

다중노출 입자영상해석을 통한 자연대류 유속측정에 관한 연구

A study on velocity measurements of natural convection flows using multiple pulsed particle image analysis

한 화 택*, 김 용 식*
H. T. Han, Y. S. Kim

Key words : Particle image velocimetry(입자영상 유속측정장치), Natural convection(자연대류), Measurement technique(측정기법), Heat transfer(열전달), Rectangular enclosure(사각공간)

Abstract

Using the film-based particle image velocimetry, natural convective flows have been measured quantitatively in a rectangular enclosure with a heater located on the bottom surface. The success rate of the present interrogation method has been obtained as a function of the number of particle pairs and the distance between the particle pairs. The influence of the diffraction halo at the center have been effectively eliminated by rotating-subtracting the original Fourier-transformed image. By utilizing the coded multiple pulsed illumination with two different time intervals, the minimum measurable velocity have been improved. The results of the velocity distributions and the heat transfer correlations have been obtained for different locations of heater in the enclosure.

기 호 설 명

$a(x, y)$: 2차원 영상함수
 d_p : 입자영상의 크기
 $F(u, v)$: Fourier 변환함수
 g : 중력가속도
 H : 사각공간의 높이
 h : 가열면으로부터의 열전달계수
 k : 열전도율
 L : 사각공간의 길이
 l : 가열면의 길이

Nu : Nusselt수 (hL/k)
 Pr : Prandtl수 ($=\nu/\alpha$)
 Ra : Rayleigh수 ($g\beta\Delta TL^3/\alpha\nu$)
 r : 반경방향 좌표
 S : 가열면의 위치
 T_{cold} : 냉각면의 온도
 T_{hot} : 가열면의 온도
 u : Fourier 변환에 의한 x방향의 파수 (wave number)
 v : Fourier 변환에 의한 y방향의 파수 (wave number)
 x : 수평방향 좌표
 y : 수직방향 좌표

* 정회원, 국민대학교 공과대학 기계자동차공학부

W : 사각공간의 폭

그리스문자

- α : 열확산계수
- β : 열팽창계수
- ΔT : 온도차 ($T_{hot} - T_{cold}$)
- ν : 동점성계수

1. 서 론

자연대류 유동은 강제대류에 비하여 유속이 매우 작아서 열선유속계나 피토판과 같은 측정기기로는 유속측정이 곤란하므로 유체가시화에 의한 방법이 주로 이용되고 있다. 유체가시화에 의한 방법은 삽입된 계측기에 의한 유동장 교란이 없고 동시 다점 측정이 가능한 장점이 있으나 주로 정상적 유동특성을 파악하는데 이용되어 왔다. 최근 입자영상에 의한 유체가시화 방법을 이용한 정량적 유속측정 방법이 많이 제시되고 있는데 이들에 대한 문헌조사는 Adrian⁽¹⁾에 잘 요약되어 있다.

입자영상 유속측정 방법(particle image velocimetry)은 광의로는 입자의 밀도가 낮아 개별입자를 추적하는 PTV(particle tracking velocimetry) 방법⁽²⁾과 입자의 밀도가 매우 높아 개별 입자의 식별이 불가능한 LSV(laser speckle velocimetry) 방법⁽³⁾을 포함한다. 영상프레임(frame)수에 따라서는 단일프레임법과 2프레임 또는 4프레임법등과 같은 다중프레임법으로 구분할 수 있다. 다중프레임법은 주로 비디오 카메라의 해상도에 의존하여 프레임 간의 교차상관관계를 구하여 속도를 측정하는 방법으로서 계조치상호상관법을 이용한 연구⁽⁴⁾, 일치확률을 이용한 입자추적법⁽⁵⁾등 여러가지 기법이 연구되고 있다. 단일 프레임법은 자기상관된 영상으로 속도의 평균치를 계산해 내는 것으로 속도의 방향성을 결정하는데 어려움이 따르지만, 일반 필름에 입자영상을 저장할 수 있어서 해상도를 높일 수 있는 장점이 있다. 높은 해상도를 이용하여 입자주위의 회절에 의한 영상을 분석하여 3차원 속도측정을 위한 연구가 시도되고 있으며⁽⁶⁾, 방향성의 모호성을 해결하기 위하여 회전거울을 이용한

image shifting법⁽⁷⁾이 연구되고 있다.

이러한 입자영상을 이용한 유속측정상의 기본원리에 관해서는 비교적 잘 알려져 있으나 각 유동형태 및 유동특성에 맞는 구체적인 실험기법등에 관해서는 계속 연구가 수행되어야 한다. 특히 유속측정상의 측정정밀도를 높이고 공간상의 분해능을 향상시키기 위하여 측정변수에 따른 여러가지 시도가 이루어져야 하고 이에 따른 오차분석등도 아울러 수행되어야 한다.⁽⁸⁻⁹⁾

본 연구에서는 단일 프레임법을 이용한 입자영상 유속측정방법을 자연대류 유동에 적용하기 위한 실험장치를 구성하고 실제적인 광조사방법, 촬영기법뿐만 아니라 해석 소구간내의 적정입자쌍의 갯수와 입자간의 변위, 그리고 노출방식등에 따른 해석 성공율과 측정오차에 미치는 영향에 관하여 고찰하고자 하며, 해석능력과 정밀도를 높이기 위한 알고리즘들을 제시하고자 한다. 또한 부분적으로 바닥면이 가열되는 온돌공간에 응용하기 위한 사각공간내의 자연대류 유동에 적용해 보고자 한다.

2. 실험장치의 구성

2.1 자연대류 실험장치

본 연구에서 사용된 자연대류 실험장치는 전체적으로 Fig.1과 같이 구성되어 있다. 사각공간의 크기는 100mm×60mm×100mm(L×H×W)이고 벽면은 유동을 가시화할 수 있도록 두께 10mm의 투명 아크릴(plexiglas) 판으로 제작되었다. Fig.1에서

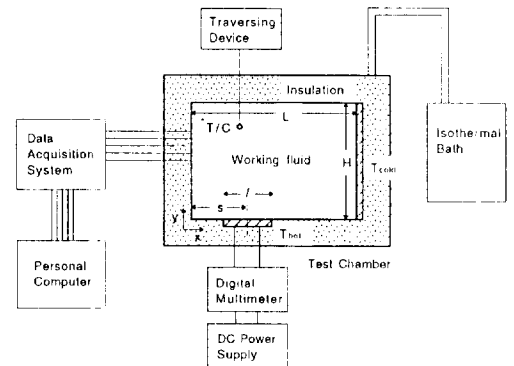


Fig.1 Natural convection experimental setup

보는 바와 같이 오른쪽 수직벽면은 냉각면이며 바닥면은 부분적으로 가열된다. 가열면은 바닥면의 중앙, 왼쪽, 오른쪽에 위치할 수 있도록 하였으며 그 크기는 바닥면의 절반이다. 가열면과 냉각면은 4mm 두께의 구리판으로 제작되었다. 냉각면은 일정한 온도로 유지하기 위하여 구리판 뒤에 냉각수가 순환할 수 있도록 공동구를 설치하였다. 가열면 아래 부분에는 니크롬선을 부착하여 직류전원장치로부터 전원이 공급되도록 하였다. 가열면과 냉각면의 표면온도를 측정하기 위하여 열전대를 사각공간의 중앙면을 따라 구리판내에 설치하였다. 사각공간내 온도분포의 측정은 X-Y 이송장치에 장착된 T-type 열전대를 이용하였다. 또한 촬영시 입자영상의 선명도를 높이고 레이저광의 산란을 최소화하기 위하여 사각공간의 내측 표면을 검게 도포하였다. 조립된 실험장치는 두께 20mm의 스티로폼(styrofoam)으로 단열하였고 내부 유동조건이 정상상태에 도달할 수 있도록 전원 가동후 최소 5~6시간 이후에 측정을 실시하였다.

2.2 입자영상 유속측정장치

작동유체로서 40% 에틸렌글리콜(ethylene glycol) 수용액을 이용하였으며 유체가시화를 위하여 크기가 $52\mu\text{m}$ 이며 비중이 1.05인 라텍스(latex) 입자를 주입하였다. 주사기를 이용하여 용액의 농도를 미세조절하여 입자와의 비중을 동일하게 함으로써 입자의 자중에 의한 침강이나 부상이 되지 않도록 하였다. 광원으로서 20mW의 He-Ne 레이저를 사용하였고 반원통렌즈(cylindrical lens)를 이용하여 평면광 형태로 사각공간의 중앙부에 조사되도록 하였다. 레이저 광은 전자셔터를 이용하여 원하는 펄스 형태로 광이 단락될 수 있도록 하였고 카메라의 노출은 B-셔터로 놓아 이중 또는 다중 펄스에 의한 입자영상이 동일한 필름에 촬영될 수 있도록 하였다.

광노출을 제어하는 다양한 코딩(coding)방법이 Fig.2에 나타나 있다. Fig.2 (b)는 단순이중노출이며 Fig.2 (c) 단순다중노출을 나타낸다. 본 연구에서는 부호화된 다중노출(coded multi-pulse)방법과 변위된 이중노출(double-pulse shifted) 방법을 이용하였다.

촬영된 필름을 확대인화하여 X-Y 이송장치에 부착하고 수직 및 수평방향으로 이송하면서 소구간별로 나누어 각 구간별로 디지털 이미지로 변환하여 저장하였다. 화상획득장치로는 512×480 화소를 갖는 CCD(charged coupled device) 비디오 카메라와 8bit 프레임 그래버(frame grabber)를 이용하였다. Fig.3은 입자영상 취득 및 해석을 위한 실험장치를 보여주고 있다.

3. 해석 알고리즘

3.1 자기상관(autocorrelation)

소구간별로 저장된 각 영상화일은 4개의 화상으로 분할하여 해석하였다. 이렇게 하여 분할된 관측

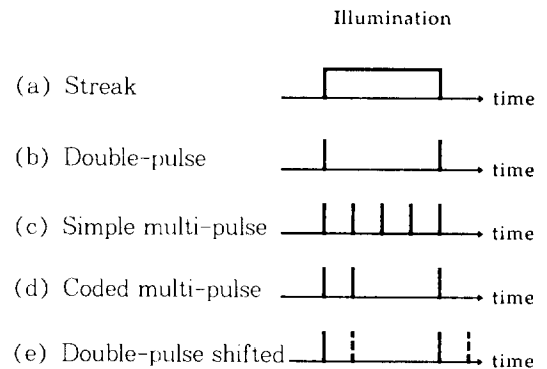


Fig.2 Coding techniques for image velocimetry

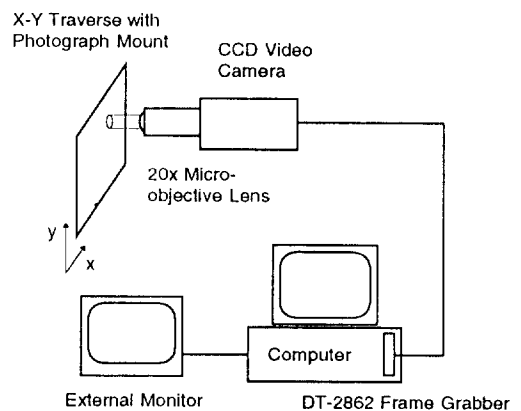


Fig.3 Experimental setup for image analysis

소구간의 실제 크기는 약 $3\text{mm} \times 3\text{mm}$ 에 해당하며 256×256 화소를 갖는다. 화상에 내포되어 있는 잡음 성분을 제거하기 위하여 전체 화면 밝기의 평균값으로 설정된 문턱값(threshold)을 이용하여 이미지를 이분화하였다.

특정 변위를 갖는 입자쌍에 의한 화상에 대하여 2차원 Fourier변환을 수행하면 입자변위에 해당하는 Young's fringe가 생성된다. 각 화소의 밝기를 나타내는 2차원 함수를 $a(x, y)$ 라고 하면 Fourier 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x, y) e^{-2\pi i(ux + vy)} dx dy \quad (1)$$

여기서 u, v 는 x, y 방향으로의 파수(wave number)이다. Young's fringe는 입자의 변위방향에 직각 방향으로 변위간격에 반비례하는 밴드(band)가 생성되는데 이를 다시 Fourier변환하면 자기상관에 의한 함수가 구해진다. 변환된 영상은 중심축에서 최대값을 갖는 축대칭 영상이다. 중심에서의 최대값은 입자 크기에 의한 자기상관에 의한 결과로 나타나며 이를 제외한 2차 최대치는 입자쌍의 변위에 의한 결과로 나타나게 된다. 따라서 입자의 속도는 이렇게 구한 입자의 변위를 주어진 광노출 시간간격으로 나눔으로써 구한다.

3.2 회절후광의 제거 (elimination of diffraction halo)

입자영상의 자기상관함수에서 잡음성분을 제외

하면 구하고자 하는 특정입자변위에 의한 함수와 입자 자신의 크기에 의한 자기상관함수가 중첩되어 나타난다. 입자의 유한한 크기에 의한 자기상관을 회절후광(diffraction halo)이라고 하는데 $r=0$ 일 때 최대치를 가지며 r 이 무한대로 갈 때 영이 되는 반경만의 함수로 표현된다. 이것을 제거하기 위하여 창문(window)함수에 의하여 단순 마킹(marking)하는 방법이 이용되기도 하나, 여기서는 자기상관함수를 90도 회절하여 원래 함수에서 빼주는 방법¹⁹⁾을 이용하였다. 이러한 방법을 이용하면 신호대 잡음성분의 비를 크게 하여 변위측정상의 성공률을 높여주며, 자기상관함수의 국소 최대값이 아닌 전 화면에 걸친 최대값의 위치를 구하면 되도록 훨씬 용이하게 입자쌍의 변위를 구할 수 있다.

Fig.4는 회절후광에 의하여 중심축에 최대치가 나타나는 것과 이것을 제거하는 두가지 방법에 의한 결과를 보여주고 있다. Fig.4 (a)는 해석소구간내의 자기상관함수의 분포를 보여주고 있다. 앞에서 설명한 바와 같이 중심부에 최대값이 발생하며 양쪽에 대칭으로 2차 최대값이 나타난다. Fig.4 (b), (c)는 중심부의 최대값을 제거한 후의 결과를 보여준다.

3.3 에러검색(error checking)

위의 방법에 의하여 구해진 2차 최대치의 좌표로부터 속도벡터를 계산한다. 여기서는 잡음성분에 의한 영향을 고려하여 2차 최대치와 3차 최대치의 좌표를 모두 저장하고 에러검색과정에서 2차 최대

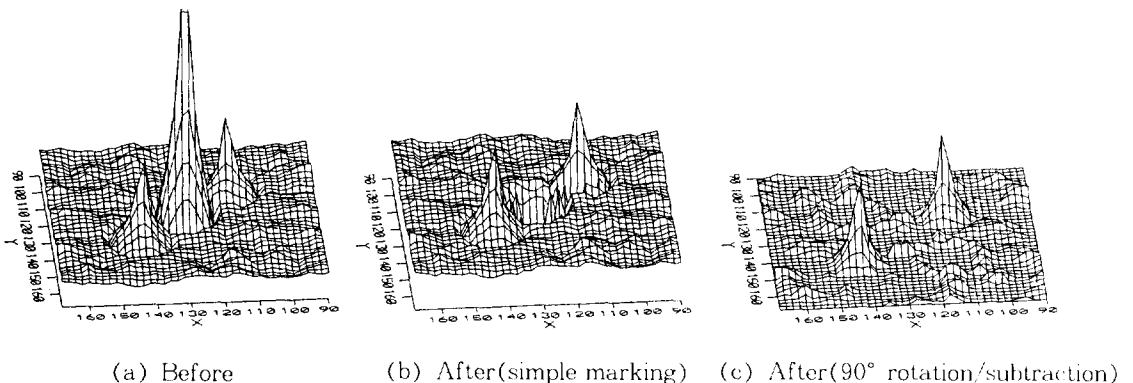


Fig.4 Autocorrelation results before and after elimination of diffraction halos

치에 의한 속도벡터가 적절하지 못한 경우 3차 최대치의 좌표를 이용한다. 우선 주위의 속도벡터와 비교하여 일정각도 이상인 벡터와 크기가 일정 배율 이상인 경우에는 제거한다. 2차 최대치와 3차 최대치의 좌표에 의한 속도벡터가 모두 적절하지 못한 경우, 해석을 실패한 것으로 간주되며 속도벡터는 공백으로 남겨둔다.

부호화된 다중노출방식의 경우에는 세 쌍의 입자영상이 한 프레임에 모두 촬영된다. 그러나 유속이 매우 큰 영역에서는 세번째 입자영상이 해소 소구간을 벗어나므로 단순이중노출의 경우와 동일하게 되어 해석결과에 영향을 미치지 않으며 유속이 매우 느린 영역에서는 두번째 입자영상이 첫번째와 중복되어 나타나므로 세번째 영상에 의한 변위가 결과로 나타나게 된다. 단 중간속도 영역에서는 두개의 시간간격에 의한 변위가 모두 구해지는데 이때에는 주위의 속도벡터와의 관계에서 연속방정식을 보다 잘 만족시키는 것을 선정하게 된다.

4. 결과 및 토론

4.1 입자밀도와 입자쌍 변위에 의한 영향

실제 입자의 영상에 대한 실험을 수행하기 전에 45도 각도의 변위를 갖고 무작위로 분포되어 있는 가상 입자쌍의 영상을 제작하여 입자변위와 입자영상밀도에 따른 해석을 수행하였으며 그 결과가 Fig.5에 나타나 있다. 그림에서 보는 바와 같이 주

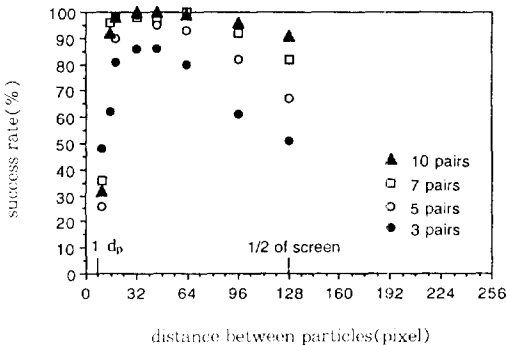


Fig.5 Success rates of interrogation for given particle distances and particle densities

어진 변위를 갖는 입자쌍에 대한 해석상의 성공률은 입자영상밀도가 증가할수록 높아졌으며 해석구간당 입자쌍의 갯수가 5쌍 이상인 경우 90% 이상의 성공률을 보였다. 여기서 주어진 입자쌍의 영상 밀도는 전체 공간에 대한 평균값으로서 무작위로 설정된 작은 해석구간내에는 이보다 많거나 적게 입자쌍이 존재할 수 있기 때문에 통계적으로 다소 오차가 뒤따른다.

그림에서 보는 바와 같이 입자쌍의 변위에 따라서는 중간부분에 해석상 성공률이 높게 나타나는 적정한 변위구간을 보이고 있다. 입자쌍의 변위가 이보다 큰 경우에는 성공률이 점차적으로 낮아지고 있는데 이것은 입자쌍의 거리가 커질수록 입자쌍 중 하나가 해석구간을 벗어나기 때문에 해석구간의 유효 입자쌍의 갯수가 감소하기 때문인 것으로 판단된다. 또한 입자변위가 매우 작은 경우에는 성공률이 급격히 떨어지는 것을 볼 수 있는데 이것은 두개의 입자가 서로 인접하여 입자쌍의 식별이 어려워져 자기상관함수에 의한 회절후광을 분해해내지 못하기 때문인 것으로 보인다. 입자쌍이 5개 이상인 경우에 대하여 입자간의 간격은 최소한 입자 크기 이상이고 해석소구간 길이의 1/3 이내일 때, 해석상 성공률이 90%를 넘는 것으로 나타났다. 이 결과로부터 볼 때 입자쌍의 적정변위는 최소한 입자크기 이상으로 하고 최대로는 해석구간 크기의 약 1/3 이상을 넘지않도록 하는 것이 적절하다고 결론지을 수 있다. 해석과정에서 발생하는 오차는 입자의 변위나 입자밀도와는 무관한 것으로 나타났으며 모두 실험오차 이내이므로 무시할 수 있었다.

4.2 가상입자에 의한 실험결과

해석상의 성공률을 높이기 위해서는 입자의 변위가 적정한 범위에 들도록 광노출 시간간격을 조절하여야 한다. 그러나 실험공간내의 유속 범위가 넓은 경우, 최대유속에 맞추어 광노출간격을 설정하게 되면 유속이 상대적으로 작은 영역에서는 입자변위에 의한 자기상관함수의 2차 최대치가 중앙의 회절후광(diffraction halo)과 혼재되어 나타나므로 입자변위에 의한 최대값의 좌표를 구하기가 어렵게 된다. 즉 측정가능한 최저속도에 제한을 받게 된다. 반면 측정가능한 최저속도를 높이기 위하

여 광노출 시간간격을 크게 할 경우 속도가 큰 구역의 입자 쌍은 해석 구간을 벗어나기 때문에 오히려 최대속도 측정상의 제한조건으로 작용한다. 따라서 속도의 분해능고는 별도로 측정가능한 최저속도 대 최고속도비가 결정된다. 이와같은 문제를 해결하기 위하여 부호화된 다중 노출방식을 이용하였다.

Fig.6은 참고문헌⁽¹⁰⁾에 나타난 수치해석 결과(benchmark solution)를 바탕으로 난수를 이용하여 가상입자 영상을 생성하여 해석한 결과를 보여주고 있다. 이때 Prandtl수는 0.7이고 Rayleigh수는 10^4 이다. 정사각공간의 우측수직면이 가열되고 좌측수직면이 냉각되며 수평면은 단열상태인 경우이다. Fig.6 (a)는 단순 이중노출에 의한 영상을 해석한 결과이며 Fig.6 (b)는 광노출 시간간격의 비가 1대 5가 되도록 하여 생성한 영상을 해석한 결과이다. 그림에서 보는 바와 같이 단순 이중노출의 경우 구석의 작은 속도 영역에 대한 속도벡터가 나타나지 않는데 비하여 부호화된 다중 노출방식에서는 유속이 작은 영역에 대해서도 보다 많은 속도벡터를 구할 수 있었다.

4.3 자연대류 실험결과

위의 속도측정 방법을 바닥면의 일부가 가열되고 우측 수직면이 냉각면인 사각공간내의 자연대류 유동에 적용하였다. 실제 유동에 의하여 취득한 영상

은 입자의 불균일성이나 영상내에 내포되어 있는 잡음성분에 의하여 가상입자의 영상을 이용하는 경우에 비하여 성공률이 떨어진다. Fig.7은 가열면의 크기가 바닥면의 1/2이고 좌측, 중앙, 우측에 위치하는 경우에 대하여 사각공간의 중앙 단면에서 측정된 유속결과를 보여주고 있다. 이때의 온도조건으로는 좌측가열의 경우, 중앙가열의 경우, 그리고 우측가열의 경우, 각각 가열면과 냉각면의 온도차가 2.1°C, 1.8°C, 그리고 1.6°C이다. 전체공간에 걸친 실제의 해석성공률은 70% 정도이나 속도벡터가 누락된 부분에 대하여 인접 속도벡터로부터 보간을 수행하여 구한 결과를 보여주고 있다.

Fig.7 (a)는 가열면이 좌측에 위치하는 경우로서 사각공간내에 전체적으로 커다란 하나의 자연대류에 의한 선회유동을 보이고 있다. 우측 냉각면 가까이 하강유동이 발생하며 가열면을 지나면서 가열된 유체는 상승하면서 왼쪽의 벽면에 작은 와류를 형성하고 있다. Fig.7 (b)에서와 같이 중앙면 가열시에는 가열면 끝부분에 발생하는 작은 와류가 Fig.7 (a)에 비하여 공간내의 중앙부분으로 다소 이동하였고, Fig.7 (c)의 우측면 가열시에는 가열면이 끝나는 부분과 벽면 사이에 두개의 작은 와류가 발생되는 것을 관찰할 수 있다. 전체적인 공간내의 유동은 가열면의 위치에 관계없이 수평유동에 가까운 하나의 커다란 선회유동을 보이고 있다.

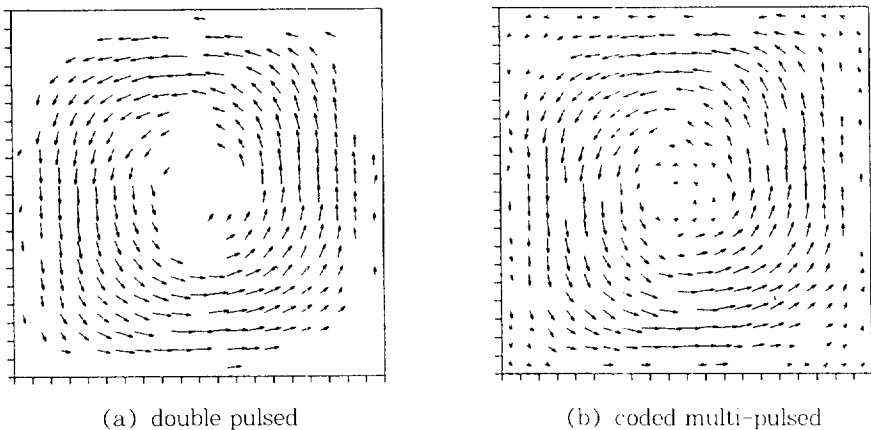
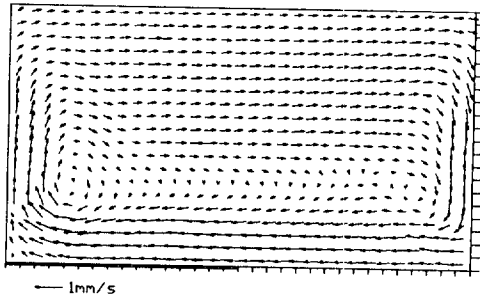
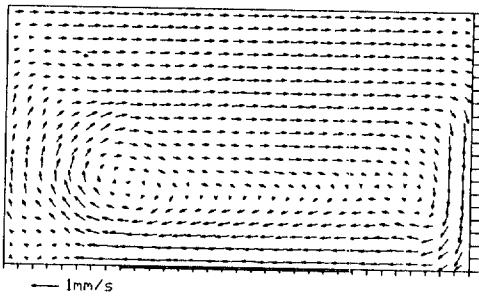


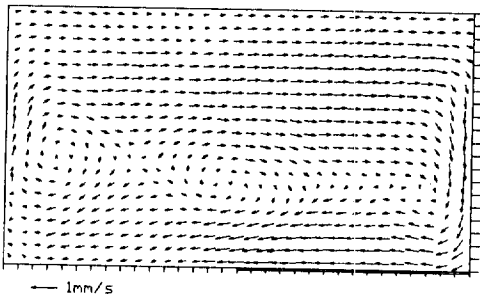
Fig.6 Velocity vectors of natural convection flow in a square cavity (based on numerical solution of $Ra = 10^4$, $Pr = 0.7$)



(a) Left



(b) Center



(c) Right

Fig.7 Velocity vector distributions obtained for three different locations of heated plates

앞에서 보인 세종류의 가열면 위치에 대하여 Rayleigh수를 변화시키며 측정한 평균열전달계수의 결과가 Fig.8에 나타나 있다. 여기서 Rayleigh 수는 가열면과 냉각면의 온도차에 근거하고 바닥면의 길이를 특성길이로 하여 계산하였다. 그림에서 보는 바와 같이 Rayleigh 수가 증가할수록 Nusselt 수가 증가하며 $Nu=C Ra^n$ 형태로 표시할 수 있다.

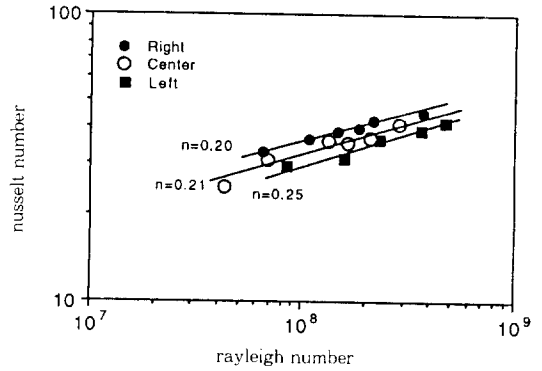


Fig.8 Heat transfer results for three different heater locations

지수는 0.20에서 0.25까지의 분포를 보인다. 예상할 수 있는 바와 같이 가열면이 냉각면 가까이 위치할수록 열전달계수가 크게 나타나고 있으나 열전달율의 증가율은 오히려 다소 작다. Rayleigh 수가 더욱 증가하면 사각공간내의 가열면으로부터의 열전달계수는 가열면의 위치에 거의 무관하게 나타났다.

5. 결 론

단일 프레임법에 의한 입자영상 유속측정방법을 개발하여 바닥면이 부분적으로 가열되는 사각공간내에서의 자연대류 유동에 응용하였다. 가상입자영상을 제작하여 입자영상 유속측정방법에 있어서의 여러가지 변수들이 해석결과에 미치는 영향을 파악하였고 실제의 자연대류 유동에서 취득한 입자영상을 통하여 가열면의 위치에 따른 유속분포를 측정된 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 해석 소구간내의 입자쌍의 개수가 증가함에 따라서 속도벡터 해석상의 성공률이 단순적으로 증가하였으며, 평균적으로 입자쌍이 5개 이상일 때 90% 이상의 성공률을 보였다.
- 2) 입자쌍의 거리는 최소한 입자자체의 크기 보다는 크도록 하되, 전체 해석소구간 길이의 1/3을 넘지 않도록 광노출 시간간격을 조절하는 것이 바람직한 것으로 나타났다.
- 3) 속도측정 과정에서 광노출 시간간격의 비가

1대 5인 부호화된 다중노출 방법을 이용함으로써 단순 이중노출방법을 이용할 때에 비하여 최대속도에 대한 최저속도의 분해능을 개선할 수 있었다.

4) 또한 유한한 입자크기 때문에 발생하는 자기상관에 의한 중앙의 회절후광을 90도 회전시켜 빼주는 방법을 이용하여 제거함으로써 입자변위에 의한 상관함수의 최대값의 좌표를 효과적으로 구할 수 있었다.

5) 실제의 사각공간내에서 자연대류 유동측정 실험에서, 가열면의 위치에 관계없이 수직냉각면을 따라 하강유동이 발생하며 전체적으로는 수평방향으로의 유동이 발생하였다. 가열면이 끝나는 부분에 작은 와류(cat eye)가 발생하였으며 가열면이 우측에 위치한 경우에는 두개의 작은 와류가 발생하는 것이 관찰되었다. 가열면이 냉각면 가까이 위치할수록 열전달계수가 크게 나타났으며 이때 공간내의 온도분포가 보다 균일하게 나타났다.

앞으로 단일 프레임을 이용한 입자영상 유속측정 방법의 여러가지 장점을 살리기 위하여 이의 문제점을 해결하고 해석방법이나 정밀도를 개선하기 위한 연구가 지속되어야 할 것이다.

후 기

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME95-B-02)에 의하여 연구되었으니 관계자 여러분께 깊은 감사의 뜻을 표한다.

참 고 문 헌

1. Adrian, R. J., 1991, "Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp. 261~304.

2. Khalighi, B. and Lee, Y. H., 1989, "Particle Tracking Velocimetry : An Automatic Image Processing Algorithm", *Applied Optics*, Vol. 28, No. 20, pp. 4328~4332.
3. Rosgen, T., Wozniak, K., and Wozniak, G., 1990, "Image Processing for Laser Speckle Velocimetry using the 2-D Fast Fourier Transform", *Applied Optics*, Vol. 29, No. 35, pp. 5298~5302.
4. 최장운, 이영호, 1995, "PIV에서의 계조치상호상관법의 개발", *대한기계학회 춘계학술대회 논문집 (II)*, pp. 396~400.
5. 백승조, 이상준, 1995, "일치확률방식의 2-프레임 PTV 알고리즘 개발", *대한기계학회 논문집*, 제 19권, 제7호, pp. 1741~1748.
6. Forbes, S. J., "Inline Particle Holography Applied to Fluid Velocity Measurement", Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1989.
7. Adrian, R. J., 1986, "Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry", *Applied Optics*, Vol. 25, No. 21, pp. 3855~3858.
8. Bjorkquist, D. C., 1990, "Particle image velocimetry analysis system", TSI report.
9. 오만일, 한화택, 1995, "다중노출 입자의 영상 해석을 통한 자연대류 속도측정에 관한 연구", *대한기계학회 춘계학술대회 논문집 (II)*, pp. 325~330.
10. De Vahl Davis, G., 1983, "Natural Convection of Air in a Square Cavity : A Bench Mark Numerical Solution", *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 249~264.