

주파수의 변화에 따른 원형관로내 충류맥동유동의 속도와 압력의 분포

Distributions of the velocity and pressure of the pulsatile laminar flow in a pipe with the various frequencies

배 신 철*, 모 양 우*
S. C. Bae, Y. W. Mo

Key words : unsteady flow(비정상류), longitudinal wave(종파), pulsating flow(맥동유동), wave propagation(파동전파), pressure wave(압력파)

Abstract

In this paper, the fundamental equations are developed for the pulsatile laminar flow generated by changing the oscillatory flow with $0 \leq f \leq 48\text{Hz}$ into a steady one with $0 \leq Re \leq 2500$ in a rigid circular pipe. Analytical solutions for the wave propagation factor k , the axial distributions of cross-sectional mean velocity u_m and pressure p are schematically derived and confirmed experimentally. The axial distributions of centerline velocity and pressure were measured by using Pitot-static tubes and strain gauge type pressure transducers, respectively. The cross-sectional mean velocity was calculated from the centerline velocity by applying the parabolic distribution of the laminar flow and it was confirmed by using the ultrasonic flowmeter. It was found that the axial distributions of cross-sectional mean velocity and pressure agree well with theoretical ones and depend only on the Reynolds number Re and angular velocity ω .

기 호 설 명

<p>A : 관의 단면적, m^2</p> <p>c : 음속, m/sec</p> <p>k : 파동전파계수</p> <p>p : 압력, kg_i/m^2</p>	<p>R : 관의 반지름, m</p> <p>Re : 레이놀즈수, $\frac{uR}{\nu}$</p> <p>s : 라플라스 변환의 매개변수</p> <p>t : 시간, sec</p> <p>u, v : x, r방향 유속, m/sec</p> <p>u^* : 마찰속도, m/sec</p>
--	--

*단국대학교 공과대학 기계공학과

**조선대학교 공과대학 기계공학과

그리스문자

λ	: 마찰계수
ν	: 동점성계수, m^2/sec
$\omega = 2\pi f$: 각속도, rad/sec
ρ	: 밀도, kg/m^3
τ_w	: 벽전단응력, kg/m^2

하 첨 자

m	: 단면평균
os	: 진동유동
st	: 정상유동
ta	: 시간평균값
g	: 균속도
p	: 위상속도

1. 서 론

산업현장에서 이용되는 기계설비가 고성능화, 정밀화 및 자동화됨에 따라 정확한 동력의 제어는 설비의 효율성, 안정성 및 경제성에 커다란 영향을 미치게 되므로 동력을 운반하는 관로계내의 정확한 유동해석은 기계공학 뿐만 아니라 유체를 취급하는 토목, 건축설비, 화학, 원자력 및 의용생체공학 등의 분야에서도 필수적이다. 동력은 압력과 유량의 곱으로 표시되고, 원형관로 내에서 정상유동과 진동유동의 합인 맥동유동에 의하여 전달되는 경우가 대부분이다. 이러한 맥동유동은 수력학적 관로계, 기계설비의 동력 제어장치, 자동차의 현가장치, 내연기관의 흡배기 계통, 로켓추진기관 및 혈관내의 혈액유동 등 공학과 과학기술의 많은 분야에서 나타나고, 이를테면 연소기에서 열효율, 교반기 및 반응탑 등에서 물질전달, 열교환기에서 열전달을 증가시키고 수격작용에 의한 파도유동을 유발시키는 유동특성을 가지므로 맥동유동에 대한 연구의 필요성이 절실하게 요구된다.

본 논문에서의 연구대상인 수파(水波)는 유체입자의 소밀(疏密)현상이 반복되어 생성되는 종파이므로 관로를 따라 전파되는 맥동유동의 압력파는

관로내의 유체의 속도, 압력 및 주파수등의 변화에 따라 파동의 전파형태 및 에너지 전달량이 달라진다.^{(1),(2)} 본 논문에서는 유체기계를 포함하는 관로계나 열 또는 물질전달을 포함하는 화학공장 등 산업현장의 복잡한 관계통에서의 맥동유동의 기본적인 특성을 이해하기 위하여 유체의 원형관로내에 종류 맥동유동의 파동전파상수, 관의 축방향 거리의 증가에 따른 단면평균속도 및 압력을 이론적으로 연구하여 수학적 모델을 제시하고, 비교적 넓은 범위의 주파수에 대한 실험을 통하여 이론으로부터 계산된 값과 비교하여 이론식들의 타당성을 제시하고자 한다.^{(3),(4),(5)}

2. 이론해석

수평 원형관로를 흐르는 유체가 완전히 발달한 비정상 축대칭유동에 대하여 원주방향 좌표 θ 에 대한 특성값의 변화를 무시할 수 있으므로 Fig.1과 같이 축방향 좌표 x , 반지름방향 좌표 r 인 원통형 좌표계를 이용할 수 있다.

x 와 r 방향의 변위에 의한 밀도의 변화를 무시하면 연속방정식은

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0 \quad (1)$$

이고, 열적 효과와 중력 등의 외부력을 무시하면 x, r 방향 운동량방정식은

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ &+ \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ &+ \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ &+ \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \\ &+ \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

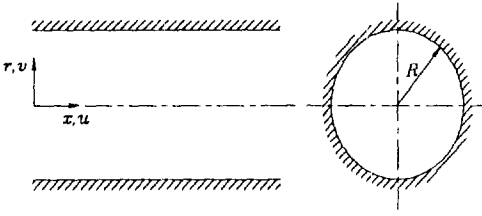


Fig.1 Cylindrical coordinate system

이다. 여기서 u , v 및 p 는 각각 임의의 시각 t 에서의 x , r 방향의 속도 및 압력, ρ 는 밀도, ν 는 동점성계수이다. 유체내에서의 음속을 c 라고 하면 단열과정에 대하여

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2 \quad (4)$$

이므로 식(1)로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = -\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5)$$

이를 식(2)와 (3)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) &- \frac{\nu}{3\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) &- \frac{\nu}{3\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial t} \end{aligned} \quad (7)$$

$u \gg v$ 이므로 식(7)을 무시할 수 있고, 따라서 압력은 임의의 단면에 대하여 일정하고 x 와 t 만의 함수이다. 식(6)의 각 항들의 차수(order)를 비교하기 위하여 x 방향에 대한 특성길이와 특성속도를 각각 L 과 V 라고 하면 좌변, 즉 가속도항들의 차수는 다음과 같다.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \approx O\left(\frac{V^2}{L}\right), \quad v \frac{\partial u}{\partial r} \approx O\left(\frac{V^2}{L}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx O\left(\frac{V}{L/c}\right) \quad (8)$$

$V \ll c$ 이므로

$$\frac{\partial u}{\partial t} \gg u \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \gg v \frac{\partial u}{\partial r} \quad (9)$$

임의의 비례상수 ϵ 를 이용하여 $r = \epsilon L$ 이라고 하면 점성항들의 차수는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &\approx O\left(\frac{V}{L^2}\right), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \approx O\left(\frac{V}{\epsilon^2 L^2}\right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} &\approx O\left(\frac{V}{\epsilon^2 L^2}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

$r \ll L$ 이므로 $\epsilon \approx 0$ 이다. 따라서

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (11)$$

관내에서의 압력변화는 정지상태의 유체의 밀도와 음속의 제곱을 곱한 값에 비하여 매우 작은 양이다.⁽⁶⁾ 즉,

$$\frac{\nu}{3\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \approx 0 \quad (12)$$

식(6)에 식(9), (11) 및 (12)를 대입하면 운동량 방정식은 다음과 같이 간략하게 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (13)$$

맥동유동에 대한 운동량방정식을 선형화시키기 위하여 $\hat{u}(x, r, s) = \mathcal{L}[u(x, r, t)]$, $\hat{p}(x, s) = \mathcal{L}[p(x, t)]$ 라고 하고, 식(13)의 양변에 0의 초기조건, 즉 $u(x, r, 0) = 0$, $p(x, 0) = 0$ 을 적용하여 라플라스 변환시키면 임의의 단면에서의 속도에 대하여 다음의 식을 구할 수 있다.⁽⁷⁾

$$\hat{u} = -\frac{1}{\rho s} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + \frac{\nu}{s} \left[\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] \quad (14)$$

여기서 s 는 라플라스 변환의 매개변수이다. 이 식을 간단히 하기 위하여

$$\widehat{U} = \widehat{u} + \frac{1}{\rho s} dp dx \quad (15)$$

로 정의하고, 식(14)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 베셀방정식의 형태로 쓸 수 있다.

$$r^2 \frac{\partial^2 \widehat{U}}{\partial r^2} + r \frac{\partial \widehat{U}}{\partial r} - \frac{s}{\nu} r^2 \widehat{U} = 0 \quad (16)$$

이 식에 대한 일반해를 제 1종 베셀함수만으로 나타내기 위하여 적분상수들과 제 2종 베셀함수를 포함하는 임의의 함수를 $f(x)$ 라고 하여 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\widehat{U} = f(x) J_0(ir\sqrt{s/\nu}) \quad (17)$$

여기서 J_0 는 1계의 제 1종 베셀함수이다. 식(17)을 다시 식(15)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\widehat{u} = f(x) J_0(ir\sqrt{s/\nu}) - \frac{1}{\rho s} \frac{d\widehat{p}}{dx} \quad (18)$$

이 식에 $r=R$ 에서 $\widehat{u}=0$ 의 경계조건을 적용하면

$$\frac{d\widehat{p}}{dx} = \rho s f(x) J_0(iR\sqrt{s/\nu}) \quad (19)$$

이다. 식(19)를 식(18)에 다시 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\widehat{u} = f(x) [J_0(ir\sqrt{s/\nu}) - J_0(iR\sqrt{s/\nu})] \quad (20)$$

따라서 반지름 R 인 원형관 내에서의 단면평균속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \widehat{u}_m &= \frac{1}{A} \int_A \widehat{u} dA \\ &= f(x) \left[\frac{2J_1(iR\sqrt{s/\nu})}{iR\sqrt{s/\nu}} - J_0(iR\sqrt{s/\nu}) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

파원(波源)으로부터 멀리 떨어진 위치에 축방향으로 전달되는 파동은 근사적으로 평면파이므로^(b) 식(4)에서 r 방향 속도 v 를 무시하고 단면평균한 후 양변에 0의 초기조건을 적용하여 라플라스 변환시

키면 임의의 단면에서의 압력에 대하여 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\widehat{p} = -\frac{\rho c^2}{s} \frac{d\widehat{u}_m}{dx} \quad (22)$$

식(13)에 0의 초기조건을 적용하여 라플라스 변환시킨 다음 미분하여 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\widehat{u}_m}{dx} = -\frac{1}{\rho s} \frac{d^2 \widehat{p}}{dx^2} + \frac{2\nu}{Rs} \frac{d}{dx} \frac{d\widehat{u}}{dr} \Big|_{r=R} \quad (23)$$

식(19)와 (21)을 식(23)에 대입하면 다음과 같이 조화파의 식으로 정리할 수 있다.

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} - k^2 f(x) = 0 \quad (24)$$

여기서 k 는 파동전파계수로 다음과 같다.

$$k = \frac{s/c}{\sqrt{\frac{2J_1(iR\sqrt{s/\nu})}{iR\sqrt{s/\nu} J_0(iR\sqrt{s/\nu})}}} \quad (25)$$

따라서 식(24)의 임의의 함수 $f(x)$ 에 대한 일반해는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(x) = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx \quad (26)$$

여기서 C_1 과 C_2 는 적분상수들이다. 식(25)와 (26)을 식(21)에 대입하면 다음과 같은 임의의 축방향 거리에 따른 단면평균속도의 식을 얻을 수 있다.

$$\widehat{u}_m = \frac{s^2}{k^2 c^2} J_0(iR\sqrt{s/\nu}) (C_1 \cos kx + C_2 \sin kx) \quad (27)$$

식(27)을 식(22)에 대입하면 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\widehat{p} = \frac{s\rho}{k} J_0(iR\sqrt{s/\nu}) (C_1 \sin kx - C_2 \cos kx) \quad (28)$$

적분상수들 C_1 , C_2 를 구하기 위하여 식(28)에 2개의 압력측정탭들에서의 압력, 즉 상류의 위치 $x=0$ 에서의 압력 $p=p_1$ 과 하류의 위치 $x=L$ 에서

의 압력 $p = p_2$ 의 경계조건들을 적용하여 정리하면 적분상수들은

$$C_1 = \frac{k(p_2 - p_1 \cos kL)}{sp J_0(iR\sqrt{s/\nu}) \sin kL}$$

$$C_2 = -\frac{kp_1}{sp J_0(iR\sqrt{s/\nu})}$$

이므로 임의의 축방향 거리에 따른 단면평균속도와 압력분포의 해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{u}_m = \frac{s}{\rho kc^2} \left(\frac{p_2 - p_1 \cos kL}{\sin kL} \cos kx - p_1 \sin kx \right) \quad (29)$$

$$\bar{p} = \frac{p_2 - p_1 \cos kL}{\sin kL} \sin kx + p_1 \cos kx \quad (30)$$

파동전파계수의 식(25)에 s 대신 $i\omega$ 를 대입하여 역라플라스 변환시키고, (27) 식(25)에 Thomson함수인 Ber, Bei함수를 적용하면(9), (10) 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$k = \frac{i\omega/c}{\sqrt[2]{\frac{\text{Ber}'(R\sqrt{\omega/\nu}) - \text{Bei}'(R\sqrt{\omega/\nu}) + i[\text{Ber}'(R\sqrt{\omega/\nu}) - \text{Bei}'(R\sqrt{\omega/\nu})]}{i^{3/2}R\sqrt{\omega/\nu} [\text{Ber}(R\sqrt{\omega/\nu}) + i\text{Bei}(R\sqrt{\omega/\nu})]}}} \quad (31)$$

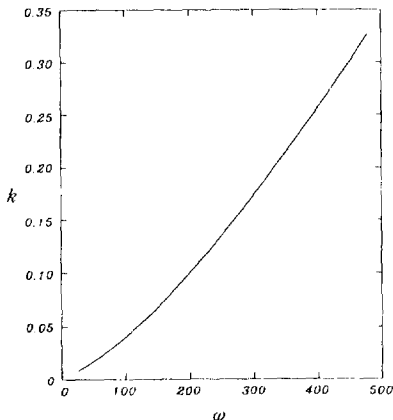


Fig.2 Wave propagation factor k with angular velocity ω

여기서 “'”은 미분기호이다. 식(31)로부터 구한 파동전파계수는 Fig.2에 나타내었으며, 이로부터 각각의 레이놀즈수에 대한 파동전파계수가 고주파수에서는 다음의 근사식으로 나타남을 알 수 있다.

$$k \approx \omega/c \quad (32)$$

축방향 거리의 증가에 따른 단면평균속도와 압력에 대해서도 마찬가지로의 방법으로 역 Laplace 변환시키면 다음의 식들을 얻을 수 있다.

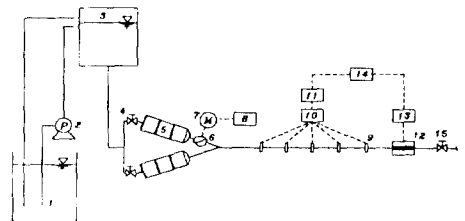
$$u_m = \frac{i\omega}{\rho kc^2} \left(\frac{p_2 - p_1 \cos kL}{\sin kL} \cos kx - p_1 \sin kx \right) \quad (33)$$

$$p = \frac{p_2 - p_1 \cos kL}{\sin kL} \sin kx - p_1 \cos kx \quad (34)$$

이 식들에서 이용된 경계조건들 p_1, p_2 는 실험에 의하여 결정된다.

3. 실험

원형관내에서의 층류 맥동유동의 축방향 거리에



No.	DESCRIPTIONS	No.	DESCRIPTIONS
1	Reservoir Tank	9	Pressure Tabs
2	Delivery Pump	10	Pressure Transducer
3	Overflow Tank	11	A/S Converter
4	Inlet Control Valve	12	Mounting Track
5	Straightener	13	Ultrasonic Flowmeter
6	Ball Valve	14	Computer
7	Gear Motor	15	Outlet Control Valve
8	Speed Controller		

Fig.3 Schematic diagram of the experimental apparatus

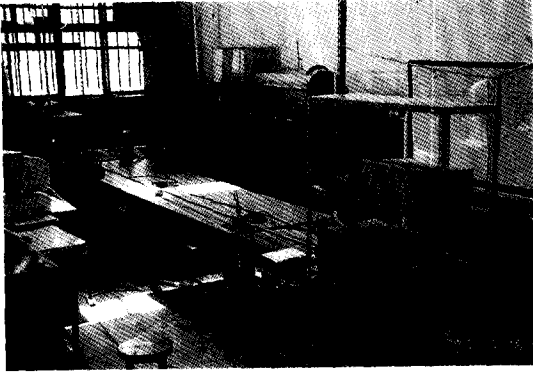


Photo.1 Overall experimental apparatus

따른 단면평균속도와 압력에 대한 수학적 모델에 대한 확실성을 규명하고 유동특성변수들에 의하여 유동형태를 분류하기 위하여 Fig.3과 Photo.1에 나타낸 바와 같은 실험장치에 의하여 실험을 수행하였다. 작동유체인 증류수를 송출펌프에 의하여 저장탱크로부터 적당한 높이에 위치한 일수(溢水)탱크로 송출한 다음 위치수두에 의한 유속을 개폐밸브에 의하여 조절하고, 볼밸브로 주과수를 변화시킬 수 있는 속도조절기에 연결된 기어모터에 의하여 관의 상류부에 설치된 볼밸브를 회전시켜 만들어진 진동유동과 정류기로부터 균일한 상태로 유입하는 정상유동을 합성시켜 맥동유동을 만들었다. 관로를 통과하는 실험부를 지나는 유체의 축방향에 따른 중심축에서의 속도와 관의 벽면에서의 압력을 측정하였다.

실험장치의 주요부분은 저장탱크, 송출펌프, 일수탱크, 정류기, 볼밸브, 기어모터와 속도조절기, 개폐밸브, 실험부 등이 있고, 실험에 사용된 주요 측정장비는 축방향 거리의 증가에 따른 중심축에서의 속도를 측정하기 위한 피토정압관, 압력을 측정하기 위한 스트레인게이지형 압력변환기(獨 Druck社 DPI 420), 단면평균 유속, 유량 및 레이놀즈수를 측정하기 위한 초음파유량계(美 Controlotron社 System 990 Uniflow), 압력변환기로부터 측정된 변형을 전기적인 신호로 변환하여 검출하기 위한 A/D변환기 등이 있다. 관의 실험부는 두께 1mm, 내경 20mm, 길이 2.5m이고 내면이 매끄러운 원형 동관으로 제작하여 수평으로 설치하였으며, 관의 입

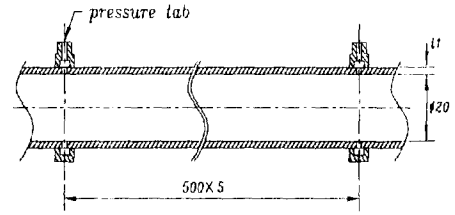


Fig.4 Test section and pressure measurement tabs

구로 균일한 유동이 유입되도록 하기 위하여 입구부에 정류기를 설치하고, 완전히 발달한 유동이 되도록 하기 위하여 정상유동과 진동유동이 합성되는 지점으로부터 실험부의 첫번째 압력측정탭까지의 거리를 층류유동에 보편적으로 이용되는 입구길이 $Le=0.12Re_{in}R$ 로부터 계산한 길이보다 충분히 길게 확보하였다. 본 실험에 이용된 관로의 실험부 및 압력측정탭을 Fig.4에 자세하게 나타내었다.

실험관내의 정압(靜壓)과 유속을 일정하게 하기 위하여 일수탱크의 물의 수위(水位)가 관의 중심축으로부터 항상 2.5m로 유지되도록 하였고, 기어모터에 연동시킨 볼밸브를 속도조절기에 의하여 회전 주과수 $0 \leq f \leq 60 \text{ Hz}$ 의 범위내에서 회전시켜 만든 진동유동을 정상유동과 합성시킨 맥동유동을 만든 다음 개폐밸브에 의하여 유량을 조절하여 레이놀즈수의 범위가 $0 \leq Re \leq 2500$ 이 되도록 하였다. 맥동유동의 시간 및 단면평균유량과 레이놀즈수는 초음파 유량계에 의하여 측정하였다. 관의 중심축에서의 속도는 피토정압관에 압력변환기를 연결하여 측정하였다. 이때 압력변환기에서 감지되는 동압이 매우 작으므로 미소압력을 측정할 수 있는 압력변환기에 A/D변환기를 연결하여 컴퓨터에 입력되도록 한 다음 미소전압을 압력으로 환산하고 이를 다시 속도로 환산하였다. 피토정압관에서 물이 새는 것을 방지하기 위하여 이송여유가 있도록 고무튜브로 피토정압관을 밀봉하여 이송시스템을 작동시켜도 물이 새지 않도록 하였다.

축방향에 따른 압력측정에 있어서 압력탭의 형상에 따른 국부적인 영향을 최소화하기 위하여 관로의 한 단면에 대하여 둘레를 따라 등간격으로 10개의 내경 1mm인 구멍을 뚫은 다음 이들을 다시 덮

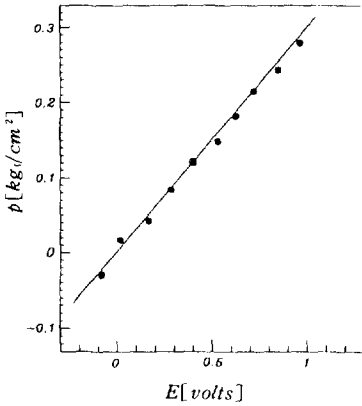


Fig.5 Calibration curve of pressure p with excitation voltages V_E (● : experiments, - : least square method)

이 1개의 압력측정탭으로 만들고, 이러한 측정탭을 관측을 따라 50cm의 간격으로 6개의 지점에 설치하여 축방향 거리에 따른 압력을 측정하여 스트레인지형 압력센서에서 읽어낸 순간압력값을 A/D변환기에서 전기적인 신호, 즉 여기전력(勵起電力, excitation voltage)으로 변환하여 컴퓨터에 입력한 다음 이들 값을 근거로 하여 최소자승법에 의하여 구한 압력변환기의 여기전력 V_E 와 압력 p 와의 관계식은 $p = 0.289578V_E + 0.13165$ 이며 이로부터 구한 보정곡선을 Fig.5에 나타내었다. 또한 압력변환기의 검출부가 스트레인지지로 되어 있기 때문에 입구부의 개폐밸브를 완전히 열어 물을 흘러 보낸 다음 출구부의 개폐밸브를 잠근 상태에서 전체의 압력 측정탭에 연결된 압력변환기가 같은 압력을 가질 수 있도록 보정하였다. 그리고 축방향 거리에 따른 압력강하값은 첫번째 지점에서의 압력을 기준으로 하여 각각의 지점에서의 압력을 빼낸 그 값을 계산하였다.

맥동유동의 단면평균속도는 피토정압관에 의하여 중심선에서의 속도를 측정 한 다음 층류에 보편적으로 적용되는 포물선형 속도분포 곡선을 이용하여 임의의 단면에서의 최대속도, 즉 관의 중심축에서의 속도의 1/2값을 취하였다. 축방향에 다른 관의 중심선에서의 속도는 관측을 따라 1m의 간격으로 설치한 유속 측정공에 피토정압관을 삽입하여 압력을 측정 한 다음 이들을 속도값으로 환산하였다. 또한

Wide-Beam형 초음파유량계를 이용하여 순간적인 압력변화에 따른 유량과 레이놀즈수를 컴퓨터에 입력하여 데이터를 처리함으로써 중심선에서 측정된 속도로부터 계산된 단면평균 속도를 확인 또는 보정하였다.

4. 결과 및 고찰

원형관내 층류 맥동유동의 축방향 거리에 따른 단면평균속도 및 압력의 분포를 결정하기 위하여 연속방정식과 운동량방정식으로부터 식(33) 및 식(34)를 유도하였고, 이 식들의 타당성을 규명하기 위하여 이론곡선을 실험으로부터 구해진 데이터와 비교하였다.

식(31)의 파동전과계수는 관내에서의 정상유동이나 고주파수 영역에서는 식(32)와 같은 근사식으로 나타낼 수 있으나 본 실험과 같은 저주파수 영역에서는 다음의 식으로 표현되는 조화파의 파수(波數, wave number)로 대체할 수 있다.

$$k = \frac{\omega}{u_p} \tag{35}$$

여기서 u_p 는 위상이 일정한 경우의 조화파의 평균속력인 위상속도로 관로내에서 파동의 반지름방향 소산과 관벽면에서의 마찰손실을 무시할 수 있다면 관내 유체 내에서의 음속 c 에 근사하다. 그런데 실험에 의하여 실제로 측정되는 맥동유동의 입자속도는 위상속도가 아니라 맥동유동의 펄스를 형성하는 파속(波速)의 군속도(群速度)로 이는 위상속도보다 항상 작고 유체입자의 운동량과 질량과의 비로 표시되는 양으로 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$u_{m.g} = \frac{d\omega}{dk} \tag{36}$$

식(33)과 (34)에 적용하기 위한 경계조건들 p_1 , p_2 는 각각의 레이놀즈수에 대하여 실험부의 압력측정탭 1과 6에서 동일한 시간에 측정된 압력이다. 레이놀즈수와 주파수의 변화에 따른 유동의 특성을 알아보기 위하여 식(35)로부터 구한 파수와 경계조건들 p_1 , p_2 를 단면평균속도와 압력에 대한 식들(33)과 (34)에 대입하여 구한 이론곡선들과 실험

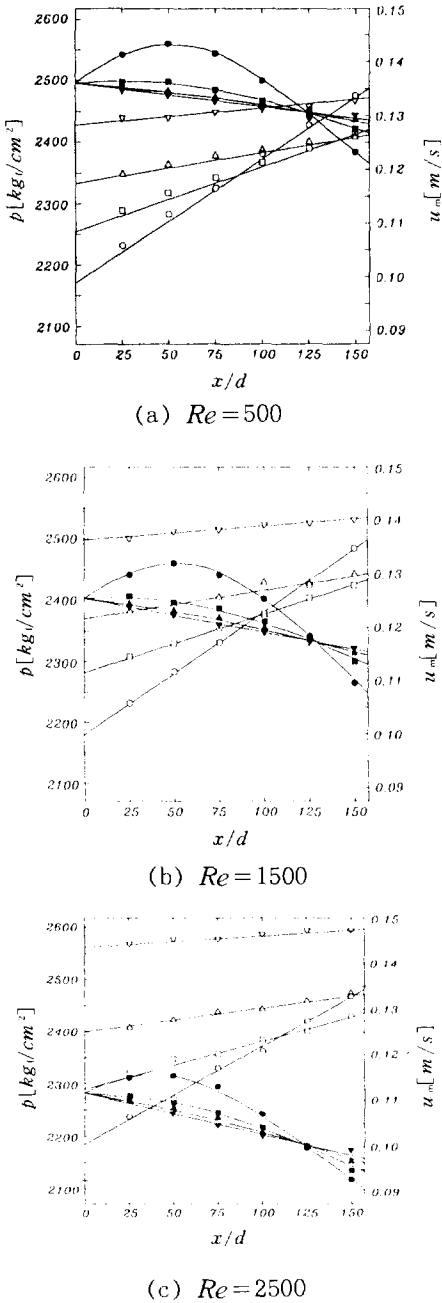


Fig.6 Axial distributions of cross-sectional mean velocity and pressure with the variation of frequency f (— : theoretical, \blacktriangledown ; ∇ : $f=6\text{Hz}$, \blacktriangle ; \triangle : $f=12\text{Hz}$, \blacksquare ; \square : $f=24\text{Hz}$, \bullet ; \circ : $f=48\text{Hz}$, pressure; velocity)

값들을 각각 Fig.6과 7에서 비교하였다. 이 그림들에서 보여진 바와 같이 유동장 내에서의 특성값들의 분포는 무차원진동수 $R\sqrt{\omega/\nu}$ 의 함수인 이론식과 거의 일치하므로 관의 반지름이 일정하고 유동장 내에서의 열적 효과를 무시할 수 있다면, 전 단면에 걸쳐서 점성계수가 일정하다면 이 식들은 각각의 레이놀즈수에 대하여 ω 만의 함수로 나타나고, 본 논문에서 유도된 식들에 의하여 유동의 형태를 정확하게 예측하는 것이 가능함을 알 수 있다. 그리고 Fig.6에서 압력은 위상각이 0인 지점, 즉 상류의 $x=0$ 인 지점에서 모든 주파수에 대하여 동일하고 저주파수 영역에서는 압력이 곧바로 강하하는 반면 고주파수의 영역, 예를 들어 $f=48\text{Hz}$ 에서는 축방향을 따라 무차원으로 거리가 약 50인 지점까지는 압력이 어느 정도 증가하다가 급격히 강하하는 것을 볼 수 있다. 그러나 속도는 상류부에서 저주파수의 영역에서 더 큰 값을 보이다가 하류로 갈수록 고주파수의 영역의 값이 훨씬 더 커짐을 알 수 있다. 그리고 동일한 레이놀즈수의 경우 저주파수 영역에서는 속도와 압력의 변화가 거의 없이 비압축성 유체처럼 거동하지만 주파수가 증가함에 따라 압력이 점차적으로 감소하는 반면 속도는 급격히 증가함을 알 수 있다. 특히 저주파수 영역에서는 관로의 축방향거리가 증가함에 따라 압력이 감소하고 속도가 증가하는 추세이지만, $f=48\text{Hz}$ 의 경우, 즉 고주파수 영역에서는 관로의 상류부에서 속도와 압력이 동시에 상승하므로 속도와 압력의 위상차가 발생하고 있음을 알 수 있다. Fig.7로부터 레이놀즈수가 작을수록 상류부의 최고압부에서의 압력이 크고 임의의 하류의 최저압부에서의 압력이 작아져 압력진폭이 더욱 커지고, 속도는 이와 반대의 성향을 나타냄을 알 수 있다.

하류방향으로 진행함에 따라 주파수 변화에 따라 측정된 평균압력을 맥동유동을 발생시키는 볼밸브로부터 상류방향의 순간압력을 주파수의 변화에 따라 측정하였다. Fig.8(a)는 주파수 $f=2\text{Hz}$ 일 때 50cm 간격으로 압력변환기에서 받은 신호를 오실로스코프로 받아들인 압력파이다. 주파수가 작은 경우에는 진폭이 크고 주기가 크게 나타나며 이런 맥동이 발생할 경우에는 관로를 흐르는 유량으로 동

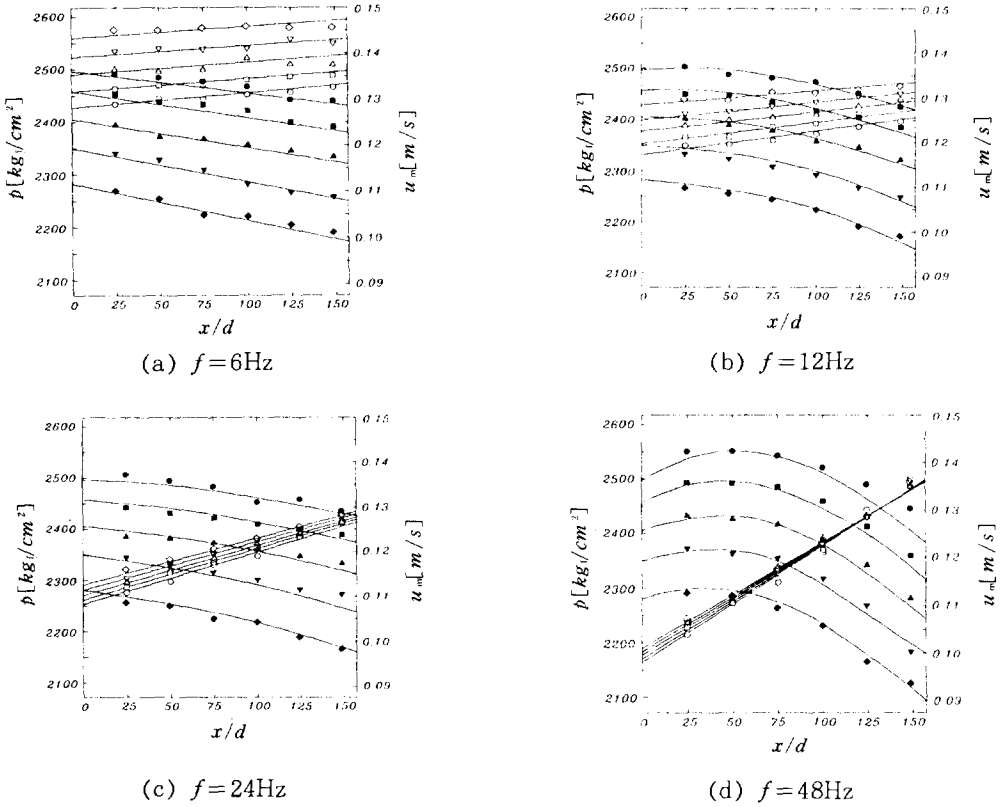


Fig.7 Axial distributions of cross-sectional mean velocity and pressure with the variation of Reynolds number Re (—: theoretical, \diamond ; \circ : $Re=500$, ∇ ; \triangledown : $Re=1000$, \blacktriangle ; \triangle : $Re=1500$, \blacksquare ; \square : $Re=2000$, \bullet ; \circ : $Re=2500$, pressure; velocity)

력을 제어하는데, 저주파수 진동으로 정확한 값을 조절하는데 문제가 발생할 것으로 판단된다. 이 때에는 관로도 역시 진폭의 크기만큼 진동의 영향을 받기 때문에 관로계를 구성하고 있는 관로망의 보완이 필요할 것으로 판단된다. 그러나 주파수를 증가시키면 진폭은 과장이 줄어드는 현상을 Fig.8(b)에서 Fig.8(c)까지 관찰할 수 있다. 제일 하류단의 P_3 위치의 진폭이 작은 이유는 볼베브의 회전으로 유량이 하류로 볼베브를 통과하여 흐르는 양이 많아지기 때문으로 판단한다. 주파수를 더욱 증가시키면 P_3 의 압력파는 거의 난류정상유동의 형태를 하고 있으며, P_1 , P_2 와 P_3 의 압력파를 비교하기 위해서 중첩하여 표시한 Fig.8(d)를 보면 이 3개의 압력진폭의 차가 주파수가 작은 경우에 비하여 현

저하게 줄어들었음을 확인할 수 있고, 압력진폭에 의한 관로망의 진동에 의한 영향도 현저하게 줄어들 것으로 판단된다. 그러므로 관로내의 유량과 압력이 곱으로 동력을 제어하는데 비정상유동인 맥동 유동일 경우에는 저주파수에서보다는 고주파수 영역에서 압력파를 분석하여 제어하는 것이 안정된 상태에 쉽게 도달할 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결 론

1) 각속도가 증가함에 따라 파동전파계수의 증가율이 커지다가 어느 정도 고주파수 영역에 이르면 그 증가율이 일정해져 선형적으로 증가하며 결국 $k \approx \omega/c$ 가 되므로 고주파수 영역에서는 파동전파계

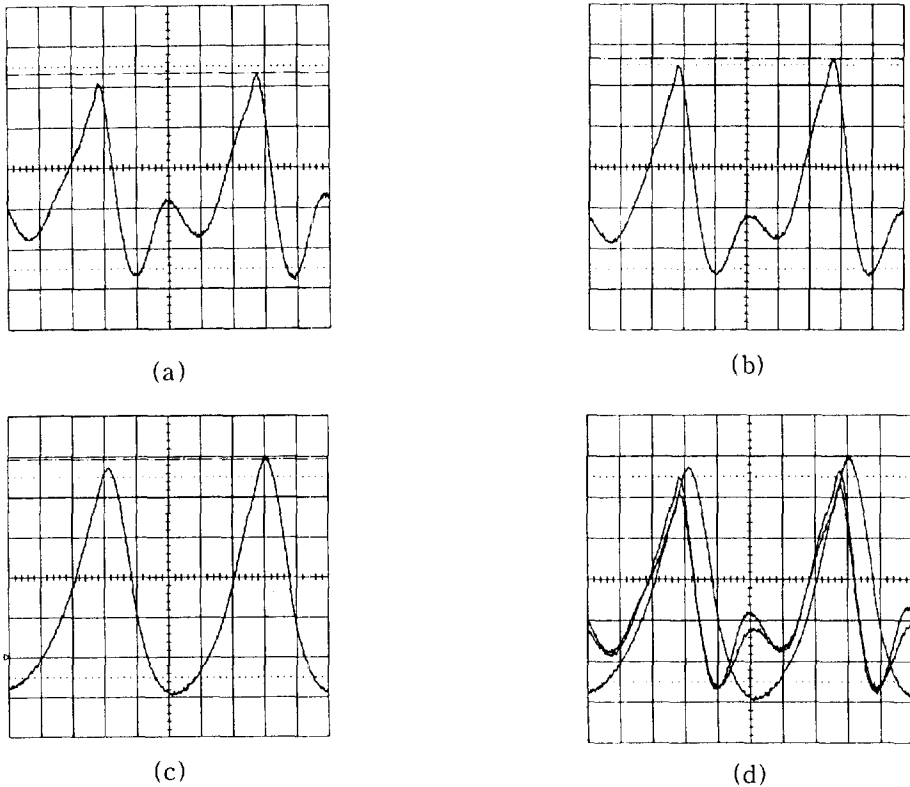


Fig.8 Wave form of pulsating flow($f=2Hz$)

수가 각속도만의 함수로 나타난다.

2) 레이놀즈수가 일정할 때 압력은 저주파수에서는 축방향에 따라 강하하는 반면 고주파수의 영역에서는 축방향을 따라 어느 지점까지 압력이 어느 정도 증가하다가 급격히 강하하고, 속도는 상류부에서 저주파수 영역에서 더 큰 값을 보이다가 하류로 갈수록 고주파수 영역의 값이 훨씬 더 커진다.

3) 레이놀즈수가 증가함에 따라 상류에서의 압력은 감소하고 하류의 고압부에서의 압력은 증가하여 압력의 진폭이 작아진다.

참 고 문 헌

1. Paul A. Tipler, 1991, "Physics for Scientists and Engineers, 3rd ed.", Worth Publishers, pp.288~324.
2. Ohmi M. and Usui T., 1976, "Pressure and Velocity Distributions in a Pulsating Turbulent Pipe Flow", Bulletin of JSME, Vol.19, No.129, pp.307~323.
3. Atabek H. B. and Chang C. C. 1961, "Oscillating Flow near the entry of Circular Tube", Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik, Vol.12, pp.185.
4. Hale J. F., McDonald D. A. and Womersley J. R. 1955, "Velocity Profile of Oscillating Arterial Flow with some Calculations of Viscous Drag and Reynolds number", J. of Physiology, Vol.128, pp.629.
5. Florio P. J. Jr. and Mueller W. K., 1968, "Development of a Periodic Flow in a Rigid Tube", ASME, No.68-FE-8.
6. D'Souza A. F. and Oldenberger R. 1964, "Dynamic Response of Fluid Lines", ASME,

- pp.589~198.
7. Creyszig, E. 1988, "Advanced Engineering Mathematics, 7th ed.", John Wiley & Sons, pp.227~288.
 8. Halliday D. and Resnick R. 1987, "Fundamentals of Physics, 2nd ed. extended", John Wiley & Sons, pp.454~485.
 9. Spiegel M. R. 1992, "Schaum's Outline Series Fourier Analysis", McGraw Hill, pp.106~112.
 10. Nosova L. N.(translated by Prasenjit Basu), 1961, "Tabless of Thomson Functions and Their First Derivatives", Pegamond Press.