

이방성 재료에서의 탄성과 전파 과정에 대한 시뮬레이션

김영환,* 이승석**

* 대한검사기술(주) 부설연구소

** 한국표준과학연구원 비파괴평가그룹

요약 탄성과 전파 과정의 정량적인 이해와 그 가시화는 결함 탐지는 물론이고, 재료의 물성 평가에 매우 중요하다. 대상 재료가 이방성을 지닐 경우에 탄성과 전파 과정은 복잡해져서 전파 과정의 해석 및 가시화 작업은 탄성파를 이용하는 결함 탐지 및 재질 평가에서는 필수적이다. 이방성 재료에서는 탄성파의 속도가 방향에 따라서 달라짐은 물론이고, 위상 속도와 군 속도의 방향이 어긋나서 파면이 진행되는 방향과 에너지가 진행되는 방향이 달라진다(*beam skewing* 효과). 특히 복합재료와 같이 이방성이 큰 재료에서는 이 효과가 매우 크게 나타나므로 탄성파를 이용한 시험 결과를 해석하고자 할 때에는 반드시 전파 과정을 이해해야 한다. 이방성 재료에 대해 해석적인 접근에는 한계가 있어서 유한차분법(*finite difference method*: FDM)과 같은 수치 해석 방법이 유용하게 사용되고 있다. 본 연구에서는 탄성과 전파 과정을 해석할 수 있는 2차원 FDM 프로그램을 개발하고, 이를 이용하여 이방성 재료에서의 탄성과 전파에 대한 전산 시뮬레이션 결과를 비교 분석한다.

1. 서론

탄성파를 이용한 비파괴시험은 시험체 내부의 결함 탐지와 재료의 물성평가의 두 가지 분야에 널리 사용되어 왔다. 전자는 주로 결함에 의해서 교란되는 탄성파 신호를 검출하여 분석함으로써 가능하고, 후자는 탄성파의 전파 속도나 감쇠를 측정함으로써 가능하다.

고체내에서의 탄성파는 종파와 횡파가 존재할 수 있고 이들의 속도는 다른 값을 지니며, 경계면에서는 모드 변환이 일어나고 종파와 횡파가 결합되어 복잡한 양상을 지니면서 전파하게 된다. 따라서, 탄성파 전파 과정의 정량적인 해석과 그 가시화는 재료내의 결함 탐지뿐만 아니라 물성 측정에도 매우 중요하다. 탄성파 전파 과정에 대한 정량적인 해석은 실제 전파하는 탄성파를 직접 눈으로 관측하는 방법이 가장 효과적이며 이에 따라서 재료내의 탄성파 전파 과정의 가시화

에 관한 연구가 진행되었지만^{1,3)}, 이는 대상 재료가 투명한 경우에만 가능하고 불투명한 재료에서는 표면에서 검출된 변위로부터 역으로 추정하는 수 밖에 없다.

결함이 없는 이상적인 등방성 재료내의 탄성파 전파 기구는 파동방정식이나 그린(*Green*)함수로 쉽게 접근할 수 있지만, 매질이 결함을 지니거나 복잡한 경계 조건을 가질 때에는 이러한 접근법이 점차 어려워진다. 한 예로 매질이 판형일 경우는 모드 변환을 수반하여 램파의 형태로 존재하게 되어 탄성파의 거동이 복잡해지며, 이방성이 추가될 경우에는 분산 관계식이 달라진다⁴⁾.

산업사회의 고도화에 따라서 여러 가지 신소재들이 개발되고, 이들에 대한 결함 탐지는 물론이고 특성 평가에 관한 연구의 필요성이 대두되고 있다. 신소재들의 일반적인 특성은 경량의 고강도 재료라는 점이고, 많은 경우에 이들은 균일하지 않고 이방성을 지니게

된다. 이러한 재료의 대표적인 예가 섬유강화플라스틱(FRP)이며 박막재료나 단결정은 이방성을 지니는 것으로 알려져 있다. 이들 신소재의 탄성계수와 같은 역학적 특성을 규명하는데 있어서 초음파 기술은 좋은 하나의 도구이다. 탄성파의 속도는 탄성계수와 밀접한 관계를 지니고 있어서, 탄성파의 속도를 측정하여 역학적 특성을 규명하려는 시도가 계속되어 왔다. 탄성계수를 결정하는 데에 필요한 탄성파 속도는 위상 속도이지만 실제로 측정되는 값들은 군 속도 또는 에너지 속도이므로 이방성 재료의 탄성계수를 결정하는 데에는 위상 속도와 군 속도 관계를 명확히 이해하고 보정해야만 한다. 또한, 이방성을 지니는 재료에서 결함을 탐지하고자 하는 경우에는 보내고자 하는 탄성파의 방향과 실제로 전파되는 탄성파의 방향과는 차이가 있어서 결함의 크기 및 위치 결정에 큰 오차가 있을 수 있다.

최근의 초음파 전파 과정에 대한 연구는 실리콘이나 아연과 같은 단결정^{5,6)} 또는 FRP와 같은 복합 재료^{7,8)}에 관한 실험 및 이론적인 해석에 관한 연구가 보고되고 있으며, 단방향 FRP와 같이 transversely isotropic symmetry를 지닌 이방성 재료에서의 탄성과 전파에 관해서는 그린 함수의 해석적 해를 구하는 방법에 대한 연구가 보고되었다⁹⁾. 따라서, 정량적인 재질 평가나 결함 탐지를 위해서는 탄성파의 전파 과정을 보다 정확히 이해할 필요가 있고, 이론적으로 예측될 수 있는 탄성과 전파 과정의 가시화는 탄성파 연구에 좋은 도구가 될 수 있다.

그린함수는 탄성파 전파의 정량적인 해석에 유용한 도구로서 그린함수가 주어지면, 임의의 탄성파원에 의한 매질내의 임의의 위치에서의 변위는 콘볼루션으로 구해진다. 간단한 경계 조건을 갖는 이상적인 등방성 탄성체에서의 그린함수의 해석적인 해를 구할 수 있고^{10,12)} 이에 따른 전산 프로그램도 개발되어 있지만, 판재에 대한 해석적인 그린함수를 구하는 것은 등방성 재료에 대해서조차 매우 까다롭다. 축대칭 문제¹³⁾ 또는 제한된 주파수 영역⁴⁾과 같은 특수한 경우에도 복잡한 과정을 거쳐야만 해를 구할 수 있다. 특히, 복잡한 모양의 경계 조건을 지닌 경우는 물론이고, 복합재료와 같이 매질이 이방성을 지니고 있는 경우에는 해석적인 해를 얻는 것은 매우 어렵고 FDM (finite difference method), FEM (finite element method), BEM (boundary element method) 와 같은 수치 해석을 통하여 그 해를 구할 수가 있다. 기존의 상용화된 수치 해석용 프로그램은 초음파 영역의 탄성파 전파 과정을

계산하기가 어렵고, DYNA2D나 DYNA3D와 같은 FEM 프로그램은 규모의 크기나 계산 속도를 고려해 볼 때에 초대형 컴퓨터에서나 사용이 가능하고 사용자가 원하는 대로 코드의 변환이 어려운 실정이다. 따라서, 정량적인 결함 탐지 및 물성평가를 위해서는 PC나 workstation 정도에서 사용이 가능하려면 FDM에 의한 탄성파 전파 과정 해석 및 그 결과의 영상화 연구가 시급하다. 본 연구에서는 이방성 재료내의 탄성파 전파 기구를 정량적으로 해석하기 위해서 탄성파 전파 과정을 시뮬레이션하기 위한 전산 프로그램을 개발하여 탄성파 응용 기술의 정량적인 기초를 확립한다.

2. 이론적인 배경

파원에서 발생한 진동 신호는 매질에 응력(stress)과 변형(strain)을 유발하면서 매질내를 전파해 나간다. 고체내에서의 탄성파는 파의 진행 방향과 매질의 입자 진동 방향이 같은 종파와 파의 진행 방향과 입자의 진동 방향이 수직인 횡파가 있고, 이러한 파들의 전파 특성은 매질의 밀도 및 탄성계수와 밀접한 관계가 있다.

경계면에서는 경계 조건에 의해서 투과, 반사 또는 굴절 현상이 나타나고, 모드 변환이 수반되기도 한다. 따라서, 파원에서 종파 또는 횡파의 단일 모드만을 발생시키더라도 전파 과정을 통하여 다른 모드가 발생될 수 있다.

매질이 판(plate)일 경우에는 횡파와 종파의 모드들이 결합하여 전파하는 판파(plate wave, Lamb wave)가 형성되며, 또 고체의 표면에서는 표면파를 형성하여 전파된다. 등방성 매질에서의 탄성파 속도는 방향에 대한 의존성이 없기 때문에 특정한 방향에서의 전파 속도가 모든 방향의 전파 속도를 나타낼 수 있다.

그러나 이방성 매질에서는 방향에 따른 탄성계수가 다르기 때문에 각 모드들의 탄성파 속도는 그 진행하는 방향에 따라서 다른 값을 갖게 되고, 군 속도와 위상 속도의 방향이 달라짐으로 인해 파면의 진행 방향과 에너지의 전달 방향이 달라지는 현상(beam skewing)이 일어난다.

2.1. 파의 속도

파의 속도는 위상 속도(phase velocity, V_p), 군 속도(group velocity, V_g), 에너지 속도(energy velocity, V_e)등으로 정의된다¹⁵⁾. 탄성계수를 계산하는데에 사용되는 속도는 위상 속도이며, 일반적인 방법으로 측

정되는 속도는 군 속도 또는 에너지 속도이다. 여기서는 이들 속도들의 정의와 서로의 관계에 대하여 간략히 기술한다.

군 속도라 함은 파에서 변조 envelope의 속도를 말한다. 변조된 파는 주파수 ω 와 파벡터 k 가 약간의 차이가 있는 두 파의 합성으로 주어진다. 합성된 파의 식은

$$\begin{aligned} & \cos(\omega t - kz) + \cos[(\omega + \delta\omega)t - (k + \delta k)z] \\ &= 2\cos\left\{\left(\omega + \frac{\delta\omega}{2}\right)t - \left(k + \frac{\delta k}{2}\right)z\right\} \\ & \times \cos\left(\frac{\delta\omega t}{2} - \frac{\delta k z}{2}\right) \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이로부터 carrier wave의 속도인 위상 속도는

$$V_p = \frac{\omega + \delta\omega/2}{k + \delta k/2} \rightarrow \frac{\omega}{k} \dots\dots\dots(2)$$

로 주어지고, 변조 envelope의 전파 속도인 군 속도는

$$V_g = \frac{\delta\omega}{\delta k} \rightarrow \frac{\partial\omega}{\partial k} \dots\dots\dots(3)$$

와 같이 정의된다. 분산이 없을 경우, 즉 주파수에 따라서 위상 속도가 변하지 않을 경우에는 위상 속도와 군 속도는 같다.

에너지 속도 \vec{V}_e 는 탄성파의 에너지가 전파하는 속도로

$$\vec{V}_e = \frac{\vec{P}_{AV}}{u_{AV}} \dots\dots\dots(4)$$

으로 정의된다. 여기서 \vec{P}_{AV} 는 평균 압력, u_{AV} 는 평균 변위를 나타내며, \vec{V}_e 와 \vec{V}_p 는

$$\hat{k} \cdot \vec{V}_e = V_p \dots\dots\dots(5)$$

와 같이 주어진다. 여기서, \hat{k} 는 파 벡터 방향의 단위 벡터이다. 감쇠가 없는 재료 내의 탄성파에서는 \vec{V}_g 와 \vec{V}_e 는 같다

2.2. Slowness 표면, ray 표면 및 normal 표면

이방성 재료의 탄성과 전파 특성을 해석함에 있어서 가장 많이 사용되는 것은 slowness(속도의 역수)곡

선이다. 이는 어떠한 진행 방향에 대해서 평면파 속도의 역수 값을 극좌표로 표현한 것이다. Christoffel 방정식은

$$[k^2\Gamma_{ij} - \rho\omega^2\delta_{ij}][u_j] = 0 \dots\dots\dots(6)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서 k 는 파수, ρ 는 밀도, ω 는 각주파수, u 는 변위이다. $\Gamma_{ij} = C_{imj}k_l k_m / k^2$ 이고, C 는 탄성계수 텐서이다. 분산 관계식은 식(6)의 determinant를 0으로 놓으면 얻어진다.

$$\Omega(\omega, k_x, k_y, k_z) = |k^2\Gamma_{ij}(l_x, l_y, l_z) - \rho\omega^2\delta_{ij}| = 0 \dots\dots\dots(7)$$

주어진 ω 에 대해서 식(7)은 \vec{l} 방향에 따라 달라지는 k 에 의해 파수 공간(k -space)을 정의하는데 이를 파벡터 표면이라 한다. 분산 관계식의 첫 항은 k^2 에 비례하고 둘째 항은 ω^2 에 비례하므로, 관계식의 모든 항은 k/ω 로 표시된다. 파벡터 \vec{k} 는 항상 ω 에 비례하므로 ω 와 무관한 slowness (위상 속도의 역수)를 $k/\omega = 1/V_p$ 를 파의 진행 방향에 대해서 표시하는 것이 편리하다.

Normal 표면은 위상 속도를 나타내는데 이는 slowness 표면의 역수로 주어진다. \vec{V}_e 의 방향에 대해 나타낸 것을 ray 표면이라 하는데 이는 방향에 따른 파의 속도를 나타내므로 실험에 의해 얻어질 수 있는 파면과 일치한다. 이방성 재료에 있어서는 파벡터 \vec{k} 의 방향과 에너지 속도 \vec{V}_e 의 방향은 같지 않으므로, ray 표면은 slowness 표면의 역수로 간단히 주어지지 않는다. 여기서 slowness 표면에서 ray 표면을 구하는 방법을 간단히 기술한다.

Fig. 1에 slowness 표면, ray 표면과 이에 대응하는 \vec{V}_e , \vec{V}_p 및 \vec{k} 를 나타내었다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 \vec{V}_e 는 항상 slowness 표면에 수직하며, \vec{k} 는 ray 표면에 수직이다. Fig. 1(a)의 slowness 표면에서 임의의 파벡터 \vec{k} 를 취하면 그 방향에서 slowness 표면에 수직인 \vec{V}_e 를 구할 수 있으며, Fig. 1(b)의 ray 표면에서 \vec{V}_e 방향을 결정할 수 있다. Ray surface와 normal surface 사이에는

$$\vec{k} \cdot \delta \vec{V}_e = 0 \dots\dots\dots (8)$$

의 관계가 있으므로 파벡터 \vec{k} 는 항상 ray surface에 수직이다.

Fig. 1(c)에서 알 수 있는 바와 같이 \vec{V}_e 는 \vec{V}_p 에 수직인 벡터이므로 normal 표면(위상 속도 표면)에서 \vec{V}_p 에 수선을 그으면 \vec{V}_e 는 그 직선 위에 있게 된다. 임의의 벡터들이 모두 \vec{V}_e 가 될 수 있으며, \vec{V}_p 를 바꾸어 감에 따라서 이러한 직선들의 envelope가 형성되는데 이 envelope가 ray 표면이 된다. (Fig. 2 참조)

역으로 ray 표면에서 normal 표면을 얻는 방법은 비교적 간단하다. Ray 표면의 한 점에서 접선과 법선을 그으면 법선은 \vec{k} 의 방향이 된다. 원점에서 법선과 평행한 직선을 그어서 접선과의 교점이 \vec{V}_p 가 된다. Ray 표면 위의 점들에 대하여 이 과정을 반복하면 normal 표면을 얻을 수 있으며, 이 값의 역수는 slowness 표면이다.

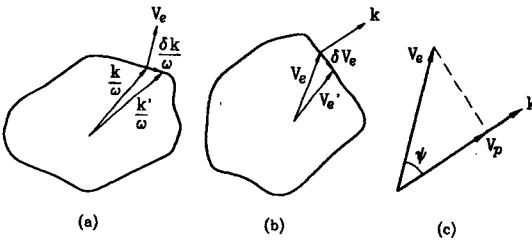


Fig 1. (a) and (b) Relationships between the slowness surface and the ray surface (c) Relation between the phase velocity \vec{V}_p and the energy velocity \vec{V}_e

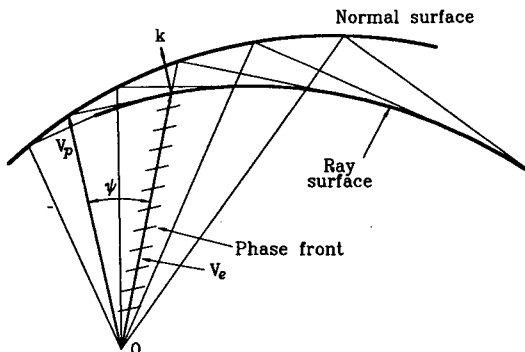


Fig 2. Definition of normal (or phase velocity) surface and its relationship with the ray surface

3. FDM코드

탄성과 전파 과정을 규명하는데 있어서 가장 바람직한 방법은 해석적인 해를 구하는 방법이나, 이는 이상적인 경우에만 국한된다. 이러한 분야에 대한 연구는 고전적으로 재료가 이상적인 탄성체이고 경계 조건이 반무한공간(half-space)이거나¹⁶⁾, 무한 평판(infinite plate)에서나 가능하다. 이러한 경우에 대해서는 generalized ray theory¹⁷⁾에 의하여 시험체의 표면 변위를 구할 수 있으며, 이를 위한 전산 프로그램도 개발되어 있다¹⁸⁾. 그러나, 무한 평판의 경우에도 비교적 긴 시간이 경과했을 경우에 대한 해는 구하기 어려우며, 따라서 파원으로 부터의 거리가 두께에 비해서 매우 멀 경우에는 램프 모드로서 파형 자체에 대한 해석은 어렵다. 이방성 재료는 물론이고 불균일(heterogeneous) 재료의 경우에 대하여 해석적인 해를 얻는 것은 어려운 문제이다.

이방성 재료나 불균일 재료에서 탄성과 전파를 해석하기 위한 일환으로 컴퓨터 시뮬레이션이 계속 시도되어 왔다. DYNA2D 또는 DYNA3D와 같은 유한요소법(finite element method: FEM)^{19,20)}를 이용한 프로그램도 개발되었지만, 계산 시간이 많이 걸리기 때문에 중·대형 컴퓨터용으로만 이용되어질 따름이다. 특히, 초음파를 이용한 비파괴 재질 평가에 있어서는 유한차분법(finite difference method: FDM)^{21,22)}, mass-particle model²³⁾과 같은 컴퓨터 시뮬레이션에 관한 연구가 되어 왔다.

고체에서의 탄성 변형을 계산하는 노드식은 초음파의 영상화나 초음파의 거동을 해명하는 데에는 유리한 장점을 지니고 있다. 이는 표준적인 방법으로 받아들여지고 있지만, 고체의 경계면에서 변위를 계산하는 데에는 문제점을 내포하고 있다. 특히 표면파의 계산에서는 문제시되고 있는데, Rayleigh파는 이러한 표면파를 대표하고 있으며 표면의 입자가 타원운동을 하는 것으로 알려져 있다. 그러나, 기존의 FDM 방법에 의해 표면파를 시뮬레이션 하면 그 결과가 이론적인 예측치와는 다르게 나타난다^{24,25)}. H. Yamawaki는 이러한 문제를 극복하기 위하여 새로운 노드식을 정립하였다²⁶⁾. 이 노드식에서는 다른 FDM 방법과 같이 미소한 사각형의 strain, stress를 노드의 변위로부터 정의하고, 운동방정식을 세워 이 영역의 운동을 기술하였다. 다만, 보다 정확한 고찰을 통하여 고체 내부의 운동방정식으로부터 쉽게 경계면의 운동방정식을 유도할 수 있도록 고안되었다. 본 연구에서는 H. Yamawaki에 의해 제안된 노드식을 사용하여 FDM 코드를 개발하였으며 노드식의 자세한 내용은 참고문헌 26에 기술되어 있다.

4. 컴퓨터 simulation 결과

4.1. 컴퓨터 프로그래밍

탄성과 전파 과정 해석용 FDM 코드는 프로그램은 H. Yamawaki로부터 제공된 소스를 개선하여 사용하였고 C 언어로 작성되었다. 이 프로그램은 PC에서 수행이 가능하고, 32 MB의 RAM을 갖춘 PC에서는 노드를 최대 400×400×1개까지 설정할 수 있다.

컴퓨터 시뮬레이션을 위한 재료로 단방향 탄소 섬유 강화 플라스틱(CFRP)을 선택하였다. 시뮬레이션에서 사용된 재료 상수로 밀도는 1.56×10³ kg/m³이고, 섬유 방향을 Z축 (3 방향)으로 할 경우에 탄성계수 텐서는 다음과 같다

$$\begin{pmatrix} 13.8 & 7.03 & 1.66 & 0 & 0 & 0 \\ 7.03 & 13.8 & 1.66 & 0 & 0 & 0 \\ 1.66 & 1.66 & 120 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.38 \end{pmatrix}$$

여기서 C_{ij}의 단위는 GPa이다.

본 연구에서는 CFRP에서 yz 평면에서의 전파를 이방성 재료에서의 전파로 생각하여 시뮬레이션을 수행하였다. 점원(point source)에서 발생한 파의 전파, 선원(line source)에서 발생한 파의 전파 및 선형 결합이 있을 때의 파의 전파에 대하여 고찰하였다. 노드 사이의 간격은 0.25mm로 하였고, 노드의 수는 201×201×1개로 시험편의 크기는 50mm×50mm이다. 주기가 0.2 μs인

정현파 형태의 힘을 가정하였는데, 폭이 0.2 μs로 하여 한 주기만을 택하였고, 진폭은 1 N/m²으로 수직 방향에 인가하는 경우를 고찰하였다. 계산의 시간 간격은 5ns로 하였고 12 μs까지 계산하였으며, 계산 결과를 0.5 μs간격으로 저장하였다.

4.2. 점원에서 발생한 탄성파의 전파

점원이 중앙에 위치할 때에 이방성 재료에서 탄성파의 전파 과정을 시뮬레이션 하여 그 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 여기서 y-축 방향이 섬유방향이다. 이 경우에 파면이 타원을 그리며 퍼져 나가고 있음을 나타내는데, 이는 매질이 이방성을 지니고 있어서 섬유방향으로 탄성파가 빠르게 전파하기 때문이다. 또한, 시간이 지남에 따라서 파면의 진폭이 줄어드는 현상을 관측할 수 있는데, 이는 탄성파가 퍼져 나감에 따라서 파의 에너지 밀도가 줄어들기 때문이다. 또한 t = 4 μs일 때에 가장 바깥 부분의 타원을 보면 섬유방향으로 비교적 큰 에너지의 탄성파가 전파함을 알 수 있다. 또한, 12 μs일 때에 큰 에너지의 탄성파가 섬유방향으로 분포됨을 나타내어, 섬유 방향을 따라서 큰 에너지가 빠르게 전파함을 알 수 있다.

각각의 시간에서 주어진 탄성파는 파면을 나타내며, 이는 ray 표면으로 간주될 수 있으므로, 이로부터 normal 표면과 slowness 표면을 구할 수 있다. Slowness 또는 normal 표면에서 ray 표면을 구하는 방법은 앞에서 기술한 바와 같고 여기서는 ray 표면에서 slowness 표면을 구하는 것이므로 그 방법의 역으로 구하였다. 즉, ray 표면의 한 점에서 접선을 긋고 원점에서 접선에 수선을 내렸을 때에 만나는 점이 normal 표면을 나타내는 점이며, 이 벡터는 위상속도의 크기와 방향을 나타낸다. Slowness 표면은 normal 표면에서 방향은

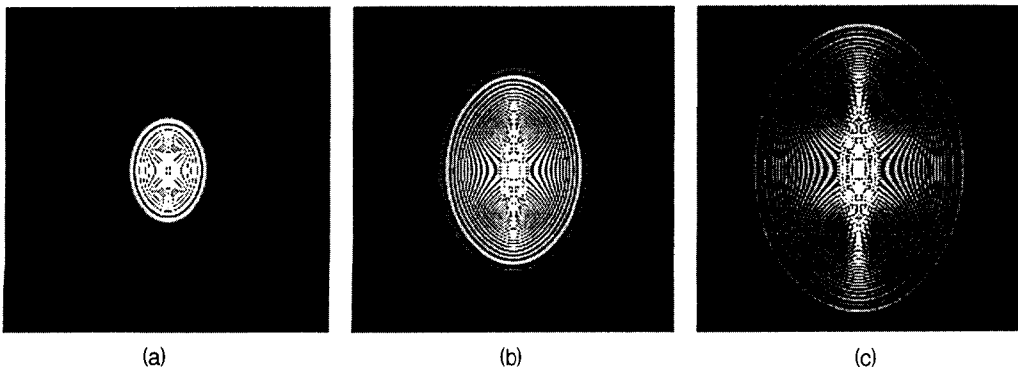


Fig. 3. Propagation of the elastic wave generated by a point source (a) t = 4 μs, (b) t = 8 μs and (c) t = 12 μs

같고 크기만 normal 표면까지의 거리의 역수로 결정하면 된다. Fig. 3에서 $8\mu\text{s}$ 일 때의 가장 바깥쪽의 wavefront를 ray 표면으로 가정하고 그로부터 slowness 표면을 구한 결과를 Fig. 4에 나타내었다.

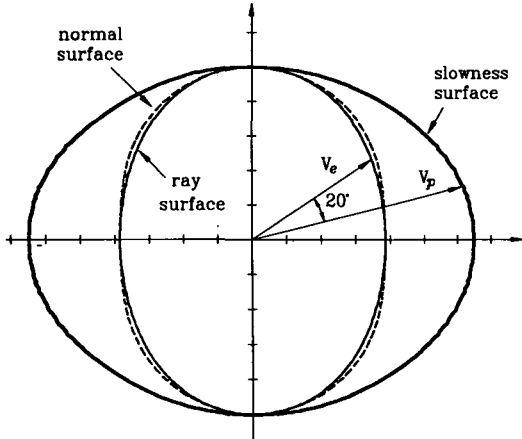


Fig. 4. An example of normal and slowness surfaces obtained from ray surface

CFRP가 이방성을 지니고 있으므로 ray 표면(실선)과 normal 표면(점선)이 다르고, 또한 군 속도와 위상 속도의 방향이 다르게 된다. Slowness 표면은 normal 표면의 역수로 주어지고, 그 결과를 굵은 실선으로 나타내었다. Fig. 4에 표시한 바와 같이 두 속도의 최대 방향 차이는 20.2° 로 주어졌다.

4.3. 선원에서 발생한 탄성파의 전파

선원이 중앙에 위치할 때에 이방성 재료에서 탄성파의 전파 과정을 관찰하였다. 이방성 재료는 전파 특성이 방향마다 다르므로 선원의 방향에 따라서 그 결과가 다를 것이 기대된다. 섬유 방향을 y-축으로 하였을 때에 선원이 중앙에 위치한 경우의 탄성파의 전파 과정을 시뮬레이션 하여 그 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 이 경우에 파면이 처음에는 y-축 방향으로 긴 타원형이었으나 시간이 지남에 따라서 원형에 가까운 모양($t = 8\mu\text{s}$)였다가 점차 x-축 방향으로 긴 타원형으로 바뀌어 감을 알 수 있는데, 이는 탄성파가 섬유

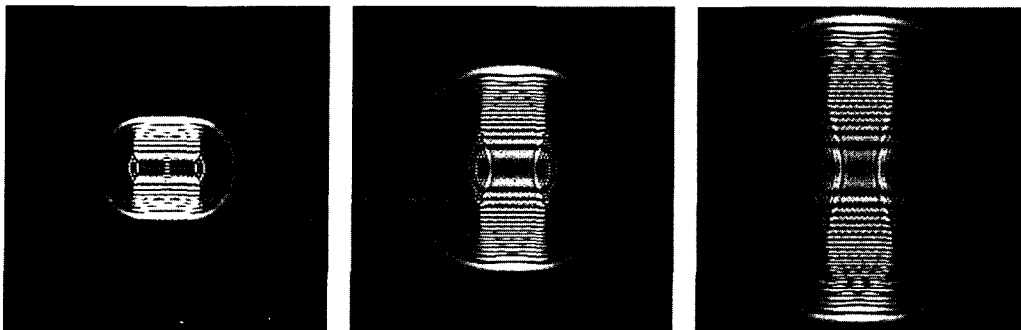


Fig. 5. Propagation of elastic wave generated by a line source perpendicular to the direction of fiber
(a) $t = 4\mu\text{s}$, (b) $t = 8\mu\text{s}$ and (c) $t = 12\mu\text{s}$

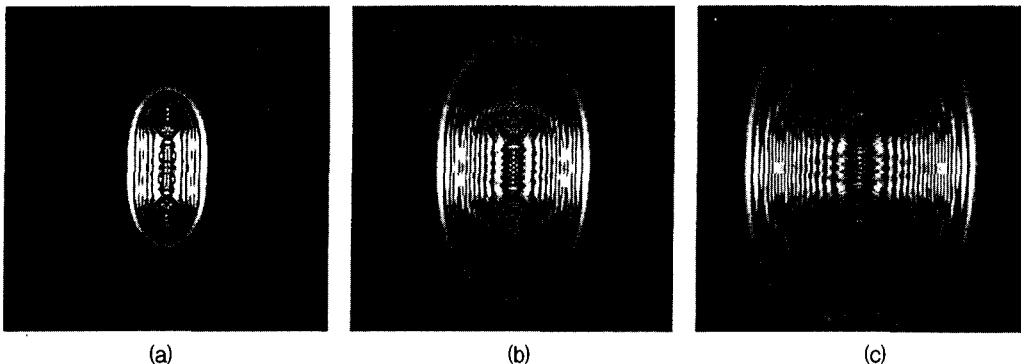


Fig. 6. Propagation of elastic wave generated by a line source parallel to the direction of fiber
(a) $t = 4\mu\text{s}$, (b) $t = 8\mu\text{s}$ and (c) $t = 12\mu\text{s}$

방향으로 빠르게 전파하기 때문이다. 또한, 탄성파의 주된 에너지가 y -축 방향이고 다른 방향으로 전파되는 에너지가 작는데, 이는 선원에서 발생한 탄성파의 지향성과 재료의 이방성에 기인한 것이다.

탄성파가 섬유에 수직인 방향으로 전파하는 경우를 시뮬레이션 하기 위하여 선원이 90° 회전하여 중앙에 위치하도록 하였다. 이 경우에도 섬유방향은 y -축이다. 그 결과를 Fig. 6에 나타내었는데, 섬유방향으로 진행되는 탄성파는 속도는 빠르지만 섬유에 수직인 방향에 비하여 전파되는 에너지가 적음을 알 수 있다. 이는 탄성파가 선원에서 발생하고 그 진행 방향이 주축일 때에는 군 속도와 위상 속도의 방향이 같아서 beam skewing 현상이 일어나지 않음을 보여준다.

탄성파가 섬유와 비스듬한 방향으로 전파하는 경우를 시뮬레이션 하기 위하여 선원과 섬유가 45° 방향으로 놓이도록 하였다. 이 경우에도 섬유방향은 y -축이

다. 그 결과를 Fig. 7에 나타내었는데, 파면은 섬유와 45° 를 이루고 있어서 선원과 수직을 이루고 있지만, 에너지가 지나는 방향은 약 32° 정도로 두 방향 사이에는 13° 정도의 차이가 있다. 따라서 위상 속도와 군 속도 사이에 어긋남이 있음을 알 수 있다. 즉 탄성파의 전파 방향이 주축이 아닐 때에는 군 속도와 위상 속도의 방향이 달라서 beam skewing 현상이 일어남을 보여준다.

4.4. 결함이 있는 재료에서 탄성파의 전파

이방성 재료에 선형 결함이 존재할 때에 점원 및 선원에서 발생한 탄성파의 전파 과정을 고찰하였다. 파원이 점원일 경우에 결함이 섬유방향과 수직인 경우와 수평인 경우에 대한 결과를 Fig. 8과 Fig. 9에 각각 나타내었다. 또한, 선형 결함이 존재할 때에 선원에서 발생한 탄성파의 전파 과정을 시뮬레이션 하여 그 결과

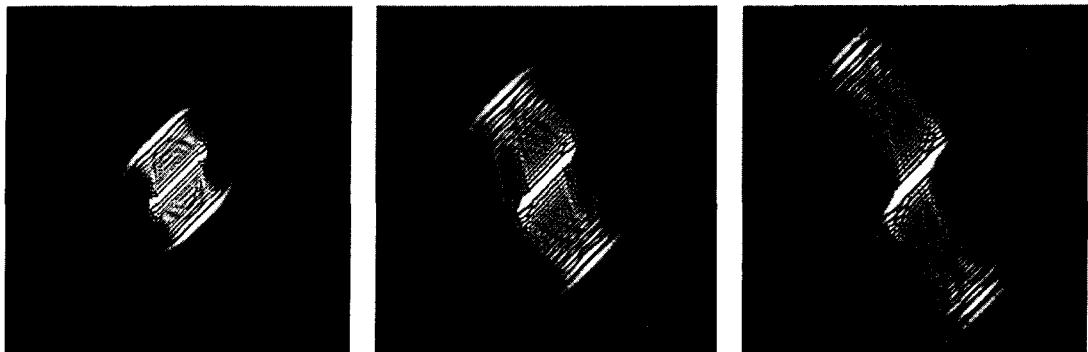


Fig 7. Propagation of elastic wave generated by a line source The angle between line source and direction of fiber is 45° (a) $t = 4 \mu s$, (b) $t = 8 \mu s$ and (c) $t = 12 \mu s$

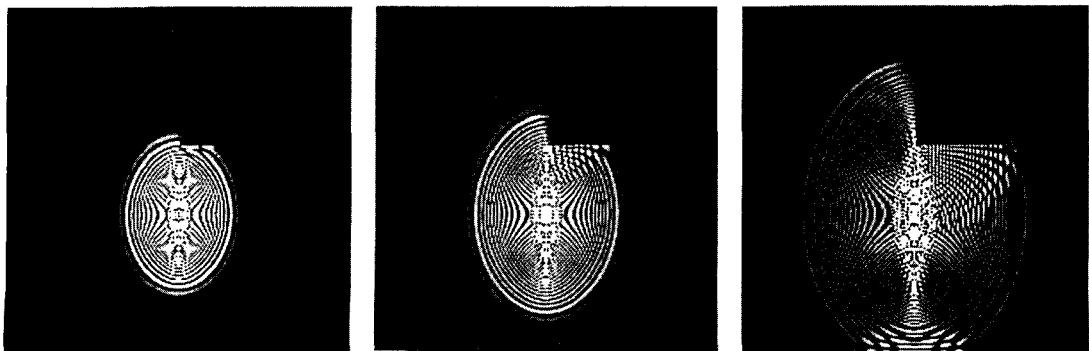
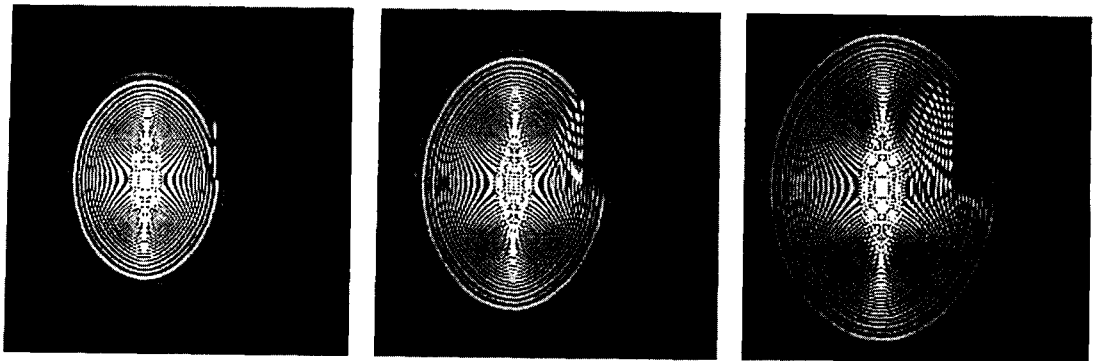
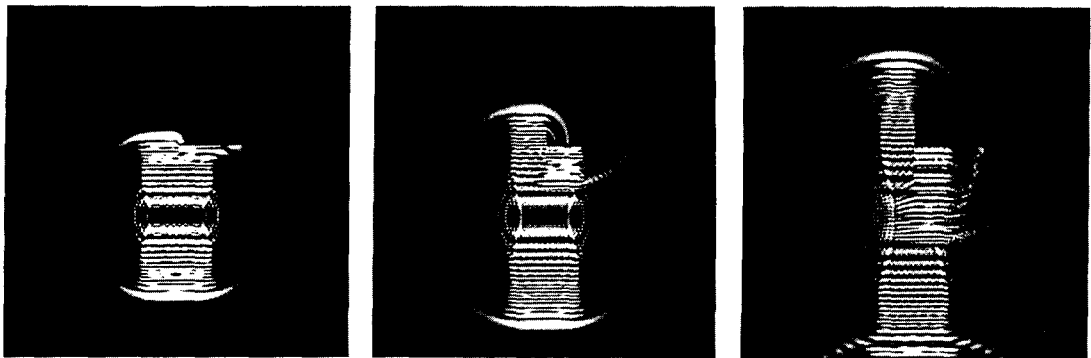


Fig 8. Propagation of the elastic wave generated by a point source. The flaw is perpendicular to the direction of fiber (a) $t = 4 \mu s$, (b) $t = 8 \mu s$ and (c) $t = 12 \mu s$



(a) (b) (c)

Fig. 9. Propagation of the elastic wave generated by a point source. The flaw is parallel to the direction of fiber (a) $t = 4 \mu s$, (b) $t = 8 \mu s$ and (c) $t = 12 \mu s$



(a) (b) (c)

Fig. 10. Propagation of the elastic wave generated by a line source. The flaw and line source are perpendicular to the direction of fiber (a) $t = 4 \mu s$, (b) $t = 8 \mu s$ and (c) $t = 12 \mu s$

를 Fig. 10에 나타내었다. 점원의 경우에는 결합에서 반사되는 파와 결합 끝부분에서 회절 되는 파를 구별할 수 있었으며, 선원에서 발생한 탄성파의 경우에는 주된 에너지가 지향성을 가지고 전파하여 결합의 끝부분에서 일부는 반사하고 일부는 투과하는 파를 뚜렷이 구별할 수 있었으며, 이 경우에도 결합의 끝부분에서 회절되는 파를 구별할 수 있었다.

5. 결론

FDM을 사용하여 이방성 매질에 대한 탄성파 전파 과정을 해석하였다. 점원, 선원 및 결합에 대한 전파 특성을 잘 규명할 수 있었으며, 지향성, 회절, 반사 및 간섭과 같은 탄성파의 전파 특성을 잘 나타내 주었고,

slowness 표면의 규명과 진행 방향이 주축과 어긋난 경우에 위상 속도와 군 속도 방향차 등의 현상을 잘 해석할 수 있었다. 따라서, 본 연구에서 개발된 프로그램은 이방성 매질에서의 탄성파의 발생 및 전파 과정을 규명하는데 좋은 도구로 활용될 수 있다.

참고 문헌

- 1) Y. Kagawa, T. Hatakeyama and Y. Tanaka, "Detection and Visualization of Ultrasonic Fields and Vibrations by Means of Liquid Crystal," J. Sound Vib., Vol. 36(1974), pp. 407-415
- 2) K. G. Hall, "Railway Applications of Ultrasonic Wave Visualisation Technique," Br. J. NDT, Vol.

- 26(1984), pp. 162-171
- 93) M. Ohno and K. Takagi, "Shlieren Visualization of Acoustic Phase Conjugate Waves Generated by Nonlinear Electroacoustic Interaction in LiNbO_3 ," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 60(1992), pp. 29-31
- 94) Y. Li and R. B. Thompson, "Influence of Anisotropy on the Dispersion Characteristics of Guided Ultrasonic Plate Modes," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 87(1990), pp. 1911-1931
- 95) J. -F. Chai and T. -T. Wu, "Determination of Anisotropic Elastic Constants Using Laser-generated Surface Waves," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 95(1994), pp. 3232-3241
- 96) K. Y. Kim and W. Sachse, "Direct Determination of Group Velocity Surfaces in a Cuspidal Region in Zinc," *J. Appl. Phys.*, Vol. 75(1994), pp. 1435-1441
- 97) T.-T. Wu and J.-F Chai, "Propagation of Surface Waves in Anisotropic Solids: Theoretical Calculation and Experiment," *Ultrason.*, Vol. 32(1994), pp. 21-29
- 98) B. Castagnède, J. T. Jenkins and W. Sachse, "Optimal Determination of the Elastic Constants of Composite Materials from Ultrasonic Wave-Speed Measurements," *J. Appl. Phys.*, Vol. 67(1990), pp. 2753- 2761
- 99) M. Spies, "Elastic Wave Propagation in Transversely Isotropic Media. II. The Generalized Rayleigh Function and an Integral Representation for the Transducer Field. Theory", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 97(1995), No. 1, pp. 1-13
- 10) A. N. Ceranoglu and Y. H. Pao, "Propagation of Elastic Pulses and Acoustic Emission in a Plate. Part I: Theory," *J. Appl. Mech.*, Vol. 48(1981), pp. 125-132
- 11) A. N. Ceranoglu and Y. H. Pao, "Propagation of Elastic Pulses and Acoustic Emission in a Plate. Part 2: Epicentral Response," *J. Appl. Mech.*, Vol. 48(1981), pp. 133-138
- 12) A. N. Ceranoglu and Y. H. Pao, "Propagation of Elastic Pulses and Acoustic Emission in a Plate. Part 3: General Response," *J. Appl. Mech.*, Vol. 48(1981), pp. 139-147
- 13) R. L. Weaver and Y. H. Pao, "Axisymmetric Elastic Waves Excited by a Point Source in a Plate," *J. Appl. Mech.*, Vol. 49(1982), pp. 821-836
- 14) F. Santosa and Y. H. Pao, "Transient Axially Asymmetric Response of an Elastic Plate," *Wave Motion*, Vol. 11(1989), pp. 271-295
- 15) B. A. Auld, "Acoustic Fields and Waves in Solids," Vol. 1, Chap. 7, John Wiley & Sons (1973)
- 16) H. Lamb, "On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solids," *Phil. Trans. Roy. Soc. (London) A*, Vol 203(1904), pp. 1-42
- 17) Y. H. Pao, R. R. Gajewski, "The Generalized Ray Theory and Transient Responses of Layered Elastic Solids," *Physical Acoustics*, Vol. XIII, W. P. Mason and R. Thurston, eds., pp. 183-265, Academic Press, New York (1977)
- 18) N. N. Hsu, "Dynamic Green's Function of an Infinite Plate—A Computer Program," NBSIR 85-3234, National Bureau of Standards, Gaithersberg, MD (1985)
- 19) J. Hallquist, "A Procedure for the Solution of Finite-Deformation Contact-Impact Problems by the Finite Element Method," UCRL-52066, Lawrence Livermore Laboratory (1976)
- 20) G. Goudreau and J. Hallquist, "Recent Developments in Large-Scale Finite Element Lagrangian Hydrocode Technology," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 33(1982), pp. 725-757
- 21) L. J. Bond, "Methods for the Computer Modelling of Ultrasonic Waves in Solids," in *Research Techniques in Nondestructive Testing*, Vol. 6, R. S. Shape ed., pp. 107-150, Academic Press, London (1982)
- 22) Y. Fukunaga, M. Enoki and T. Tishi, "Dynamic Green's Function of Finite Media by Finite Difference Method(in Japanese)," *J. JSNDI*, Vol. 36, No. 11(1987), pp. 817-824
- 23) K. Harumi, "Computer Simulation of Ultrasonics in a Solid," *NDT International*, Vol. 19(1986), No. 5, pp. 315-332
- 24) K. Harumi, T. Igarashi and T. Saito, "Computer Simulation of Elastic Waves by a New Model of Mass-Particle System with Potentials (in Japanese)," *J. JSNDI*, Vol. 27, No. 12(1978), pp. 807-816
- 25) Y. Sato, "Reflection and Diffraction at Acrack or a Corner (in Japanese)," *J. JSNDI*, Vol. 27, No. 3(1978), pp. 180-185
- 26) H. Yamawaki and T. Saito, "Numerical Calculation of Surface Waves Using New Nodal Equation," *Nondestr. Test. Eval.*, Vol. 8-9(1992), pp. 379-389

Simulation of Elastic Wave Propagation in Anisotropic Materials

Young H. Kim,* and Seung S. Lee**

* R & D Center, Korea Inspection & Engineering Co., Ltd., Seoul 137-060

** NDE Group, Korea Research Institute of Standards and Science, Taejon 305-340

Abstract Quantitative analysis and imaging of elastic wave propagation are very important for the materials evaluation as well as flaw detection. The elastic wave propagation in an anisotropic media is more complex, and analysis and imaging become essential for flaw detection and materials evaluation. In the anisotropic media, the wave velocity is dependent on the propagation direction. In addition, the direction of group velocity is different from that of phase velocity, the direction of energy flow is not same as the propagation direction of wavefront (beam skewing effect). Especially, this effect becomes critical for the large anisotropic media such as fiber composite materials, and the results using elastic waves for those materials have to be analyzed considering the wave propagation mechanism. Since the analytical approach for the wave propagation in the anisotropic materials is limited, the numerical analysis such as finite difference method (FDM) have been used for these case. Therefore, 2-dimensional FDM program for the elastic wave propagation is developed, and wave propagation in anisotropic media are simulated.