*Journal of Statistics*
*Theory & Methods*
1997, Vol. 8, No. 1, pp. 21~30

# 가속수명자료를 이용한 경험적 베이즈 예측분석

조 건 호[1]

**요약** 가속수명시험에서 강한충격수준에서 부품들의 고장시간이 관측되고 가속화된 고장시간을 토대로 정상충격수준에서 부품들의 성능을 조사한다. 본 논문은 지수수명분포에서 중도절단된 가속수명자료를 이용하여 고장률의 사전분포의 평균을 알 때, 정상조건하에서 하나의 미래 관찰치의 예측문제를 사전분포의 모수에 대하여 적률추정량을 이용하는 경험적 베이즈 접근방법을 적용시켜 경험적 베이즈 예측분포와 예측구간에 대하여 연구하였다.

*주제어* : 가속수명시험, 가속모수, 경험적 베이즈 방법, 예측분석, ET 예측구간, MPB 예측구간

## 1. 서 론

실생활에서 사용되는 전자제품이나 컴퓨터 칩과 같은 고 신뢰도를 가지는 새로운 제품들이 속출하고 이러한 제품들에 사용되는 부품들은 낮은 고장률(failure rate)과 수명이 길어 부품 고장을 기대하기 어렵다. 따라서, 정상충격수준(normal stress level) 보다 더 강한 충격수준(high stress level) 상태에서 시험을 하여 부품의 수명을 단축시키거나 성능을 급속히 저하시켜 이로 부터 부품에 대한 신뢰성을 시험하는 데 이런 시험을 가속수명시험(accelerated life tests)이라 한다(Nelson 1990). 이 시험의 목적은 짧은 기간에 자료를 얻은 후 부품의 정상충격수준에서 수명과 성능을 추정하는 데에 있으며 이러한 시험을 통하여 시험시간과 비용을 감소시킬 수 있다. 가속수명시험시 일정충격(constant stress)방법으로 가속수명자료에 대한 통계적 분석이 Kielpinski 과 Nelson(1975), Meeker 과 Nelson(1975) 그리고 Nelson 과 Meeker(1978) 등에 의해 연구가 진행되었으며, 그들의 관심은 가속수명자료를 이용하여 정상충격수준에서 수명분포의 모수에 대한 추론을 하는 데 있었다. 하지만, 만약에 시스템을 구성하고 있는 여러 부품들 중 중요한 한 부품이 고장을 일으켜 시스템의 고장을 유발시킨다면 경제적인 손실이 클 수 있으므로 이런 부품의 수명을 미리 예측할 수 있으면 그 부품의 고장시 대기상태에 놓여있는 부품을 즉각 교체함으로서 중요한 부품의 고장을 미연에 방지할 수 있다. 그러나 시스템의 미래 성능의 보증한계(warranty limit)등을 제공하는 미래 관찰치(future observation)에 대한 예측문제(prediction problem)는 가속수명시험에서 전혀 고려된 바 없다. 정상조건하에서 미래 관찰치에 대한 부품의 수명을 예측하려면 너무나 많은 시간이 소요됨으로 일정한 부품에 대하여 가속수

[1] 조건호는 경산대학교 자연과학대학 통계학과 (712-240 경북 경산시 점촌동 산 75 번지) 조교수이다.

명시험을 행함으로서 얻어진 가속수명자료를 이용하여 정상상태에서 부품의 수명을 외삽(extrapolation)하여 얻은 자료들로 시험되지 않은 부품의 수명을 미리 예측할 수 있으면 부품들을 절약할 수 있을 뿐만 아니라 경비 또한 줄일 수 있다. 예측분석(prediction analysis)은 수명모형에 대한 신뢰성 분석, 품질관리 및 많은 다른 응용분야에 널리 사용되며, 하나의 미래 관찰치의 예측문제에 대하여 Clarotti 과 Spizzichino(1989), Dunsmore(1974), Lingappaiah(1986) 그리고 Patel(1989)등이 다양한 수명분포와 접근방법을 통하여 하나의 미래 관찰치를 포함하는 예측구간(prediction interval)에 대하여 논의하였다. 이러한 일반적인 예측분석 및 가속수명자료 분석방법은 과거의 경험이나 비슷한 실험에 의한 정보의 축적 등 과거자료를 잘 활용하지 못하는 측면이 있다. 본 논문은 사전정보(prior information)와 과거자료를 충분히 이용하기 위하여 Robbins(1964)에 의하여 소개된 경험적 베이지안 접근(empirical Bayesian approach)방법을 이용하여 수명분포가 고장률 $\lambda$ 인 지수(exponential)분포이고 가속의 효과가 $\theta\lambda$, $\theta > 1$ 인 가정하에서 $\lambda$ 의 사전분포의 평균을 알 때, 정상조건하에서 하나의 미래 관찰치의 예측문제를 사전분포에 대하여, Pathak, Singh 그리고 Zimmer(1987)에 의해 제시된 적률추정량(moment estimator)을 이용하는 경험적 베이즈 접근방법을 적용시켜 경험적 베이즈 예측분포와 예측구간에 대하여 연구하였다.

## 2. 모 형

정상충격수준하에서 수명시간 $T$ 가 고장률 $\lambda$ 인 지수분포를 따르는 확률변수라 한다면 그 때 분포함수는 $F_0(t|\lambda) = 1 - \exp^{-\lambda t}$ , $t > 0$ 이다. 그리고 정상충격수준하에서 고장률함수를 $h_0(t)$ 라 하고 강한충격수준에서 고장률함수를 $h(t)$ 라 한다면 두 함수에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$h(t) = \theta h_0(t). \tag{2.1}$$

여기서 $\theta(> 1)$ 는 가속의 효과를 나타내는 알려져 있지 않은 상수(fixed and unknown constant)인 가속모수(acceleration parameter)이다. 만약 모형(2.1)하에서 이용할 수 있는 가속수명자료의 총 수가 $m$ 개의 자료집합으로 구성될 수 있으면 처음 $m-1$ 개의 자료집합은 과거 자료집합으로 사용하고 $m$ 번째 자료집합은 현재자료로 사용할 수 있다. 즉, 일정충격 가속수명시험에서 얻은 $m$ 개의 독립인 표본들의 자료집합을

$$0 < T_{i1} < T_{i2} < T_{i3} < \cdots < T_{in} , \; i = 1, 2, \cdots, m,$$

라 하자. 여기서 $r_i$ 는 부품 $n_i$ 개를 가속수명시험을 할 때 관측한 자료의 수 이고 $n_i - r_i$ 는 제 $II$ 종 중도절단자료(Type II censored data) 이다. 위와 같은 형태의 중도절단된 가속수명자료는 강한충격수준하에서 고장률 $\theta\lambda_i$ 를 가지는 분포함수, $F(\cdot|\theta\lambda_i)$, $i = 1, 2, \cdots, m$, 로 부터의 확률표본이다. 그리고 가속수명자료들이 정상충격수준하에서 지수분포를 한다고 가정하면 고장률함수는 $h_0(t) = \lambda$ 이고 확률밀도함수(probability density function, p.d.f.)는 $f_0(t|\lambda) = \lambda e^{-\lambda t}$ 이다.

그러면 강한충격수준하에서 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$f(t|\theta\lambda)=\theta\lambda e^{-\theta\lambda t},\ t>0. \tag{2.2}$$

식(2.2)로 부터 임의의 $i$ 번째 자료집합에서 우도함수(likelihood function)는

$$L(\lambda_i|\underline{t_i})=Ke^{-\theta\lambda_i S_i},$$

이며, 여기서 $K$는 상수이고 $S_i=\sum_{j=1}^{r_i}t_{ij}+(n_i-r_i)t_{ir_i}$ 이다. 위의 주어진 $S_i$는 고장률 $\lambda_i$의 충분통계량(sufficient statistic)이며, 주어진 $\lambda_i$에 대한 $S_i$의 조건부 확률밀도함수(conditional p.d.f.)는 다음과 같다.

$$f(S_i|\lambda_i)=\frac{(\theta\lambda_i)^{r_i}}{\Gamma(r_i)}(S_i)^{r_i-1}e^{-\theta\lambda S_i},\ S_i>0. \tag{2.3}$$

베이지안 모형에서 $\lambda_i$에 대한 공액사전분포(conjugate prior distribution)는 감마분포(gamma distribution)이며, 그 때 모수를 $a,b$라 한다면 사전분포는

$$\pi(\lambda_i)=\frac{a^b}{\Gamma(b)}(\lambda_i)^{b-1}e^{-a\lambda_i},\ \lambda_i>0,\ a,b>0, \tag{2.4}$$

이다. 식(2.3)과 (2.4)를 이용하면 다음과 같은 사후확률밀도함수(posterior p.d.f.)를 얻을 수 있다.

$$P(\lambda_i|S_i)=\frac{(a+\theta S_i)^{r_i+b}}{\Gamma(r_i+b)}\lambda_i^{r_i+b-1}e^{-\lambda_i(a+\theta S_i)}. \tag{2.5}$$

그리고 $S_i$의 주변확률밀도함수(marginal p.d.f.)는 쉽게 계산할 수 있다.

$$f(S_i:\theta)=\frac{\Gamma(r_i+b)}{\Gamma(r_i)\Gamma(b)}S_i^{r_i-1}\frac{(\theta/a)^{r_i}}{(1+\theta S_i/a)^{r_i+b}}. \tag{2.6}$$

## 3. 모수의 추정

식(2.4)의 사전분포의 평균 $\eta_0=b/a$가 알려져 있을 때, 모수 $a,b$그리고 $\theta$의 추정문제를 생각하자. Pathak, Singh 그리고 Zimmer에 의하여 제안된 추정방법을 적용하면, 식(2.6)을 이용하여 $i$-번째 자료집합으로 부터 $\theta_i$의 불편추정량(unbiased estimator),

$$\hat{\theta}_i=\frac{r_i-1}{\eta_0 S_i}, \tag{3.1}$$

을 구할 수 있다.

$i$-번째 자료집합으로 부터 얻어진 추정량 $\hat{\theta}_i$를 $m-1$개의 과거 자료집합을 이용하면 $m-1$개의 불편추정량들을 구할 수 있으며 이러한 추정량들의 평균이 가속모수 $\theta$의 불편

추정량으로 사용되어질 수 있다. 즉,

$$\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{m-1}\frac{\hat{\theta}_i}{m-1}. \tag{3.2}$$

강한충격수준하에서 얻어지는 $i$-번째 자료집합으로 부터 고장률의 추정량은

$$\theta\hat{\lambda}_i=\frac{r_i-1}{S_i},$$

이고, 일정충격 가속수명시험시 직접적으로 추정할 수 없는 고장률 $\lambda_i$에 대한 추정량은

$$\hat{\lambda}_i=\frac{r_i-1}{\hat{\theta}S_i}, \tag{3.3}$$

이 된다.

$\lambda_i$에 대한 사전분포의 평균을 알고 있는 경우에 $\hat{\lambda}_i$를 이용하여 적률추정방법(method of moment estimation)으로 사전분포의 모수 $a, b$에 대한 적률추정량,

$$\hat{a}=\frac{\eta_0(m-1)}{\sum_{i=1}^{m-1}\left(\hat{\lambda}_i-\eta_0\right)}, \quad \hat{b}=\hat{a}\eta_0, \tag{3.4}$$

을 각각 구할 수 있다.

## 4. 하나의 미래 관찰치에 대한 예측분포 및 예측구간

하나의 미래 관찰치의 예측분포를 얻기 위하여 미래 관찰치들은 가속화된 자료와 동일한 모집단으로 부터 추출된 확률표본이라 가정한다.

$T_{m1}, T_{m2}, \cdots, T_{mr_m}$은 고장률 $\theta\lambda$를 가지는 지수수명모형에서의 확률표본이다.

하나의 미래 관찰치 $y$에 대한 베이지안 예측밀도함수(Bayesian predictive density function)를 유도하기 위하여, $T_{m1}, T_{m2}, \cdots, T_{mr_m}$을 이용한 고장률 $\lambda$에 대한 충분통계량은

$$S_m=\sum_{j=1}^{r_m}t_{mj}+\left(n_m-r_m\right)t_{mr_m},$$

이며, 주어진 $\lambda$에 대한 $S_m$의 조건부 확률밀도함수는

$$f\left(S_m|\lambda\right)=\frac{(\theta\lambda)^{r_m}}{\Gamma\left(r_m\right)}\left(S_m\right)^{r_m-1}e^{-\theta\lambda S_m}, \quad S_m>0, \tag{4.1}$$

이다.

그리고 $\lambda$에 대한 공액사전분포는 식(2.4)와 같이 모수 $a, b$를 갖는 감마분포이며 분포는

$$\pi(\lambda) = \frac{a^b}{\Gamma(b)}(\lambda)^{b-1} e^{-a\lambda}, \ \lambda > 0, \ a, b > 0 , \tag{4.2}$$

이다. 식(4.1)과 (4.2)를 이용하면 다음과 같은 사후확률밀도함수를 얻을 수 있다.

$$P(\lambda|S_m) = \frac{(a+\theta S_m)^{r_m+b}}{\Gamma(r_m+b)} \lambda^{r_m+b-1} e^{-\lambda(a+\theta S_m)} . \tag{4.3}$$

고장률 $\lambda$ 가 주어진 경우, 하나의 미래 관찰치에 대한 확률밀도함수는

$$f(y|\theta\lambda) = \theta\lambda e^{-\theta\lambda y}, \ y > 0, \ \lambda > 0 , \tag{4.4}$$

이다. 현재 자료가 주어졌을 때 고장률의 사후확률밀도함수를 토대로, 하나의 미래 관찰치에 대한 우도의 평균이 하나의 미래 관찰치에 대한 예측밀도함수이므로 이러한 예측밀도함수는 다음과 같다.

$$f(y|T_{m1}, T_{m2}, \cdots, T_{mr_m}) = \frac{\theta(r_m+b)(a+\theta S_m)^{r_m+b}}{(a+\theta y+\theta S_m)^{r_m+b+1}}, \quad y > 0 . \tag{4.5}$$

그리고 $\underline{T_i} = (T_{i1}, T_{i2}, \cdots, T_{ir_i})$, $i = 1, 2, \cdots, m$ 라 하자.

$\underline{T_1}, \underline{T_2}, \cdots, \underline{T_m}$ 이 주어진 경우, 하나의 미래 관찰치에 대한 경험적 베이지안 예측밀도함수는 3 절에서 구한 $\theta, a, b$ 의 추정량 $\hat{\theta}, \hat{a}, \hat{b}$ 를 식(4.5)에 대입하여 구할 수 있다. 즉,

$$f(y|\underline{T_1}, \underline{T_2}, \cdots, \underline{T_m}) = \frac{\hat{\theta}(r_m+\hat{b})(\hat{a}+\hat{\theta} S_m)^{r_m+\hat{b}}}{(\hat{a}+\hat{\theta} y+\hat{\theta} S_m)^{r_m+\hat{b}+1}}, \quad y > 0 . \tag{4.6}$$

가속화된 자료를 이용하여 하나의 미래 관찰치가 포함되는 예측구간에 대하여 살펴보자. 하나의 미래 관찰치 $y$ 를 포함하는 $100(1-\alpha)\%$ ET(equal-tail )예측구간은

$$\int_0^{c_1} f(y|\underline{T_1}, \underline{T_2}, \cdots, \underline{T_m}) dy = \int_{c_2}^{\infty} f(y|\underline{T_1}, \underline{T_2}, \cdots, \underline{T_m}) dy = \frac{\alpha}{2}, \tag{4.7}$$

을 만족하는 $(c_1, c_2)$ 이며, 여기서,

$$c_1 = \frac{(\hat{a}+\hat{\theta} S_m)\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)^{-\frac{1}{r_m+\hat{b}}} - \hat{a}}{\hat{\theta}} - S_m ,$$

$$c_2 = \frac{(\hat{a}+\hat{\theta} S_m)\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{-\frac{1}{r_m+\hat{b}}} - \hat{a}}{\hat{\theta}} - S_m ,$$

이다. 그리고 $100(1-\alpha)\%$ MPB(most plausible Bayesian) 예측구간 $C$ 는

$$C=\left\{y \middle| f\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right) \geq \mu\right\},$$

이며, 여기서 $\mu$는

$$\int_C f\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right) \geq 1-\alpha\,, \tag{4.8}$$

의하여 결정되어진다. 그리고 함수 $f\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right)$는 $y$에 대하여 감소함수이므로 예측구간은 $C=(0,k)$가 되며, 여기서,

$$k=\frac{\left(\hat{a}+\hat{\theta}S_m\right)\alpha^{-\frac{1}{r_m+\hat{b}}}-\hat{a}}{\hat{\theta}}-S_m\,,$$

이다.

그리고 가속화된 자료의 신뢰도함수(reliability function) $\overline{F}$와 정상충격수준으로 외삽된 신뢰도함수 $\overline{F_0}$ 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\overline{F_0}\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right)=\left\{\overline{F}\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right)\right\}^{\frac{1}{\hat{\theta}}},$$

여기서,

$$\overline{F}\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right)=\left\{\frac{\hat{a}+\hat{\theta}S_m}{\hat{a}+\hat{\theta}y+\hat{\theta}S_m}\right\}^{\frac{r_m+\hat{b}}{\hat{\theta}}},$$

이다.

정상충격수준하에서 $\underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}$이 주어진 경우, 하나의 미래 관찰치에 대한 경험적 베이지안 예측밀도함수는

$$f_0\left(y \middle| \underline{T_1},\underline{T_2},\cdots,\underline{T_m}\right)=\frac{\left(\hat{a}+\hat{\theta}S_m\right)^{\frac{r_m+\hat{b}}{\hat{\theta}}}\left(r_m+\hat{b}\right)}{\left(\hat{a}+\hat{\theta}S_m+\hat{\theta}y\right)^{\frac{r_m+\hat{b}}{\hat{\theta}}+1}},\quad y>0\,, \tag{4.9}$$

이다. 위의 식(4.7)과 (4.8)의 예측함수 $f(y|\cdot)$를 예측함수 $f_0(y|\cdot)$로 대체하면 정상충격수준하에서 하나의 미래 관찰치 $y$를 포함하는 $100(1-\alpha)\%$ ET 예측구간 : $(c_1^*,c_2^*)$,

$$c_1^*=\frac{\left(\hat{a}+\hat{\theta}S_m\right)\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)^{-\frac{1}{r_m+\hat{b}}}-\left(\hat{a}+\hat{\theta}S_m\right)}{\hat{\theta}},$$

$$c_2^* = \frac{\left(\hat{a} + \hat{\theta} S_m\right)\left\{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{-\frac{\hat{\theta}}{r_m + \hat{b}}} - 1\right\}}{\hat{\theta}},$$

과 정상충격수준하에서 하나의 미래 관찰치 $y$를 포함하는 $100(1-\alpha)\%$ MPB 예측구간: $C = \left(0, k^*\right)$,

$$k^* = \frac{\left(\hat{a} + \hat{\theta} S_m\right)\left((\alpha)^{-\frac{\hat{\theta}}{r_m + \hat{b}}} - 1\right)}{\hat{\theta}},$$

를 각각 얻을 수 있다.

## 5. 결 론

앞에서 얻은 결과들을 이용하여 인위적인 자료에 기초하여 다음과 같은 단계에 따라 모의실험을 하였다.

표본크기 : $n_1 = n_2 = \cdots = n_m\ (20, 30, 40, 50, 100)$
자료집합의 수 : $m = 10$
중단비율(censoring rate) : $p = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$
$\alpha = 0.05,\ a = 5,\ b = 5$
단계 1 : $\eta_0 = 1$인 경우, 식(2.4)의 분포에서 난수 $\lambda_i$를 $m$개를 발생한다.
단계 2 : 단계 1 의 각 $\lambda_i$에 대하여 식(2.3)의 분포로 부터 난수를 발생하여 $S_i$를 얻는다.
단계 3 : 단계 2 의 $m-1$개의 $S_i$를 이용하여 가속모수 $\theta$와 사전분포의 모수들의 추정량들을 계산한다.
단계 4 : 식(4.3)의 사후확률밀도함수와 식(4.4)의 미래 자료의 우도를 이용하여 식(4.5)의 하나의 미래 관찰치의 예측밀도함수를 얻는다.
단계 5 : 단계 3 의 추정량들을 단계 4 의 예측밀도함수에 대입하여 식(4.6)의 하나의 미래 관찰치의 경험적 베이지안 예측밀도함수를 얻는다.
단계 6 : 단계 5 의 분포를 이용하여 정상충격수준으로 외삽된 식(4.9)의 분포를 얻는다.
단계 7 : 단계 5 와 6 의 분포를 이용하여 경험적 ET 예측구간과 경험적 MPB 예측구간을 각각 얻는다.

위의 단계 1 에서 7 의 과정을 1000 번 반복하여 단계 7 의 예측구간의 구간폭(interval length)에 대한 평균을 표(5.1)에 수록하였다.

**표 5.1** 경험적 베이즈 예측구간

| $n$ \ $p$ | | 10% | | 20% | | 30% | | 50% | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 가속상태의 경우 | 정상으로 외삽한 경우 | 가속상태의 경우 | 정상으로 외삽한 경우 | 가속상태의 경우 | 정상으로 외삽한 경우 | 가속상태의 경우 | 정상으로 외삽한 경우 |
| 20 | ET | .0992 | 8845.47 | .1001 | 27601.90 | .1029 | 24000.86 | .1061 | $.439\mathrm{x}10^8$ |
| | MPB | .0795 | 1117.63 | .0801 | 2801.88 | .0820 | 13402.3 | .0840 | 610938 |
| 30 | ET | .0962 | 412.51 | .0969 | 833.61 | .0977 | 2448.41 | .1006 | 44239.1 |
| | MPB | .0776 | 114.36 | .0781 | 194.05 | .0786 | 435.17 | .0805 | 3771.02 |
| 40 | ET | .0942 | 103.14 | .0954 | 171.07 | .0955 | 340.40 | .0969 | 2383.91 |
| | MPB | .0762 | 40.16 | .0772 | 58.97 | .0771 | 99.11 | .0779 | 431.37 |
| 50 | ET | .0942 | 46.82 | .0950 | 67.33 | .0954 | 110.47 | .0965 | 505.88 |
| | MPB | .0764 | 22.08 | .0770 | 29.10 | .0773 | 42.40 | .0779 | 134.54 |
| 100 | ET | .0926 | 12.15 | .0931 | 14.21 | .0929 | 17.39 | .0942 | 32.97 |
| | MPB | .0754 | 7.88 | .0758 | 8.89 | .0756 | 10.37 | .0765 | 16.92 |

표(5.1)로 부터 아래와 같은 사실을 알 수 있었다.

1. ET 방법과 MPB 방법의 폭을 비교할 때, 강한충격수준에서 얻은 예측구간의 폭이나 정상충격수준으로 외삽하여 얻은 폭이나 항상 MPB 방법에 의한 폭이 더 짧음을 알 수 있고
2. 정상충격수준으로 외삽한 경우, ET 방법과 MPB 방법에 의한 폭은 표본이 적은 경우 폭의 차이가 상당이 크며 중단비율 $p$가 증가할 수록 두 예측구간의 폭의 차이는 더 커짐을 알 수 있다. 그리고 표본의 수가 증가하면 두 방법에 의한 폭의 차이는 감소하는 경향이 있으며, 중단비율 $p$가 증가하면 ET 예측구간의 폭과 MPB 예측구간의 폭의 차가 증가함을 알 수 있으며
3. 강한충격수준의 경우도 표본의 크기의 변화와 중단비율의 변화에 따라 2의 내용과 유사한 경향을 보임을 알 수 있다. 그러므로 위 결과들을 볼 때, ET 방법에 의한 예측구간보다는 MPB 방법에 의한 예측구간이 더 우수함을 보임을 알 수 있다.

## 참 고 문 헌


1. Clarotti, C.A. and Spizzichino, F. (1989). The Bayes Predictive Approach in Reliability Theory, *IEEE Transactions on Reliability*, R-38, 379-382.
2. Dunsmore, I.R. (1974). The Bayesian Predictive Distribution in the Testing Models, *Technometrics*, 16, 455-460.
3. Kielpinski, T.J. and Nelson, W. (1975). Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Distributions, *IEEE Transactions on Reliability*, 24, 310-320.
4. Lingappaiah, G.S. (1986). Bayes Prediction in Exponential Life-Testing when Sample Size is a Random Variable, *IEEE Transactions on Reliability*, R-35, 106-110.
5. Meeker, W.Q. and Nelson, W. (1975). Optimum Accelerated Life Test for Weibull and Extreme Value Distribution, *IEEE Transactions on Reliability*, 24, 321-332.

6. Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing-Statistical Model, Test Plans, and Data Analysis*, John Wiley & Sons, New York.

7. Nelson, W. and Meeker, W.Q. (1978). Theory of Optimum Accelerated Censored Life Tests for Weibull and Extreme Value Distributions, *Technometrics*, 20, 171-177.

8. Patel, J.K. (1989). Prediction Intervals-A Review, *Communications in Statistics Part A-Theory and Methods*, 18, 2393-2465.

9. Pathak, P.K., Singh, A. and Zimmer, W.J. (1987). Empirical Bayesian Estimation of Mean Life from an Accelerated Life Test, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 16, 353-363.

10. Robbins, H. (1964). The Empirical Bayes Approach to Statistical Decision Problems, *The Annals of mathematical Statistics*, 35, 1-19.

# Empirical Bayesian Prediction Analysis on Accelerated Lifetime Data

Geon-Ho Cho[2]

**Abstract** In accelerated life tests, the failure time of an item is observed under a high stress level, and based on the time the performances of items are investigated at the normal stress level. In this paper, when the mean of the prior of a failure rate is known in the exponential lifetime distribution with censored accelerated failure time data, we utilize the empirical Bayesian method by using the moment estimators in order to estimate the parameters of the prior distribution and obtain the empirical Bayesian predictive density and predictive intervals for a future observation under the normal stress level.

*Keywords*: Accelerated Life Tests, Acceleration Parameter, Empirical Bayes Method, Prediction Analysis, Equal-Tail Prediction Interval, Most Plausible Bayesian Prediction Interval

[2] Geon-Ho Cho is an assistant professor of the Dep. Of Statistics, College of Natural Science, Kyungsan University, Kyungpook, 712-240, Korea