

# 영상에서 변형된 최소자승법을 이용한 타원 검출

장 용 철<sup>†</sup> · 오 무 송<sup>††</sup>

## 요 약

훼손된 타원 및 복잡한 형태의 영상에서 타원 검출에 최소자승법(LSM: Least Square Method)을 적용할 수 있는데 이는 데이터가 비 정규 오류 분포를 따르거나 특이한점들이 있는 상태에서는 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 없다. 특히 최소자승법은 훼손된 부분을 데이터가 없는 것으로 가정하고 모든 데이터를 동일한 비중으로 연산하므로 훼손된 부분은 더욱 훼손된 모양으로 검출되는 문제점이 있다.

본 논문에서 변형된 최소자승법(MLSM: Modified Least Square Method) 이란 훼손부분의 가까운점에 큰 비중을 둬서 원래의 모양에 접근하는 형상(feature)의 타원을 검출하려는 것으로 훼손점 부근의 2점과 그의 중요한 1점을 강제로 만족하는 방법이다. 3점을 만족시키는 제한 조건을 주고 2개의 파라미터는 최소자승법으로 구하고, 나머지 3개는 제한 조건으로 구하여 타원 검출에 적용한 결과 실제 영상에서 타원의 검출 및 판별에 좋은 효과가 있었으며, 특히 인간의 치열의 곡선 모양을 결정하는데 좋은 효과가 있음을 보였다.

## The Detection of Ellipse by Using Modified Least Square Method in Image

Yung-Chul Jang<sup>†</sup> · Moo-Song Oh<sup>††</sup>

### ABSTRACT

*In image processing we encounter some tasks to detect ellipse or to discriminate the curves. LSM is well used to fit curves to ellipse but it can fail to fit correctly when fitting to defected one. To overcome this problem, we propose Modified LSM. Only 2-parameters among 5-paramaters are to be determined by LSM, while 3-parameters are to be calculated by the constrain that the curve must pass 3 given points. Those 3 points are selected by operator so as to have elliptic feature. Such proposed MLSM shows better result than genual LSM in case when the ellipse is severely defected. and is proved to be good method for determining the human dentition.*

### 1. 서 론

영상처리 기술은 최근 부가가치가 높은 분야로 첨단 기법이 요구되며, 반도체와 컴퓨터 기술이 접진적

으로 발전함에 따라 관심이 고조되고 있는 상태다 [1, 2]. 영상 데이터로부터 형상을 추출하는 것은 컴퓨터 비전의 초기 영상처리 과정에서 필수적인 부분이다. 이러한 영상처리에서 곡선 처리는 특정 형태의 패턴을 검출하고 그 위치나 크기, 회전각 등을 측정하는 것으로 영상인식에 있어서 주변배경이나 물체를 정확하게 인식할 필요가 있다. 또한 도면, 자연 및 인공물체 등에서 자주 접하게 되는 기하학적 도형에

<sup>†</sup> 정 회 원: 목포전문대학 전산정보처리과

<sup>††</sup> 정 회 원: 조선대학교 컴퓨터공학과

논문접수: 1997년 9월 25일, 심사완료: 1997년 12월 10일

서도 타원의 효율적인 검출이 요구되고 있다.

현재 직선이 포함되는 도형에 있어서는 검출 알고리즘에 대한 연구가 진전되었으나, 곡선이 포함되어 있는 곡선의 도형 및 자연영상에서의 타원 검출에는 매우 문제점이 많은 것으로 나타나고 있다[3, 4].

기존의 타원 검출 표현으로는 가장 많이 사용되는 Hough 변환은 형상 적합에 많이 사용하는 방법으로 서[5] 직선검출에 강력한 알고리즘인데 Ballard[6] 등에 의하여 일반곡선의 형상 검출에 적용할 수 있는 GHT(일반하프변환)이 발표되었다. 이 기법은 특이점에 대해서는 민감하지 않으나 배열크기(Array size)의 결정에 상당히 어려움이 있다. 특히 타원 검출의 경우 구해야 하는 변수가 5개나 되므로 더욱 어려움이 있어 훼손된 곡선 및 복잡한 형태의 영상에서 타원 검출에는 적용하기에 어려움이 있다[7].

최소자승법(LSM: Least Square Method)은 컴퓨터 비전에서 그 동안 많이 사용되어 오던 검출 기법인데 이 기법은 내재된 오류분포가 정규분포일 때 최적의 결과를 낸다[8]. 그러나 이 기법은 오류분포가 정규분포를 따르지 않을 경우 신뢰할 수 없으며 특히 특이점에 민감하고, 다항식을 보간하지 않으면 항상 오차가 발생한다. 또한 타원의 일반 다항식에서 5개의 파라미터가 필요하다[6, 9]. 그러나 훼손된 곡선은 원래의 모양에 가까운 타원을 검출하지 못하는 단점이 있다. LSM은 훼손된 부분은 데이터가 없는 것으로 간주하고 모든 데이터를 같은 비중으로 계산하므로 훼손된 부분은 더욱 훼손된 모양으로 검출된다[10, 11]. 만약 훼손부분에 가까운 훼손되지 않는 점에 큰 비중을 둔다면 원래의 모양에 접근하는 형상으로 검출 될 것이다.

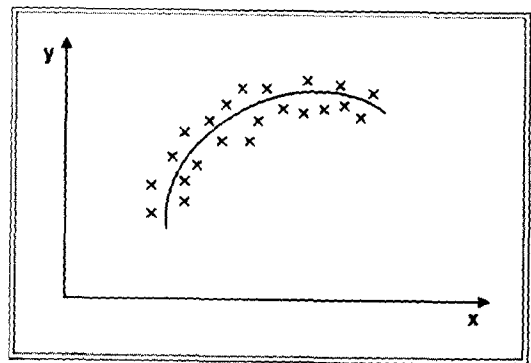
본 논문에서는 LSM의 개선을 위해 임의의 형상에서 훼손점 부근의 2점과 그외의 중요한 1점을 강제로 만족시키는 곡선을 구하므로써 참 도형에 가까운 타원을 찾게 하였다. 따라서 3점을 통과한다는 제한 조건을 주었기 때문에 이 방법을 변형된 최소 자승법(MLSM: Modified Least Square Method)이라 하였다. MLSM으로 타원 일반 다항식에서 5개의 파라미터 중 3개를 소거하고 먼저 2개만 구하는 방법을 제안하였다.

MLSM의 유효성을 입증하기 위해 실제 영상에서 타원 검출 및 판별을 위한 실험은 비디오 카메라로

원영상을 획득하여 에지 검출, 세션화등의 전처리 후 이를 MLSM으로 검출하였다. 감자의 영상, 치열의 영상 등에 대하여 실험하였고 이 결과를 LSM과 비교하여 타원 검출에서 오차가 적은 결과를 얻을 수 있었다. 특히 치열이 타원인지 포물선인지를 연구함에 적합한 방법임을 확인 하였다.

## 2. 최소자승법(LSM)에 의한 곡선적합 방법

LSM은 픽셀의 농도값을 표현할때 문턱값을 설정 및 곡선형상을 표현할 때 파라미터를 구하는 방법에 이용되고 있다. 즉, 영상공간의  $(x, y)$  평면상에  $(x_i, y_i)$ 의 점으로 주어지는 어떤 곡선을 오차가 최소가 되도록 하는식  $g(x, y)$ 를 구하는 방법으로 최소자승법이 잘 쓰인다[12, 13]. 실험 측정치에 의한 곡선의 자료가 (그림 2-1)과 같이 주어질 때 자료의 특성을 대표할 수 있는 접근 함수로써 실제 함수를 추정하고, 여기서 선택할 수 있는 접근함수로 여러 가지 곡선을 가정할 수 있다.



(그림 2-1) 일반적인 함수와 곡선 적합  
(Fig. 2-1) A curve fitting with a general function

(그림 2-1)에서 함수를  $g(x)$ 라 하면 점  $(x_i, y_i)$ 에서 함수  $g(x)$ 에 의해서 계산된 값과 자료점  $y_i$ 와의 편차  $z_i$ 는 식 (2-1)과 같다.

$$z_i = g(x_i) - y_i \tag{2-1}$$

자료가  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 인  $(n+1)$ 개의 자

료가 있다면 이 (n+1)개의 점에서 얻어지는  $z_i$ 를 제공하고, 이를 전부 합하여 M이라고 하면 식 (2-2)와 같다.

$$M = \sum_{i=0}^n [g(x_i) - y_i]^2 \quad (2-2)$$

여기서  $g(x)$ 를 k개의 적당한 함수로 선형 복합 다항식이라고 하면 식 (2-3)과 같이 표현된다.

$$g(x) = c_1 g_1(x) + c_2 g_2(x) + \dots + c_k g_k(x) \quad (2-3)$$

식 (2-3)에서  $g_1 = g_1(x), g_2 = g_2(x), \dots, g_k = g_k(x)$ 라 놓으면 식 (2-3a)와 같다.

$$g(x) = c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_k g_k \quad (2-3a)$$

식 (2-8)에서 M은  $c_1, c_2, \dots, c_k$ 의 함수이며, M이 최소가 될 필요 충분 조건은  $j=1, 2, \dots, k$ 에 대하여 다음 식 (2-4)와 같다.

$$\frac{\partial M}{\partial c_j} = 0 \quad (2-4)$$

식 (2-3a)를 식 (2-2)에 대입하고, 식 (2-4)을 이용하면 그 결과는 다음 식 (2-5)와 같다.

$$\frac{\partial M}{\partial c_1} = 2 \sum_{i=0}^n [(c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_k g_k) - y_i] g_1 = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial c_2} = 2 \sum_{i=0}^n [(c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_k g_k) - y_i] g_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial M}{\partial c_k} = 2 \sum_{i=0}^n [(c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_k g_k) - y_i] g_k = 0 \quad (2-5)$$

식 (2-5)을 정리하면 식 (2-6)과 같은  $c_1, c_2, \dots, c_k$ 에 대한 선형 연립 방정식을 얻게 된다.

$$c_1 \sum_{i=0}^n g_1 g_1 + c_2 \sum_{i=0}^n g_1 g_2 + \dots + c_k \sum_{i=0}^n g_1 g_k = \sum_{i=0}^n g_1 y_i$$

$$c_1 \sum_{i=0}^n g_2 g_1 + c_2 \sum_{i=0}^n g_2 g_2 + \dots + c_k \sum_{i=0}^n g_2 g_k = \sum_{i=0}^n g_2 y_i$$

$$\vdots$$

$$c_1 \sum_{i=0}^n g_k g_1 + c_2 \sum_{i=0}^n g_k g_2 + \dots + c_k \sum_{i=0}^n g_k g_k = \sum_{i=0}^n g_k y_i \quad (2-6)$$

식 (2-6)을 행렬로 표시하면 다음 식 (2-7)과 같다.

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n g_1^2 & \sum_{i=0}^n g_1 g_2 & \dots & \sum_{i=0}^n g_1 g_k \\ \sum_{i=0}^n g_2 g_1 & \sum_{i=0}^n g_2^2 & \dots & \sum_{i=0}^n g_2 g_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^n g_k g_1 & \sum_{i=0}^n g_k g_2 & \dots & \sum_{i=0}^n g_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n g_1 y_i \\ \sum_{i=0}^n g_2 y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^n g_k y_i \end{pmatrix} \quad (2-7)$$

식 (2-7)에서  $c_i$ 의 계수 행렬의  $G$ ,  $c_i$ 의 열 벡터를  $C$ , 우변 상수의 열 벡터를  $Z$ 라고 하면 식 (2-8)과 같다.

$$\begin{aligned} GC &= Z \\ C &= G^{-1} Z \end{aligned} \quad (2-8)$$

$c_i$ 를 구하는 방법은 식(2-7)을 이용하여 다원 1차 연립 방정식의 해법 또는 식 (2-8)의 계수 행렬  $G$ 의 역행렬  $G^{-1}$ 을  $Z$ 에 곱하면 된다. 타원의 일반식은 식 (2-9)와 같다.

$$A_1 x^2 + B_1 xy + C_1 y^2 + D_1 x + E_1 y + F_1 = 0 \quad (2-9)$$

식 (2-9)을 간략화 하기 위하여 양변을  $A_1$ 로 나누면 식 (2-10)과 같다.

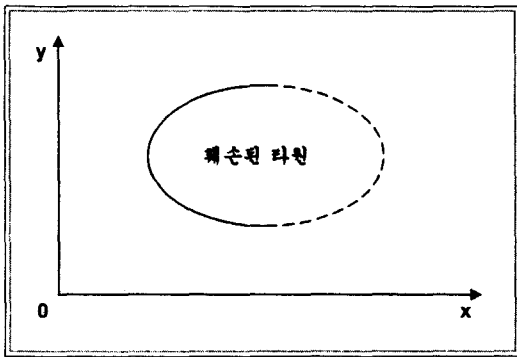
$$x^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (2-10)$$

식 (2-10)을 식 (2-3)과 비교하면  $c_1 = B, c_2 = C, c_3 = D, c_4 = E, c_5 = F$ 이고,  $g = -x^2, g_1 = xy, g_2 = y^2, g_3 = x, g_4 = y, g_5 = 1$ 이 된다. 식 (2-9)에서 어떤 항이든지 그 계수를 1로 하면 그 항이  $g$ 가 도니다.

### 3. 변형된 최소자승법(MLSM)에 의한 타원 검출

영상에서 훼손된 타원 검출시 최소자승법을 적용

하면 검출에 실패할 경우가 많다. 이를 방지하기 위하여 (그림 3-1)과 같이 훼손된 타원에서 그 특징이 잘 나타날 수 있도록 곡선 상에서 중요하다고 느껴지는 3점을 선택하여 강제로 만족하도록 하는 변형된 최소자승법(MLSM: Modified Least Square Method)을 제안한다.

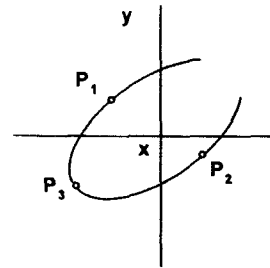


(그림 3-1) 훼손된 타원  
(Fig. 3-1) A damaged ellipse

5개의 파라미터인 곡선 상에서 3점을 통과해야 된다는 강제적인 조건을 주면 5개의 파라미터 중 3개의 파라미터를 고정시키는 결과가 되므로 독립적인 2개의 파라미터만 남게 된다. 식 2-10에서 주어진 3점을 이용하여 독립적인 2개의 파라미터만 취하는 방법을 이용한다. 먼저 D, E, F값을 소거하고 B, C만 최소자승법을 이용하여 결정한다. (그림 3-2)에서 타원이 선택한 3점  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $P_3(x_3, y_3)$ 을 지날려면 점  $P_1, P_2, P_3$ 가 식 (2-10)을 만족해야 한다. 따라서  $P_1, P_2, P_3$ 의 좌표 값을 식 (2-10) 대입하여 D, E, F의 3개의 파라미터에 관한 연립방정식으로 다시 쓰면 식 (3-1)와 같다.

$$\begin{aligned} Dx_1 + Ey_1 + F &= -(x_1^2 + Bx_1y_1 + Cy_1^2) \\ Dx_2 + Ey_2 + F &= -(x_2^2 + Bx_2y_2 + Cy_2^2) \\ Dx_3 + Ey_3 + F &= -(x_3^2 + Bx_3y_3 + Cy_3^2) \end{aligned} \quad (3-1)$$

식 (3-1)로부터  $de = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$ 라 놓고 D, E, F를 구하여 식 (2-10)에 대입하여 식 (3-2)와 같다.



(그림 3-2) 타원에서 3점 선택  
(Fig. 3-2) The selected 3 points on the ellipse

$$x^2 + Bxy + Cy^2 + \frac{1}{de} \begin{bmatrix} -(x_1^2 + Bx_1y_1 + Cy_1^2) & y_1 & 1 \\ -(x_2^2 + Bx_2y_2 + Cy_2^2) & y_2 & 1 \\ -(x_3^2 + Bx_3y_3 + Cy_3^2) & y_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 - (x_1^2 + Bx_1y_1 + Cy_1^2) & 1 \\ x_2 - (x_2^2 + Bx_2y_2 + Cy_2^2) & 1 \\ x_3 - (x_3^2 + Bx_3y_3 + Cy_3^2) & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \quad (3-2)$$

$$+ \begin{bmatrix} x_1y_1 - (x_1^2 + Bx_1y_1 + Cy_1^2) \\ x_2y_2 - (x_2^2 + Bx_2y_2 + Cy_2^2) \\ x_3y_3 - (x_3^2 + Bx_3y_3 + Cy_3^2) \end{bmatrix} = 0$$

식 (3-2)를 파라미터 항별로 대입하면 식 (3-3), (3-4), (3-5)와 같다.

B의 계수:

$$\begin{aligned} xy + \frac{x}{de} \{x_1y_1(y_3 - y_2) + x_2y_2(y_1 - y_3) + x_3y_3(y_1 - y_1)\} \\ + \frac{y}{de} \{x_1y_1(x_2 - x_3) + x_2y_2(x_3 - x_1) + x_3y_3(y_1 - y_2)\} \\ + \frac{1}{de} \{x_1y_1(x_3y_2 - x_2y_3) + x_2y_2(x_1y_3 - x_3y_1) + x_3y_3(x_2y_1 - x_1y_2)\} \end{aligned} \quad (3-3)$$

C의 계수:

$$\begin{aligned} y^2 + \frac{x}{de} \{y_1^2(y_3 - y_2) + y_2^2(y_1 - y_3) + y_3^2(y_2 - y_1)\} \\ + \frac{y}{de} \{(y_1^2(x_2 - x_3) + y_2^2(x_3 - x_1) + y_3^2(x_1 - x_2))\} \\ + \frac{1}{de} \{(y_1^2(x_3y_2 - x_2y_3) + y_2^2(x_1y_3 - x_3y_1) + y_3^2(x_2y_1 - x_1y_2))\} \end{aligned} \quad (3-4)$$

상수항:

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{x}{de} \{x_1^2(y_3 - y_2) + x_2^2(y_1 - y_3) + x_3^2(y_2 - y_1)\} \\ + \frac{y}{de} \{x_1^2(x_2 - x_3) + x_2^2(x_3 - x_1) + x_3^2(x_1 - x_2)\} \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{de} \{x_1^2(x_3y_2-x_2y_3) + x_2^2(x_1y_3-x_3y_1) + y_3^2(x_2y_1-x_1y_2)\}$$

식 (3-3), (3-4), (3-5)를 간소화하기 위해서 다음과 같이 변수를 정의하면 식 (3-6), (3-7)과 같다.

$$\begin{aligned} xy_1 &= x_1 * y_1; & xy_2 &= x_2 * y_2; & xy_3 &= x_3 * y_3 \\ yy_1 &= y_1 * y_1; & yy_2 &= y_2 * y_2; & yy_3 &= y_3 * y_3 \\ xx_1 &= x_1 * x_1; & xx_2 &= x_2 * x_2; & xx_3 &= x_3 * x_3 \\ x_{12} &= x_1 - x_2; & y_{12} &= y_1 - y_2; & m_1 &= x_3 * y_2 - x_2 * y_3 \\ x_{23} &= x_2 - x_3; & y_{23} &= y_2 - y_3; & m_2 &= x_1 * y_3 - x_3 * y_1 \\ x_{31} &= x_3 - x_1; & y_{31} &= y_3 - y_1; & m_3 &= x_2 * y_1 - x_1 * y_2 \end{aligned} \quad (3-6)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= (xy_1 * y_{23} + xy_2 * y_{31} + xy_3 * y_{12}) \\ b_2 &= (xy_1 * y_{23} + xy_2 * y_{31} + xy_3 * y_{12}) \\ b_3 &= (xy_1 * m_1 + xy_2 * m_2 + xy_3 * m_3) \\ c_1 &= (yy_1 * y_{23} + yy_2 * y_{31} + yy_3 * y_{12}) \\ c_2 &= (yy_1 * x_{23} + yy_2 * x_{31} + yy_3 * x_{12}) \\ c_3 &= (yy_1 * m_1 + yy_2 * m_2 + yy_3 * m_3) \\ f_1 &= (xx_1 * y_{23} + xx_2 * y_{31} + xx_3 * y_{12}) \\ f_2 &= (xx_1 * y_{23} + xx_2 * y_{31} + xx_3 * y_{12}) \\ f_3 &= (xx_1 * m_1 + xx_2 * m_2 + xx_3 * m_3) \end{aligned} \quad (3-7)$$

식 (3-6), (3-7)로 정의한 변수를 이용하여 식 (3-2)을 B, C에 대한 1차 방정식으로 쓰면 식 (3-8)과 같다.

$$\begin{aligned} B(de \cdot xy + b_1x + b_2y + b_3) + C(de \cdot y^2 + c_1x + c_2y + c_3) \\ = -[de \cdot x^2 + f_1x + f_2y + f_3] \end{aligned} \quad (3-8)$$

식 (3-8)과 식 (2-3)을 비교하면 식 (3-9)와 같다.

$$\begin{aligned} g &= -(de \cdot x^2 + f_1x + f_2y + f_3) \\ g_1 &= (de \cdot xy + b_1x + b_2y + b_3) \\ g_2 &= (de \cdot y^2 + c_1x + c_2y + c_3) \end{aligned} \quad (3-9)$$

식 (3-9)을 이용하여 최소자승법에 의해 B, C를 결정하기 위한 MLSM 알고리즘은 (그림 3-3)과 같다.

(그림 3-3)의 알고리즘 이용하여 B, C값을 구하면 식 (3-10)과 같다.

$$\begin{aligned} B &= (a[0][2] * a[1][1] - a[1][2] * a[0][1]) / (a[0][0] * a[1][1] - a[1][0] * a[0][1]) \\ C &= (a[0][2] - a[0][0] * B) / a[0][1] \end{aligned}$$

상기 알고리즘에서 얻어진 B, C를 식 (3-1)를 대입하여 D, E, F의 파라미터를 얻을 수 있다.

```

식(3-6)~(3-7)에 의해 변수를 정의함
for ( i = 1; i<n; i++)
{
    a[0][0] += (de * xy + b1x + b2y + b3) * (de * xy + b1x + b2y + b3)
    a[0][1] += (de * y^2 + c1x + c2y + c3) * (de * xy + b1x + b2y + b3)
    a[1][1] += (de * y^2 + c1 + c2y + c3) * (de * y^2 + c1x + c2y + c3)

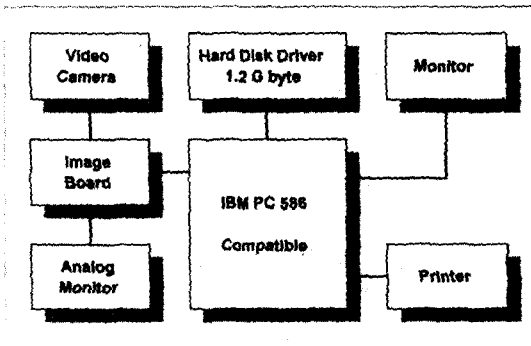
    a[0][2] = -(de * xy + b1x + b2y + b3)(de * x^2 + f1x + f2y + f3)
    a[1][2] = -(de * x^2 + f1x + f2y + f3)(de * y^2 + c1x + c2y + c3)
}

a[1][0] = a[0][1]
식(3-10)에 의해 B, C를 구함
    
```

(그림 3-3) B, C를 결정하기 위한 MLSM 알고리즘  
(Fig. 3-3) The MLSM algorithm for determining B, C

4. 실험 및 검토

실제 영상에서 타원 검출 및 판별 실험에서 제안된 알고리즘의 시스템 환경은 영상 정보의 획득, 처리, 저장 및 표시를 하는 입력부, 처리부, 제어부 및 표시부로 구성하였으며, 전체 영상처리 시스템 환경은 (그림 4-1)과 같다.



(그림 4-1) 영상처리 시스템 구성  
(Fig. 4-1) The image processing system configuration

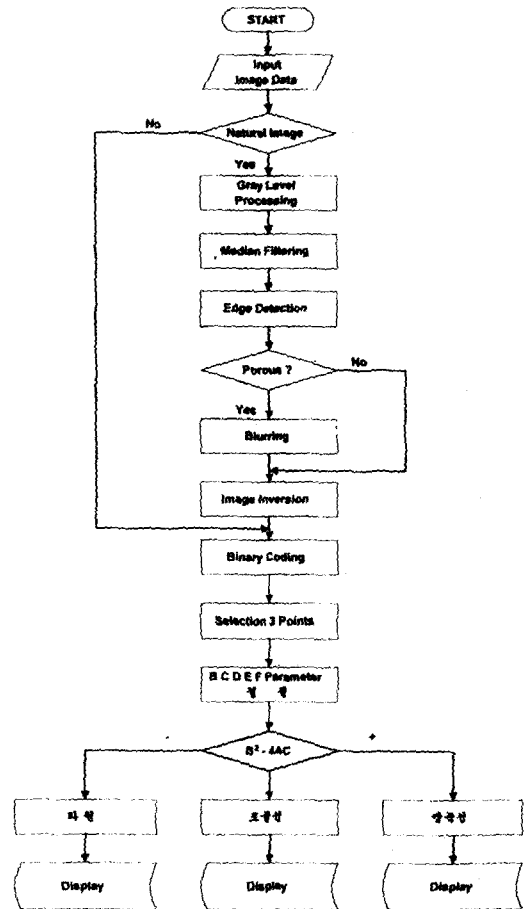
타원 검출을 위해 사용된 영상 데이터는 비디오 카메라를 사용하여 아날로그 영상 신호를 얻은 후에, 영상을  $256 \times 256 \times 8bit$  frame grabber를 Image Board로 썼고, 이 데이터를 해상도에 256단계의 휘도를 갖도록 디지털 화하는 하드디스크에 보관하였다 그리고 수집 및 처리된 영상의 출력력을 위해서 고해상도 아날로그 RGB 모니터와 프린터를 준비하였다.

실험에 사용된 알고리즘은 Turbo C 3.1 언어를 사용해 전처리과정의 알고리즘과 제안된 방법의 타원 검출 알고리즘 흐름도는 (그림 4-2)와 같다. VGA 그래픽을 처리하기 위해서 어셈블리어 (Microsoft Assembler V2.0)에 의해 그래픽 관련 프로그램들이 만들어졌다. 실험은 실제 영상에서 타원 검출은 최소자승법(LSM)기법을 이용할 수 있는데 훼손된 곡선을 검출하는데는 실패한 경우가 있다 따라서 제안된 기법들과 비교 검토하기 위해서 실제 영상인 감자, 치열을 대상으로 정상적인 형상과 일부 훼손된 데이터를 적용하여 실험하였다.

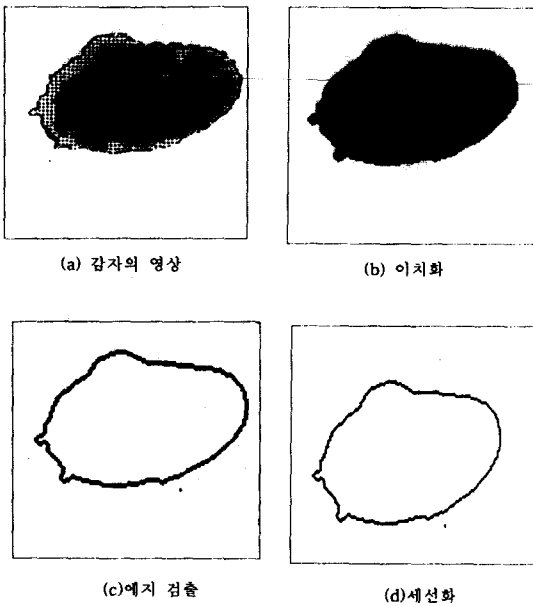
(그림 4-3)의 감자의 영상을 입력받아 매디안 필터 (median filter)로서 잡음을 제거하고 에지 검출한다.

만약 영상이 주위 환경에 대해 두드러지면 즉, 그레이 레벨(gray level) 차가 크면 바로 이치화 하여 에지를 검출하고, 세선화 한다. (그림 4-4)에서는 인간 치열이 타원 또는 포물선인가를 알아보기 위한 경우이다. (그림 4-4(a))를 매디안 필터(median filter)로 잡음을 제거한 후 에지를 검출한 것이다.

이치화된 그림을 바로 타원에 적합 시키는 것보다는 치열을 나타낼 수 있는 간단한 곡선을 얻는 것이 좋다. 이 목적으로 블러링(blurring)을 더하여 세선화한 것은 (그림 4-4(f))와 같이 단일 곡선을 얻을 수 있으므로 실제적으로 원 영상과 같은 모양의 결과를 얻을 수 있다.



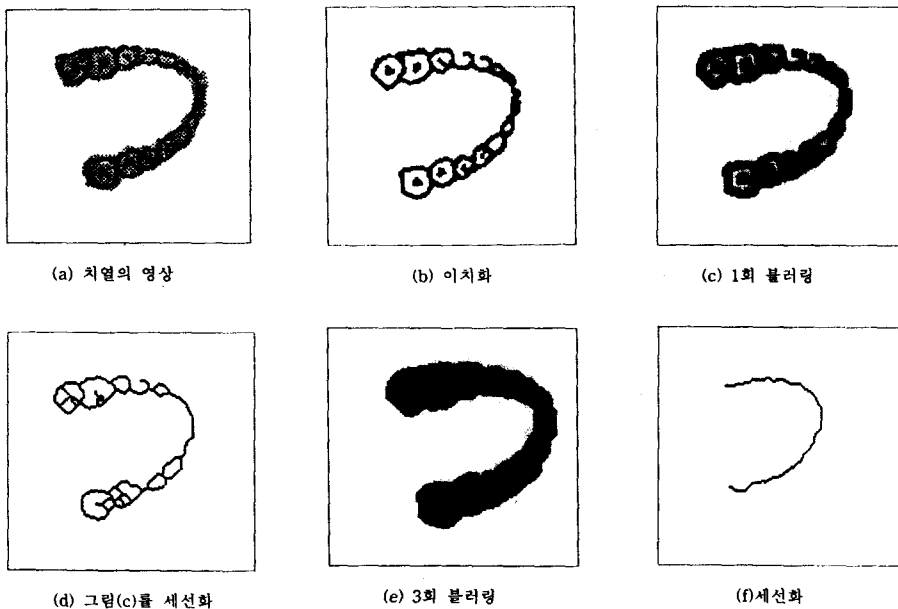
(그림 4-2) 타원 검출 알고리즘의 순서도  
(Fig. 4-2) Flowchart of ellipse detection algorithm



(그림 4-3) 감자의 영상처리  
(Fig. 4-3) The image processing of a potato

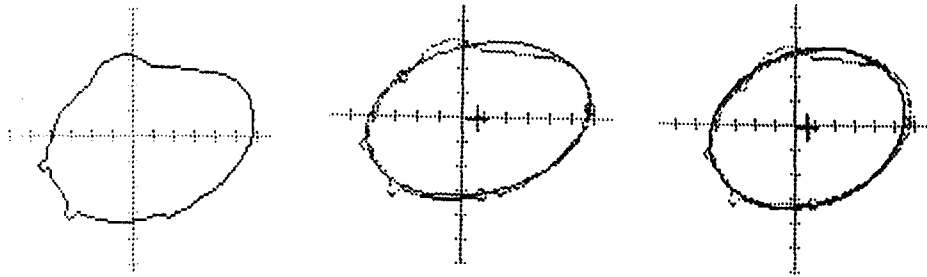
첫 번째, 감자의 검출은 거의 완전한 타원 모양의 영상일 때 제안된 방법과 그리고 LSM방법을 사용한 결과(그림 4-5(b, c))와 같이 원 영상에 가까운 타원으로 검출되었다. 그러나 감자의 영상이 희미하여 에지가(그림 4-6(a))와 같이 일부가 훼손된 영상일 때 제안된 방법의 결과인(그림 4-6(b))와 같이 원형에 가까운 타원 형상으로 검출 되었으나, LSM기법으로는(그림 4-6(a))와 비교했을 때 검출에 실패한 경우이다.

두 번째, 치열의 곡선 모양을 결정함에 있어 1회 블러링(blurring)한 후 제안된 방법으로 실험한 결과(그림 4-7(b))와 같이 타원으로 판별할 수 있으나, LSM 방법은(그림 4-7(a))와 비교했을 때(그림 4-7(c))는 오차가 심한 타원으로 판별하였다. 블러링을 3회 실시한 후 제안된 방법으로 실험한 결과(그림 4-8(b))와 같이 원형에 가까운 타원으로 배열되어 있음을 보여 준다. 또한 LSM 방법에서도 1회 블러링한 결과와 비교했을 때(그림 4-8(c))와 같이 보다 더 좋은 결과를 보였다.



(그림 4-4) 치열의 영상처리  
(Fig. 4-4) The image processing of a dental

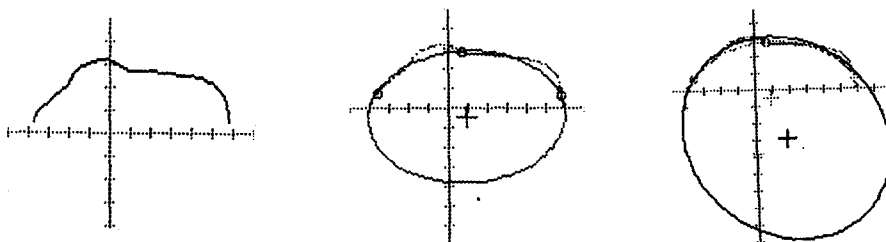
4.1 감자의 영상에서 타원 검출



(a) 정상적인 감자의 영상      (b) MLSM 방법      (c) LSM 방법

방법	판별	중심(center)		장축	단축	회전각
		$x_0$	$y_0$			
MLSM	타원	7.9	-1.3	51.03	30.42	12.71
LSM	타원	6.6	-1.8	49.75	31.56	11.94

(그림 4-5) 감자의 영상에서 타원 검출 결과  
 (Fig. 4-5) Detection results of a ellipse in potato image



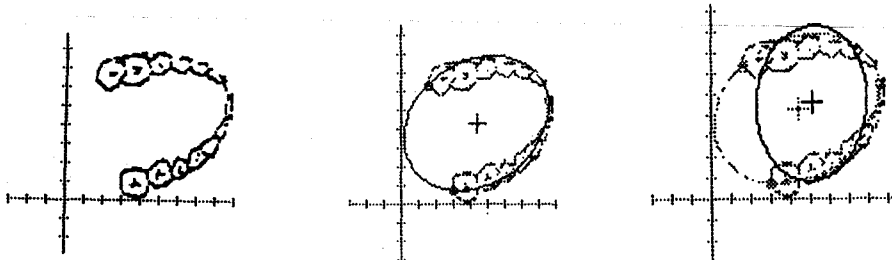
(a) 훼손된 감자의 영상      (b) MLSM 방법      (c) LSM 방법

방법	판별	중심(center)		장축	단축	회전각
		$x_0$	$y_0$			
MLSM	타원	9.9	-5.3	50.36	33.44	-3.00
LSM	타원	18.00	-29.1	64.26	56.24	-43.25

(그림 4-6) 훼손된 감자의 영상에서 타원 검출  
 (Fig. 4-6) Detection results of a ellipse in potato image to damage



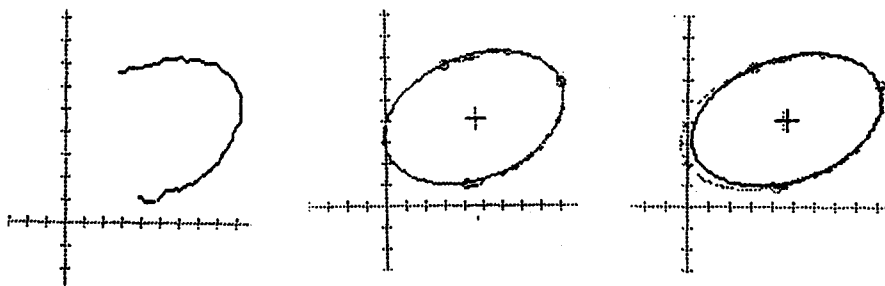
4.2 치열의 영상에서 타원 검출



(a) 1회 블러링한 치열의 영상      (b) MLSM 방법      (c) LSM 방법

방법	판별	중심(center)		장축	단축	회전각
		$x_0$	$y_0$	a	b	$\theta$
MLSM	타원	44.2	42.7	44.28	33.18	27.92
LSM	타원	51.3	45.0	28.12	37.32	-4.76

(그림 4-7) 1회 블러링 한 치열의 영상에서 타원 검출 결과  
(Fig. 4-7) Detection results of a ellipse in a dental image on time



(a) 3회 블러링한 치열의 영상      (b) MLSM 방법      (c) LSM 방법

방법	판별	중심(center)		장축	단축	회전각
		$x_0$	$y_0$	a	b	$\theta$
MLSM	타원	45.0	40.1	39.39	29.27	19.98
LSM	타원	47.0	40.8	46.47	29.05	20.16

(그림 4-8) 3회 블러링 한 치열의 영상에서 타원 검출 결과  
(Fig. 4-8) Detection results of a ellipse in a dental image three time

5. 결 론

영상속의 타원이 불규칙한 점들로 구성되어 있거나 불완전한 경우 LSM으로는 타원 검출이나 판정에 실패할 경우가 종종있으므로 이를 개선하기 위하여 타원의 특징을 잘 나타낼 수 있는 3점을 택하여 이를 타원의 방정식을 만족하게하는 제한조건을 줌으로서 2개의 파라미터만 최소자승법으로 구하도록 처리하였다.

평가 함수로는  $\sum(x_2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F)^2 = 0$  놓고 5 파라미터중 2개만을 LSM 방법으로 구하는 MLSM 방법이 LSM 방법으로는 실패한 경우도 성공적으로 검출됨을 실험적으로 확인하였다. 특히 MLSM 방법으로 인간의 치열이 곡선 모양을 결정함에 있어서 원형에 가까운 타원으로 배열되어 있음을 확인하는데 적합하다. MLSM 방법은 부품조립 및 검사 분야, 의용공학 등에 효과적인 활용이 기대된다. 앞으로 연구는 영상에서 3 특징점을 자동으로 선택하는 방법과 검출된 타원의 오차를 평가하는 방법이 필요하다.

참 고 문 헌

[1] Maitre, H, Contribution to prediction of performace of the Hough transform. IEEE Trans. On Pattern Anal. and Machine Intell. PAMI-85, 1986.

[2] Illingworth, j. and Kitter, J, A survey of the Hough transform computer vision and Graphic Image Process. pp. 87-116, 1988.

[3] Rafel. C. Genzalez, Paul Wints, 「Digital Image Processing」, Addison Wesley, 1988.

[4] G. T. Yang, T. S. Huang, "The effect of median filtering on edge Location Estimate," Computer Grapics and Image Processing-15, pp. 224-245, 1981.

[5] Sabburo Tsuji and Fumio Matsumoto, "Detection of Ellipses by a Modified Hough Transformation," IEEE Transaction on computers, Vol c-27, no. 8, pp. 777-789, 1978.

[6] R. K. K. Yin, P. K. S. Tam N. K. Leung, "Modification of Hough transform for circles and

ellipses dection using a 2-dimensional array," Pattern Recognition 25, 1007-1022, 1992.

[7] Hough. P. V. C, "Method and means for recogniing complex patterns," U. S. patent 3069654, 1992.

[8] G. J. Agin, "Fitting ellipses and ggeneral second-order curves," Tech. report CMN-RI-TR-81-5, Robotic Institute, Carnegie-Mellon University, 1981.

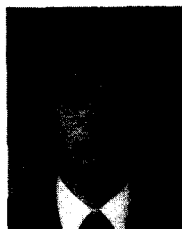
[9] D. H, "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes," Pattern Recongnition 13, pp. 111-122, 1981.

[10] P. J. Rousseeuw, "Least median of squares regression," J. Amer. stat. Assoc., pp. 871-880, 1979.

[11] Y. G. You, C. D. Lee, B. S. Seol, O. A. Palusinski and F. Szidarovseky, "Mathematical Improvements in CAD system for Computing Transmission Line characteristics," submitted for publication, IEEE Trans. Computer-Aided Desion, May, 1994.

[12] B. Efron, "Computer-intensive methods in statistical regression," SIMM Review 30, pp. 421-449, 1988.

[13] Paul L. Rosion, "A nofe on the least squares fitting of ellipses," pattern recognition letters 14, pp. 799-808, 1993.



장 응 철

1988년 조선대학교 컴퓨터공학과(공학사)  
 1990년 조선대학교 대학원 컴퓨터공학과(공학석사)  
 1997년 조선대학교 대학원 컴퓨터공학과 박사과정 수료

1990년~현재 목포전문대학 전산정보처리과 조교수  
 관심분야: 멀티미디어 시스템, 영상처리, 컴퓨터그래픽



오 무 송

- 1965년 조선대학교 전기공학과 (공학사)
- 1969년 조선대학교 대학원 전기공학과(공학석사)
- 1993년 한국정보과학회 호남 제주지부장 역임
- 1983년~현재 조선대학교 컴퓨터 공학과 교수

관심분야: 멀티미디어 시스템, 영상처리, 소프트웨어 공학