

문자인식을 위한 로버스트 역전파 알고리즘

오광식¹ · 김상민² · 이동로³

요약

공학 분야에서 신경망에 대한 관심은 신호처리, 로봇틱스, 컨트롤, 문자인식, 패턴인식 그리고 컴퓨터 그래픽 분야등에서 연구되고 있으며, 이들은 함수근사응용과 밀접한 관련이 있다. 통계학 분야에서는 패턴인식의 판별분석, 주성분분석, 회귀분석 그리고 군집분석을 위한 신경망등에 대한 연구가 활발히 이루어 지고 있다. 문자인식을 위한 다층 신경망을 학습시키기 위해 역전파 알고리즘이 널리 사용되고 있으나 이 알고리즘은 긴 훈련기간, 극소점 문제, 이상치(outlier)에 민감하다는 단점을 지니고 있다. 이상치에 민감한 일반적인 역전파 알고리즘의 단점을 극복하기 위해 이상치에 민감하지 않은 로버스트 알고리즘의 필요성이 대두되었다. 본 논문에서는 통계물리에서 자주 사용하는 방법을 이용하여 제안한 로버스트 역전파 알고리즘을 문자인식에 적용하여 일반적인 역전파 알고리즘의 문자인식 성능과 비교하였다.

주제어: 신경망, 로버스트 역전파 알고리즘, 문자인식

1 서론

공학 분야에서 신경망에 대한 관심은 신호처리, 로봇틱스, 컨트롤, 문자인식, 패턴인식 그리고 컴퓨터 그래픽 분야등에서 연구되고 있으며, 이들은 함수근사응용과 밀접한 관련이 있다. 통계학 분야에서는 패턴인식의 판별분석(Cherkassky et.al(1994) and Ripley(1994)), 주성분분석(김상민 외(1996)), 회귀분석(Chen and Jain(1994)) 그리고 군집분석을 위한 신경망등에 대한 연구가 활발히 이루어 지고 있다. 신경망은 문자인식에 특히 적합하다. 신경망은 비교적 간단하면서도 많은 노드들이 상호 연결된 망으로 구성되어 있으며 문자인식을 구현하기 위한 좋은 도구로 사용될 수 있다.

¹경북 경산시 하양읍 대구효성가톨릭대학교 정보통계학과, 712-702

²경북 김천시 삼락동 김천전문대학 전산정보처리과, 740-200

³경북 경산시 하양읍 대구효성가톨릭대학교 정보통계학과, 712-702

문자인식을 위한 다층 신경망을 학습시키기 위해 역전파 알고리즘이 널리 사용되고 있는 훈련기간, 극소점 문제, 이상치(outlier)에 민감하다는 단점을 지니고 있다. 이상치에 민감한 일반적인 역전파 알고리즘의 단점을 극복하기 위해 이상치에 민감하지 않은 로버스트 알고리즘의 필요성이 대두되었다. Chen과 Jain(1994)은 Hampel(1986)의 tanh를 이용하여 이상치에 민감하지 않은 로버스트 알고리즘을 제시하였다. 그러나 본 논문에서는 Chen과 Jain이 제안한 방법과는 다른 통계물리(Xu and Yuille(1995))에서 자주 사용하는 방법을 이용하여 로버스트 역전파 알고리즘을 제안하게 되었다.

제안한 로버스트 역전파 알고리즘의 성능을 확인하기 위해, 이미 2가지 예를 들어서 분석한 바 있다. 첫 번째 예제는 함수근사(김상민 외(1997))에 적용하였고, 두 번째 예제는 회귀분석을 통하여(황창하 외(1997)) 성능을 확인하였다. 본 논문에서는 Fahlman의 수정형 역전파 알고리즘을 이용한 필기체 한글인식 시스템(박희주(1995))과 제안한 로버스트 알고리즘에 대해 동일한 조건에서 모의실험하여 자소인식에 대한 성능결과를 비교하였다.

2. 일반적인 역전파 알고리즘

다층 신경망을 학습시키기 위한 학습 알고리즘으로 역전파 알고리즘이 널리 이용되어져 왔다. 일반적 역전파 알고리즘은 다층의 구조를 갖는 복잡한 신경망 학습 알고리즘으로 최급하강법을 기본으로 한 매우 유용한 함수근사 해법이다. 그러나 신경망이 심지어 정확한 구조로 되어 있더라도 이상치에 민감하다라는 사실에 주목해야 한다. 오염된 오류성 훈련자료의 문제는 단순히 정확한 신경망 구조를 선택하는 것만으로는 해결할 수 없다.

3. 로버스트 역전파 알고리즘의 제안

훈련표본 집합 $T = \{(x_p, y_p); p = 1, \dots, P\}$ 를 사용해서 미지의 함수를 추정하는 문제를 고려한다. 이때 입력벡터 $\mathbf{x}_p = (x_{p1}, \dots, x_{pm})^t$ 와 출력벡터 $\mathbf{y}_p = (y_{p1}, \dots, y_{pm})^t$ 는 미지의 함수 \mathbf{f} 에 대해 $\mathbf{y}_p = \mathbf{f}(\mathbf{x}_p) + \mathbf{e}_p$ 이라 가정한다. 여기서 \mathbf{e}_p 는 오차벡터이다. 일반적인 역전파 알고리즘은 다음과 같은 오차제곱합

$$E_L S(\mathbf{W}, T) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^m (y_{pj} - \hat{y}_{pj})^2$$

을 최소화하는 \mathbf{f} 의 추정치 $\hat{\mathbf{f}}$ 을 구하기 위해 신경망의 가중치를 반복적으로 조정해 나가는 것이다. 이때 \mathbf{W} 는 가중치집합을, T 는 훈련표본 집합을, y_{pj} 는 p 번째 출력벡터의 j 번째 원소를 나타내고 \hat{y}_{pj} 는 신경망에 의해 추정된 p 번째 출력벡터의 j 번째 원소를 나타낸다. 로버스트 역전파 알고리즘을 유도하기 위해 통계물리에서 자주 사용되는 다음과 같은 일반화된 에너지함수를 사용한다(Xu and Yuille(1995)).

$$E(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^m V_p z(y_{pj}, \hat{y}_{pj}) + E_{prior}(\mathbf{V})$$

여기서 $z(y_{pj}, \hat{y}_{pj}) = \frac{1}{2}(y_{pj} - \hat{y}_{pj})^2$ 이고 V_p 는 0 또는 1의 값을 가지는 확률변수이며 $\mathbf{V} = \{V_p, p = 1, \dots, P\}$ 이다. 즉, V_p 는 입력자료가 이상치이면 0, 아니면 1의 값을 갖는다. 한편 $E_{prior}(\mathbf{V})$ 는 $\{V_p\}$ 의 사전분포에 의해 공헌되어진 에너지의 양을 나타내며, 이것의 일반적인 선택은 다음과 같다.

$$E_{prior}(\mathbf{V}) = \eta \sum_{p=1}^P (1 - V_p).$$

위 식의 의미를 설명하면 다음과 같다. 만일 $z(y_{pj}, \hat{y}_{pj}) < \eta$ 이면, $V_p = 1$ 이 되어 주어진 관측치가 표본으로 간주되고, 그렇지 않으면 $V_p = 0$ 이 되어 이상치로 간주된다.

목표는 V_p 가 이진값을 가진다는 제약조건하에서 $\{\mathbf{V}\}$ 와 \mathbf{W} 에 관해 $E(\mathbf{V}, \mathbf{W})$ 를 최소화시키는 것이다. 그런데 이 문제는 연속형변수와 이산형변수가 혼합된 경우의 최적화 문제이기 때문에 해석적인 해를 구할 수 없을 뿐 아니라, 최급강하법을 사용하여 해를 구하는 것도 쉽지는 않다. 이런 문제점을 해결하기 위해 Gibbs 분포인 $P[\mathbf{V}, \mathbf{W}] = 1/Z e^{-\beta E[\mathbf{V}, \mathbf{W}]}$ 을 사용한다. 이때, Z 는 관계식 $\sum_{\mathbf{V}} \int_{\mathbf{W}} P[\mathbf{V}, \mathbf{W}] = 1$ 을 만족한다. 따라서 $E(\mathbf{V}, \mathbf{W})$ 를 최소화하는 문제는 $P[\mathbf{V}, \mathbf{W}]$ 를 최대화하는 문제로 귀착된다. 그러나 이것 또한 연속형변수와 이산형변수가 혼합된 경우의 최적화 문제이기 때문에 어려움이 따른다. 따라서 이런 문제에 대한 하나의 해결책으로는 \mathbf{W} 의 주변분포 $P_{margin}[\mathbf{W}]$ 를 구하여 이것을 최대화시키는 것이다. 이때 \mathbf{W} 의 주변분포는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} P_{margin}(\mathbf{W}) &= \frac{1}{Z} \sum_{\mathbf{V}} \exp \left(-\beta \sum_{p=1}^P \left\{ \sum_{j=1}^m V_p \frac{1}{2} (y_{pj} - \hat{y}_{pj})^2 + \eta (1 - V_p) \right\} \right) \\ &= \frac{1}{Z} \prod_{p=1}^P \sum_{V_p \in \{0,1\}} \exp \left(-\beta \left\{ \sum_{j=1}^m V_p \frac{1}{2} (y_{pj} - \hat{y}_{pj})^2 + \eta (1 - V_p) \right\} \right) \\ &= \frac{\exp(-P\beta\eta)}{Z} \prod_{p=1}^P \left\{ 1 + \exp(-\beta \left\{ \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} (y_{pj} - \hat{y}_{pj})^2 - \eta \right\}) \right\}. \end{aligned}$$

이제, $Z_m = Z e^{P\beta\eta}$ 와

$$E_{eff}(\mathbf{W}) = -1/\beta \sum_{p=1}^P \log \left\{ 1 + \exp(-\beta \left\{ \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} (y_{pj} - \hat{y}_{pj})^2 - \eta \right\}) \right\}$$

로 두면, 주변분포는 $P_{margin}(\mathbf{W}) = 1/Z_m \exp(-\beta E_{eff}(\mathbf{W}))$ 가 된다. 따라서, $P_{margin}(\mathbf{W})$ 를 최대화하는 문제는 $E_{eff}(\mathbf{W})$ 를 최소화시키는 문제로 귀착된다. 한편, $z(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}) = \sum_{j=1}^m z(y_{pj}, \hat{y}_{pj})$ 의 값이 작다면 $E_{eff}(\mathbf{W})$ 의 합기호 내의 각 항의 값은 $z(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}})$ 가 되고, 반면 $z(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}) \rightarrow \infty$ 이면 $E_{eff}(\mathbf{W})$ 의 합기호 내의 각 항의 값은 일정한 상수가 된다. 따라서 $z(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}})$ 값을 크게 하는 관측치를 이상치로 간주하며 표본과 다르게 취급할 수 있다. 일반적인 역전파 알고리

즘의 합성함수 미분공식과 역전파 알고리즘을 유도 하는 방법을 그대로 이용하여, 일반적인 역전파 알고리즘 중 delta를 조정하는 부분을 다음의 식으로 수정함으로써 로버스트 역전파 알고리즘을 구할 수 있다.

(1) 출력층 노드의 경우:

$$\begin{aligned}\Delta v_{kj} &= \alpha \sum_{p=1}^P \frac{1}{1+\exp(\beta\{\sum_{j=1}^m \frac{1}{2}(y_{pj}-\hat{y}_{pj})^2-\eta\})} \times \{y_{pk} - \hat{y}_{pk}\} \times h_{pj} \\ &\equiv \alpha \delta_{pk} h_{pj}, \Delta \theta_k = \beta \delta_{pk}\end{aligned}$$

(2) 중간층 노드의 경우:

$$\Delta w_{ji} = \alpha \sum_k \delta_{pk} v_{kj} \hat{y}_{pi} \equiv \alpha \delta_{pj} \hat{y}_{pi}, \Delta \theta_j = \beta \delta_{pj}$$

여기서, α, β 는 학습률이다.

4. 응용에

4.1 함수근사를 위한 로버스트 신경망

제안된 로버스트 역전파 알고리즘을 이상치가 포함된 자료에 적용하여 이상치에 어느정도로 로버스트한지를 일반적인 역전파 알고리즘, Chen과 Jain의 로버스트 알고리즘 그리고 제안한 로버스트 알고리즘을 함수근사에 대하여 비교, 분석한 바 있다(김상민 외(1997)).

4.2 회귀분석을 위한 로버스트 신경망

제안한 로버스트 역전파 알고리즘과 수학적으로 신경망과 매우 유사한 PPR(projection pursuit regression) 방법(Huber(1985)) 그리고 일반적인 역전파 알고리즘과 모의실험을 통해 비교 분석한 바 있다(황창하 외(1997)). 이상치가 포함된 자료에 대한 모의실험에서 로버스트 역전파 알고리즘이 일반적인 역전파 알고리즘과 PPR 보다 더 좋은 결과를 보여 주었다.

4.3 문자인식을 위한 로버스트 신경망

신경망을 이용한 패턴인식중 문자인식은 여러분야에 적용되어져 왔다. 본 모의실험에서는 제안한 로버스트 역전파 알고리즘을 기존의 자소분리 기법을 이용한 필기체 한글인식 시스템(박희주(1995))에 기존의 시스템과 동일한 조건하에서 실험하여 인식율을 분석하였다. 즉, Fahlman의 수정형 역전파 알고리즘을 사용한, 기존의 필기체 한글 인식시스템과 제안한 로버스트 역전파 알고리즘으로 수정한 시스템을 자소인식 성능에 대해 모의실험을 통해 결과를 비교 분석하였다. 이에 사용되는 자료로 기존의 시스템[13]에서 사용한 4명의 필

기자가 작성한 1600자의 한글을 이용하여 문서에 대한 인식을 시도하여 오인식 문자수의 변화를 확인하였다. 실험을 한 결과, 제안한 로버스트 역전파 알고리즘으로 수정한 시스템에서 학습시키지 않은 검정자료에 대한 오인식 문자수가 줄어 들어 문자의 자소인식 능력이 향상됨을 알 수 있다.

표1, 표2-1, 표2-2에서 사용된 용어를 정리 하면 다음과 같다. LB1은 기존의 BP로 학습시 필기자1의 학습회수, B1은 학습후 기존의 BP에 대해 동일자료로 검정하였을 때 오인식 자소수, LR1은 제안한 RBP로 학습시 필기자1의 학습회수, R1은 학습후 제안한 RBP에 대해 동일자료로 검정하였을 때 오인식 자소수, LB2는 기존의 BP로 학습시 필기자2의 학습회수, B2는 학습후 기존의 BP에 대해 동일자료로 검정하였을 때 오인식 자소수, LR2는 제안한 RBP로 학습시 필기자2의 학습회수, R2는 학습후 제안한 RBP에 대해 동일자료로 검정하였을 때 오인식 자소수, O1/T1은 기존의 BP로 학습하지 않은 필기자2를 포함하여 검정할 때, 총자소 중 인식한 자소수, E1은 오인식 자소수, RT1은 인식률, O2/T2는 제안한 RBP로 학습하지 않은 필기자2를 포함하여 검정할 때 총자소 중 인식한 자소수, E2는 오인식 자소수, RT2는 인식률, O3/T3은 기존의 BP로 학습하지 않은 필기자3과 필기자4를 포함하여 검정할 때 총자소 중 인식한 자소수, E3은 오인식 자소수, RT3은 인식률, O4/T4는

표1. 필기자1 학습 후, 필기자1,2로 검정한 결과

유형			필기자2				BP			RBP		
TY	갯	Ja	LB	B	LR	R	O3/T3	E	RT	O4/T4	E	RT
PE	수	so	1	1	1	1		3	3		4	4
유형 1	80	초 중	134 124	0 0	201 194	0 0	135/160 154/160	25 6	84.4 96.3	140/160 154/160	20 6	87.5 96
유형 2	44	초 중	172 137	0 0	286 209	0 0	87/88 88/88	1 0	98.9 100.0	87/88 88/88	1 0	98.9 100.0
유형 3	15	초 중	86 101	0 0	126 146	0 0	29/30 28/30	1 2	96.7 93.3	29/30 28/30	1 2	96.7 93.3
유형 4	162	초 중 중	152 121 200	0 0 0	327 176 306	0 0 0	305/324 318/324 320/324	19 6 4	94.1 98.1 98.8	315/324 219/324 316/324	9 5 8	97.2 98.5 97.5
유형 5	84	초 중 중	155 150 141	0 0 0	231 244 220	0 0 0	152/168 151/168 165/168	16 17 3	90.5 95.8 98.2	158/168 164/168 164/168	10 4 4	94.1 97.6 97.6
유형 6	15	초 중 중	70 170 106	0 0 0	424 245 157	0 0 0	30/30 29/30 30/30	0 1 0	100.0 96.7 100.0	30/30 27/30 29/30	0 3 1	100.0 90.0 96.7
계	400	평균	135	0	232	0		6.7	96.1		4.9	96.1

제안한 RBP로 학습하지 않은 필기자3과 필기자4를 포함하여 검정할 때 총자소 중 인식한 자소수, E4는 오인식 자소수, RT4는 인식률을 나타낸다.

5. 결론

다층 전방향 신경망은 문자인식을 위한 도구로서 제안되어져 왔으며, 다층 신경망을 학습시키기 위한 학습 알고리즘으로 역전파 알고리즘이 널리 이용되어져 왔다. 일반적인 역전파 알고리즘은 최급강하법을 이용하여 오차합이 최소화 되도록 가중치를 반복적으로 변화시켜 나가는 알고리즘이다. 그러나 학습자료에 이상치가 존재하는 경우에는 신경망에 의해 측정된 함수는 이상치 주변에서 진동하게 된다. 본 논문에서는 이상치에 다소 로버스트한 에너지 함수를 사용하여 로버스트 역전파 알고리즘을 유도하고 문자인식 예제에 적용하여 성능을 확인 하였다.

실험 결과 제안된 알고리즘이 일반적인 역전파 알고리즘 보다 이상치에 의한 영향을 적게 받게 되는 것을 확인하였다. 공학 분야에서 신경망에 대한 관심으로 함수근사 응용과 밀접한 관련이 있는 신호처리, 로봇틱스, 컨트롤, 그리고 컴퓨터 영상처리 분야등에서 연구되고 있으며, 이와같은 다양한 응용분야에 적용하여 그 성능을 확인할 필요가 있다.

표2-1. 필기자1,2 학습 후, 필기자1,2,3,4로 검정한 결과

유형			필기자1				필기자2			
TYPE	갯수	Jaso	LB1	B1	LR1	R1	LB2	B2	LR2	R2
유형1	80	초	134	0	201	0	110	0	178	0
		중	124	0	194	0	99	0	163	0
유형2	44	초	172	0	286	0	139	0	215	0
		중	137	0	209	0	126	0	197	0
유형3	15	초	86	0	126	0	65	0	148	0
		중	101	0	146	0	91	0	134	0
유형4	162	초	152	0	327	0	99	0	177	0
		중	121	0	176	0	502	0	806	0
		중	200	0	306	0	123	0	210	0
유형5	84	초	155	0	231	0	101	0	164	0
		중	150	0	244	0	131	0	213	0
		중	141	0	220	0	103	0	165	0
유형6	15	초	70	0	424	0	52	0	296	0
	15	중	170	0	245	0	120	0	177	0
		중	106	0	157	0	68	0	100	0
계	400	평균	135	0	233	0	129	0	223	0

표2-2. 필기자1,2 학습 후, 필기자1,2,3,4로 검정한 결과

유형			BP			RBP		
TYPE	갯수	Jaso	O3/T3	E3	RT3	O4/T4	E4	RT4
유형1	80	초	305/320	15	95.3	308/320	12	96.3
		중	315/320	5	98.4	311/320	9	97.2
유형2	44	초	172/176	4	97.7	173/176	3	98.3
		중	169/176	7	96.0	168/176	8	95.5
유형3	15	초	56/60	4	85.0	59/60	1	98.3
		중	51/60	9	85.0	53/60	7	88.3
유형4	162	초	553/648	55	85.3	603/648	45	93.1
		중	638/648	10	98.5	635/648	13	98.0
		중	637/648	11	98.3	640/648	8	98.8
유형5	84	초	332/336	4	95.8	320/336	16	95.2
		중	288/336	48	85.7	306/336	30	91.1
		중	305/336	31	90.8	320/336	16	95.2
유형6	15	초	57/60	3	95.0	58/60	2	96.7
		중	57/60	3	95.0	56/60	4	93.3
		중	58/60	2	96.7	57/60	3	95.0
계	400	평균		14.1	93.2		11.8	95.4

참고문헌

1. Chen, D. S. and Jain, R. C. (1994). A Robust Back Propagation Learning Algorithm for Function Approximation. *IEEE Transactions on Neural Networks*. 5. 467-479.
2. Cherkassky, V., Friedman, J. H. and Wechsler, H. (1994). From Statistics to Neural Networks. *Theory and Pattern Recognition Applications*, Springer-Verlag.
3. Diaconis, P. and Shahshahani, M. (1984). On Linear Functions of Linear Combinations. *SIAM J. SCI. STAT. COMPUT.* 5(No 1). 175-191.
4. Hampel, F. R., Rousseeuw, P. J., Ronchetti, E.M. and Stahel, W.A. (1986). Robust Statistics-The Approach Based on Influence Function. John Wiley, New York.
5. Hornik, K., Stinchcombe, M. and White, H. (1989). Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators. *Neural Networks*. 2. 359-366.
6. Huber, P. J. (1985). Projection pursuit. *The Annals of Statistics*. 13(No. 2). 435-475.

7. Hwang, J. N., Lay, S. R., Maechler, M., Martin, D. and Schimert, J. (1994). Regression Modeling in Back-Propagation and Projection Pursuit Learning. *IEEE Transactions on Neural Networks*. 5. 342-353.
8. Ripley, B. D. (1994). Neural Networks and Related Methods for Classification, J. R. *Statist. Soc. B* 56 (No. 3). 409-456.
9. Xu, L. and Yuille, A. L. (1995). Robust Principal Component Analysis by Self-Organizing Rules Based on Statistical Physics Approach. *IEEE Transactions on Neural Networks* 6. 131-143.
10. 김상민, 오광식, 박희주 (1996). 신경망을 이용한 로버스트 주성분 분석에 관한 연구 대한통계 과학회지. 7. 113-118.
11. 김상민, 황창하, 오광식 (1997). 함수근사를 위한 로버스트 역전파 알고리즘. 한국정보처리학회 논문지. 4. 3호.
12. 박희주 (1995). 자소분리 알고리즘과 계층구조 신경회로망을 이용한 필기체 한글인식 시스템. 대구효성가톨릭대학교 대학원 박사학위논문.
13. 황창하, 김상민, 박희주 (1997). 회귀분석을 위한 로버스트 역전파 알고리즘. 한국통계학회 논문집.

A Robust Backpropagation Algorithm and It's Application

Kwangsik Oh ⁴ · Sangmin Kim ⁵ · Dongno Lee ⁶

Abstract

Function approximation from a set of input-output pairs has numerous applications in scientific and engineering areas. Multilayer feedforward neural networks have been proposed as a good approximator of nonlinear function.

The back propagation(BP) algorithm allows multilayer feedforward neural networks to learn input-output mappings from training samples. It iteratively adjusts the network parameters(weights) to minimize the sum of squared approximation errors using a gradient descent technique.

However, the mapping acquired through the BP algorithm may be corrupt when erroneous training data are employed. When erroneous training data are employed, the learned mapping can oscillate badly between data points.

In this paper we propose a robust BP learning algorithm that is resistant to the erroneous data and is capable of rejecting gross errors during the approximation process, that is stable under small noise perturbation and robust against gross errors.

Key Words and Phrases : Neural networks, Robust backpropagation, Character recognition

⁴Dept. of Information Statistics, Catholic University of Taegu-Hyosung, Kyungbuk 712-702

⁵Dept. of Computer Information Processing, Kinchon Junior College, Kyungbuk 740-200

⁶Dept. of Information Statistics, Catholic University of Taegu-Hyosung, Kyungbuk 712-702