_b + l_{ml}^e) \beta_b + C_{rl}^e(l_{bie}) \\
 &\quad (t_b + l_{rl}^e) \beta_b + C_{\beta r}^e(l_{bie} + l_e)(t_b + l_{\beta r}^e) \beta_b + C_{mr}^e(l_{bie} + l_m)(t_b + \\
 &\quad l_{mr}^e) \beta_b + C_{rr}^e(l_{bie})(t_b + l_{rr}^e) \beta_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bie} + l_e)(l_{\beta l}^e) \dot{\gamma}_e + C_{ml}^e(l_{bie} + l_m)(l_{ml}^e) \dot{\gamma}_e + C_{rl}^e(l_{bie})(l_{rl}^e) \dot{\gamma}_e \\
 &\quad + C_{\beta r}^e(l_{bie} + l_e)(l_{\beta r}^e) \dot{\gamma}_e + C_{mr}^e(l_{bie} + l_m)(l_{mr}^e) \dot{\gamma}_e + C_{rr}^e(l_{bie})(l_{rr}^e) \\
 &\quad \dot{\gamma}_e \\
 &-C_{\beta l}^e(-l_{bie} - l_e)^2 \dot{\gamma}_b - C_{ml}^e(-l_{bie} - l_m)^2 \dot{\gamma}_b - C_{rl}^e(-l_{bie})^2 \\
 &\quad \dot{\gamma}_b - C_{\beta r}^e(-l_{bie} - l_e)^2 \dot{\gamma}_b - C_{mr}^e(-l_{bie} - l_m)^2 \dot{\gamma}_b - C_{rr}^e \\
 &\quad (-l_{bie})^2 \dot{\gamma}_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bic}) \dot{z}_c + C_{rl}^e(l_{bic} + l_c) \dot{z}_c + C_{\beta r}^e(l_{bic}) \dot{z}_c + C_{rr}^e(l_{bic} + l_c) \dot{z}_c \\
 &+C_{\beta l}^e(-l_{bic}) \dot{z}_b + C_{rl}^e(-l_{bic} - l_c) \dot{z}_b + C_{\beta r}^e(-l_{bic}) \dot{z}_b + C_{rr}^e \\
 &\quad (-l_{bic} - l_c) \dot{z}_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bic})(-t_c - l_{\beta l}^e) \beta_c + C_{rl}^e(l_{bic} + l_c)(-t_c - l_{rl}^e) \beta_c + C_{\beta r}^e \\
 &\quad (l_{bic})(-t_c - l_{\beta r}^e) \beta_c + C_{rr}^e(l_{bic} + l_c)(-t_c - l_{rr}^e) \beta_c \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bic})(t_b + l_{\beta l}^e) \beta_b + C_{rl}^e(l_{bic} + l_c)(t_b + l_{rl}^e) \beta_b + C_{\beta r}^e(l_{bic})(t_b + \\
 &\quad l_{\beta r}^e) \beta_b + C_{rr}^e(l_{bic} + l_c)(t_b + l_{rr}^e) \beta_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bic})(l_{\beta l}^e) \dot{\gamma}_c + C_{rl}^e(l_{bic} + l_c)(l_{rl}^e) \dot{\gamma}_c + C_{\beta r}^e(l_{bic})(l_{\beta r}^e) \dot{\gamma}_c + C_{rr}^e \\
 &\quad (l_{bic} + l_c)(l_{rr}^e) \dot{\gamma}_c \\
 &-C_{\beta l}^e(l_{bic})^2 \dot{\gamma}_b - C_{rl}^e(l_{bic} + l_c)^2 \dot{\gamma}_b - C_{\beta r}^e(l_{bic})^2 \dot{\gamma}_b - C_{rr}^e(l_{bic} + \\
 &\quad l_c)^2 \dot{\gamma}_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bis}) \dot{z}_s + C_{\beta r}^e(l_{bis}) \dot{z}_s
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+C_{\beta l}^e(-l_{bis}) \dot{z}_b + C_{\beta r}^e(-l_{bis}) \dot{z}_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bis})(-t_s - l_{\beta l}^e) \beta_s + C_{\beta r}^e(l_{bis})(-t_s - l_{\beta r}^e) \beta_s \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bis})(t_b + l_{\beta l}^e) \beta_b + C_{\beta r}^e(l_{bis})(t_b + l_{\beta r}^e) \beta_b \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{bis})(l_{\beta l}^e) \dot{\gamma}_s + C_{\beta r}^e(l_{bis})(l_{\beta r}^e) \dot{\gamma}_s \\
 &-C_{\beta l}^e(l_{bis})^2 \dot{\gamma}_b - C_{\beta r}^e(l_{bis})^2 \dot{\gamma}_b \\
 &+F_{xz}(l_{bic}) \\
 &+F_{iz}(l_{bin}) \dots\dots\dots (A3)
 \end{aligned}$$

Vertical motion of front-end assembly

$$\begin{aligned}
 m_x \ddot{z}_x = & \\
 &+C_{\beta l}^e \dot{a}'_{\beta l} + C_{\beta r}^e \dot{a}'_{\beta r} \\
 &-C_{\beta l}^e \dot{z}_x - C_{\beta r}^e \dot{z}_x \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{\beta l}^e) \beta_x + C_{\beta r}^e(l_{\beta r}^e) \beta_x \\
 &-F'_{xz} \dots\dots\dots (A4)
 \end{aligned}$$

Rolling motion of front-end assembly

$$\begin{aligned}
 I_{xr} \ddot{\beta}_x = & \\
 &+C_{\beta l}^e(-l_{\beta l}^e) \dot{a}'_{\beta l} + C_{\beta r}^e(-l_{\beta r}^e) \dot{a}'_{\beta r} \\
 &+C_{\beta l}^e(l_{\beta l}^e) \dot{z}_x + C_{\beta r}^e(l_{\beta r}^e) \dot{z}_x \\
 &-C_{\beta l}^e(l_{\beta l}^e)^2 \beta_x - C_{\beta r}^e(-l_{\beta r}^e)^2 \beta_x \\
 &+F'_{xz} t_x \dots\dots\dots (A5)
 \end{aligned}$$

Vertical motion of trailer

$$\begin{aligned}
 m_i \ddot{z}_i = & \\
 &+C'_i \dot{a}'_{il} + C'_r \dot{a}'_{ir} \\
 &-C'_i \dot{z}_i - C'_r \dot{z}_i \\
 &+C'_i(t_i + l'_i) \beta_i + C'_r(t_i + l'_r) \beta_i \\
 &+C'_i(-l_{in}) \dot{\gamma}_i + C'_r(-l_{in}) \dot{\gamma}_i \\
 &-F'_{iz} \dots\dots\dots (A6)
 \end{aligned}$$

Rolling motion of trailer

$$\begin{aligned}
 I_{ir} \ddot{\beta}_i = & \\
 &+C'_i(-t_i - l'_i) \dot{a}'_{il} + C'_r(-t_i - l'_r) \dot{a}'_{ir} \\
 &+C'_i(t_i + l'_i) \dot{z}_i + C'_r(t_i + l'_r) \dot{z}_i \\
 &-C'_i(t_i + l'_i)^2 \beta_i - C'_r(t_i + l'_r)^2 \beta_i \\
 &+C'_i(t_i + l'_i)(l_{in}) \dot{\gamma}_i + C'_r(t_i + l'_r)(l_{in}) \dot{\gamma}_i \\
 &+F_{iz}(-t_i) \dots\dots\dots (A7)
 \end{aligned}$$

Pitching motion of trailer

$$\begin{aligned}
 I_{ip} \ddot{\gamma}_i = & \\
 & + C_i(l_{iu}) \dot{a}'_i + C_r(l_{iu}) \dot{a}'_r \\
 & + C_i(-l_{iu}) \dot{z}_i + C_r(-l_{iu}) \dot{z}_r \\
 & + C_i(l_{iu})(t_i + t'_i) \beta_i + C_r(l_{iu})(t_i + t'_r) \beta_i \\
 & - C_i(l_{iu})^2 \dot{\gamma}_i - C_r(l_{iu})^2 \dot{\gamma}_r \\
 & + F'_{iz}(l_{ih}) \dots\dots\dots (A8)
 \end{aligned}$$

Vertical motion of engine

$$\begin{aligned}
 m_e \ddot{z}_e = & \\
 & + C_{\beta l} \dot{z}_b + C_{ml} \dot{z}_b + C_{rl} \dot{z}_b + C_{fr} \dot{z}_b + C_{mr} \dot{z}_b + C_{rr} \dot{z}_b \\
 & - C_{\beta l} \dot{z}_e - C_{ml} \dot{z}_e - C_{rl} \dot{z}_e - C_{fr} \dot{z}_e - C_{mr} \dot{z}_e - C_{rr} \dot{z}_e \\
 & + C_{\beta l}(-t_b - t'_\beta) \beta_b + C_{ml}(-t_b - t'_m) \beta_b + C_{rl}(-t_b - t'_r) \\
 & \quad \beta_b + C_{fr}(-t_b - t'_f) \beta_b + C_{mr}(-t_b - t'_m) \beta_b + C_{rr}(-t_b \\
 & \quad - t'_r) \beta_b \\
 & + C_{\beta l}(t_e + t'_\beta) \beta_e + C_{ml}(t_e + t'_m) \beta_e + C_{rl}(t_e + t'_r) \beta_e + C_{fr} \\
 & \quad (+t_e + t'_f) \beta_e + C_{mr}(t_e + t'_m) \beta_e + C_{rr}(t_e + t'_r) \beta_e \\
 & + C_{\beta l}(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{ml}(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(l_{bie}) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(l_{bie} + \\
 & \quad l_e) \dot{\gamma}_b + C_{mr}(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(l_{bie}) \dot{\gamma}_b \\
 & + C_{\beta l}(-t'_\beta) \dot{\gamma}_e + C_{ml}(-t'_m) \dot{\gamma}_e + C_{rl}(-t'_r) \dot{\gamma}_e + C_{fr}(-t'_f) \\
 & \quad \dot{\gamma}_e + C_{mr}(-t'_m) \dot{\gamma}_e + C_{rr}(-t'_r) \dot{\gamma}_e \\
 & + F_e \dots\dots\dots (A9)
 \end{aligned}$$

Rolling motion of engine

$$\begin{aligned}
 I_{er} \ddot{\beta}_e = & \\
 & + C_{\beta l}(-t_e - t'_\beta) \dot{z}_b + C_{ml}(-t_e - t'_m) \dot{z}_b + C_{rl}(-t_e - t'_r) \\
 & \quad \dot{z}_b + C_{fr}(-t_e - t'_f) \dot{z}_b + C_{mr}(-t_e - t'_m) \dot{z}_b + C_{rr}(-t_e \\
 & \quad - t'_r) \dot{z}_b \\
 & + C_{\beta l}(t_e + t'_\beta) \dot{z}_e + C_{ml}(t_e + t'_m) \dot{z}_e + C_{rl}(t_e + t'_r) \dot{z}_e + C_{fr}(+t_e \\
 & \quad + t'_f) \dot{z}_e + C_{mr}(t_e + t'_m) \dot{z}_e + C_{rr}(t_e + t'_r) \dot{z}_e \\
 & + C_{\beta l}(-t_e - t'_\beta)(-t_b - t'_\beta) \beta_b + C_{ml}(-t_e - t'_m)(-t_b - t'_m) \\
 & \quad \beta_b + C_{rl}(-t_e - t'_r)(-t_b - t'_r) \beta_b + C_{fr}(+t_e + t'_f)(+t_b + \\
 & \quad t'_f) \beta_b + C_{mr}(-t_e - t'_m)(-t_b - t'_m) \beta_b + C_{rr}(t_e + t'_r) \\
 & \quad (t_b + t'_r) \beta_b \\
 & - C_{\beta l}(t_e + t'_\beta)^2 \beta_e - C_{ml}(t_e + t'_m)^2 \beta_e - C_{rl}(t_e + t'_r)^2 \beta_e - C_{fr} \\
 & \quad (-t_e - t'_f)^2 \beta_e - C_{mr}(t_e + t'_m)^2 \beta_e - C_{rr}(-t_e - t'_r)^2 \beta_e \\
 & + C_{\beta l}(-t_e - t'_\beta)(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{ml}(-t_e - t'_m)(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + \\
 & \quad C_{rl}(-t_e - t'_r)(l_{bie}) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(-t_e - t'_f)(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{mr} \\
 & \quad (-t_e - t'_m)(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(-t_e - t'_r)(l_{bie}) \dot{\gamma}_b \\
 & + C_{\beta l}(t_e + t'_\beta)(t'_\beta) \dot{\gamma}_e + C_{ml}(t_e + t'_m)(t'_m) \dot{\gamma}_e + C_{rl}(t_e + t'_r)(t'_r) \\
 & \quad \dot{\gamma}_e + C_{fr}(t_e + t'_f)(t'_f) \dot{\gamma}_e + C_{mr}(t_e + t'_m)(t'_m) \dot{\gamma}_e + C_{rr}(t_e +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & t'_r) \dot{\gamma}_e \\
 & + T_{\beta} \dots\dots\dots (A10)
 \end{aligned}$$

Pitching motion of engine

$$\begin{aligned}
 I_{ep} \ddot{\gamma}_e = & \\
 & + C_{\beta l}(t'_\beta) \dot{z}_b + C_{ml}(t'_m) \dot{z}_b + C_{rl}(t'_r) \dot{z}_b + C_{fr}(t'_f) \dot{z}_b + C_{mr} \\
 & \quad (t'_m) \dot{z}_b + C_{rr}(t'_r) \dot{z}_b \\
 & + C_{\beta l}(-t'_\beta) \dot{z}_e + C_{ml}(-t'_m) \dot{z}_e + C_{rl}(-t'_r) \dot{z}_e + C_{fr}(-t'_f) \\
 & \quad \dot{z}_e + C_{mr}(-t'_m) \dot{z}_e + C_{rr}(-t'_r) \dot{z}_e \\
 & + C_{\beta l}(t'_\beta)(-t_b - t'_\beta) \beta_b + C_{ml}(t'_m)(-t_b - t'_m) \beta_b + C_{rl}(t'_r) \\
 & \quad (-t_b - t'_r) \beta_b + C_{fr}(t'_f)(-t_b - t'_f) \beta_b + C_{mr}(t'_m)(-t_b - \\
 & \quad t'_m) \beta_b + C_{rr}(t'_r)(-t_b - t'_r) \beta_b \\
 & + C_{\beta l}(t'_\beta)(t_e + t'_\beta) \beta_e + C_{ml}(t'_m)(t_e + t'_m) \beta_e + C_{rl}(t'_r)(t_e + t'_r) \\
 & \quad \beta_e + C_{fr}(t'_f)(t_e + t'_f) \beta_e + C_{mr}(t'_m)(t_e + t'_m) \beta_e + C_{rr}(t'_r) \\
 & \quad (t_e + t'_r) \beta_e \\
 & + C_{\beta l}(t'_\beta)(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{ml}(t'_m)(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(t'_r)(l_{bie}) \dot{\gamma}_b \\
 & \quad + C_{fr}(t'_f)(l_{bie} + l_e) \dot{\gamma}_b + C_{mr}(t'_m)(l_{bie} + l_m) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(t'_r)(l_{bie}) \\
 & \quad \dot{\gamma}_b \\
 & - C_{\beta l}(-t'_\beta)^2 \dot{\gamma}_e - C_{ml}(-t'_m)^2 \dot{\gamma}_e - C_{rl}(-t'_r)^2 \dot{\gamma}_e - C_{fr}(-t'_f) \\
 & \quad \dot{\gamma}_e - C_{mr}(-t'_m)^2 \dot{\gamma}_e - C_{rr}(-t'_r)^2 \dot{\gamma}_e \\
 & + T_r \dots\dots\dots (A11)
 \end{aligned}$$

Vertical motion of cab

$$\begin{aligned}
 m_c \ddot{z}_c = & \\
 & + C_{\beta l} \dot{z}_b + C_{rl} \dot{z}_b + C_{fr} \dot{z}_b + C_{rr} \dot{z}_b \\
 & - C_{\beta l} \dot{z}_c - C_{rl} \dot{z}_c - C_{fr} \dot{z}_c - C_{rr} \dot{z}_c \\
 & + C_{rl} \dot{z}_s + C_{rr} \dot{z}_s \\
 & - C_{rl} \dot{z}_c - C_{rr} \dot{z}_c \\
 & + C_{\beta l}(-t_b - t'_\beta) \beta_b + C_{rl}(-t_b - t'_r) \beta_b + C_{fr}(-t_b - t'_f) \beta_b \\
 & \quad + C_{rr}(-t_b - t'_r) \beta_b \\
 & + C_{\beta l}(t_c + t'_\beta) \beta_c + C_{rl}(t_c + t'_r) \beta_c + C_{fr}(t_c + t'_f) \beta_c + C_{rr}(t_c + t'_r) \\
 & \quad \beta_c \\
 & + C_{rl}(-t_s - t'_r) \beta_s + C_{rr}(-t_s - t'_r) \beta_s \\
 & + C_{rl}(t_c + t'_r) \beta_c + C_{rr}(t_c + t'_r) \beta_c \\
 & + C_{\beta l}(l_{bic}) \dot{\gamma}_b + C_{rl}(l_{bic} + l_c) \dot{\gamma}_b + C_{fr}(l_{bic}) \dot{\gamma}_b + C_{rr}(l_{bic} + l_c) \dot{\gamma}_b \\
 & + C_{\beta l}(-t'_\beta) \dot{\gamma}_c + C_{rl}(-t'_r) \dot{\gamma}_c + C_{fr}(-t'_f) \dot{\gamma}_c + C_{rr}(-t'_r) \dot{\gamma}_c \\
 & + C_{rl}(t'_r) \dot{\gamma}_s + C_{rr}(t'_r) \dot{\gamma}_s \\
 & + C_{rl}(-l_{cis} - l_s) \dot{\gamma}_c + C_{rr}(-l_{cis} - l_s) \dot{\gamma}_c \dots\dots\dots (A12)
 \end{aligned}$$

Rolling motion of cab

$$I_{cr} \ddot{\beta}_c =$$

$$\begin{aligned}
 &+C_{\beta}^c(-t_c-f_{\beta})\dot{z}_b+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})\dot{z}_b+C_{f\beta}^c(-t_c-f_{f\beta})\dot{z}_b \\
 &+C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})\dot{z}_b \\
 &+C_{\beta}^c(t_c+f_{\beta})\dot{z}_c+C_{r1}^c(t_c+f_{r1})\dot{z}_c+C_{f\beta}^c(t_c+f_{f\beta})\dot{z}_c+C_{rr}^c(t_c+f_{rr})\dot{z}_c \\
 &+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})\dot{z}_s+C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})\dot{z}_s \\
 &+C_{r1}^c(t_c+f_{r1})\dot{z}_c+C_{rr}^c(t_c+f_{rr})\dot{z}_c \\
 &+C_{\beta}^c(-t_c-f_{\beta})(-t_b-f_{\beta})\beta_b+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})(-t_b-f_{r1})\beta_b \\
 &+C_{f\beta}^c(t_c+f_{\beta})(t_b+f_{\beta})\beta_b+C_{rr}^c(t_c+f_{rr})(t_b+f_{rr})\beta_b \\
 &-C_{\beta}^c(t_c+f_{\beta})^2\beta_c-C_{r1}^c(t_c+f_{r1})^2\beta_c-C_{f\beta}^c(-t_c-f_{f\beta})^2\beta_c- \\
 &C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})^2\beta_c \\
 &+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})(-t_s-f_{r1})\beta_s+C_{rr}^c(t_c+f_{rr})(t_s+f_{rr})\beta_s \\
 &-C_{r1}^c(t_c+f_{r1})^2\beta_c-C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})^2\beta_c \\
 &+C_{\beta}^c(-t_c-f_{\beta})(l_{bic})\dot{\gamma}_b+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})(l_{bic}+l_c)\dot{\gamma}_b+C_{f\beta}^c \\
 &(-t_c-f_{f\beta})(l_{bic})\dot{\gamma}_b+C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})(l_{bic}+l_c)\dot{\gamma}_b \\
 &+C_{\beta}^c(t_c+f_{\beta})(f_{\beta})\dot{\gamma}_c+C_{r1}^c(t_c+f_{r1})(f_{r1})\dot{\gamma}_c+C_{f\beta}^c(t_c+f_{f\beta})(f_{f\beta})\dot{\gamma}_c \\
 &+C_{rr}^c(t_c+f_{rr})(f_{rr})\dot{\gamma}_c \\
 &+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})(f_{r1})\dot{\gamma}_s+C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})(f_{rr})\dot{\gamma}_s \\
 &+C_{r1}^c(t_c+f_{r1})(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c+C_{rr}^c(t_c+f_{rr})(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c \dots \quad (A13)
 \end{aligned}$$

Pitching motion of cab

$$\begin{aligned}
 I_{cp}\ddot{\gamma}_c= \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})\dot{z}_b+C_{r1}^c(f_{r1})\dot{z}_b+C_{f\beta}^c(f_{\beta})\dot{z}_b+C_{rr}^c(f_{rr})\dot{z}_b \\
 &+C_{\beta}^c(-f_{\beta})\dot{z}_c+C_{r1}^c(-f_{r1})\dot{z}_c+C_{f\beta}^c(-f_{\beta})\dot{z}_c+C_{rr}^c(-f_{rr})\dot{z}_c \\
 &+C_{r1}^c(l_{cis}+l_s)\dot{z}_s+C_{rr}^c(l_{cis}+l_s)\dot{z}_s \\
 &+C_{r1}^c(-l_{cis}-l_s)\dot{z}_c+C_{rr}^c(-l_{cis}-l_s)\dot{z}_c \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})(-t_b-f_{\beta})\beta_b+C_{r1}^c(f_{r1})(-t_b-f_{r1})\beta_b+C_{f\beta}^c(f_{\beta})(- \\
 &t_b-f_{f\beta})\beta_b+C_{rr}^c(f_{rr})(-t_b-f_{rr})\beta_b \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})(t_c+f_{\beta})\beta_c+C_{r1}^c(f_{r1})(t_c+f_{r1})\beta_c+C_{f\beta}^c(f_{\beta})(t_c+f_{f\beta})\beta_c \\
 &+C_{rr}^c(f_{rr})(t_c+f_{rr})\beta_c \\
 &+C_{r1}^c(l_{cis}+l_s)(-t_s-f_{r1})\beta_s+C_{rr}^c(l_{cis}+l_s)(-t_s-f_{rr})\beta_s \\
 &+C_{r1}^c(l_{cis}+l_s)(t_c+f_{r1})\beta_c-C_{rr}^c(l_{cis}+l_s)(t_c+f_{rr})\beta_c \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})(l_{bic})\dot{\gamma}_b+C_{r1}^c(f_{r1})(l_{bic}+l_c)\dot{\gamma}_b+C_{f\beta}^c(f_{\beta})(l_{bic})\dot{\gamma}_b+C_{rr}^c \\
 &(f_{rr})(l_{bic}+l_c)\dot{\gamma}_b \\
 &-C_{\beta}^c(-f_{\beta})^2\dot{\gamma}_c-C_{r1}^c(f_{r1})^2\dot{\gamma}_c-C_{f\beta}^c(-f_{f\beta})^2\dot{\gamma}_c-C_{rr}^c(f_{rr})^2\dot{\gamma}_c \\
 &+C_{r1}^c(l_{cis}+l_s)(f_{r1})\dot{\gamma}_s+C_{rr}^c(l_{cis}+l_s)(f_{rr})\dot{\gamma}_s \\
 &-C_{r1}^c(l_{cis}+l_s)^2\dot{\gamma}_c-C_{rr}^c(l_{cis}+l_s)^2\dot{\gamma}_c \dots \quad (A14)
 \end{aligned}$$

Vertical motion of seat-base

$$\begin{aligned}
 m_s\ddot{z}_s= \\
 &+C_{r1}^c\dot{z}_c+C_{rr}^c\dot{z}_c \\
 &-C_{r1}^c\dot{z}_s-C_{rr}^c\dot{z}_s \\
 &+C_{\beta}^c\dot{z}_b+C_{f\beta}^c\dot{z}_b \\
 &-C_{\beta}^c\dot{z}_s-C_{f\beta}^c\dot{z}_s \\
 &+C_{eq}^h\dot{z}_s-C_{eq}^h\dot{z}_s
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+C_{r1}^c(-t_c-f_{r1})\beta_c+C_{rr}^c(-t_c-f_{rr})\beta_c \\
 &+C_{r1}^c(t_s+f_{r1})\beta_s+C_{rr}^c(t_s+f_{rr})\beta_s \\
 &+C_{\beta}^c(-t_b-f_{\beta})\beta_b+C_{f\beta}^c(-t_b-f_{f\beta})\beta_b \\
 &+C_{\beta}^c(t_s+f_{\beta})\beta_s+C_{f\beta}^c(t_s+f_{f\beta})\beta_s \\
 &+C_{r1}^c(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c+C_{rr}^c(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c \\
 &+C_{r1}^c(-f_{r1})\dot{\gamma}_s+C_{rr}^c(-f_{rr})\dot{\gamma}_s \\
 &+C_{\beta}^c(l_{bic}-f_{f\beta}+l_{cis})\dot{\gamma}_b+C_{f\beta}^c(l_{bic}-f_{f\beta}+l_{cis})\dot{\gamma}_b \\
 &+C_{\beta}^c(-f_{\beta})\dot{\gamma}_s+C_{f\beta}^c(-f_{f\beta})\dot{\gamma}_s \dots \quad (A15)
 \end{aligned}$$

Rolling motion of seat-base

$$\begin{aligned}
 I_{sr}\ddot{\beta}_s= \\
 &+C_{r1}^c(-t_s-f_{r1})\dot{z}_c+C_{rr}^c(-t_s-f_{rr})\dot{z}_c \\
 &+C_{r1}^c(t_s+f_{r1})\dot{z}_s+C_{rr}^c(t_s+f_{rr})\dot{z}_s \\
 &+C_{\beta}^c(-t_s-f_{\beta})\dot{z}_b+C_{f\beta}^c(-t_s-f_{f\beta})\dot{z}_b \\
 &+C_{\beta}^c(t_s+f_{\beta})\dot{z}_s+C_{f\beta}^c(t_s+f_{f\beta})\dot{z}_s \\
 &+C_{r1}^c(-t_s-f_{r1})(-t_c-f_{r1})\beta_c+C_{rr}^c(t_s+f_{rr})(+t_c+f_{rr})\beta_c \\
 &-C_{r1}^c(t_s+f_{r1})^2\beta_s-C_{rr}^c(-t_s-f_{rr})^2\beta_s \\
 &+C_{\beta}^c(-t_s-f_{\beta})(-t_b-f_{\beta})\beta_b+C_{f\beta}^c(t_s+f_{f\beta})(t_b+f_{f\beta})\beta_b \\
 &-C_{\beta}^c(t_s+f_{\beta})^2\beta_s-C_{f\beta}^c(-t_s-f_{f\beta})^2\beta_s \\
 &+C_{r1}^c(-t_s-f_{r1})(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c+C_{rr}^c(t_s+f_{rr})(-l_{cis}-l_s)\dot{\gamma}_c \\
 &+C_{r1}^c(t_s+f_{r1})(f_{r1})\dot{\gamma}_s+C_{rr}^c(t_s+f_{rr})(f_{rr})\dot{\gamma}_s \\
 &+C_{\beta}^c(t_s+f_{\beta})(-l_{bic}+f_{f\beta}-l_{cis})\dot{\gamma}_b+C_{f\beta}^c(t_s+f_{f\beta})(-l_{bic}+f_{f\beta}-l_{cis})\dot{\gamma}_b \\
 &+C_{\beta}^c(t_s+f_{\beta})(f_{\beta})\dot{\gamma}_s+C_{f\beta}^c(t_s+f_{f\beta})(f_{f\beta})\dot{\gamma}_s \dots \quad (A16)
 \end{aligned}$$

Pitching motion of seat-base

$$\begin{aligned}
 I_{sp}\ddot{\gamma}_s= \\
 &+C_{r1}^c(f_{r1})\dot{z}_c+C_{rr}^c(f_{rr})\dot{z}_c \\
 &+C_{r1}^c(-f_{r1})\dot{z}_s+C_{rr}^c(-f_{rr})\dot{z}_s \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})\dot{z}_b+C_{f\beta}^c(f_{\beta})\dot{z}_b \\
 &+C_{\beta}^c(-f_{\beta})\dot{z}_s+C_{f\beta}^c(-f_{f\beta})\dot{z}_s \\
 &+C_{r1}^c(f_{r1})(t_c+f_{r1})\beta_c+C_{rr}^c(f_{rr})(t_c+f_{rr})\beta_c \\
 &+C_{r1}^c(f_{r1})(t_s+f_{r1})\beta_s+C_{rr}^c(f_{rr})(t_s+f_{rr})\beta_s \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})(-t_b-f_{\beta})\beta_b+C_{f\beta}^c(f_{\beta})(-t_b-f_{f\beta})\beta_b \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})(t_s+f_{\beta})\beta_s+C_{f\beta}^c(f_{\beta})(t_s+f_{f\beta})\beta_s \\
 &+C_{r1}^c(f_{r1})(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c+C_{rr}^c(f_{rr})(l_{cis}+l_s)\dot{\gamma}_c \\
 &-C_{r1}^c(f_{r1})^2\dot{\gamma}_s-C_{rr}^c(f_{rr})^2\dot{\gamma}_s \\
 &+C_{\beta}^c(f_{\beta})(l_{bic}-f_{f\beta}+l_{cis})\dot{\gamma}_b+C_{f\beta}^c(f_{\beta})(l_{bic}-f_{f\beta}+l_{cis})\dot{\gamma}_b \\
 &-C_{\beta}^c(-f_{\beta})^2\dot{\gamma}_s-C_{f\beta}^c(-f_{f\beta})^2\dot{\gamma}_s \dots \quad (A17)
 \end{aligned}$$

Vertical motion of seat

$$\begin{aligned}
 m_h\ddot{z}_h= \\
 &+C_{eq}^h\dot{z}_s-C_{eq}^h\dot{z}_s \\
 &+K_{eq}^h z_s-C_{eq}^h z_h \dots \quad (A18)
 \end{aligned}$$