

## WT 평면에서의 두 신호 시지연 추정

### Time Delay Estimation of Two Signals in Wavelet Transform Domain

김재국\*, 이영석\*, 김성환\*  
(Jae Kuk Kim\*, Young-Seok Lee\*, Sung-Hwan Kim\*)

#### 요약

본 논문에서는 웨이블릿 변환을 이용한 새로운 시지연 추정방법인 WTD-LMSTDE를 제안하였다. 이 방법은 시평면에서 입력 신호 자기상관 행렬의 고유치 분포를 줄임으로서 수렴속도를 향상시켰다. 이 알고리즘의 성능을 시불변과 시변인 경우에 대해서 평가하였다. 결과로서 시불변 시지연의 경우에, WTD-LMSTDE의 추정 정확도가 LMSTDE보다 SNR에 따라서 3.3%에서 12.5%까지 개선되었다. 시변 시지연의 경우에는, 선형적으로 증가하는 지연 환경에서 WTD-LMSTDE의 평균 오차 전력이 잡음이 없는 상태에서 LMSTDE와 비교하여 2.4dB정도 감소하였다. 결론적으로 WTD-LMSTDE의 성능이 LMSTDE보다 우수함을 확인할 수 있었다.

#### ABSTRACT

In this paper, a new time delay estimation algorithm, WTD-LMSTDE was proposed. This method has great improvement in convergence rate relative to the time domain approach by decreasing the eigen value spread of input signal autocorrelation matrix. The performance of the algorithm was evaluated for the cases of time invariant time delay and time varying time delay. In the case of time invariant time delay, the estimation accuracy of WTD-LMSTDE was better than that of LMSTDE from 3.3% to 12.5% with respect to SNR. In the case of time varying time delay, the mean error power of WTD-LMSTDE in linear increased delay environment was decreased about 2.4dB compared to that of LMSTDE under noise-free condition. As a result, we showed that the performance of WTD-LMSTDE is better than that of LMSTDE.

#### I. 서론

시지연 추정은 두개 또는 여러개의 센서 입력 신호 사이의 시지연 값을 구하는 것으로서 sonar, 레이다, 음향기기, 유속측정(flow measurement), 제지산업(paper making industry), 의용공학(biomedical engineering) 등에 널리 사용되고 있으며 그 중요성은 정확성과 측정의 신속성이라고 할 수있다 [1][2].

일반적으로 두 센서로부터 들어오는 신호의 시지연을 추정하는 방법으로는 Carter[3]가 제안한 GCC(generalized cross correlation)방법과 Bershad[4], Youn[5]이 제안한 LMSTDE(least mean square time delay estimation)방법 등이 있다. 두 신호의 상관관계를 나타내는 상호상관관계(cross correlation)의 최대값을 산출하여 시지연을 추정하는 GCC 방법은 푸리에 변환(Fourier transform)에 의해서 상호 전력 밀도(cross power density)를 구한 다음 이를 푸리에 역변환하여 시지연을 구하기 때문에 많은 계

산량을 요구하므로 실시간 처리에 적용하기가 어렵다. 반면에 시평면상에서 LMS 알고리즘을 사용하여 필터 계수값으로 시지연을 추정하는 LMSTDE는 시평면상에서 연산을 수행하기 때문에 GCC 방법에 비해서 많은 계산량을 줄일수 있다는 장점을 가지고 있으나 들어오는 신호 사이의 시지연 값이 변함에 따라 시지연 추정시 수렴속도와 측정의 정확성이 떨어진다는 단점을 가지고 있다[6].

따라서, 본 논문에서는 변환평면으로서 비정상(nonstationary) 신호에 대한 수렴율을 증가시키는 웨이블릿 변환(wavelet transform)[7][8]을 이용한 시지연 추정 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 많은 계산량을 요구하는 GCC 알고리즘에 의한 추정 방법을 개선하고 반면에 계산량은 적지만 수렴성이 떨어지는 LMSTDE 알고리즘에 의한 추정방법의 단점을 보완하기 위해서 웨이블릿 변환 평면에서 시지연을 추정하는 방법(WTD-LMSTDE: wavelet transform domain-LMS time delay estimation)으로서, 제안한 방법의 수행 결과는 시불변(time invariant) 시지연 및 시변(time varying) 시지연에 대하여 LMSTDE와 비교 분석하였다.

\*서울시립대학교 전자공학과  
접수일자: 1996년 7월 20일

## II. 웨이브렛 변환 평면상에서의 시지연 추정 알고리즘의 제안

### 2.1 웨이브렛 변환과 신호 모델링

시간에 따라 통계적 특성이 변하지 않는 정상(stationary) 신호에 대해서는 푸리에 변환을 통하여 주파수 성분에 대한 정보를 얻을 수 있다. 그러나, 시간에 따라 통계적 특성이 변하는 비정상 신호는 푸리에 변환시 주파수 성분이 시간에 따라 바뀌므로 정확한 결과를 얻을 수 없다. 따라서 비정상 신호에 대한 분석을 위해서는 적절한 시간과 주파수에 대한 정보를 표현할 수 있는 변환을 이용하는 기법이 요구된다. 웨이브렛 변환은 이와같은 시간과 주파수 평면에 대한 정보를 모두 포함하고 있는 직교 변환의 일종으로서 식 (1)과같이 정의할 수 있으며, 시평면 신호  $x(t)$ 에 대하여 다중 윈도우(multi window) 기능을 제공함으로써 다중 분해능 해석(multiresolution analysis)을 가능하게 한다[9][10]. 식 (1)의 웨이브렛 변환은 식 (2)와같은 역 변환식으로 나타낼 수 있으며, 웨이브렛 변환된 신호는 mother wavelet  $h(t)$ 를 스케일링(scaling)하거나 병진(translation)시킨 함수  $h(t-\tau)/a$ 에 대하여 시평면 신호  $x(t)$ 를 내적(inner product)한 것과 같은 기능을 갖는다.

$$CWT_x(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int x(t) h^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \quad (1)$$

$$x(t) = c \int_{a>0} \int CWT(\tau, a) h_{a,\tau}(t) \frac{da d\tau}{a^2} \quad (2)$$

식 (1)과 식 (2)로부터 스케일링 및 병진 파라미터  $a, \tau$ 를 이산화(discretize)하여 식 (3) 및 식 (4)와 같은 이산 웨이브렛 변환 및 역변환을 구할 수 있다.

$$c_{m,n} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) h_{m,n}^*(k) \quad (3)$$

$$h_{m,n}(k) = a_0^{-m/2} h(a_0^{-m} k - nT), a = a_0^m, b = n a_0^m T$$

$$x(n) = c \sum_j \sum_k c_{j,k} h_{j,k}(n), \text{ where } c \text{ is normalized constant.} \quad (4)$$

시지연을 추정하기 위해서 두개의 센서로 들어오는 입력 신호를 식 (5)와 같이 모델링할 수 있다[11].

$$\begin{aligned} x_1(k) &= s(k-D(k)) + n_1(k) \\ x_2(k) &= s(k) + n_2(k) \end{aligned} \quad (5)$$

그림 1에서  $s(k)$ 가 원래의 신호이고,  $s(k-D(k))$ 는  $s(k)$ 에 대해 지연함수  $D(k)$ 에 의해서 시지연된 신호이다. 이때, 신호  $s(k)$ ,  $s(k-D(k))$ 와 잡음  $n_1(k)$ ,  $n_2(k)$ 는 서로 uncorrelated된 것으로 가정한다. 시지연된 신호를 얻기 위해서 원래의 신호를  $H_{D(k)}(w) = e^{-jwD(k)}$ 의 전달 함수를 갖는 필터로 필터링을 하여  $s(k)$ 의 시지연된 신호  $s(k$

$-D(k)$ 를 식(6)와 같이 얻는다.

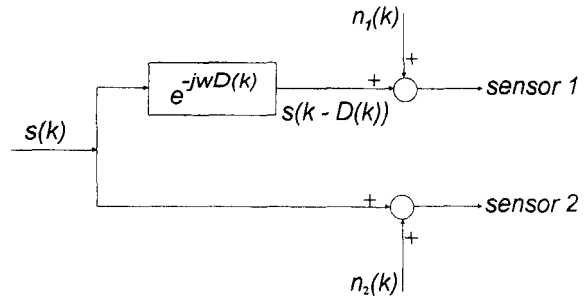


그림 1. 신호모델링  
Fig. 1. Signal modeling

$$\begin{aligned} s_{D(k)}(k) &= s(k-D(k)) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_{D(k)}(m) s(k-m) \end{aligned} \quad (6)$$

where,  $h_{D(k)}(m)$  is  $F^{-1}[H_{D(k)}(w)] = \sin c(m-D(k)), |m| < \infty$

따라서 지연함수  $D(k)$ 가 시간에 따라 변하면 시변 시지연 성분을 갖는 신호를 얻을 수 있고,  $D(k)$ 가 시간에 따라 변하지 않으면 시불변 시지연 성분을 갖는 신호를 만들 수 있으며, 시변 시지연 성분을 갖는 신호는 여러개의 지연성분을 갖는 필터들의 출력을 임의로 선택하여 얻을 수 있다.

### 2.2 시평면과 웨이브렛 변환 평면상에서의 FIR 필터계수

시평면상에서의 FIR(finite impulse response) 필터의 출력은 식(7)과 같이 주어진다.

$$\hat{y}(n) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i(n) x(n-i) \quad (7)$$

또한, 웨이브렛 변환 평면상에서의 FIR 필터의 입력 신호  $Z$ 는 식(8)과 같이  $X$ 를 웨이브렛 변환을 함으로써 얻을 수 있다. 여기에서  $Q$ 는 임의의 웨이브렛 변환 행렬이다.

$$Z = QX \quad (8)$$

$$Q = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & & & & & \\ C_3 & -C_2 & C_1 & -C_0 & & & & & \\ & C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & & & & \\ & C_3 & -C_2 & C_1 & -C_0 & & & & \\ & & & & \ddots & & & & \\ & & & & C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & \\ & & & & C_3 & -C_2 & C_1 & -C_0 & \\ C_2 & C_3 & & & & & C_0 & C_1 & \\ C_1 & -C_0 & & & & & C_3 & -C_2 & \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$X = [x(n-m+1) x(n-m+2) \dots x(n-1) x(n)] \quad (11)$$



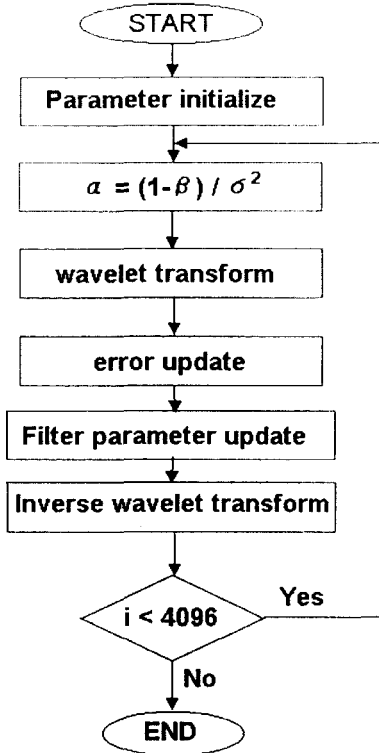


그림 3. WTD-LMSTDE 프로그램 흐름도  
Fig. 3. Flow chart of WTD-LMSTDE

시지연추정 알고리즘을 시뮬레이션하기 위해서 Daubechies에 의해 제안된 mother wavelet  $D_4$ 를 이용하여 웨이브렛 변환을 수행하였고[9], 그림 4와 같이 분산이 1, 평균이 영인 백색 가우시안 신호(white Gaussian signal)를 식 (22)와 같이 저역통과 필터링하여 주파수 대역을 제한시켰으며, 식 (23)을 통해서 시지연된 신호를 구했다. 잡음 성분에 의한 시지연 추정 알고리즘의 성능을 평가하기 위해서 위의 과정을 통해서 얻은 신호에 uncorrelated된 잡음을 섞어 원신호와 시지연된 신호 4096개 데이터에 대해서 시뮬레이션을 하였다.

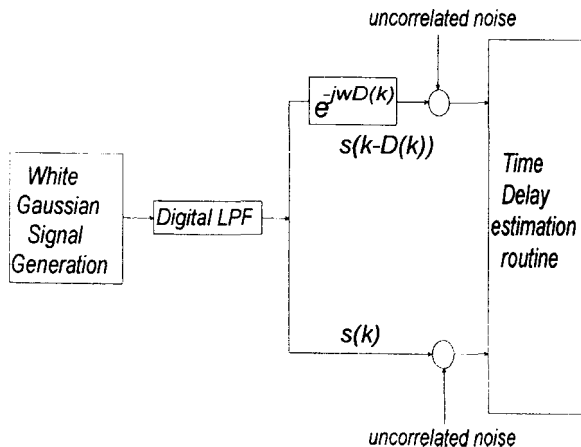


그림 4. 시뮬레이션 모델  
Fig. 4. Simulation model

$$y(k) = 1.6 y(k-1) - 0.8 y(k-2) + x(k) \quad (22)$$

$$\hat{s}_d(k) = \sum_{m=-p}^p h_{D(k)}(m) s(k-m) \quad (23)$$

본 논문에서는 WTD-LMSTDE 알고리즘의 성능과 LMSTDE 알고리즘의 성능을 비교 평가하기 위하여 시불변 시지연 신호와 시변 시지연 신호에 대해서 여러가지 잡음 조건하에 시뮬레이션을 하였다. 시지연 성분이 시변일 경우에 시지연 신호를 얻기 위한 필터의 시지연 함수  $D(k)$ 는 다음과 같이 하였다.

① 시지연성분이 선형적으로 증가하는 경우

$$D(k) = 1.0 + 0.004 \times k, \quad \text{where } k = [0; 4095]$$

② 시지연성분이 선형적으로 감소하는 경우

$$D(k) = 20.0 - 0.004 \times k, \quad \text{where } k = [0; 4095] \quad (24)$$

③ 시지연성분이 정현함수값을 갖는 경우

$$D(k) = 4.0 \times \sin(2\pi k/512) + 6.0, \quad \text{where } k = [0; 4095]$$

### 3.2 결과고찰

신호 모델링을 통해서 얻은 9샘플 데이터만큼 시지연된 신호와 원신호는 그림 5와 같다.

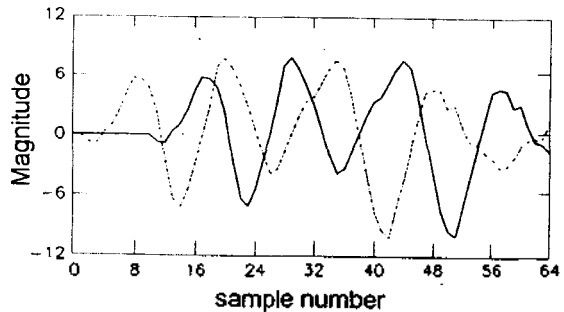


그림 5. 시지연된 신호와 원신호  
Fig. 5. Delayed signal and original signal

#### 3.2.1 시불변 시지연 추정결과

시불변 시지연 신호의 시지연 추정 결과에 대한 정확도를 시뮬레이션 데이터 4096개에 대한 정확한 시지연값을 추정하는 데이터 개수의 비로써 계산하였다.

정확도(%) =

$$\frac{\text{정확한 시지연값을 추정하는 데이터개수}}{\text{전체 데이터개수}} \times 100 \quad (25)$$

잡음이 없는 경우에 LMSTDE의 시지연 추정 정확도는 94.9%이며 본 연구의 WTD-LMSTDE의 시지연 추정 정확도는 98.2%였다. 이로부터 시불변 시지연 추정에 있어서 WTD-LMSTDE에 의한 시지연 추정이 LMSTDE에 의한 시지연 추저보다 더 정확함을 알 수 있다. 다음으로 SNR(signal to noise ratio)에 따른 시불변 시지연 추정의 정확도는 다음 그림 6과 같다.

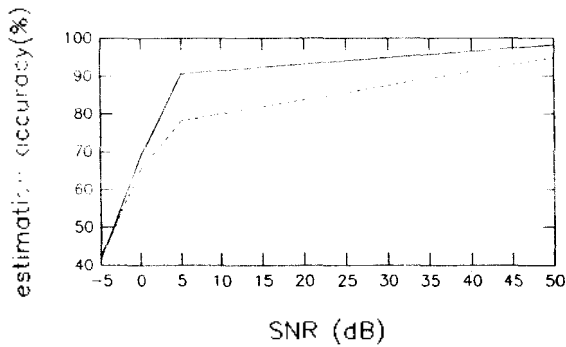


그림 6. SNR에 따른 시불변 시지연 추정의 정확도 비교 (점선: LMSTDE, 실선: WTD-LMSTDE)

Fig. 6. Accuracy comparison of time invariant time delay estimation for SNR (dot: LMSTDE, solid: WTD-LMSTDE)

그림 7은 SNR에 따른 LMSTDE와 WTD-LMSTDE의 시불변 시지연 추정결과이다. 따라서 시불변 시지연신호에서 WTD-LMSTDE에 의한 시지연 추정이 LMSTDE에 의한 시지연 추정보다 정확성이 더욱 개선됨을 알 수 있다.

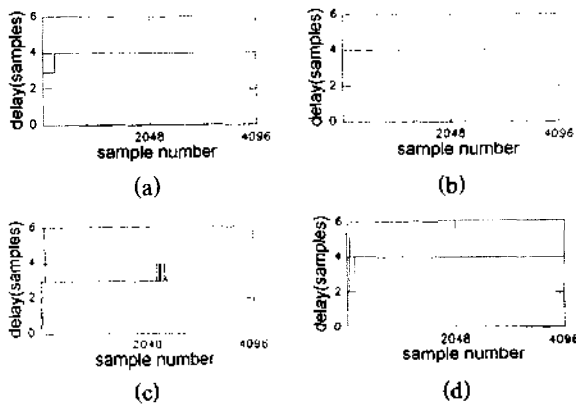


그림 7. 시불변 시지연 추정결과(필터차수:16, 시지연:4)

(a), (b): 잡음이 없을 경우, (c), (d): SNR 5dB일 경우

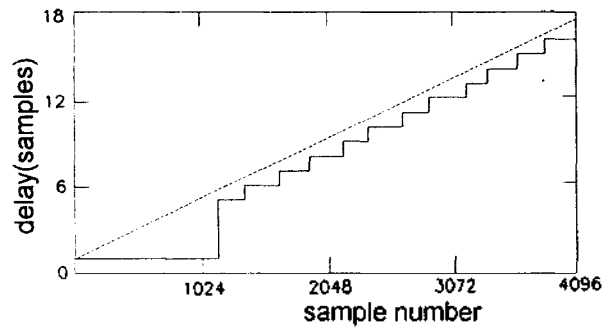
Fig. 7. Results of time invariant delay estimation(filter order: 16, time delay: 4)

(a), (b): noise free, (c), (d): SNR 5dB

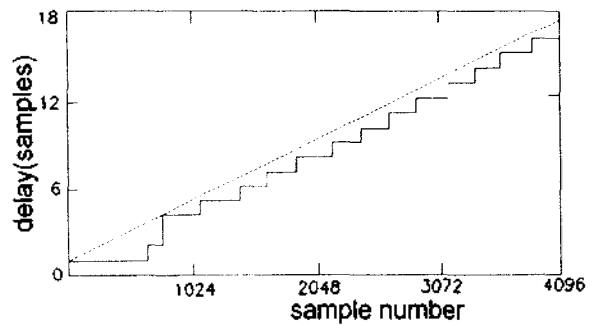
### 3.2.2 사별 시지연 추정결과

그림 8은 시지연 성분이 선형적으로 증가하는 경우에 LMSTDE와 WTD-LMSTDE의 추정 결과이다. WTD-LMSTDE 추정 방법이 1024 샘플 전에서 초기 추정을 함으로서 LMSTDE보다 추정속도면에서 있어서 신속함을 볼 수 있다. 그리고 잡음이 없는 경우에 WTD-LMSTDE에 의한 시변 시지연 추정이 LMSTDE에 의한 시변 시지연 추정보다 추정 평균 오차 전력(mean error power)이 2.4dB정도 작음을 알 수 있었다. 따라서, WTD-LMSTDE의 시변 시지연 추정이 LMSTDE보다 우수함을 알 수 있다. 그러나 SNR에 따른 시변 시지연 추정에 있어서는

LMSTDE나 WTD-LMSTDE 모두 시변 시지연 성분을 추정하지 못했다. 본 논문에서 제시한 WTD-LMSTDE는 필터링하기 전에 웨이브렛 변환을 하고 시지연값을 추정하는데 있어 필터 계수를 웨이브렛 역변환함으로써 계산량은 C를 필터의 차수로, N을 데이터 개수로 나타내었을 경우 LMSTDE보다  $O(2CN)$ 만큼 많다.



(a)



(b)

그림 8. 시지연 성분이 선형적으로 증가할때 시변 시지연 추정 결과

(점선: 시변 시지연 값, 실선: 시지연 추정 결과)

Fig. 8. Result of time varying time delay estimation with linear increased delay

(dot: time varying delay, solid: estimation result)

## IV. 결 론

LMSTDE 방법은 시평면에서 필터의 계수를 적용시키기 때문에 연산이 비교적 간단하고 수행시간이 다른 알고리즘에 비해서 빠르면 시불변, 시변 시지연 추정에 간단하게 응용을 할 수 있다. 그러나 시지연 추정에서는 시지연 성분에 따라 신속성과 정확성이 다소 떨어진다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 필터 입력 신호를 웨이브렛 변환하여 입력신호 고유치의 퍼진 정도를 감소시켜 LMSTDE의 수렴율을 증가시켰다. 따라서 시지연추정 시 신속성과 정확성을 개선하였고, 제안한 WTD-LMS-

TDE의 성능을 LMSTDE와 비교평가하기 위해서 시불변 시지연 추정과 시변 시지연 추정의 결과를 측정하였다.

시불변 시지연에 대한 추정 결과 WTD-LMSTDE에 의한 추정의 정확도는 LMSTDE에 비해 SNR에 따라서 3.5%에서 12.5% 정도 개선됨을 알 수 있었다. 시변 시지연에 대한 추정결과 WTD-LMSTDE의 시지연 추정이 LMSTDE 보다 시지연 추정 오차 전력이 잡음이 없는 경우에는 2.4dB 정도 작음을 알 수 있었고, 잡음이 있는 경우에는 WTD-LMSTDE, LMSTDE 모두 시변 시지연 성분을 추정하지 못함을 알 수 있었다. 앞으로 시변 시지연 추정시 SNR에 따라 신호와 잡음의 이득을 적응적으로 변화시킴으로서 시변 시지연 추정성능을 향상시킬 수 있을 것이라 생각되며 연산 처리 속도의 향상을 위하여 트랜스퓨터(transputer)등의 병렬처리컴퓨터를 활용하므로써 시지연 추정의 효율을 높일 수 있으리라 사료된다.

### 참 고 문 헌

1. G.C.Carter, Ed., "Special Issue on Time Delay Estimation," IEEE Trans. ASSP, Vol. 29, No. 3, June, 1981.
2. Delores M. Etter and Samuel D. Stearns, "Adaptive Estimation of Time Delays in Sampled Data Systems," IEEE Trans. ASSP, Vol. 29, No. 3, June, 1981.
3. C.H.Knapp and G.C.Carter, "The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay," IEEE Trans. ASSP, Vol. 24, pp.320-327, Aug., 1976.
4. F.A.Reed, P.L.Feintuch, and N.J.Bershad, "Time-Delay Estimation using the LMS Adaptive Filter-Static Behavior," IEEE Trans. ASSP, Vol. 29, pp. 561-568, June, 1981.
5. D.H.Youn, N.Ahmed, and G.C.Carter, "On using the LMS Algorithm for Time Delay Estimation," IEEE Trans. ASSP, Vol. 30, pp.798-801, Oct., 1982.
6. S.Shanker Narayan, A.M.Peterson, and M.J.Narashima, "Transform Domain LMS Algorithm," IEEE Trans. ASSP, Vol. 31, No. 3, pp. 609-615, June, 1983.
7. I.Daubechies, "Orthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets," comm. Pure Appl. Math., Vol. 41, pp. 909-996, 1988.
8. Gilbert Strang, "Wavelets and Dilation Equations; A Brief introduction," SIAM Review, Vol. 31, No. 4, pp. 614-627, Dec. 1989.
9. O.Rioul and M.Vetterli, "Wavelets and Signal Processing," IEEE SP Magazine, pp. 14-38, Oct., 1991.
10. I.Daubechies, "The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis," IEEE trans. Information theory, Vol. 36, No. 5, pp. 961-1005, Sep., 1990.
11. D.Youn, N.Ahmed, and G.C.Carter, "A Method for Generating a Class of Time-Delayed Signals," in Proc. ICASSP, Atlanta, GA, pp. 1257-1260, Mar., 1981.
12. 김중원, 김성환, "웨이브렛 변환과 디지털 신호처리에의 응용," 전기학회지, 제44권, 제3호, pp. 3-8, 1995.

13. 김중원, 김성환, "웨이브렛 변환 평면에서의 병렬 신호 추정 알고리즘의 제안," 전자공학회지, 제33권, 제9호, pp. 52-61, 1995.
14. Srinath Hosur and A.H. Tewfik "Wavelet transform domain LMS algorithm," '93 IEEE Signal processing Conf., pp. III-508-III-509, 1993.

▲김 재 국(Jae-Kuk Kim)

1970년 3월 15일



1993년 2월:서울시립대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1995년 2월:서울시립대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

▲이 영 석(Young-Seok Lee)

제15권 제5호 참조

▲김 성 환(Sung-Hwan Kim)

제15권 제1호 참조