

## 원관내 급확대부 하류의 강선회난류에 관한 수치해석

### Prediction of strongly swirling turbulent flow downstream of an abrupt pipe expansion

김 광 용\*, 장 윤 석\*\*  
K. Y. Kim, Y. S. Chang

**Key words** : Swirling turbulent flow(선회난류), Reynolds stress model(레이놀즈응력모델), Finite volume method(유한체적법), Recirculation zone(재순환구역)

#### Abstract

Swirling turbulent flows downstream of an abrupt axisymmetric expansion in a pipe are analyzed numerically by a second-order turbulence closure. Predictions for the flows without swirl and with strong swirl are obtained. The governing differential equations are discretized by finite volume approach. The results show that the on-axis recirculation induced by the strong swirl is correctly reproduced. The predictions for mean velocity components and turbulent normal stresses agree well with experimental data far downstream of expansion, but show large discrepancies in wall-bounded recirculation zone.

#### 1. 서 론

급팽창관내의 난류선회유동은 박리로 인한 재순환(recirculation)과 선회(swirl)가 혼합된 복잡한 전단류로서 유선의 휨으로 인한 난류운동에너지의 증가가 열전달계수를 크게 증대시키는 것으로 알려져 있다.<sup>(1)</sup> 이러한 선회류는 열교환기의 열전달 촉진 및 연소기의 고부하 안정연소와 연소효율증대에 응용되고 있다.

원관내 강선회유동은 중심축상에 재순환영역을 형성하는 특징을 갖고 있다. 선회도가 충분히 클 때 원주방향 속도성분의 감쇠가 중심축 근처의 정압을 증가시켜 축방향 양의 압력구배를 유발하고,

이것이 중심축 근처에서 유동의 재순환을 유도한다. 원관내 강선회류에 대한 Kitch의 실험<sup>(2)</sup>은 선회강도가 커질 경우 유동중심부에서 발생하는 재순환영역이 직경의 40배이상의 하류까지 확장될 수 있음을 보여주고 있다. 급확대관내 선회류에서 발견될 수 있는 또 다른 특징은 비정상 비대칭성(unsteady asymmetry)의 존재로서, 이는 유로구조에 따라 특정한 선회도 영역에서 나타날 수 있다.

급확대부 하류의 유동은 선회가 없는 경우 자유전단층(free shear layer), 박리로 인한 재순환영역, 재부착영역 및 재발달영역으로 나뉜다. 자유전단층내에서는 큰 관으로 분류(jet)가 유입되는 경우와 마찬가지로 전단력에 의해 난류운동에너지가 크게 생성된다. 벽면에서 멀리 떨어져 있는 이 전단층내에서는 난류운동에너지의 소멸율이 낮기 때문에, 생성된 난류운동에너지는 비교적 느리게 소

\* 인하대학교 기계공학과

\*\* 현대자동차서비스(주)

떨어져 간다. 그러므로, 자유전단층내의 큰 난류운동에너지는 유동장내 난류확산을 증가시키고 점성저층(viscous sublayer)의 두께를 감소시키는 효과를 가져온다.

원관내 급확대부를 지나는 유동에 선회가 중첩될 경우에는 유선곡률효과로 인한 난류운동에너지의 부가적 생성과 원심력에 의한 벽면 재순환영역의 축소 등의 현상이 나타난다. 아울러, 선회는 앞에서 언급한 바와 같은 중심축상의 재순환영역이나 비정상비대칭을 유발할 수 있다.

원관내 유동에서 선회와 박리로 인한 재순환의 효과는 일반적으로 분리되어 연구되어 왔으며, 이 두 효과가 중첩된 급확대부 하류의 선회류에 관한 연구는 유동의 복잡성으로 인해 매우 제한적으로 수행되어 왔다.

Lilley 등<sup>(3,4)</sup>은 이러한 유동에 대한 일련의 실험적 연구를 수행한 바가 있으나 측정범위와 신뢰도에 있어 문제점들이 지적된 바 있다. 이에 반해 Dellenback<sup>(5)</sup>의 실험은 열전달특성을 포함하는 비교적 완벽한 측정결과를 제공하고 있다. 이 실험에서는 직경이 두배로 확대되는 관내에서 선회도(swirl number)를 영에서 1.2까지 변화시키며 평균속도 성분들과 난류유력성분들을 측정하였다. 이 실험에서는 비정상비대칭성이 낮은 선회도 영역에 국한되어 나타나고 있다.

선회가 없는 급확대관내 유동에 관한 수치해석적 연구들은 다수 수행된 바 있다. Kim과 Lee<sup>(6)</sup>는 레이놀즈응력난류모델에 의한 해석결과가 k-ε모델에 의한 결과와 비교하여 월등히 우수함을 보였다. 급확대관내 선회류에 대해서는 k-ε모델을 사용한 Habib와 McEligot<sup>(7)</sup>의 연구와 레이놀즈응력모델을 근사한 대수응력모델을 사용한 Sultanian<sup>(8)</sup>의 연구등이 있으나, 레이놀즈 응력모델을 사용한 연구는 발견되지 않았다.

본 연구에서는 급팽창되는 원관내의 난류선회류를 수치적으로 해석하여 레이놀즈응력모델이 박리와 선회가 중첩되는 유동에 대해 어떠한 성능을 나타내는 지를 알아보고, 그 문제점을 파악하여 레이놀즈응력모델의 실용성을 강화하기 위한 개선방향을 모색해 보고자 한다. 계산결과는 동일한 유동장

에 대한 Dellenback<sup>(5)</sup>의 실험치 및 k-ε모델을 사용한 계산치와 비교검토되었다.

## 2. 난류모델

본 연구의 해석대상인 축대칭, 정상상태, 비압축성 난류유동에 대한 원통좌표계에서의 지배방정식들은 다음과 같다. Dellenback<sup>(5)</sup>의 실험에서는 비정상 비대칭성이 강선회류에서는 발견되지 않았기 때문에 본 연구에서는 정상상태 축대칭유동으로 가정하였다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial U}{\partial x} - \overline{\rho u^2} \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \mu \frac{\partial U}{\partial r} - \overline{\rho uv} \right) \right] - \frac{\partial P}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho U \frac{\partial V}{\partial x} + \rho V \frac{\partial V}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial V}{\partial x} - \overline{\rho v^2} \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \mu \frac{\partial V}{\partial r} - \overline{\rho v^2} \right) \right] \\ &- \mu \frac{V}{r^2} + \rho \frac{\overline{w^2}}{r} \frac{\partial P}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho U \frac{\partial(rW)}{\partial x} + \rho V \frac{\partial(rW)}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial(rW)}{\partial x} - r \overline{\rho u w} \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \mu \frac{\partial(rW)}{\partial r} - r \overline{\rho v w} \right) \right] \\ &- 2\mu \frac{W}{r} - 2\mu \frac{\partial W}{\partial r} \end{aligned} \quad (4)$$

지배방정식에 포함된 레이놀즈응력텐서( $\overline{u_i u_j}$ )에 대한 전달방정식의 표현은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(U_i \overline{u_i u_j})}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (5)$$

여기서  $D_{ij}$ ,  $P_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$ 와  $\epsilon_{ij}$ 는 각기 확산, 생성, 압력-변형률상관 및 소멸을 나타내는 항들로서 아래와 같은 표현을 가진다.

$$D_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j \mu_k}) - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \overline{u_j p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i p}}{\partial x_j} \right) : \text{확산항}$$

$$P_{ij} = -\left[ \overline{u u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \overline{u_i u} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] : \text{생성항}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{p}{\rho} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] : \text{압력-변형률 상관항}$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} : \text{소멸항}$$

이들 중에서 부가적인 모형화가 필요한 항들은  $D_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$  및  $\varepsilon_{ij}$ 이다.

난류 확산에 대한 모델로서, Daly와 Harlow의 단순구배 확산모델<sup>(9)</sup>이 본 연구에서 사용되었다.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right] \quad (6)$$

국소 등방성(local isotropy) 가정하에 소멸항의 모델은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (7)$$

압력-변형률 상관항은 난류유동의 등방성으로의 회귀특성을 반영하고 있다. 압력변동에 관한 Poisson방정식으로부터 난류운동에 의한 상관항( $\Phi_{ij,1}$ )과 평균운동에 의한 상관항( $\Phi_{ij,2}$ )뿐만 아니라, 벽경계의 영향( $\Phi_{ij,w}$ )이 존재한다는 것을 알 수 있다.

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w} \quad (8)$$

난류에 의한 상관항에 대해서는, 다음과 같은 Rotta<sup>(10)</sup>의 모델이 널리 사용되고 있다.

$$\Phi_{ij,1} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad (9)$$

Launder등<sup>(11)</sup>은 평균운동에 의한 상관항에 대한 모델을 다음과 같이 제시하였다.

$$\Phi_{ij,2} = -C_2 \frac{\varepsilon}{k} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) \quad (10)$$

Gibson과 Launder<sup>(12)</sup>등에 의한  $\Phi_{ij,w}$ 에 대한 모델은 다음과 같다.

$$\Phi_{ij,w} = C'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_n^2} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \overline{u_n u_i} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \overline{u_n u} \delta_{ni} \right) f \quad (11)$$

$$+ C'_2 \left( \Phi_{n_i,2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{n_i,2} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \Phi_{n_i,2} \delta_{ni} \right) f$$

여기서  $f$ 는 벽 감쇠함수(wall damping function)이며, 다음과 같다.

$$f = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\pi(R-r)\varepsilon} \quad (12)$$

난류운동에너지의 소멸항에 대한 방정식은 Launder 등<sup>(11)</sup>에 의해 제안된 식과 같다.

$$U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

### 3. 수치계산

경계조건으로서 입구에서는 축방향과 접선방향 평균속도( $U$ 와  $W$ )를 실험치로 주었으며, 반경방향 속도( $V$ )는 무시하였다. 축방향과 접선방향 응력 성분들에 대한 입구조건 역시 실험치로 주었으며 실험치가 주어지지 않은 반경방향 응력 성분은 접선방향 응력 성분과 동일하게 가정하였다. 아울러 소멸율은 다음과 같이 가정하였다.

$$\varepsilon = C_\mu \frac{k^2}{0.01D}, \quad (C_\mu = 0.09)$$

전단응력성분들의 초기입구조건은  $k$ - $\varepsilon$ 모델의 식들을 사용해 계산하였다.

출구에서는 완전 발달한 유동을 가정하여 종속변수( $\phi$ )들의 구배를 영으로 주는 Neumann 조건을 적용하였다. 유동중심선에서 반경방향 속도 성분은 영이 되게 하고, 나머지 종속변수들에 대해서는 반경방향구배를 무시하였다.

본 연구에서 사용된 난류모델들은 벽에서 떨어진 높은 레이놀즈수영역에서만 적용되므로, 벽근처에 위치한 절점들에서는 실험적인 벽함수를 적용하였다.

지배방정식들은 미소검사체적을 적분하여 대수방정식을 얻는 유한체적법(finite volume method)에 의하여 이산화되었고, 대류항의 처리에는 역승도식(power-law scheme)이 사용되었다. 속도-압력보정에는 운동량방정식에서 속도를 구하고 연속

성을 고려하여 압력을 구하는 SIMPLE 알고리즘<sup>(13)</sup>을 사용하였다. 격자계로는 검사체적의 표면에서 속도성분을 보간하지 않아도 되고 이산화방정식수립이 비교적 용이하며 두 인접한 격자점들 사이의 압력차가 이들 사이에 놓여 있는 속도성분의 자연스런 추진력이 되는 엇갈림 격자계를 사용하였다. 이산화된 방정식들은 TDMA(Tridiagonal Matrix Algorithm)를 이용한 반복해법으로 계산하였다.

4. 결과 및 검토

본 연구에서는 원관확대부 하류에서의 난류선회류를 레이놀즈응력모델을 사용해 수치해석하여 그 결과를 Dellenback<sup>(5)</sup>의 실험결과와 비교하였다. Dellenback에 의해 연구된 유동장에서 확대부의 직경비(d/D)는 0.5이다.

계산은 선회가 있는 경우와 없는 경우에 대해 모두 수행하였으며, 두 경우 모두 입구의 평균속도를 바탕으로 한 레이놀즈수는 100,000이며, 선회류의 경우 다음과 같이 정의되는 선회도가 0.17과 0.74인 경우를 계산하였다.

$$S = \frac{1}{R} \frac{\int_0^R r^2 UW dr}{\int_0^R r U^2 dr}$$

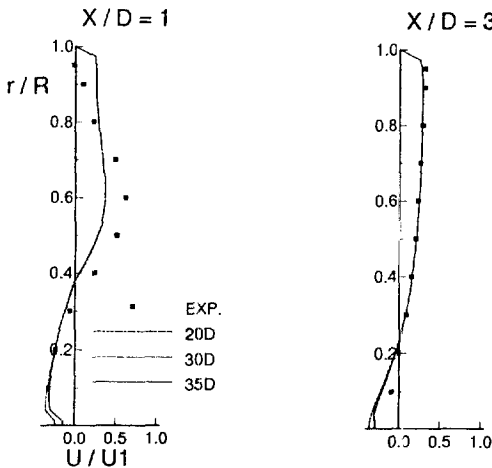


Fig.1 Pipe length dependency test(velocity profiles)(S=0.74, Re=100,000)

Fig.1은 출구면의 위치변화에 따른 계산결과를 보여준다. 출구면의 위치를 각각 x방향으로 20D, 30D 그리고 35D인 위치에 설정하여 선회변수가 0.74인 경우의 계산을 수행한 후 축방향속도 및 난류강도의 예측결과를 비교하였다. 30D 이후의 예측결과들이 30D의 결과와 별차이가 없으므로 이후 모든 계산의 출구조건을 30D에 고정시키고 계산하였다. Hogg와 Leschziner<sup>(14)</sup> 및 Jones와 Pascau<sup>(15)</sup>는 본 유동과 유사한 선회류의 수치계산을 수행시키기 위해 출구경계조건으로 축방향속도분포를 실험치로 주었으나 본 연구에서는 축방향구배를 무시하는 출구조건으로도 충분히 수렴된 수치해를 얻을 수 있었다. Fig.2는 절점수를 각각 32×24, 52×24, 52×48, 72×48으로 하였을 때 절점수에 따른 계산결과의 차이를 보여주고 있다. 52×48이상으로 절점수를 늘렸을 때의 예측이 32×24의 다소 둔성한 절점수를 사용했을 때보다 실험값에 보다 근접함을 알 수 있다. 또한 52×48과 72×48인 경우 모든 예측에서 거의 일치하므로 이후 모든 계산에서 Fig.3에 나타낸 바와 같은 52×48의 절점수를 사용하였다.

Fig.4, 5와 6은 선회가 없는 단순박리류에서의 계산결과를 보여준다. 축방향 평균속도에 관한 Fig.4에서 레이놀즈응력모델은 실험치와 매우 잘 일치하는 결과를 보여준다. 아울러, 박리류선의 재

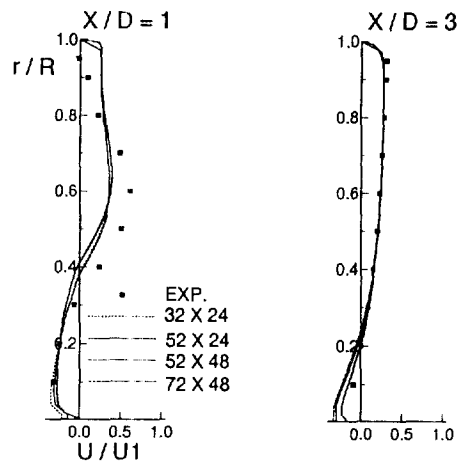


Fig.2 Grid system dependency test(velocity profiles)(S=0.74, Re=100,000)

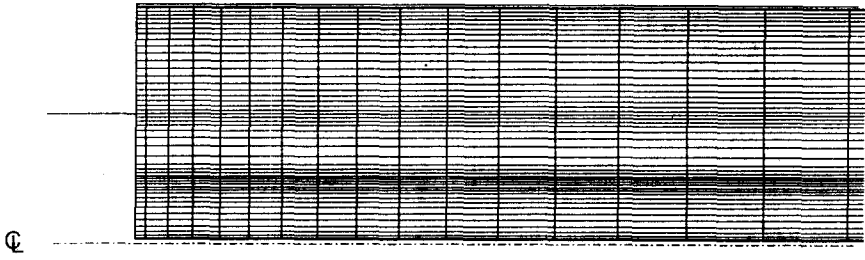


Fig.3 Grid system(inlet part)

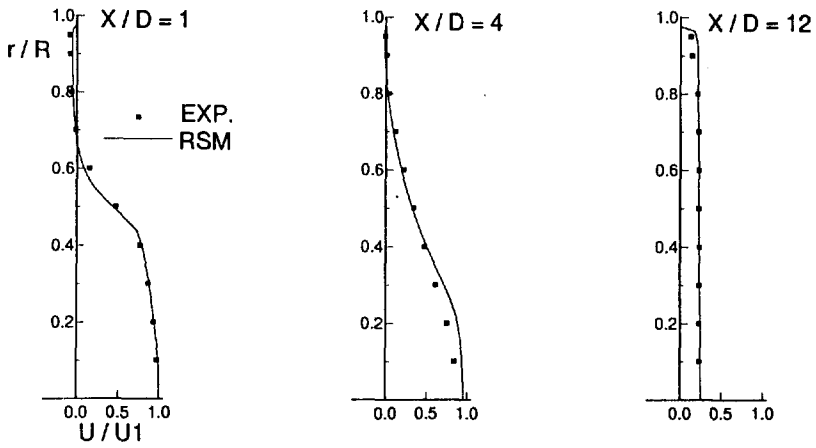


Fig.4 Axial velocity profiles without swirl( $S=0$ ,  $Re=100,000$ )

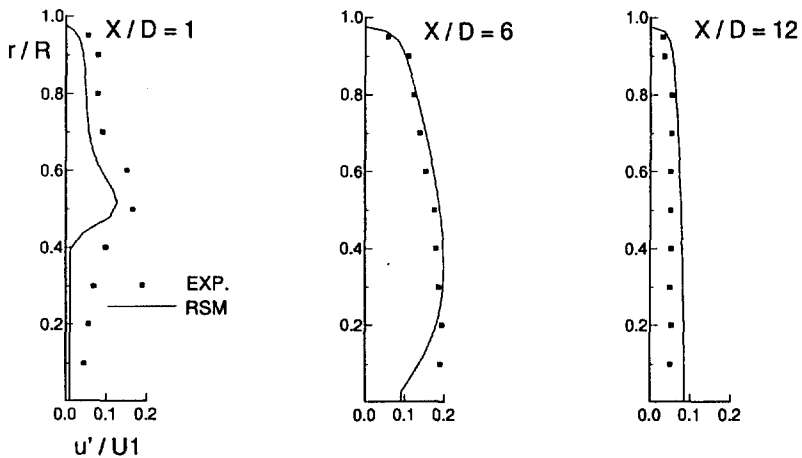


Fig.5 Axial turbulence intensities without swirl( $S=0$ ,  $Re=100,000$ )

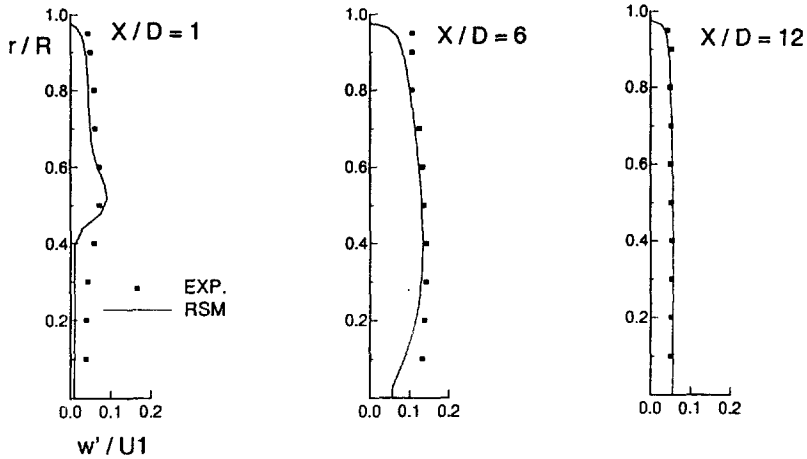


Fig.6 Tangential turbulence intensities without swirl( $S=0$ ,  $Re=100,000$ )

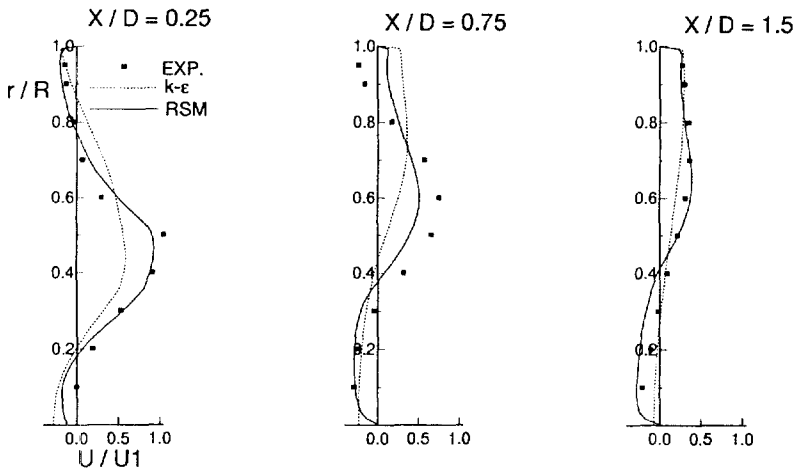


Fig.7 (a) Axial velocity profiles with swirl( $S=0.74$ ,  $Re=100,000$ )

부착 위치도 실험치와 거의 일치함을 알 수 있다. 축방향 난류강도 ( $u' = \sqrt{u'^2}$ )에 대한 Fig.5에서는 확대부 모서리에서 급생성된 난류에너지가 유동중심부로 실험치보다 늦게 확산되는 경향을 나타내어 확대부에 인접한 단면에서는 실험치와 차이를 보인다. Fig.6에서는 접선방향 난류강도 ( $w' = \sqrt{w'^2}$ )의 분포를 보여주는데, 분포의 정성적 경향과 실험치와의 차이가 Fig.5와 유사하게 나타나고 있다.

약선회( $S=0.17$ )를 수반하는 박리류에 대한 Del-

lenback의 실험치는 비정상 비대칭성으로 인해 확대부에 인접한 속도성분들과 난류응력성분의 분포에서 비대칭성을 보이고 있어 정상류로 가정하여 얻은 계산치와는 비교하지 않았다. 약선회의 경우에는 계산치와 실험치에서 공히 중심축상의 재순환 영역은 나타나지 않았다.

Fig.7에서 10까지는 선회도가 0.74인 강선회류에 대한  $k-\epsilon$ 모델과 레이놀즈 응력모델의 계산결과를 비교해 보여준다. 이 경우에는 실험치에 비해

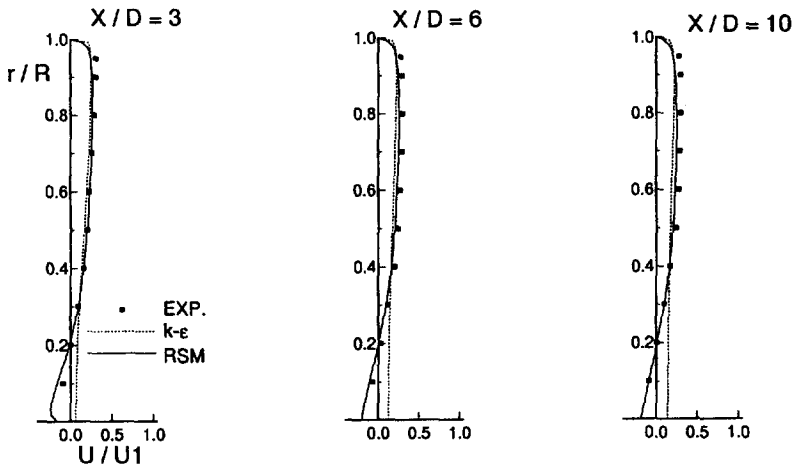


Fig.7 (b) Axial velocity profiles with swirl( $S=0.74$ ,  $Re=100,000$ )

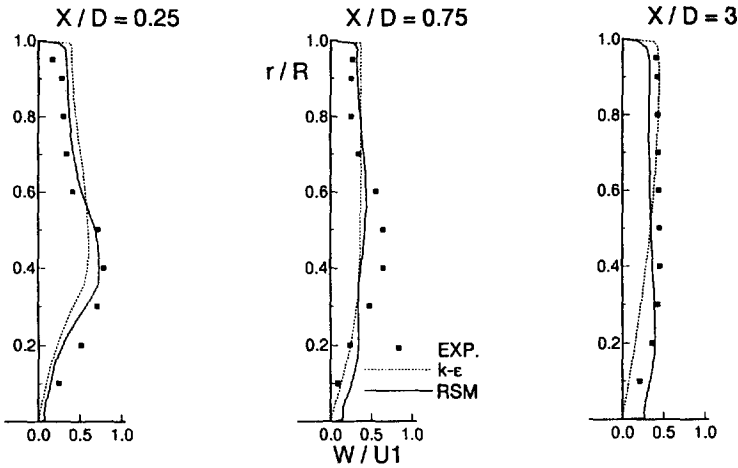


Fig.8 Tangential velocity profiles with swirl( $S=0.74$ ,  $Re=100,000$ )

칭이 나타나지 않는다. 축방향속도에 관한 Fig.7에서는 중심부근에 하류로 길게 이어지는 새로운 재순환영역의 존재를 확인할 수 있다. 계산치들은 벽면 재순환영역의 길이를 매우 짧게 예측하여 이영역에서 특히 실험치와 큰 차이를 보이고 있으나, 레이놀즈응력모델의 계산치는 중심축상의 재순환영역을 잘 예측하고 있다. 반면에, 표준 k-ε모델은 중심축상의 재순환영역의 크기를 실험치보다 매우 작게 예측하고 있음을 알 수 있다. Fig.8에 나타난 원주방향 속도분포에서는 레이놀즈응력모델에 의

한 결과가 실험치에 비해 벽근처에서는 빨리 그리고 중심축근처에서는 느리게 감소되어 감을 알 수 있다. k-ε 모델의 경우에는 중심축근처에서 실험치에 비해 빨리 감소되고 있다. Fig.9와 10에서는 레이놀즈응력모델이 난류응력성분들에 대해 비교적 만족할 만한 결과를 가져오고 있다.

이미 알려진 바와 같이 표준 k-ε모델은 유선의 곡률로 인한 추가적인 난류에너지 생성을 자체적으로 반영하지 않아 선회류와 같이 유선의 휨이 큰 유동의 해석에는 부적절하다는 것이 본 연구에서도

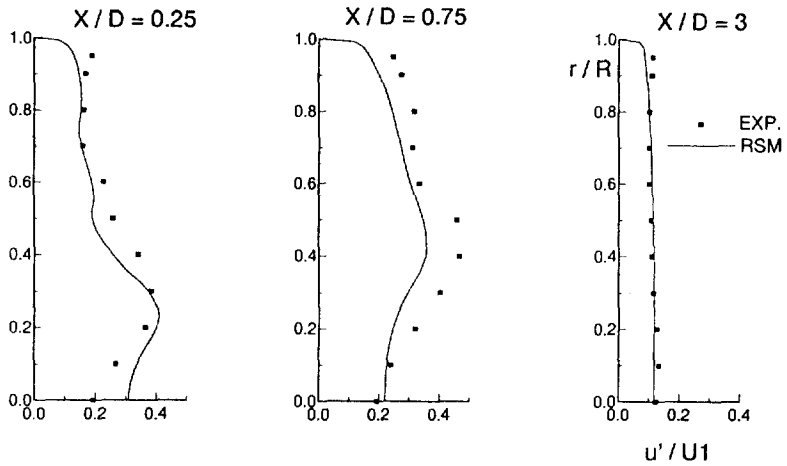


Fig.9 Axial turbulence intensities with swirl( $S=0.74$ ,  $Re=100,000$ )

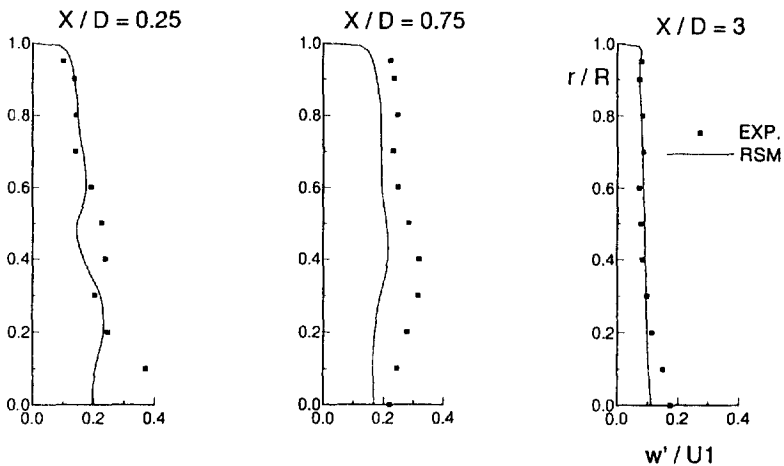


Fig.10 Tangential turbulence intensities with swirl( $S=0.74$ ,  $Re=100,000$ )

발혀졌다. 이에 반해 레이놀즈응력모델은 레이놀즈 응력의 각 성분들에 관한 전달방정식을 계산함으로써  $k-\epsilon$ 모델과는 달리 부가적인 수정이 없어도 곡률효과를 반영할 수 있어 본 연구의 결과와 같이 강선회에 의해 유발되는 중심축상의 재순환영역을 비교적 정확히 예측할 수 있다. 그러나, 레이놀즈 응력모델은 특히 압력-변형률 상관항의 모형화에 있어 벽효과의 반영방법이나 모형유도방식 자체에 아직 문제점을 내포하고 있어 본 연구결과에 나타난 바와 같이 예측의 정확성이 아직 만족할 만한

수준에 이르지 못하고 있다. 최근에는 난류의 직접 수치모사(DNS)에 의한 결과를 바탕으로 새로운 압력-변형률 상관항의 모형이 다수 제시되고 있어 레이놀즈응력모델의 성능향상이 크게 기대되고 있다. 본 연구에서는 벽근처 저레이놀즈수 영역에서 실험적인 벽함수를 사용하였으나, 최근에는 레이놀즈응력모델을 벽함수의 사용없이 벽근처 영역에도 적용하는 저레이놀즈수(low reynolds number)모델이 개발되고 있으므로 향후 선회류와 같은 복잡한 전단류에 대해 두 가지 방식의 성능을 비교하는



연구를 수행하는 것도 매우 바람직하다고 사료된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 선회와 재순환이 총칭되는 복잡한 난류전단류에 대해 레이놀즈 응력모델의 예측성능을 평가하기 위해 비선회류와 강선회류에 대한 수치계산을 수행하였다. 비선회류의 경우에 평균속도성분에 대한 계산치는 실험치와 매우 잘 일치하였으나, 난류응력성분들의 경우에는 유동중심부로의 확산이 실험치에 비해 지체되었다. 강선회류의 경우, 축방향 속도성분은 유동중심부에 재순환영역이 나타나는 현상에 대해 비교적 좋은 예측결과를 보였으나 벽면 재순환영역은 실험치에 비해 작게 예측하였다. 유동중심부 근처에서 접선방향 유속과 난류응력성분은 실험치와 다소의 차이를 나타내었다. 예상했던 바와 같이  $k-\epsilon$ 모델은 레이놀즈응력모델과 비교해 전반적으로 열등한 계산결과를 보였으며, 특히 두가지 재순환영역의 크기를 공통적으로 매우 짧게 예측하는 오류를 보였다.

## 후 기

본 연구는 1994년 교육부 학술연구 조성비(기계공학연구) 지원 (ME94-B-05)에 의해 수행되었음을 밝히며 이에 감사드린다.

## 참 고 문 헌

- Dellenback, P. A., Metzger, D. E. and Neitzel G. P., 1987, "Heat Transfer to Turbulent Swirling Flow through a Sudden Axisymmetric Expansion", ASME, J. of Heat Transfer, Vol. 109, pp. 613~620.
- Kitoh, O., 1991, "Experimental Study of Turbulent Swirling Flow in a Straight Pipe", J. of Fluid Mech., Vol. 225, pp. 445~479.
- Rhode, D. L., Lilley, D. G., and McLaughlin, D. K., 1983, "Mean flowfields in axisymmetric combustor geometries with swirl", AIAA J., Vol. 21, pp. 593.
- Yoon, H. K., and Lilley, D. G., 1984, "Further time-mean measurements in confined swirling flows", AIAA J., Vol. 22, No.4, pp. 514~522.
- Dellenback, P. A., 1986, "Heat Transfer and Velocity Measurements in Turbulent Swirling Flows Through An Abrupt Axisymmetric Expansion". PhD thesis, Arizona State Univ.
- Kim, K. Y., and Lee, Y. J., 1994, "Prediction of Turbulent Heat Transfer Downstream of an Abrupt Pipe Expansion", KSME J., Vol. 8, pp. 248~254.
- Habib, M. A., and McEligot, D. M., 1982, "Turbulent Heat Transfer in a Swirl Flow Downstream of an Abrupt Pipe Expansion", Proc. of the 7th Int. Heat Transfer Conf., Washington, D. C., pp. 159~165.
- Sultanian, B. K., 1984, "Numerical Modeling of Turbulent Swirling Flow Downstream of an abrupt Pipe Expansion", Ph. D. Dissertation, Arizona State Univ.
- Daly, B. J. and Harlow, F. H., 1970, "Transfer Equations in Turbulence", Phys. Fluids, Vol. 13, p. 2634.
- Rotta, J., 1951, "Statistische Theorie Night Homogener Turbulenz", Z. Phys, Vol. 129, pp. 547~573.
- Launder, B. E., Reece, G. J., and Rodi, W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure", J. of Fluid Mech., Vol. 68, pp. 537~566.
- Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuation in the Atmospheric Boundary Layer", J. of Fluid Mech, Vol. 86, pp. 491~511.
- Partankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill.
- Hogg, S. and Leschziner, M. A., 1989,

- “Computation of Highly Swirling Confined Flow with a Reynolds Stress Turbulent Model”, AIAA J., Vol. 27, pp. 57~63.
15. Jones, W. P. and Pascau, A., 1989, “Computation of Confined Swirling Flows with a Second Moment Closure”, ASME Trans., J. of Fluids Eng., pp. 248~255.