

Piaget의 이론에 근거한 수학 교과 학습 부진 학생의 지도 연구

신 향 근 (순천대학교)

박 준 용 (여천고등학교)

I. 서 론

학습 부진 학생은 어떤 교과에서나 흔히 나타나는 일이다. 더욱이 수학 교과는 수학이 지니는 일련의 특성으로 말미암아 대부분의 학생들은 중요성과 필요성을 알면서도, 자의나 타의에 의해 수학은 재미없고, 어렵고, 싫증나는 것이라고 말하고 있으며, 이러한 수학에 대한 흥미 부족과 편견 등은 수학 교과에 대한 학습 부진을 가중시키고 있다. 기초학력이 부족하거나, 선수 학습의 결손이 심하거나, 논리적 사고력이 부족한 학생 중에는 거듭되는 학습 경험의 실패로 열등의식을 갖게 되고, 학습 의욕을 상실하게 되어 학습 결손이 누적되어 심한 학습 부진 현상을 초래하고 있다.

학생들의 학습 능력 차이에 따라 개인차는 있기 마련이며, 이에 따른 학습 부진 학생의 발생도 불가피한 일이지만, 교육은 계획적인 인간 행동의 변화라는 측면에서 보면, 이들도 각자의 특성에 맞게 학습 능력을 개발시키고 신장시키면 얼마든지 학습 능력 향상이 가능하다. 그러나 이러한 문제가 조기에 해결되지 못하고 학습 결손의 누적이나, 학습 의욕 상실을 초래할 경우에는 개인적으로 뿐만 아니라 국가나 사회적으로 불행한 일이라 할 수 있다. 따라서 학습 부진 학생이 정상적인 학습을 할 수 있도록 도와줄 필요가 있다. 그러나 이의 필요성에 비추어 보아 학습 부진 학생을 구제하기 위한 일선 학교나 연구 기관의 노력은 아직도 미약하기만 하다. 학습 부진 학생을 대상으로 한 알맞은 교수 자료가 없고, 우리 나라의 교육 여건상 특별한 방법으로 교육하기에는 아직 많은 어려움과 문제점을 안고 있다. 현재로서는 정규 학급 구성원으로서의 학습 부진 학생을 구제하기 위한 지도 방안을 연구할 필요가 있다.

현재 우리 나라 중·고등학교 학교 교육은 대학 입시를 위한 수단으로 여겨지는 것이 현실이다. 이러한 현실 속에 많은 중·고등학교 학생들이 수학을 공부함에 있어서 수학적 사고와 논리적 사고를 통해 문제를 해결하려는 것이 아니라 문제 유형과 풀이

방법만을 암기하여 기계적으로 문제를 해결하려 한다. 이러한 과정에서 더욱 큰 문제점은 중학교에서 고등학교로 넘어갈수록 또한 학년이 올라갈수록 수학적 사고력이 오히려 둔화되고 있으며 흥미와 성취감의 상실로 이어지고 있다는 데 있다. 따라서 본 연구는 선수 학습의 결손 및 부정적인 주변 환경의 영향으로 인한 수학 교과 학습 부진 학생을 Piaget의 인지구조 발달에 의한 지도 및 환경 조성을 통하여 수학에 대한 부정적인 학습 태도를 긍정적인 방향으로 전환시키고 수학에 대한 흥미 상실을 극복하여 흥미 있는 교과라는 생각을 갖도록 함으로써 수학 교과에 대한 재도전의 기회와 올바른 학습 방법을 스스로 터득하게 하여 정상적인 학교생활에 도움을 주기 위함이다.

II. Piaget의 인지 구조와 균형화

Piaget이론에서 인간의 지적 능력이란 개인이 주어진 환경에 효과적으로 적응할 수 있는 능력을 의미한다. 따라서 인지 발달을 이해하는 것은 곧 인간의 지적 능력이 환경과의 상호작용을 통하여 어떻게 변화되어 가는가의 과정과 그 변화의 양상을 아는 것이다.

Piaget에 의하면 인간은 태어날 때 다른 동물과 마찬가지로 몇 개의 반사 기능만을 갖고 있다. 이 반사 기능을 바탕으로 마치 생물체가 환경에 순응하기 위하여 자신의 신체 구조를 바꾸어 가듯이 인간도 환경과의 적극적인 상호작용을 통해 끊임없이 자신의 인지구조(cognitive structure)를 재구성해 나간다.¹⁾

Piaget는 반사 기능을 통합하여 획득한 새로운 감각 운동 기능을 도식(scheme 또는 schema)이라 부르며, 실제로 특정 물체나 물이 눈앞에 없어도 이들의 내재적 표상을 상호 관련 지워 형성한 내재적 구조를 인지구조(cognitive structure)라 부른다.²⁾

Piaget에 의하면 인지구조가 발달하는 데에는 생득적 요인인 성숙(maturation)과 더불어 환경적 요인이 크게 작용한다. 환경적 요인은 사물을 대상으로 하는 지적 활동인 물리적 경험(physical experience)과 사람들과의 상호작용인 사회적 요인(social factors)으로 구성된다. 이처럼 성숙, 물리적 경험, 사회적 요인이 발달을 결정하는 주요 요인이기는 하지만, Piaget는 이들 요인들을 적합한 방식으로 통합하고 조정하는

1) 송명자, 「발달심리학」, 학지사, 1995, p,90

2) Piaget. 1983, ; 송명자, 「발달심리학」, 학지사, 1995, p,91

개인의 내재적 능력이 필요하다고 보고 이를 균형화(equilibration)라 부르고 있다. 균형화는 개인이 스스로 자신의 인지구조를 형성하고 재구성하는 인지 발달의 핵심 기능이다.

1. 균형화와 학습

Gallagher에 의하면 'Piaget의 인지 발달 이론의 핵심'은 균형화(equilibration)라고 부르는 역동적이고 진행 중인 자기 규제 과정이라고 하였다.³⁾

균형 상태(equilibrium)의 개념은 유기체와 환경간의 균형과 통합을 변화시키는 체제 속에서 비교적 '일정한 상태'에 도달하는 것을 의미한다.

Piaget의 균형 이론은 scheme라고 하는 개념을 이해하여야 한다. Scheme이란 행동과 조작을 반복 가능하게 하고, 그 것을 일반화 할 수 있게 하는 것, 즉 행동과 조작의 일반적인 양식을 말한다. 다시 말하면 개인의 현존하는 지식과 행동이 결합된 모든 정신 구조를 말하며, 적응(동화와 조절)을 가능하게 하고 조정하는 인지적 양식을 가리키는 것이다.

수학적인 모든 개념, 여러 가지 법칙, 증명 방법, 알고리즘, 정리, 구조 등도 모두 schemes이며, 수학이란 개념적 schemes을 구성하고 적용하는 과정이라고 말할 수 있다.⁴⁾

Piaget이론에서 동화란 기존의 scheme을 고수하면서 가능한 한 넓은 범주의 상태를 그에 종속시키려고 시도하는 보수적 기능이며, 조절이란 인지구조가 수정되어 가는 과정을 말하며 어떤 문제에 당면하여 자신의 schemes을 충분히 음미하고 문제를 해결하기 위해 그들을 조정·분화 하는 적응 기능이다. 즉 문제가 주어지면 이와 같은 조절 기능이 나타나거나 자신의 schemes이 적용 되도록 문제를 변형하는 동화 기능이 나타난다. 이와 같은 동화와 조절 기능에 의하여 문제가 해결되면 그러한 유형의 문제들에 대하여 일시적인 균형이 달성되는 것이다.⁵⁾

Piaget에 따르면, 개인에게는 환경과의 균형을 이룩하여 그의 행동 및 사고 양식의 무모순성을 달성하려는 기본 욕구가 있다. 적응(동화와 조절)과 조직 기능에 의한 그러한 균형화 과정에서의 행동 및 사고 양식의 변화를 학습이라고 할 수 있다.⁶⁾

3) M.A.S. 플라스키 지음, 이기숙, 주영희 옮김, 「어리이를 위한 피아제 이해」, 창지사, 1993, p.23.

4) 金應泰의 2명共著, 「數學教育學概論」, 서울大學校出版部, 1994, p.127-p.128

5) 같은책, 1994, p.129

6) 같은책, p.127

정리해 보면, 행동(정신적, 물리적)은 사고(조작)를 하기 위하여 필수적이며 Piaget가 정의한 구조의 한 부분이다. Piaget는 학습을 “제시된 것을 수동적으로 인식하거나 암기하는 것이 아니라, 능동적인 사고이며 환경에 대하여 작용하는 것”이라고 정의하였다.⁷⁾ 즉 새로운 내용을 하나의 구조 또는 조정된 구조들 속으로 삼입시키는 과정을 학습이라고 표현했다.⁸⁾ 따라서 학습은 새로운 내용이 현존하는 구조와 만날 때 시작될 수 있다. 즉 지도 내용과 제시 방법 모두가 학생의 현재 발달 수준에 적절해야 한다는 것을 뜻한다.⁹⁾

또한 구조에 대한 Piaget학파의 정의는 형태 심리학의 관점에서 말하는 “조직된 전체”와는 다른 “인간 유기체에 의하여 능동적으로 형성되는 것”이라고 말할 수 있다.

Piaget의 관심의 대상은 어떤 문제에 대하여 아동들이 실제로 무엇을 알고 있는가에 대한 것이 아니라, 아동들이 문제에 대하여 어떻게 생각하는가? 에 있는 것이다. 즉 전체 구조가 어떠한 순서를 밟아서 만들어져 가는가를 조사하는 것이 그의 연구의 목표였다.¹⁰⁾

2. Piaget의 인지 발달과 교육

Piaget의 인지 발달에 관한 계열과 단계는 수학 교육에 많은 영향을 주었다. 그의 발달 이론이 대략적으로 옳다면, 어떤 특정한 시점의 발달 단계에 있는 아동들에게서 기대할 수 있는 추론과 이해의 종류를 제한하게 될 것이다. 이것은 가르침의 내용과 교수 기법 모두가 아동들의 현재의 발달 수준과 조화를 이루어야 한다는 것을 의미한다.¹¹⁾

Piaget 이론이 교육에 주는 가장 중요한 시사점은 Hunt(1961)도 지적했듯이 “학생의 인지 능력과 교사의 강의 수준과의 조화를 이루는 문제”이다. 따라서 교사는 학생의 사고 능력을 과소 혹은 과대평가 해서는 안 되며 또한 학습 내용이 너무 어려워져 낙오되거나 너무 쉬워서 흥미를 잃는 일이 없도록 유의해야 한다. 그러므로 학생들은 나이별로 어떤 특정 발달 단계의 사고를 한다고 생각하지 말고 나이보다 현재의 사고

7) 구광조의 2명공역, 「수학 학습 심리학」, 교우사, 1995, p,203

8) 정명옥, 「Piaget이론의 수학 교육적 적용」, 大韓數學教育學會 論文集 第4卷 第1號, 1994, p,193

9) 같은책, p,202

10) 현종의, 「수의 보존 개념 형성을 위한 프로그램 개발 연구」, 大韓數學教育學會 論文集 第3卷 第2號, 1993, p,17

11) 구광조의 2명역, 「수학 학습 심리학」, 교우사, 1995, p,233-p,234

능력에 맞추어 학습을 지도하는 것이 중요하다.¹²⁾

① 구성적 학습(Constructive Learning)¹³⁾

Piaget는, “이해한다는 것은 자기 스스로 만들어 내기 위해서 창안(invent)하는 것이다” 라고 말했다. 특별한 자료나 교사의 질문이 수학적 개념을 습득하는데 도움을 줄 수 있더라도, 아동들이 정말로 이해하는 것은 오직 그들 자신의 노력에 의해서이다. 따라서, 구성적 학습은 학습자에 의한, 특별한 종류의 활동이다. 행동주의 교수 방법에서 요구되는 “능동적인 반응(active responding)”은 보상을 위한 원인을 제공하도록 계획되며, 기대되는 반응은 대체로 교사에 의해서 규정된다. 반면에, Piaget가 주장하는 활동은 특별한 과제와 문제에 대한 자기 자신의 접근 방법을 개발시키려고 노력하는데 중점을 두는 것이다. 이러한 활동은 실수가 자주 일어나지만, 실수도 개념을 알려고 하는 아동들의 노력의 일부분이다. 구성적 학습에는 개념을 밝혀 내려고 시도해보고, 어떤 해결 방법이 작용하는지 않는지를 검사하는 것이 포함된다.

② 구체적 표상(Concrete Representation)¹⁴⁾

Piaget의 실험에서 증명되었듯이, 어린 아동들은 단지 실제로 제시된 자료나 상황에 대해서만 조작적으로 생각 할 수 있다. 그들은 물리적 환경으로부터 구체적 표상의 형태로 개념에 대한 피이드백을 필요로 한다. 그러나, 우리의 교육 체계는 종종 교수와 평가 양자에 있어서 언어화된 개념에만 의존하고 있다. Piaget에 따르면, 언어화가 이해를 확실하게 하지 못할 뿐만 아니라 이해는 언어화에 의존하지 않는다고 한다. 이러한 점에서, 순전히 언어적 형태로 제시한 교육은, 특히 사고 구조의 재구성을 필요로 하는 새로운 개념을 가르칠 때 실패하게 될 것이다. 따라서 우리는 Piaget의 원리를 이용하여 구조에 기초한 여러 가지 교수 자료를 개발해야 할 것이다.

③ 학습을 위한 사회적 환경¹⁵⁾

Piaget에 따르면, 아동들은 나이를 먹음에 따라 사회적 환경이 확장되면서, 다른 사람들이 자신의 관점에 항상 동의하지는 않는다는 것을 알게 된다. 아마도, 아동들은 이러한 발견을 통하여 그들 자신의 신념을 더욱 밀접하게 검토하고, 물리적 환경을 더 자세히 관찰하고 조사하게 되며, 결국에는 그들의 개념적 구조를 수정하게 된다. 이 과정에서, 어른들과의 의견 불일치는 나이와 개념적 수준이 비슷한 아동들과의 의견

12) 李君賢, 「教育 心理學」, 傳英社, 1991, p,29

13) 구광조의 2명공역, 「수학 학습 심리학」, 교우사, 1995, p,236

14) 같은책, p,236

15) 같은책, p,237

불일치보다는 영향이 작다고 Piaget는 지적하였다. 그렇다면, 아동들의 학습은 인지적 과제에 대하여 동료들과 상호 작용할 수 있는 사회적 환경과 기회에 많은 의존을 하고 있다고 볼 수 있다.

④ 임상적 상호작용(Clinical Interaction)으로서의 수업¹⁶⁾

Piaget의 연구는 특별한 종류의 면담 기법¹⁷⁾에 기초하여 이루어진다. 이때의 전략은 면담 과정에서 구체 물을 통하여 구현되는 독특한 문제를 설정하는 것이다. 여기서 얻어지는 언어적인 반응과 신체적인 행동은 아동의 사고 과정을 추론할 수 있는 자료가 된다. 그것은 아동들이 무엇을 이해하는가를 교사가 파악할 수 있는 방법을 제공한다. 이것은 교육과 아동들의 발달을 조화시키려는 교육 전략에서 중요한 단계이다. 교사는 흥미로운 문제를 설정할 뿐만 아니라, 관찰하고 질문하는 기술을 향상시킬 수 있다. 이것에 능숙해졌을 때 교사들은 전에 분명하지 않았던 아동들의 사고를 구체적으로 알기 시작하며, 추론에 대한 아동들의 입장을 보다 명백하게 스스로 파악할 수 있다. 이러한 조건하에서, 실수는 낮은 수준의 사고로 보이는 것이 아니라 각각의 아동들이 현재 이해하고 있는 것을 나타내는 정보로써 보여지게 된다.

이러한 임상적 교수 방법은 교과 내용과 독립적인 것으로써 생각되어서는 안된다 오히려, 이 교수 방법에서 교사는 교과 내용을 완전히 이해하여 의미 있으면서 특이한 반응을 인식하고, 학생들의 이해 정도를 판단할 수 있는 문제를 창안해야 한다. 가르치려는 수학의 개념적 기초를 이해한 교사만이 임상적 기법에서 성공할 수 있다. 이러한 이해는 수학을 연구함으로써 이루어져야 하며, 특히 방법적으로 교육의 문제에 적용되어야 한다.

Ⅲ. 학습 부진 학생의 발견과 지도

1. 학습 부진 학생의 정의

학습 부진 학생이란 일반적으로 잠재적 학습 능력을 가지고 있으면서도 환경 적인 결함으로 학습 능력의 발달이 부진하거나 초기의 심한 학습 결손 때문에 현재의 학습 진도에 적응하기가 매우 어려운 상태가 되어 정상적이거나 일반적인 수업 조건에서는

16) 구광조의 2명공역, 「수학 학습 심리학」, 교우사, 1995, p,238

17) M.A.S. 플라스키 지음, 이기숙, 주영희 옮김, 「어린이를 위한 피아제 이해」 창지사, 지입임 1993, p,16 : 임상법(methode clinique) ; 원인과 결과의 관계나 문제에 대해 개방식 질문, 즉 무엇을 생각하는가? 가 아니라 어떻게 생각하는가?를 알려고 시도하는 면담.

기대되는 학습 성취를 할 수 없는 학생을 가리킨다. 요컨대 학습 부진 학생은 지능보다는 환경적 조건의 결함이 더 큰 이유가 되어 정상 수업에 적응할 수 없는 학생을 말한다¹⁸⁾.

선천적 바보가 아니라, 가정 및 생활 환경의 교육적 요소의 결함으로 미처 준비가 덜 된 상태에서 학교 수업을 받게 되거나 어떤 환경적 이유로 해서 초기의 학교 수업에서 실패 경험이 누적됨으로써 후속 하는 학습 과제를 감당하기 어려운 상태에 있는 학생을 총칭해서 말하기도 한다. 따라서 본 연구에서는 학습 부진 학생을 “정상적인 학교 학습을 할 수 있는 잠재능력이 있으면서도 선수적 학습 요소의 결손으로 인하여 설정된 교육 목표에 적합한 최저 학업 성취 수준(minimum acceptable performance level)에 도달하지 못한 학습자”로 정의하였다.¹⁹⁾ 물론, 이 경우 선수적 학습 요소의 결손 과정에서 환경적 조건의 결함이 크게 작용한 것으로 생각한다. 그리고 여기서 전 교과에 걸쳐서 부진한 경우와 수학이라든가 과학이라든가 하는 어떤 특정한 교과에 한하여서만 부진할 경우가 있다. 그러므로 학력은 부진하지만 그것이 지능이 낮아서 부진한 경우에는 엄밀히 말해서 학습 부진이라고 말할 수는 없다.²⁰⁾

2. 수학 교과 학습 부진 학생의 선별 방법

W. Abraham은 올바른 진단을 위하여 모집해야 할 정보의 영역을 신체적, 정서적, 정신적 발달 상황, 정상으로부터의 결함, 능력, 흥미, 학력, 가정 및 사회 배경, 학교의 자료, 언어 발달에 관련된 특수 사항, 운동 기능, 어휘 성장, 인성 요인 같은 것으로 보고 이런 영역을 참고로 하여 진단 수준 및 진단 기술이 정해져야 한다고 한다.²¹⁾

그러나 이 사례 연구에서는 1) 지능(IQ) 2) 학교의 자료 3) 기초학력 검사(진단 평가)를 근거로 하여 수학 교과 학습 부진 학생을 선별하였다.

3. 수학 교과 학습 부진 학생의 지도 방법

1) 지도 시기 : 1996년 3월 23일 ~ 1996년 11월 12일

2) 지도 대상

본 사례 연구의 실제 지도는 여천고등학교(여천시 선원동 54번지) 2학년 인문반 학생 119명 중 8명을 선정하여 실시 하였다.

선정된 8명의 학생은 IQ 90~110(Terman의 지능 분류 중 정상 평균)이상 이면서 1학년 수학 성적 5단계 평가중 1학기, 2학기 성적이 모두 양, 가에 해당하는 학생을 기

18) 신성균의 7인, 「중학교 학습부진아를 위한 보충학습 프로그램 개발 연구」. 한국교육개발원. 1986, p, 14

19) 박성익, 「수업 방법 탐구」, 교육과학사, 1987, p,300-301

20) 한국 통신 교육 연구회, 「교육심리(한)」, 문중서관, 1977, p185

21) 「學習不振兒指導의 實際」, (株)韓國教育出版, p,22

초 학력 평가 문항을 작성하여 평가하여 전체 30문항 중 12문항(40%) 이하의 정답 율을 보인 학생을 대상으로 이루어졌다. 선정된 학생은 수학 교과에 흥미도 없고 성적도 좋지 않은 학생들이었다.

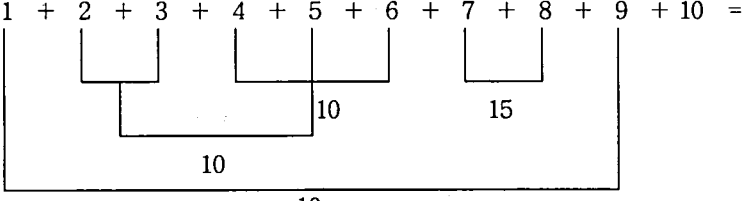
3) 지도의 실제

(1) 학습 지도 : 교과 학습과 관련된 지도

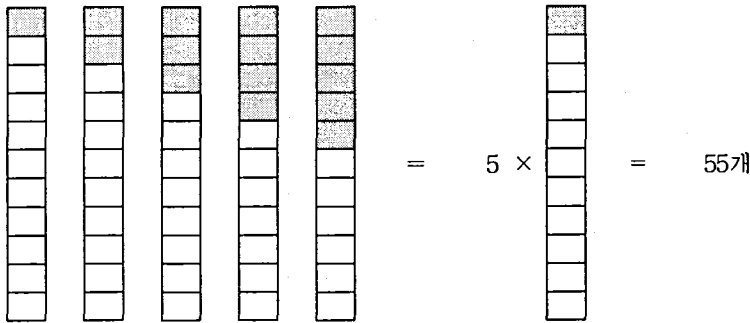
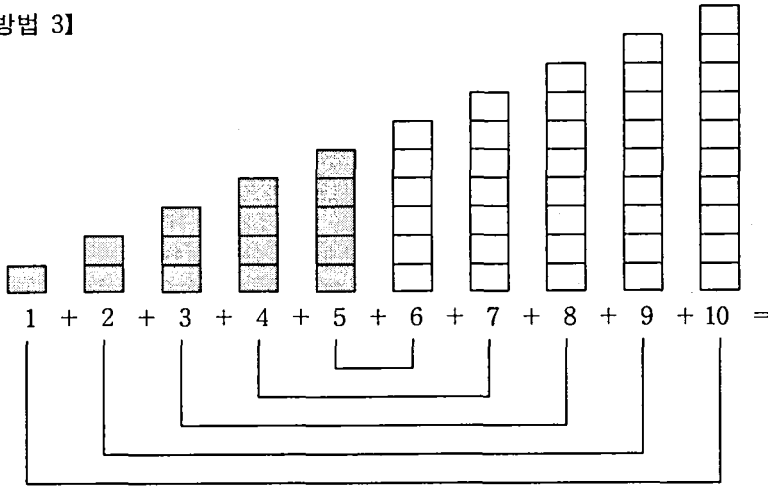
수학 교과 부진 학생으로 분류된 위의 학생에게 최대한의 기회와 긍정적인 환경을 제공하기 위하여 별다른 지도안을 만들어 지도하기보다는 일반 학생들을 지도하는 지도 과정 속에서 특별한 방법으로 교과 환경을 부진 학생이 잘 적응할 수 있도록 약식 지도안을 작성하여 수업 시간이나, 보충 지도 시간을 이용하여 활용하였다. 그러나 매 차시마다 부진 학생 위주의 수업을 하기가 어려우므로 주로 기본 개념을 인식시키는 과정에서 실시하였다. 한 과제에 대한 지도 모델과 보충 지도 자료의 예를 몇 가지 제시해 보면 다음과 같다.

한 과제의 지도에 대한 지도안은 정해진 지도 시간이 있는 것은 아니며, 학생의 이해 정도에 따라 시간 수를 조절하여 지도하였으며, 보충 지도 자료는 처음부터 지도 자료를 작성하여 지도에 임한 것이 아니며, 준비된 문제를 제시한 후 학생의 반응에 따라 지도한 내용을 요약 정리한 것임을 밝혀 둔다.

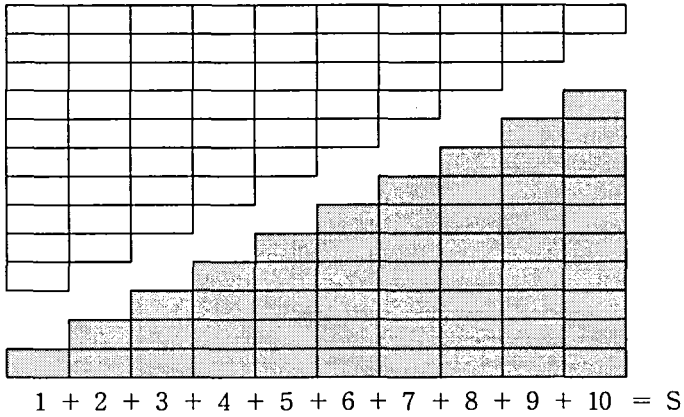
<표> 수학 교과 학습 부진 학생 지도의 지도안의 예

<p><지도 내용> 등차수열의 합</p>	비 고
<p><지도 목표> 등차수열의 합을 구할 수 있다.</p>	
<p>(1) $1+2+3+4+5+6=$</p> <p>(2) $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=$</p> <p>[방법 1] $1+2=3$; $3+3=6$; $6+4=10$; ; $45+10=55$</p> <p>[방법 2]</p> <p style="text-align: center;"> $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 =$  $=10 + 10 + 10 + 15 + 10 = 55$ </p>	<p>◦ 어떤 방법으로 계산하였는가? ◦ 어떤 방법으로 계산하면 빨리 할 수 있는가? ◦ 많은 수의 덧셈은 어떻게 할 것인가?</p> <p>◦ 초보적인 구조의 이해→ 구조의 발전을 유도</p>

【방법 3】



【방법 4】 $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = S$



◦ 실제적인 경험을 체험하도록 시도한다. 블록 등의 도구 이용

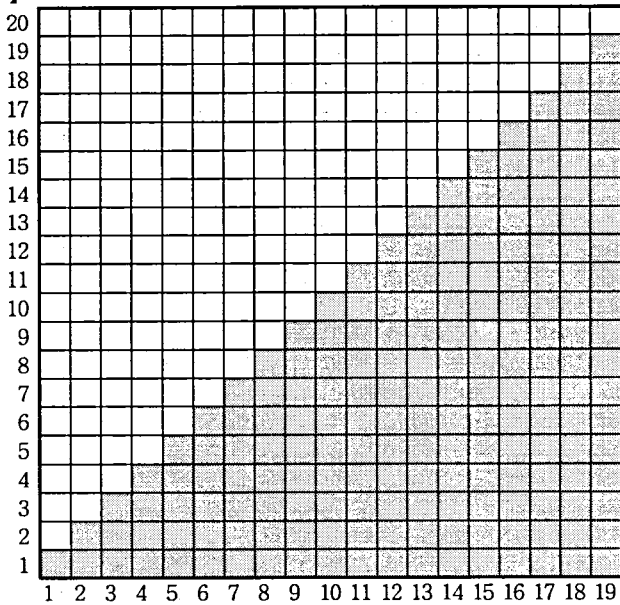
◦ 개인별 대화를 통하여 계산 방법이나 사고의 차이에 따라 구분

(3) 다음 문제를 풀어 봅시다.

(목수의 조수와 수열의 합)

「새 집의 홀안 벽을 따라 계단이 만들어지고 있다. 그것은 19계단으로 이루어진다. 벽 맞은 편 쪽 계단의 끝에는 계단의 높이와 폭이 같은 정사각형 모양의 널판지들을 붙이기로 하였다. 목수는 조수에게 가게에 가서 그 널판지들을 사 오라고 하였다. 조수는 “널판지를 몇 개나 사 올까요?”라고 물었으나, 목수는 “너 스스로 알아내.”라고 대답했다. 조수는 $1+2=3$; $+3=6$; $+4=10$; $+5\cdots\cdots$ 등과 같이 헤아리기 시작했다. 목수는 “너는 왜 머리를 쓰지 않니? 그것들을 일일이 헤아려야만 하니?”라고 말하였다. 자 학생 여러분은 어떻게 하시겠습니까?

【 방법 4 】

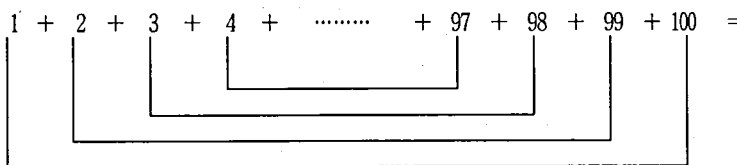


\therefore 널판지의 개수 = $\frac{19 \times 20}{2} = 190$ 개

(4) $1+2+3+4+\cdots\cdots+99+100 =$

※ 빠르고 쉽게 하는 방법 연구

【 방법 3 】



$\therefore 101 \times 50 = 5050$

◦ 구조의 이해에 바탕을 둔 접근 방법

◦ 시각화(구체적 표상)

◦ □ 가상 공간
 ■ 널판지

◦ 사교의 구조

【 방법 4 】

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 = S \\
 + \quad 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 2 + 1 = S \\
 \hline
 101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 = 2S \\
 \therefore S = \frac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101 = 5050
 \end{array}$$

(5) 일반화의 필요성 (Gauss의 방법 확장) 【 방법 4 】

등차수열에서 첫째 항을 a , 공차를 d , n 째 항을 k , 첫째 항부터 n 째 항의 S_n 이라고 하면 ?

$$\begin{array}{r}
 S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (k-d) + k \\
 S_n = k + (k-d) + (k-2d) + \dots + (a+d) + a \\
 \hline
 2S_n = (a+k) + (a+k) + \dots + (a+k) + (a+k) \\
 = n(a+k) \\
 \therefore S_n = \frac{n(a+k)}{2}
 \end{array}$$

(6) $1+2+3+4+\dots+998+999 = \frac{999(1+999)}{2} = 999 \times 500 = 499,500$

(7) $2+4+6+\dots+100 = \frac{50(2+100)}{2} = 2550$

(항의 개수 50, 첫째 항 2, 끝항 100)

(8) 끝항 { $k = a + (n-1)d$ } 이용

$$2+4+6+\dots = \frac{n[2 \times 2 + (n-1) \times 2]}{2} = \frac{2n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

$$\therefore S_n = \frac{n(a+k)}{2} = \frac{n[a + a + (n-1)d]}{2}$$

$$\therefore S_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$$

(9) 확인 평가 문제

$$(-5) + (-2) + 1 + 4 + 7 + \dots =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots =$$

◦ 독일의 수학자 Gauss의 해결 방법 소개 : 일반적인 계산 방법에서 탈피

◦ 추상화 : 수식화의 필요성과 수학의 역할 강조 → 우리가 수학을 어려워하는 이유

◦ 정답 확인

<표> 보충 지도 자료의 예

[문제] 아래와 같이 나열된 55개의 수를 모두 더하면 ?

1
 2 4
 3 6 9
 4 8 12 16
 5 10 15 20 25
 6 12 18 24 30 36
 7 14 21 28 35 42 49
 8 16 24 32 40 48 56 64
 9 18 27 36 45 54 63 72 81
 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

<풀이 단계별 분류>

① 일정한 방향이나 순서로 각각의 숫자를 하나씩 더하여 계산한다.(8명중 3명 -B·E·G학생)

(예)

$$1+2+4+3+6+9+4+8+12+16+5+\dots+90+100=$$

② 필요한 수를 서로 모아 계산하기 편리한 수(10 또는 10의 배수)로 만들어 더한다.(8명중 1명 -F학생)

(예)

$$6+4=10, \quad 8+2=10, \quad 12+8=20, \\ 21+8+1=30, \quad \dots\dots\dots$$

<지도 내용>

① 직관적으로 계산함 : 수열의 구조를 이해하도록 지도

1단계 : 나열된 개수가 작을 때는 가능하나, 나열된 수의 개수가 많거나 주어진 시간이 작을 때는 어떻게 할 것인가? 라는 의문을 갖도록 하여 충분히 생각하도록 한다.

2단계 : 등차수열의 합의 계산 방법을 이용하여 행 또는 유사한 그룹별로 계산할 수 있도록 유도한다.

② 초보적인 구조를 이용(구조의 발전을 기대)

- 학생이 이 방법으로 계산을 하였으나 정답을 맞추는데 많은 시간(30분 정도)이 걸림
- 문제점 및 시간이 많이 걸리게 된 이유를 생각하게 하고, 수열의 계산 방법 등을 연구하게 된 배경 등을 스스로 이해하게 한 후 등차수열을 지도한다.
- 그러나 이러한 경우 구조의 이해로 볼 것이냐? 아니면 구조를 이해하지 못한 상태로 판단할 것이냐?의 문제는 아주 중요한 문제라고 생각되어지면 연구의 한 주제가 될 수도 있을 것이다.

<p>③ 일정한 순서나 방향으로 등차수열의 합을 이용하여 계산한다.(8명중 4명-A·C·D·H 학생) (예) $10+20+30+40+\dots+100 =$ $9+18+27+\dots+72+81 =$ $8+16+24+\dots+56+64 =$ $\dots\dots\dots$ $5+10+15+20+25 =$</p> <p>④ 군 수열을 이용하여 계산한다. (1), (2, 4), (3, 6, 9), ... (10, 20, 30, ..., 100)</p>	<p>③ 부분적인 구조를 이해 : 전체적인 구조를 이해하도록 지도</p> <p>3단계 : 군 수열 지도를 시도한다. (1), (2,4), (3,6,9), (10,20,...,100) ↓ ↓ ↓ ↓ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$</p> <p>i) n군의 첫째 항은 : n ii) n군의 끝항 : n^2 iii) n군의 합 : $\frac{n(n^2+n)}{2}$</p> <p>$\therefore \sum_{k=1}^{10} \frac{n(n^2+n)}{2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{10} (k^3+k^2) = 1705$</p>
--	--

(2) 교과 외적인 지도 : 생활 지도
학습 부진 학생은 주변의 환경이 학습에 장애를 초래하고 있는 경우가 있으므로 해결해 주어야 한다.

① Piaget의 이론 중 나이와 개념적 수준이 비슷한 동료들간의 상호작용이 어른들과의 상호작용에서 보다 더 많은 것을 배운다.²²⁾는 논리에 따라 교우 관계를 조절하여 보았다. 즉 수학 교과에 대한 긍정적인 태도가 강한 학생, 수학 교과 실력이 뛰어난 학생 또는 실력이 비슷한 학생 등을 교사 임의로 자리 배치 등을 통하여 조정하여 보고 학생의 반응을 관찰하여 보았다. 학생의 반응 관찰은 생략한다. 일반적으로 성적이 우수한 학생과 연결시켜 주면 효과적인 거라는 생각이 전적으로 옳지는 않은 것 같다. 학생의 심리상태 및 성격을 충분히 고려하여 교우관계를 유지시켜야 하며 교사의 지도 또한 이와 같은 상황을 고려하여 이루어져야 효과가 있을 것으로 여겨진다.

② 교사와 친숙해지도록 접촉의 기회를 자주 갖는다. 실제로 접촉의 기회가 많은 학생일수록 수학 교과에 대한 흥미 및 학습 태도가 조금 더 긍정적이었다. 다음 표는 무작위로 부진 학생을 두 그룹으로 나눈 다음 교사가 의도적으로 접촉 횟수를 조절하여 그 반응을 살펴 본 것이다.

22) 구광조의 2명 공역, 「수학학습심리학」, 교우사, 1995, p,237

<표> 교사와의 접촉 횟수와 교과에 대한 태도 및 흥미와의 관계

설문조사 구분	교사와 접촉 횟수 주 2회 이하 (학생 A. D. F. G)			교사와 접촉 횟수 주 2회 이상 (학생 B. C. E. H)		
	수학 교과 학습 태도	1차	M : 3.65		1차	M : 3.50
2차		M : 3.23		2차	M : 3.03	
수학 교과에 대한 흥미조사	☐ 수학 교과를?	1차	2차	☐ 수학 교과를?	1차	2차
	① 좋아한다.	.	.	① 좋아한다.	.	1
	② 지금은 좋아한다.	.	.	② 지금은 좋아한다.	.	2
	③ 그저 그렇다.	.	2	③ 그저 그렇다.	2	1
	④ 지금은 싫어한다.	1	.	④ 지금은 싫어한다.	1	.
	⑤ 싫어한다.	3	2	⑤ 싫어한다.	1	.

③ 단체적 훈계보다 상담식 개별 지도를 한다. 부진 학생뿐만이 아니라 일반 학생도 개인적으로 접촉을 시도하였을 때 문제 해결이 가장 효과적이었다.

4. 연구 결과

첫째, 2차 학습 태도 검사²³⁾를 10월 21일 실시하여 1차 학습 태도 검사(95. 4. 10)와 비교 분석한 결과 자아 개념 측면의 자신감 부분이 약간 긍정적인 방향으로 변화하였으며, 학습에 대한 태도 측면에서는 목적의식이나 성취 동기 부분에서는 제자리 수준이었지만 흥미 측면에서도 긍정적인 방향으로 변화하였다. 또한 학습 습관 측면에서는 자율 학습 태도가 긍정적인 방향으로 변화하였다.

둘째, 수학 교과에 대한 흥미 조사를 10월 21일 2차로 실시하여, 전체 문항 중 의미 있다고 생각되는 4개의 문항만을 택하여 1차에 실시했던 결과와 비교 분석하여 본 결과는 아래의 표와 같다.

<표> 수학 교과에 대한 흥미 조사 비교 표

구분	1차조사	2차조사
① 좋아한다.	.	1
② 이전에는 싫어했지만 지금은 좋아한다.	.	2
③ 그저 그렇다.	2	3
④ 이전에는 좋아했지만 지금은 싫어한다.	2	.
⑤ 싫어한다.	4	2
계	8	8

23) 설문조사지는, 신성균의 7인 공저, 「중학교 수학과 학습 부진아를 위한 보충 학습 프로그램 개발 연구」, 한국교육개발원, 1986, p.75. 에 참조.

<표> 학생의 대답

구분 \ 학생	A	B	C	D	E	F	G	H
1차 조사	④	⑤	③	⑤	④	④	⑤	⑤
2차 조사	③	③	②	⑤	①	①	③	⑤

<표> 앞으로 상급학교에 진학하거나 기회가 주어진다면 수학을 계속 공부하고 싶은 생각이 있는가?

구분	1차조사	2차조사
① 계속 공부하고 싶다.	·	1
② 계속 공부하기 싫다.	6	3
③ 모르겠다.	2	4
계	8	8

<표> 학생의 대답

구분 \ 학생	A	B	C	D	E	F	G	H
1차 조사	②	②	②	③	②	③	③	②
2차 조사	③	②	③	②	①	③	②	③

위의 두 가지 문항 분석을 통하여 본 결과 수학 교과에 대한 흥미 조사에서는 대체로 긍정적인 결과를 얻었다는 것을 알 수가 있다. 그러나 설문에 응한 학생이 얼마나 성실하게 조사에 참여하였는가에 따라 결과가 달라 질 수도 있다는 사실을 밝혀 둔다.

다음의 문항 분석은 수학 교과에 대한 부진 학생의 그 동안의 학습 태도의 문제점 및 교사의 부진 학생을 지도하는 방법에 간접적으로 시사하는 바가 있어, 작성하여 놓은 것이다.

<표> 본인의 수학 학습 방법에 잘못이 있다면 무엇이라 생각되는가?

구분	1차조사	2차조사
① 수학을 너무 어렵게 생각하고 있다.	1	1
② 인내심이 부족하다(집중력).	1	2
③ 계획성이 없다.	·	·
④ 꾸준하지 못하다(예습, 복습).	2	2
⑤ 어디서부터 어떻게 공부해야 하는지 모른 것 같다.	3	·
⑥ 힌트나 해답을 성급히 본다.	1	·
⑦ 개념이나 원리의 이해보다 공식의 암기에 치중한다.	·	3
계	8	8

실제로 부진 학생으로 분류된 학생들중 2차 조사에서, ⑦번에 3명이 답한 것으로 보아 그 동안 잘못된 학습 습관을 가지고 있었다는 것을 보여주며, ② ④ 번에 각각 2명씩(4명)이 답한 것은 수학 공부하는데 투자하는 시간이 부족했다는 것을 스스로 인정하고 있는 것이라고 할 수 있다. 따라서 부진 학생을 지도 할 때 개념이나 원리를 이해하도록 하는 것이 중요하다.

<표> 수학 교사 가장 마음에 드는 교사를 고른다면?

구 분	1차조사	2차조사
① 실력이 뛰어난 교사	·	·
② 기초력을 충분히 설명해 주는 교사	4	4
③ 수업 시간에 엄한 교사	0	0
④ 수학에 관하여 자주 질문할 수 있는 친절하고 부담감이 없는 교사	3	1
⑤ 칭찬을 자주 해주며 용기를 주는 교사	1	3
계	8	8

2차 조사에서, ⑤번을 선택한 학생이 3명, ②번을 선택한 학생이 4명인 것으로 보아 수학 교사는 성취감을 느낄 수 있는 기초적인 문제 제시로부터 시작하여, 칭찬이나 격려를 하는 방법으로 학교 수업을 이끌어 가야 한다는 것을 나타내 주고 있다.

IV. 결 론

교육은 사회적 측면에서 사회 문화의 개조와 개인적 측면에서 개인의 자아 실현으로서의 기능을 가지고 있다. 따라서 급변하는 현대 사회에서는 지식의 수명이 짧을 뿐만 아니라 그 양에 있어서도 엄청나다. 하지만 고등학교 수학 교육의 현실에서는 타 교과보다 많은 학습 부진 학생들이 있으며 이들은 대부분 방치된 채 수학 교육이 행해지고 있는 실정이다.

이에 본 연구에서는 첫째, Piaget의 인지구조 발달에 의한 지도 및 환경 조성이 수학 교과 학습 부진 학생의 학습 태도를 긍정적인 방향으로 변화시킨다. 둘째, Piaget의 인지구조 발달에 의한 지도 및 환경 조성이 수학 교과 학습 부진 학생의 수학에 대한 흥미를 유발시킨다. 라는 가설 아래 연구를 실시하였다.

본 연구에서는 수학 교과 학습 부진의 원인을 주로 선수 학습의 결손과 수학 교과에 대한 부정적인 태도 및 흥미 상실에 초점을 두고 이의 해결 방안을 연구하였다. 그러나 수학 교과 학습 부진의 원인은 일반적인 학습 부진이 그러하듯이 가정 환경, 학

교 환경, 정의적 측면 등에 기인할 수도 있으며 특히 수학 학습에서는 논리적 사고력의 미성숙, 수학과 특성에 따른 학습 지도의 미비에 기인할 수도 있다. 그러므로 본 연구를 마치며 다음과 같이 몇 가지를 결론으로 제시하고자 한다.

첫째, 수학 교과 학습 부진 학생을 구제하거나, 처음부터 부진 학생이 발생하지 않도록 지도하는 방법으로 가장 중요한 것은 학생의 심리적인 상태 및 주변 환경을 학생이 잘 극복할 수 있도록 조성하여 주는 것이다. 따라서 수학 교과에 대한 긍정적인 학습 태도를 갖도록 지도하며 수학 교과에 대한 흥미를 높이는 것이 매우 중요하다.

둘째, 교과서가 수준별로 다양화 될 필요가 있다. 현재의 8종 교과서는 그 내용과 수준 등이 거의 비슷할 뿐만 아니라, 이렇다 할 특색이 전혀 없어 사실 8종이라 분류하기 어려운 것 같다. 또한 현재의 교과서는 그 내용이 성적 상위 학생을 위한 편성이라고 밖에 볼 수 없다. 그러므로 교과서의 수준별 다양화가 이루어져야 함이 필수적인 것 같다. 학생의 능력이나, 학생이 속한 집단의 수준에 맞는 교과서를 선택할 수 있을 정도로 교과서가 수준별로 세분화 및 내용의 다양화가 이루어진다면, 수학 교과에 대한 학습 부진 학생의 구제에 도움이 될 것이다.

셋째, 교사의 전체적이고 일괄적인 교수-학습 방법에서 벗어나, 개별적이고 소그룹 위주의 교수-학습 방법으로의 전환이 필요하다. 이 문제는 교사가 지도하는 학생 수를 줄여야 하는 전제 조건이 필요하므로, 교육 여건 개선과 같이 추진되어야 한다.

넷째, 정규 수업 이외의 학습 부진 학생을 위한 적절한 보충 수업이 필요하다. 다만 현재와 같이 일률적이고 타율적인 보충 수업은 수학 교과 학습 부진 학생의 부진 탈피에는 전혀 도움이 되지 못하며 오히려 수학 교과에 대한 부진을 더욱 심하게 할뿐이다.

참 고 문 헌

1. 송명자, 「발달 심리학」, 學志社, 1995.
2. 이수원, 「심리학」, 정민사, 1994.
3. 구광조의 2명공역, 「수학 학습 심리학」, 교우사, 1995.
4. 정인석, 「중학교 수학 학습 부진아를 위한 효율적인 지도 연구」, 전남대학교 수학교육석사 학위 논문, 1992.
5. 현종익, 「수의 보존 개념 형성을 위한 프로그램 개발 연구」, 大韓數學敎育學

會論文集, 第3卷 第2號, 1993.

6. 정영옥, 「Piaget이론의 수학 교육적 적용」, 大韓數學敎育學會論文集, 第4卷 第1號, 1994.
7. 이군현, 「교육심리학」, 전영사, 1991.
8. 노희관의 3명공저, 「교육 심리학의 최근 동향」, 교육과학사, 1988..
9. 「學習不振兒 指導의 實際」, (株)韓國敎育出版, 全羅北道敎育廳資料提供, 敎資新書26, 1986.
10. 이연섭의 논문, 「사고와 사고력의 교육적 가치」, 에 대한 문용린의 토론, 1987.
11. 박성익, 「수업탐구」, 교육과학사, 1987.
12. 대한 교육심리 연구회, 「교육심리」, 교육출판사, 1995.
13. 장재익, 「中等學校 數學敎育의 問題點」, 大韓數學敎育學會 論文集 第2卷 第2號, 1992.
14. 신성균외 7인, 「중학교 수학과 학습부진아를 위한 보충학습 프로그램 개발 연구」, 한국교육개발원, 1986.
15. M. A. S. 플라스키 지음, 이기숙·주영희 옮김, 「어린이를 위한 피아제 이해」, 창지사, 1993.
16. 金應泰의 2명 공저, 「數學 敎育學 概論」, 서울大學校出版部, 1994
17. 金滌採역, 「學習 心理學」, 中央適性研究所, 1979.