

## 퍼지모수를 가지는 다목적 비선형계획문제의 절충 의사결정

### Compensatory Decision-Making for Multiobjective Nonlinear Programming Problems with Fuzzy Parameters

이상완\* · 남현우\*\*

Sang-Wan Lee\* · Hyun-Woo Nam\*\*

#### Abstract

In this paper, we consider the expert's ambiguity and the decision maker's fuzzy goals which are incorporated into multiobjective nonlinear programming problems in order to find a compensatory solution. The proposed method can be applied to all cases of multiobjective problems with fuzzy parameters since the interactive process with a decision maker is simple, various uncertainties involved in decision making are eliminated and all the objectives are well balanced. An illustrative numerical example for nonlinear programming problems with fuzzy parameters is demonstrated along with the corresponding computer output.

**Keywords:** Fuzzy, Multiobjective, Compensatory solution

#### 1. 서론

일반적으로 다목적 계획문제에 포함될 수 있는 인간판단의 모호성(fuzziness)은 두가지 형태로 고려될 수 있다. 첫번째는 문제의 정식화과정에서 모수(parameter)의 본성을 파악

할 때 전문가(expert)에 의하여 발생하는 모호성(ambiguity)이고 두번째는 각 목적함수에 대하여 의사결정자들이 가지는 퍼지목표(fuzzy goal)들이다. 현실의 의사결정상황을 잘 표현하는 다목적 비선형계획문제를 정식화하기 위해서는 현실세계의 여러가지 요소들(vari-

\* 동아대학교 산업공학과

\*\* 경동전문대학 산업안전관리과

ous factors)이 목적함수와 제약에 포함되어야 한다. 이러한 목적함수와 제약들은 전문가들에 의하여 주어지는 가능값(possible value)을 가지는 많은 모수들을 포함한다. 전통적인 접근방법에서 그러한 모수들은 모수의 본성을 이해하고 있는 전문가의 주관적인 방법이나 실험에 의하여 어떤 값으로 고정되어 있다. 이 경우에 모수에 대한 전문가의 이해를 퍼지수(fuzzy number)로 알려진 실수상의 퍼지부분집합(fuzzy subset)에 의하여 표현되는 퍼지수치자료로 해석하는 것이 더욱 적당할 것이다. 결과적으로 퍼지모수들을 포함하는 다목적 비선형계획문제가 전통적인 것 보다 더욱 현실적인 것으로 고찰되어 질 수 있다. 이러한 이유에서 Sakawa와 Yano[12,13,14]는 퍼지모수를 가지는 여러가지 다목적 계획문제를 해결하기 위한 방법을 제시하였다. 또한 Sakawa[10]와 Sakawa와 Yano[11]는 각 목적함수에 대하여 의사결정자들이 퍼지목표를 가질 경우 이를 해결하기 위하여 대화형 접근과 퍼지 집합론을 접목시킨 형태에서 만족해를 구하는 연구결과들을 발표했다. 그러나 이 연구들은 대화형접근이 가지는 고유의 한계를 세련되게 극복하지 못하고 있다. 즉, 대화과정이 너무 많고 대화의 반복을 위하여 의사결정자에게 제공되는 정보가 매우 어렵다는 것이다.

Tanaka와 Asai[15]는 퍼지모수를 가지는 다목적 선형계획문제를 정식화했다. 퍼지모수에 대하여 삼각구성함수(triangular membership function)를 가지고 Bellman과 Zadeh[2]에 의하여 제시된 퍼지의사결정에 따라 비퍼지(nonfuzzy)해와 퍼지해를 결정하는 방법을 제시하였다. 이 연구는 퍼지모수를 삼각구성함수에 한정했다는 제한과 퍼지수(fuzzy number)

연산에 결정적인 오류를 가지고 있다. 최근에 Mitsuo와 Masato[8]는 모형화된 문제에 대한 퍼지화와 목적함수값에 대한 의사결정자의 만족정도(degree of satisfaction)에 관한 퍼지화를 고려하기 위하여 목적함수와 제약조건들의 계수들이 퍼지수로 표현되고 퍼지목표를 성취하기 위한 의사결정자의 만족정도를 구성함수로 표현함에 있어 역시 삼각구성함수를 사용했기에 의사결정자의 다양한 선호구조를 해 산출과정에 반영하기 어렵다는 문제점을 내포하고 있다.

Li[6]는 Luhandjula[7]와 Bellman과 Zadeh의 개념에 기초를 두고 퍼지모수를 가지는 다목적 선형계획문제를 해결하는 알고리즘을 제시하였다. 이 연구는 선형구성함수만을 사용했다는 한정과 비절충적인(noncompensatory) 연산자인 최소연산자(min operator)를 사용함으로써 각 목적의 구성정도가 교차되지 않기 때문에 서로 영향을 미칠 수 없다는 단점을 가지고 있다. 다목적 의사결정문제에서는 각 목적들이 상충(trade-off)되기 때문에 하나의 목적함수의 개선은 적어도 다른 하나 이상의 목적함수의 희생에 의해서만 가능하므로 각 목적의 만족정도를 나타내는 구성함수가 서로 영향을 미쳐야 함은 당연한 일이 된다. 이런점에서 최소연산자보다  $\gamma$ -연산자( $\gamma$ -operator)를 통합연산자(aggregator)로 사용하는 것이 바람직한 것으로 고려된다. 또한 Zimmermann[18]이 언급했듯이 구성함수가 비선형일 경우에는 통합연산자로서  $\gamma$ -연산자가 보다 적절하다.  $\gamma$ -연산자에서 절충의 정도(grade of compensation)인  $\gamma$ 값이 0인 경우  $\gamma$ -연산자는 곱연산자(product operator)가 된다. 절충적인 의사결정을 위한 절충적인 통합연산

자(compensatory aggregate operator)는 Zimmermann과 Zysno[16]의 개념을 이용하여 문헌에서 많이 제시되고 있다. 이 연산자들은 서로 장·단점을 가지고 있고 적절한 절충값을 어떻게 결정할 것이냐가 여전히 문제로 남아있다. Rao[9] 등은 효용함수를 사용하여 목적들의 총기대효용을 최대화 하는 절충값을 제시하였다. 효용함수를 사용하여 적절한 절충값을 계산할 경우 목적들이 많아지고, 비선형으로 표현되면 하나의 효용함수를 정확하게 정식화하기 어렵다는 일차적인 문제가 있고, 이 연구에서 사용한 의사결정함수 즉, 절충적인 통합연산자는 모든 목적들의 구성값(value of membership)들이 적어도 의사결정함수 수준까지는 되어야 한다는 조건을 만족하고 있지 않다. 그러므로 이상에서 설명된 제반의 단점을 보완하기 위한 연구가 필요하게 된다.

이에 본 연구에서는 퍼지모수를 가지는 다목적 비선형의사결정문제에서 보다 효과적으로 전문가의 모호성을 반영하고, 의사결정자가 만족하는 절충해를 이끌어 위하여 다음과 같은 사항들을 고려한 방법을 제시한다.

- 1) 모수에 나타나는 전문가의 모호성을 정량화하기 위하여 구성값들이 서로 영향을 미칠 수 있는 곱 연산자를 사용한다.
- 2) 퍼지계수에 대한 구성함수를 표현함에 있어 선형구성함수와 비선형구성함수들을 공히 사용한다.
- 3) 간단한 대화과정을 통하여 각 목적에 대한 의사결정자의 선호정보를 다양한 형태의 구성함수로 충분히 반영한다.
- 4) 의사결정과정에서 발생하는 불확실성을 제거할 수 있는  $\gamma$ -연산자( $\gamma$ -operator) [17]를 절충적인 통합연산자로 선택하여

각 목적에 대한 구성함수들을 통합하고 전체만족수준(overall satisfaction level)에 각 목적의 만족수준들이 가장 근접된 해를 만족해로 산출한다.

제시된 알고리즘의 수행은 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)[5]를 퍼지형태로 수정한 프로그램을 이용해서 수치예를 통하여 보여진다.

## 2. 이론적 배경

다목적 계획문제를 정식화하는 전문가는 목적함수와 제약에 포함되는 계수들을 표현함에 있어 확정적인 값보다는 퍼지수를 고려하는 것이 더욱 현실적이다. 즉, 모수의 가능값은 항상 전문가의 모호성을 포함하고 있다는 것이다. 이러한 퍼지모수들을 가지는 다목적 계획문제를 해결하는 접근법들이 문헌에서 많이 제시되고 있다.

Li는 퍼지계수들이 실행가능한 가능성의 최소수준  $\alpha$ 와  $\alpha$ -수준의 실행가능계수들에 기초를 두고 모든 퍼지목표들을 만족시키는 절충의 정도가 주어진 허용범위내에서 결정되도록 하여 만족해를 산출하는 알고리즘을 제시하였다. 그런데 Li의 접근은 최대-최소형식(max-min version)에 기초를 둔 것이다. 최소연산자는 Fung과 Fu[4]가 언급했듯이 각 구성값사이에 어떤 상충이 허용되지 않고 비절충적이므로 통합연산자로 사용하기에는 부적당하다. 이와 유사하게 퍼지모수를 가지는 다목적 선형 계획문제를 해결하기 위한 접근들은 대부분이 선형구성함수에 한정하여 접근하였지만 Sakawa와 Yano는 5가지 구성함수를 사용하여 대화형접근과 퍼지집합론을 접

목시킨 방법으로 전문가의 모호성과 의사결정자의 퍼지목표를 반영하는 다목적 비선형 계획문제를 해결하였다. 사실 현실의 제반적인 다목적 의사결정문제는 선형보다는 비선형으로 표현될 경우가 더 많고, 전문가의 모호성을 반영하는 퍼지모수와 더불어 의사결정자의 퍼지목표가 동시에 고려되는 문제를 해결하는 것이 더욱 현실적일 것이다. 또한 의사결정자의 전체선호구조를 하나의 함수형태로 결정하기가 매우 곤란하므로 부분적인 선호정보를 취한 후 적절한 절충적인 통합연산자로 이들을 통합하여 의사결정자의 만족해를 유도하는 것이 좋은 방법인 것으로 고려된다. 이러한 이유에서 본 연구에서는 퍼지모수와 목표를 가지는 대화형 퍼지 다목적 비선형계획(interactive fuzzy multiobjective nonlinear programming)문제를 고려한다

$$\min f(x, \tilde{a}) = (f_1(x, \tilde{a}_1), f_2(x, \tilde{a}_2), \dots, f_k(x, \tilde{a}_k)) \quad (1)$$

subject to

$$x \in X = \{x \in R^n \mid \tilde{b}_j x \otimes \tilde{c}_j, x \geq 0\}$$

여기서  $\tilde{a}_i = (\tilde{a}_{i1}, \dots, \tilde{a}_{ip_i})$ ,  $\tilde{b}_j = (\tilde{b}_{j1}, \dots, \tilde{b}_{jq_j})$ ,  $\tilde{c}_j$ 는 목적함수  $f_i(x, \tilde{a}_i)$ 와 제약  $\tilde{b}_j x \otimes \tilde{c}_j$ 에 포함되는 퍼지모수의 벡터이고  $\otimes$ 는 연산자 " $\leq$ " 또는 " $\geq$ ", 또는 " $=$ "를 나타낸다. 퍼지수  $\tilde{a}_r (i = 1, \dots, k; r = 1, \dots, p_i)$ ,  $\tilde{b}_s (j = 1, \dots, m; s = 1, \dots, q_j)$ ,  $\tilde{c}_j$ 는 구성함수(membership function)  $\mu_{\tilde{a}_r}(a_r)$ ,  $\mu_{\tilde{b}_s}(b_s)$ ,  $\mu_{\tilde{c}_j}(c_j)$ 를 가지는 퍼지수들이다. 이러한 퍼지모수들은 Dubois와 Prade[3]에 의하여 소개된 퍼지수(fuzzy number)로 특성지워진다.  $\tilde{p}$ 는 구성함수  $\mu_{\tilde{p}}(p)$ 를 가지는 실수상의 볼록(convex) 연속 퍼지부분집합이다. 구성함수는 다음과 같이 정의된다.

- (1)  $E'$ 에서 폐구간  $[0,1]$ 까지 연속적인 대응
- (2)  $p \in (-\infty, p_1]$ 에 대하여  $\mu_{\tilde{p}}(p) = 0$
- (3)  $[p_1, p_2]$ 상에서 협의의 증가(strictly increasing)
- (4)  $[p_2, p_3]$ 상에서  $\mu_{\tilde{p}}(p) = 1$
- (5)  $[p_2, p_3]$ 상에서 협의의 감소(strictly decreasing)
- (6)  $p \in [p_4, +\infty)$ 에 대하여  $\mu_{\tilde{p}}(p) = 0$

이를 그림으로 나타내면 그림 1과 같다.

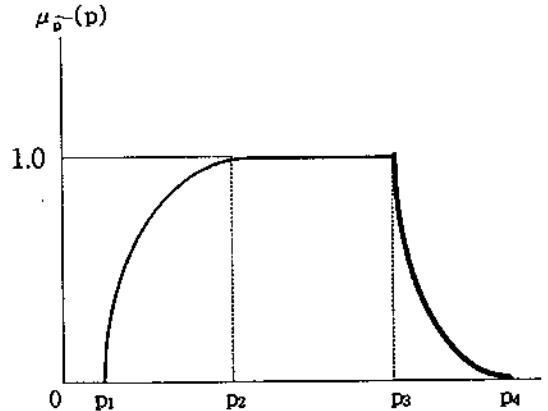


그림 1. 퍼지수  $\tilde{p}$ 의 구성함수

그림 1에서 보는 바와 같이 퍼지계수와 목표들에 대하여 의사결정자 또는 전문가로부터 구성함수를 이끌기 위하여 계수의 왼쪽과 오른쪽에 다른 형태의 구성함수를 사용하는 것은 종래의 대부분 연구에서 선형에 한정된 구성함수를 사용하는 것 보다는 더욱 정확한 선호구조를 유도할 수 있다는 것은 명백한 사실이다. notation의 단순화를 위하여 다음의 벡터를 정의한다.

$$a_i = (a_{i1}, \dots, a_{ip_i}), b_j = (b_{j1}, \dots, b_{jq_j}), c_j = (c_1, \dots, c_m)$$

$$a = (a_1, \dots, a_k), \quad b = (b_1, \dots, b_m), \quad \bar{c}_j = (\bar{c}_1, \dots, \bar{c}_m)$$

$$\bar{a} = (\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_k), \quad \bar{b} = (\bar{b}_1, \dots, \bar{b}_m)$$

모든 퍼지계수들은 확정적인 값 대신에 가  
능성분포(possibilistic distribution)를 가진다.  
(x)<sup>β</sup>를 식(1)의 한 해로 두자. 여기서 α는 퍼  
지계수들이 실행가능한 가능성의 최소수준을  
나타낸다.

$$\text{Poss}(\tilde{b}_j x \leq \bar{c}_j) \geq \alpha_j, \quad \alpha_j \in [0, 1] \quad (2)$$

$$\text{Poss}(\tilde{b}_j x \leq \bar{c}_j) = \sup_{q_j} \min\{\mu_{\tilde{b}_{j1}}(b_{j1}), \dots,$$

$$\mu_{\tilde{b}_{jq}}(b_{jq}), \mu_{\bar{c}_j}(c_j) \mid \sum_{s=1}^{q_j} b_{js} x_s \leq c_j\} \quad (3)$$

β는 그 해가 α-수준의 실행가능계수들에  
기초를 두고 모든 퍼지목표들을 만족시키는  
절충의 정도를 나타낸다. Bellman과 Zadeh의  
퍼지모수 결합규칙(rule of conjunction)에 따라  
α를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha = \min\{\mu_{\tilde{a}_r}(a_r), \mu_{\tilde{b}_s}(b_{js}), \mu_{\bar{c}_j}(c_j) \mid$$

$$i=1, \dots, k, r=1, \dots, p, j=1, \dots, m,$$

$$s=1, \dots, q_j\} \quad (4)$$

이것은 퍼지계수들의 집합속에 인가되는  
(inherit) 그 시스템의 실행가능성이 시스템내의  
가장 불가능한 요소의 가능성과 동등하다는 것  
을 의미한다. 계수의 가능성수준이 높으면 높  
을 수록 계수에 대한 제한이 보다 강해진다.

( $\tilde{a}_r$ )<sub>α</sub>, ( $\tilde{b}_s$ )<sub>α</sub>, ( $\bar{c}_j$ )<sub>α</sub>를 각 퍼지수의 α-수준  
집합(level set) 또는 α-절단(cut)으로 두자.

정의 1. α-수준집합

퍼지수  $\tilde{a}_r$  (i=1, ..., k; r=1, ..., p),  $\tilde{b}_s$  (j=1, ...,  
m; s=1, ..., q<sub>j</sub>),  $\bar{c}_j$ 의 α-수준집합은 그것들의

구성함수정도(degree of membership function)  
가 수준 α를 초과하는 보통집합(ordinary set)  
L<sub>α</sub>( $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$ )로 정의된다.

$$L_\alpha(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = \{(a, b, c) \in S(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) \subset R \mid$$

$$\mu_{\tilde{a}_r}(a_r) \geq \alpha; \mu_{\tilde{b}_s}(b_{js}) \geq \alpha; \mu_{\bar{c}_j}(c_j) \geq \alpha\} \quad (5)$$

여기서 S( $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$ )는 퍼지수  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$ 의 지지  
(support)이다. α-수준 집합들은 다음의 특  
성을 갖는다.

$$L_{\alpha_1}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) \supset L_{\alpha_2}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) \text{ 이면 } \alpha_1 \leq \alpha_2 \quad (6)$$

( $\tilde{a}_r$ )<sub>α</sub>을 퍼지수  $\tilde{a}_r$ 의 α-절단의 하한,  
( $\tilde{a}_r$ )<sub>α</sub><sup>U</sup>를 퍼지수  $\tilde{a}_r$ 의 α-절단의 상한으로  
두자. 이때

$$(\tilde{a}_r)_\alpha^L \leq (\tilde{a}_r)_\alpha \leq (\tilde{a}_r)_\alpha^U \quad (7)$$

주어진 α값에 대하여 최소화되어지는 목  
적함수들 f(x,  $\bar{a}$ )는 f(x,  $\bar{a}$ )<sub>α</sub><sup>L</sup> ≤ f(x,  $\bar{a}$ )<sub>α</sub>가 유지  
되므로 α-절단의 하한에 의하여 대체될 수  
있다.

$$\min f(x, \bar{a})_\alpha \leftrightarrow \min f(x, \bar{a})_\alpha^L \quad (8)$$

또한 부등제약에 대하여 식 (9)가 성립한다.

$$\sum_{s=1}^{q_j} \tilde{b}_{js} x_s \leq \bar{c}_j \leftrightarrow \sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js} x_s)_\alpha^L \leq (\bar{c}_j)_\alpha^U,$$

$$j=1, \dots, m. \quad (9)$$

식 (9)는 연산자 “≤”를 갖는 제약들에 대  
하여 b<sub>js</sub>가 보다 적고 c<sub>j</sub>가 보다 크면 클 수록

제약들이 보다 완화된다는 사실에 근거를 두고 있다. 연산자 “≥”를 갖는 제약의 경우 식 (9)의 좌, 우, 상·하한을 교환하면 되지만 등식의 제약을 가지는 경우는 α가 1 부터 0 까지 꾸준히 증가하지 않기 때문에 퍼지계수의 등식제약을 다루기 위해서는 식 (10), (11)을 동시에 이용해야 한다.

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js}x_s)_\alpha^L \leq (\tilde{c}_j)_\alpha^U \quad (10)$$

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js}x_s)_\alpha^U \geq (\tilde{c}_j)_\alpha^L \quad (11)$$

이상의 이유에 근거해서 식(1)은 주어진 α에 대하여 다음의 문제로 변환될 수 있다.

$$\min f(x, \tilde{a})_\alpha^L = (f_1(x, \tilde{a}_1)_\alpha^L, f_2(x, \tilde{a}_2)_\alpha^L, \dots, f_k(x, \tilde{a}_k)_\alpha^L) \quad (12)$$

subject to

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js})_\alpha^L x_s \leq (\tilde{c}_j)_\alpha^U, j=1, \dots, m, s=1, \dots, q_j$$

Li는 최대-최소 의사결정을 이용하여 어떤 주어진 값 α에 대하여 식 (12)는 다목적용 가지는 확정적인 비선형문제가 되는 것으로 표현했다.

$$\max \beta \quad (13)$$

subject to

$$\beta \leq \mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha$$

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js})_\alpha^L x_s \leq (\tilde{c}_j)_\alpha^U, j=1, \dots, m, s=1, \dots, q_j$$

$$\beta \in [0, 1]$$

식 (13)에서 볼 수 있는 바와 같이 어떤

$\mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha$ 에 대하여 β가 결정되면 다른  $\mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha$  값들은 어떤 값이 되어도 의사결정에는 아무런 영향을 미치지 못하게 된다. 그러므로 본 연구에서는 각 구성값들의 교집합을 반영하는 곱연산자를 이용하여 식 (14)와 같이 정식화 한다.

$$\max \beta = \prod_{i=1}^n \lambda_i \quad (14)$$

subject to

$$\lambda_i = \mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha$$

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js})_\alpha^L x_s \leq (\tilde{c}_j)_\alpha^U, j=1, \dots, m, s=1, \dots, q_j$$

$$\beta \in [0, 1]$$

여기서  $\mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha$ 는 α-절단된  $f_i(x, \tilde{a})$ 의 구성함수값이다. 각 목적함수에 대한 의사결정자의 퍼지목표들은 의사결정자와의 대화를 통하여 상응하는 구성함수를 유도함으로써 정량화될 수 있다. 여기서 의사결정자의 각 목적함수에 대한 다양한 선호구조를 파악하기 위해서는 다양한 형태의 구성함수가 이용되어야 한다. 본 연구에서는 Sakawa와 Yano [11]가 연구에서 이용한 5가지형태의 구성함수 즉, 선형(linear)구성함수, 지수(exponential)구성함수, 쌍곡선(hyperbolic)구성함수, 역쌍곡선(hyperbolic inverse)구성함수, 부분선형(piecewise linear)구성함수를 이용하여 의사결정자의 다양한 퍼지목표를 정량화한다.

만약  $\mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha$ 가 지수구성함수 형태로 선택되면

$$\mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\alpha = u_i [1 - \exp(-w_i (f_i(x, \tilde{a})_\alpha^{\max} - f_i(x, \tilde{a})_\alpha^L)) / (f_i(x, \tilde{a})_\alpha^{\max} - f_i(x, \tilde{a})_\alpha^{\min})]$$

로 주어진다.  $f_1(x, \tilde{a})_\alpha^{\min}$ 과  $f_1(x, \tilde{a})_\alpha^{\max}$ 는 의사결정자와의 대화를 통하여 얻어질 수도 있지만 그렇게 되면 대화과정에서 의사결정자에게 요구하는 정보량이 너무 많아져 의사결정자에게 부담을 초래할 수 있으므로 본 연구에서는 식 (15), (16)을 해결하여 얻는다.

$$\min f(x, \tilde{a})_\alpha^L = (f_1(x, \tilde{a}_1)_\alpha^L, f_2(x, \tilde{a}_2)_\alpha^L, \dots, f_k(x, \tilde{a}_k)_\alpha^L) \quad (15)$$

subject to

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js})_\alpha^L x_s \leq (\tilde{c}_j)_\alpha^U, \quad j=1, \dots, m, \quad s=1, \dots, q_j.$$

$$\max f_1(x, \tilde{a})_\alpha^U \quad (16)$$

subject to

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js})_\alpha^L x_s \leq (\tilde{c}_j)_\alpha^U, \quad j=1, \dots, m, \quad s=1, \dots, q_j.$$

이제  $\tau$ 를 퍼지목표들과 퍼지계수들을 고려하는 상황에서 해  $(x)_\alpha^\beta$ 에 대한 비절충적인 전체만족도로 둔다.

$$\tau = \alpha = \beta \quad (17)$$

식 (14)와 (17)으로부터  $\tau$ 의 값은  $\alpha$ 를 모수적으로 고찰함으로써 얻어질 수 있다.  $\alpha$  값의 감소는  $\beta$  값의 증가를 가져오게 된다. 그러나  $\alpha = \beta$ 가 될 때까지의 많은 반복은 계산상의 어려움을 제공하므로 본 연구에서는 이분법(bisection method)을 이용하여  $|\alpha - \beta| \leq 0.01$ 일 경우에 결과를 비절충적 만족해로 취한다. 여기서 얻어진 해는 Zimmermann과 Zysno[16]가 제시한  $\gamma$ -연산자의  $\gamma = 0$  즉, 절충이 전혀없는 경우의 해이다.

$$\mu_D(\mu_f(x)) = (\prod_{i=1}^n \mu_{f_i}(x))^{1-\gamma} (1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{f_i}(x)))^\gamma, \quad (0 \leq \gamma \leq 1) \quad (18)$$

절충이 없는 경우에는 일반적으로 보다 높은 수행도(performance)를 가지는 목적들에만 관심을 가지고 수행도가 낮은 목적들은 거의 고려하지 않는다는 단점을 가지고 있고 현실에서 발생하는 대부분의 의사결정들은 절충이 없는 것도 아니고 완전한 절충이 이루어지는 것도 아니기 때문에 본 연구에서는 산출된 비절충해를 기초로 절충된 만족해를 산출한다.

$$\max \mu_D(\mu_f(x)) = (\prod_{i=1}^n \lambda_i)^{1-\gamma} (1 - \prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i))^\gamma \quad (19)$$

subject to

$$\lambda_i = \mu_{f_i}(x, \tilde{a})_\tau$$

$$\sum_{s=1}^{q_j} (\tilde{b}_{js})_\tau^L x_s \leq (\tilde{c}_j)_\tau^U, \quad j=1, \dots, m, \quad s=1, \dots, q_j$$

$$\mu_D(\mu_f(x)) \in [0, 1]$$

여기서 의사결정함수로서  $\gamma$ -연산자를 사용하는 이유는  $\gamma$ -연산자는 구성값들의 교집합을 반영하고 의사결정과정에서 발생하는 불확실성을 제거할 수 있는 절충연산자이기 때문이다. 절충된 만족해는  $\gamma$  값의 모수변화를 통하여 각 퍼지목표들에 대한 만족정도가 의사결정함수값에 최대한 근접된 경우에 산출된다. 본 연구에서는 의사결정자가 이미 각 목적함수에 대하여 다양한 선호구조를 표현하였으므로 이러한 선호구조하에서 의사결정함수 즉, 전체만족수준에 각 목적의 구성정도가 가장 근접된 해가 절충된 만족해로서 취해질 수 있다. 이를 위한 기준척도는 식 (20)에서 나타나는 해밍거리(hamming distance)를 이용한다.

$$\text{Hamming distance} = \sum_{i=1}^n |\mu_D(\mu_f(x)) - \mu_f(x)| \quad (20)$$

3. 수치예

목표들이 모호하고 정식에 포함되는 계수들이 모호한 경우 이를 효과적으로 해결하여 절충해를 산출하기 위한 방법을 설명하기 위하여 Sakawa와 Yano[13]가 사용한 수치예를 고려한다.

$$\begin{aligned} \min f_1(x, \tilde{a}_1) &= (x_1 + 5)^2 + \tilde{a}_{11}x_1^2 + 2(x_3 - \tilde{a}_{12})^2 \\ \min f_2(x, \tilde{a}_2) &= \tilde{a}_{21}(x_1 - 45)^2 + (x_2 + 15)^2 + 3(x_3 + \tilde{a}_{22})^2 \\ \min f_3(x, \tilde{a}_3) &= \tilde{a}_{31}(x_1 + 20)^2 + \tilde{a}_{32}(x_2 - 45)^2 + (x_3 + 15)^2 \end{aligned}$$

subject to

$$x \in X = \{(x_1, x_2, x_3) \mid \tilde{b}_{i1}x_1^2 + \tilde{b}_{i2}x_2^2 + \tilde{b}_{i3}x_3^2 \leq 100, 0 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, 3\}$$

모든 퍼지수들에 대한 정보는 표 1에서 요약된다.

표 1. 수치예에 대한 퍼지수들

계수	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	좌	우
$\tilde{a}_{11}$	3.8	4.0	4.0	4.3	L	E
$\tilde{a}_{12}$	48.5	50.0	50.0	52.0	E	E
$\tilde{a}_{21}$	1.85	2.0	2.0	2.2	E	L
$\tilde{a}_{22}$	18.2	20.0	20.0	22.5	L	E
$\tilde{a}_{31}$	2.9	3.0	3.0	3.15	E	L
$\tilde{a}_{32}$	4.7	5.0	5.0	5.35	L	L
$\tilde{b}_{11}$	0.9	1.0	1.0	1.1	E	E
$\tilde{b}_{12}$	0.8	1.0	1.0	1.2	E	E
$\tilde{b}_{13}$	0.85	1.0	1.0	1.15	E	L
$\tilde{c}_1$	90	100	100	105	L	L

표 1에서 퍼지수  $\tilde{a}_{11}$ 을 표현하는 좌의 L과

우의 E는 좌측의 구성함수형태가 선형구성함수, 우측의 구성함수형태가 지수구성함수임을 나타낸다. 주어진  $\alpha$  값에 대한 퍼지수의 구성정도가 표 2에서  $\tilde{a}_{22}$ 를 한 예로 제시된다.

표 2. 퍼지수  $\tilde{a}_{22}$ 의 구성정도

$\alpha$	선형구성정도(좌측)	지수구성정도(우측)
0	18.20	22.5000
0.1	18.38	21.3478
0.2	18.56	21.3057
0.3	18.74	21.2810
0.4	18.92	21.2636
0.5	19.10	21.2500
0.6	19.28	21.2389
0.7	19.46	21.2296
0.8	19.64	21.2214
0.9	19.82	21.2143
1.0	20.00	20.0000

예를 들어  $\alpha = 0.7$ 로 두자.  $f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min}$ 과  $f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max}$ 는 식(21), (22)을 해결함으로써 얻어질 수 있다.

$$\min f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^L = (x_1 + 5)^2 + 3.94x_1^2 + 2(x_3 - 49.5611)^2 \quad (21)$$

subject to

$$\begin{aligned} 0.9707x_1^2 + 0.9415x_2^2 + 0.9262x_3^2 &\leq 101.5 \\ 0 \leq x_i &\leq 10, i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

$$\max f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^U = (x_1 + 5)^2 + 4.0878x_1^2 + 2(x_3 - 50.9836)^2 \quad (22)$$

subject to

$$\begin{aligned} 0.9707x_1^2 + 0.9415x_2^2 + 0.9262x_3^2 &\leq 101.5 \\ 0 \leq x_i &\leq 10, i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$



이때  $f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min} = 3155.1613$ ,  $f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max} = 5677.5235$ . 다른 목적함수에 대하여 문제를 해결하면

$$f_2(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min} = 3757.2979, f_2(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max} = 7422.8036$$

$$f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min} = 7420.0704, f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max} = 13373.5160$$

주어진  $\alpha$  값에 기초를 두고 각 목적함수에 대한 의사결정자의 퍼지목표들은 의사결정자와의 대화를 통하여 상응하는 구성함수를 유도함으로써 정량화될 수 있다. 의사결정자에 의하여 선택된 목적함수에 대한 구성함수의 형태와 평가치가 표 3에 나타나는 것과 같다고 가정한다.

$$0.9707x_1^2 + 0.9415x_2^2 + 0.9262x_3^2 \leq 101.5$$

$$0 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, 3.$$

$$\beta \in [0, 1]$$

식 (23)을 해결하면  $\beta = 0.21768978$ ,  $\lambda_1 = 0.55559241$ ,  $\lambda_2 = 0.49428496$ ,  $\lambda_3 = 0.79269175$ ,  $x_1 = 7.1673277$ ,  $x_2 = 5.6320891$ ,  $x_3 = 4.8472771$ ,  $f_1(x, \tilde{a})_{0.7} = 4271.674260993$ ,  $f_2(x, \tilde{a})_{0.7} = 4998.001745684$ ,  $f_3(x, \tilde{a})_{0.7} = 10181.46961157$ 이 된다. 유사한 방식에서 주어진  $\alpha$ 에 대하여 해를 얻을 수 있다. 표 4에서 수행결과들이 요약된다.

표 3. 선택된 구성함수의 형태 및 평가치( $\alpha=0.7$ )

목적 함수	구성함수 형태	평가치
$f_1(x, \tilde{a})$	선형	$(f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min}, f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max})$ = (3155.1613, 5667.5235)
$f_2(x, \tilde{a})$	지수	$(f_2(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min}, f_2(x, \tilde{a})_{0.7}^{0.5}, f_2(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max})$ = (3757.2979, 4980, 7422.8036)
$f_3(x, \tilde{a})$	쌍곡선	$(f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^{\min}, f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^{0.5}, f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^{0.25}, f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^{\max})$ = (7420.0704, 11390, 12380, 13373.5160)

여기서  $f_i(x, \tilde{a})_{\alpha}^d$ 는 주어진  $\alpha$  값에서 구성정도가  $d$ 인  $i$ 번째 목적함수값이다. 이때 식 (14)는 식 (23)으로 변환된다.

$$\max \beta = \prod_{i=1}^3 \lambda_i \tag{23}$$

subject to

$$\lambda_1 = (5667.5235 - f_1(x, \tilde{a})_{0.7}^L) / 2512.3622$$

$$\lambda_2 = -0.3100(1 - \exp(1.4412((7422.8036 - f_2(x, \tilde{a})_{0.7}^L) / 3665.5057)))$$

$$\lambda_3 = 0.5 \tanh((f_3(x, \tilde{a})_{0.7}^L - 11390) \times (-0.0005549)) + 0.5$$

표 4에서 보는 바와 같이 퍼지계수들의 실행가능성  $\alpha$ 가 증가하면 현실성이 떨어지므로  $\alpha$  - 수준의 실행가능계수들에 기초를 두고 모든 퍼지목표들을 만족시키는 정도(degree)  $\beta$ 는 감소하게 된다. 본 연구에서는  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 차에 대한 허용오차를 0.01로 두었으므로  $\alpha = 0.27$ ,  $\beta = 0.27193382$ 일 때 비절충해에 도달하게 된다.

비절충해를 산출하는  $\alpha$  값에 기초를 두고 절충해를 산출하기 위하여 식 (24)와 같이 정식화한다.

표 4. 수치예의 결과들

$\alpha$	0.0	0.1	0.2	0.27	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\beta$	0.3320	0.2948	0.2817	0.2719	0.2696	0.2670	0.2433	0.2309	0.2176	0.2048	0.1901	0.1494
	9212	7166	6896	3382	4209	2279	9933	4530	8978	6323	0202	1133
$\lambda_1$	0.6500	0.6218	0.6114	0.6037	0.6019	0.5890	0.5794	0.5671	0.5555	0.5429	0.5297	0.4869
	4675	2266	2431	0258	3106	8492	4651	9429	9241	4104	7006	0640
$\lambda_2$	0.6088	0.5747	0.5621	0.5524	0.5495	0.5606	0.5228	0.5093	0.4942	0.4788	0.4618	0.4095
	0844	3734	4520	7504	4785	4138	2674	3140	8496	8730	9746	1081
$\lambda_3$	0.8391	0.8250	0.8197	0.8153	0.8151	0.8085	0.8034	0.7994	0.7926	0.7879	0.7768	0.7493
	3784	8193	8872	1893	4604	0978	3035	2335	9175	1257	7967	2926
$f_1(x, \bar{a})_a^{\min}$	2989.	3012.	3035.	3051.	3058.	3082.	3106.	3130.	3155.	3180.	3205.	3225.
	5000	1811	1662	4516	4884	1355	1250	4612	1613	2297	6695	0000
$f_1(x, \bar{a})_a^{\max}$	5943.	5744.	5728.	5719.	5715.	5706.	5691.	5679.	5667.	5654.	5640.	5433.
	4815	5741	6858	3297	4982	2706	4317	6184	5235	7777	3956	3323
$f_2(x, \bar{a})_a^{\min}$	3484.	3522.	3560.	3587.	3599.	3638.	3677.	3717.	3757.	3797.	3838.	3875.
	9704	7306	8086	7501	3253	2818	5550	2678	2979	7664	6747	0000
$f_2(x, \bar{a})_a^{\max}$	8023.	7720.	7665.	7630.	7615.	7566.	7518.	7470.	7422.	7377.	7330.	7002.
	7501	4943	8577	1798	2765	3106	2984	8640	8036	2321	8281	9412
$f_3(x, \bar{a})_a^{\min}$	7142.	7179.	7235.	7261.	7272.	7309.	7346.	7383.	7420.	7456.	7493.	7550.
	5004	6906	1206	1251	2700	3002	2499	1602	0704	9406	8098	0010
$f_3(x, \bar{a})_a^{\max}$	14037.	13939.	13846.	13781.	13753.	13659.	13565.	13470.	13373.	13274.	13176.	13077.
	4220	1450	4350	3180	3560	7320	4070	1340	5160	9940	4140	9410
$x_1$	7.9966	7.8270	7.7088	7.6453	7.6030	7.5088	7.3831	7.2791	7.1673	7.0561	6.9347	6.8146
	076	119	158	096	254	544	813	616	277	593	343	133
$x_2$	5.4748	5.3705	5.4294	5.4490	5.4568	5.5081	5.5552	5.5958	5.6320	5.6697	5.7130	5.5644
	830	921	384	369	203	205	159	817	891	099	062	891
$x_3$	5.2539	5.2539	5.1657	5.1144	5.1139	5.0230	4.9798	4.9062	4.8472	4.7825	4.7225	4.7526
	527	527	625	258	826	344	853	593	771	963	665	665
$f_1(x, \bar{a})_a$	4023.255	4045.510	4081.802	4108.724	4116.161	4159.199	4193.384	4233.750	4271.674	4311.244	4350.550	4358.081
	527530	335225	910743	867490	381764	713239	940557	942026	260993	329442	693520	634402
$f_2(x, \bar{a})_a$	4602.599	4663.366	4719.790	4754.798	4775.041	4824.637	4885.962	4940.178	4998.001	5055.639	5116.441	5177.229
	106800	043594	975010	783119	055569	332665	745732	915555	745684	960725	890883	235081
$f_3(x, \bar{a})_a$	10025.77	10118.79	10123.26	10136.83	10141.28	10150.23	10157.29	10168.90	10181.46	10193.20	10201.15	10323.03
	538477	228231	332640	653811	874409	141057	093204	796729	961157	829294	707523	590376

$$\max \mu_D(\mu_f(x)) = \frac{(\prod_{i=1}^3 \mu_{f_i}(x))^{1-\gamma} (1 - \prod_{i=1}^3 (1 - \mu_{f_i}(x)))^\gamma}{(1 - \mu_{f_i}(x))^\gamma} \quad (24) \quad 0.9267x_1^2 + 0.8534x_2^2 + 0.9228x_3^2 \leq 103.65$$

subject to

$$\mu_{f_1}(x) = (5719.3297 - f_1(x, \bar{a})_{0.27}^L) / 2667.8781$$

$$\mu_{f_2}(x) = -0.3038(1 - \exp(1.4568((f_2(x, \bar{a})_{0.27}^L - 11610) \times (f_2(x, \bar{a})_{0.27}^L) / 4042.4297)))$$

$$\mu_{f_3}(x) = 0.5 \tanh((f_3(x, \bar{a})_{0.27}^L - 11610) \times (-0.0005040)) + 0.5$$

$$0 \leq x_i \leq 10, i = 1, 2, 3$$

$$\mu_{f_1}(x), \mu_{f_2}(x), \mu_{f_3}(x) \in [0, 1]$$

$\gamma$  값의 모수변화에 의하여 산출된 절충해들이 표 5에서 보여진다.

표 5에서 보는 바와 같이 각 목적의 만족

표 5. 절충해 집합

$\mu_{f_1}(x)$	$\mu_{f_2}(x)$	$\mu_{f_3}(x)$	$\mu_D(\mu_f(x))$	$\gamma$	hamming distance
0.60370258	0.55247504	0.81531893	0.27193382	0.00	1.15569509
0.60316234	0.55297865	0.81531667	0.27540990	0.01	1.14522796
0.60387226	0.55219282	0.81550591	0.27892322	0.02	1.13480133
0.60361749	0.55230262	0.81568859	0.28248548	0.03	1.12415226
0.60366852	0.55214544	0.81585051	0.28609271	0.04	1.11338634
0.60321732	0.55250567	0.81593006	0.28974686	0.05	1.10241247
0.60369202	0.55192622	0.81614941	0.29344942	0.06	1.09141939
0.60366385	0.55184956	0.81629115	0.29719409	0.07	1.08022229
0.60366457	0.55174097	0.81644949	0.30098965	0.08	1.06888608
0.60309087	0.55219917	0.81655774	0.30483714	0.09	1.05733636
0.60373558	0.55125822	0.81705982	0.30872647	0.10	1.04587421
0.60339320	0.55169248	0.81689313	0.31267318	0.11	1.03395927
0.60303252	0.55185409	0.81713115	0.31666374	0.12	1.02202654
0.60318877	0.55164551	0.81722581	0.32070800	0.13	1.00993609
0.60362259	0.55112000	0.81741278	0.32480418	0.14	0.99774283
0.60311394	0.55150971	0.81753206	0.32895597	0.15	0.98528780
0.60357713	0.55092224	0.81776056	0.33315444	0.16	0.97279661
0.60339928	0.55089999	0.81804001	0.33741378	0.17	0.96009794
0.60358567	0.55059605	0.81823140	0.34172298	0.18	0.94724418
0.60357579	0.55054250	0.81831300	0.34608493	0.19	0.93417650
0.60363601	0.55011631	0.81885092	0.35050608	0.20	0.92108500
0.60355576	0.55026621	0.81873942	0.35498359	0.21	0.90761062
0.60291889	0.55078159	0.81883847	0.35951912	0.22	0.89398159
0.60297172	0.55050570	0.81916639	0.36411205	0.23	0.88030766
0.60354923	0.54985729	0.81933791	0.36876331	0.24	0.86645450
0.60352600	0.54968648	0.81962288	0.37347779	0.25	0.85240199

표 5. 절충해 집합 (계속)

$\mu_{I_1}(x)$	$\mu_{I_2}(x)$	$\mu_{I_3}(x)$	$\mu_D(\mu_I(x))$	$\gamma$	hamming distance
0.60278724	0.55018753	0.81986653	0.37824685	0.26	0.83810075
0.60291028	0.54991630	0.82009354	0.38307958	0.27	0.82368138
0.60412173	0.54857519	0.82042508	0.38797277	0.28	0.80920369
0.60358771	0.54899765	0.82052079	0.39293142	0.29	0.79431189
0.60312208	0.54928306	0.82068793	0.39794047	0.30	0.77927166
0.60322011	0.54897795	0.82103736	0.40304105	0.31	0.76411227
0.60280289	0.54913058	0.82135522	0.40818867	0.32	0.74872268
0.60305522	0.54878434	0.82152696	0.41340805	0.33	0.73314237
0.60356315	0.54808084	0.82185812	0.41868835	0.34	0.71743706
0.60319142	0.54823561	0.82212832	0.42404269	0.35	0.70142728
0.60348838	0.54775979	0.82240873	0.42945931	0.36	0.68527897
0.60282455	0.54812993	0.82274343	0.43494915	0.37	0.66885046
0.60294960	0.54780611	0.82303951	0.44050940	0.38	0.65226702
0.60368563	0.54686963	0.82340897	0.44613974	0.39	0.63554501
0.60537391	0.54468417	0.82427389	0.45182525	0.40	0.61885622
0.60338549	0.54661973	0.82414365	0.45762045	0.41	0.60128752
0.60300715	0.54680982	0.82437147	0.46347551	0.42	0.58376191
0.60277477	0.54666291	0.82486238	0.46939826	0.43	0.56610528
0.60387032	0.54556011	0.82500289	0.47539951	0.44	0.54823479
0.60311002	0.54587256	0.82553467	0.48148034	0.45	0.53007623
0.60305758	0.54561757	0.82592003	0.48762604	0.46	0.51171706
0.60286556	0.54550910	0.82631147	0.49386313	0.47	0.49309674
0.60357477	0.54419585	0.82726021	0.50019163	0.48	0.47445594
0.60310434	0.54464794	0.82722935	0.50659143	0.49	0.45520734
0.60411568	0.54323005	0.82790566	0.51307101	0.50	0.43603836
0.60297079	0.54397988	0.82827512	0.51962563	0.51	0.41634890
0.60303346	0.54367588	0.82861240	0.52627582	0.52	0.39649428
0.60283908	0.54319403	0.82953590	0.53302194	0.53	0.37650319
0.60274253	0.54304018	0.82986551	0.53984570	0.54	0.35611112
0.60398819	0.54138682	0.83056198	0.54675501	0.55	0.33567196
0.60353924	0.54166973	0.83073185	0.55375610	0.56	0.31467252
0.60409475	0.54053199	0.83157666	0.56084594	0.57	0.29366558
0.60298610	0.54106539	0.83222220	0.56803368	0.58	0.27217265
0.60397035	0.53959501	0.83298084	0.57530766	0.59	0.25062322
0.60290849	0.54010478	0.83358421	0.58267925	0.60	0.22855973
0.60306525	0.53945753	0.834238700	0.59014249	0.61	0.20633401
0.60361801	0.53841465	0.834944850	0.59770539	0.62	0.18386134
0.60312032	0.53821792	0.835799960	0.60537116	0.63	0.16102472
0.60592276	0.53469856	0.837054410	0.61312569	0.64	0.13829866
0.60272759	0.53685346	0.838009270	0.62099369	0.65	0.11460925

표 5. 집중해 집합 (계속)

$\mu_1(x)$	$\mu_2(x)$	$\mu_3(x)$	$\mu_D(\mu_1(x))$	$\gamma$	hamming distance
0.60577043	0.53353811	0.83871060	0.62895404	0.66	0.09115702
0.60283539	0.53566157	0.83936684	0.63702054	0.67	0.06680218
0.60406604	0.53386521	0.84026838	0.64521134	0.68	0.04256561
0.60303079	0.53394019	0.84130899	0.65348318	0.69	0.01783043
0.60429774	0.53174227	0.84265169	0.66188866	0.70	0.00697428
0.60586258	0.52928252	0.84389848	0.67037845	0.71	0.03209177
0.60627754	0.52774854	0.84531644	0.67899677	0.72	0.05764779
0.60402403	0.52910091	0.84619049	0.68775049	0.73	0.08393604
0.60313099	0.52855314	0.84778289	0.69659170	0.74	0.11030808
0.60646324	0.52395798	0.84966069	0.70555546	0.75	0.13658447
0.60320395	0.52607312	0.85067621	0.71466884	0.76	0.16405324
0.60701704	0.52081151	0.85275266	0.72386641	0.77	0.19101802
0.60685496	0.51934156	0.85460819	0.73321255	0.78	0.21883294
0.60690704	0.51762536	0.85649009	0.74268552	0.79	0.24703407
0.60423233	0.51813698	0.85860050	0.75229893	0.8	0.27592698
0.62300816	0.49850111	0.86154114	0.76187122	0.81	0.30256325
0.60387287	0.51443713	0.86296736	0.77192765	0.82	0.33450559
0.61284467	0.50367454	0.86584780	0.78192698	0.83	0.36341393
0.60874590	0.50468487	0.86767819	0.79186935	0.84	0.39449909
0.60434606	0.50551186	0.87170478	0.80246083	0.85	0.42581979
0.60408435	0.50286290	0.87453170	0.81295382	0.86	0.45738251
0.61064036	0.49330364	0.87788757	0.82355015	0.87	0.48881888
0.60692533	0.49099340	0.88322310	0.83444627	0.88	0.52219698
0.60998455	0.48470873	0.88617928	0.84541714	0.89	0.55537886
0.60442880	0.48270247	0.89201849	0.85665593	0.90	0.59081803
0.61280140	0.46914039	0.89717150	0.86814462	0.91	0.62532057
0.60487219	0.46737988	0.90350031	0.87979821	0.92	0.66364225
0.60803528	0.45485305	0.91026598	0.89176044	0.93	0.70212701
0.62143986	0.43839958	0.91274008	0.90384189	0.94	0.73894615
0.61291992	0.42820659	0.92406145	0.91673651	0.95	0.78502157
0.61936126	0.41453227	0.92753369	0.92957691	0.96	0.82730351
0.62189167	0.40895295	0.92607956	0.94220144	0.97	0.86968014
0.60590483	0.37314279	0.95034097	0.95805309	0.98	0.94477068
0.60329429	0.35481697	0.95625484	0.97335208	0.99	1.00569014
0.57058235	0.31200584	0.96731478	0.99034354	1.00	1.12112765

수준이 전체만족수준까지 도달하는 즉, 의사결정과정에서 발생하는 불확실성이 제거된 상태에서 피지목표들의 좋은 균형을 이루는 최적절충값은  $\gamma = 0.54$  일 때이다. 이때의 각 목적함수값과 의사결정변수값은  $f(x) = 4111.28600$ ,  $f_1(x) = 4758.54298$ ,  $f_2(x) = 10037.90207$ ,  $x_1 = 7.50029$ ,  $x_2 = 5.65026$ ,  $x_3 = 5.12813$ 이다.

여기서 최소의 해밍거리를 이끄는 절충값은  $\gamma = 0.7$ 이다. 이론적으로는 각 목적의 성취수준은 의사결정함수값까지는 도달하여야 하지만 현실세계에서의 의사결정은 그렇지 아니한 경우도 종종 발생한다. 현재 의사결정과정에서 발생하는 불확실성을 규명하기 위하여 많은 실험적 연구가 수행되고 있지만 아직까진 정확히 밝혀진 바가 없으므로 본 연구에서는 이론적인 최적을 기준으로 각 목적에 대한 의사결정자의 만족수준을 반영하는 최적절충해를 산출한다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 정식화과정에서 발생하는 전문가의 모호성과 각 목표에 대한 의사결정자의 모호성을 모두 반영하는 상태에서 효과적으로 다목적 비선형계획문제를 해결하여 최적절충해를 이끄는 방법을 제시하였다. 본 연구에서 제시한 방법은 대화과정이 간단하기 때문에 의사결정자에게 부담을 적게 줄 수 있고 각 목적에 대한 의사결정자의 다양한 선호정보를 유도할 수 있으며  $\gamma$ -연산자를 사용함으로써 각 목적에 대한 만족수준간의 교차효과를 고려할 수 있다. 또한 의사결정과정에서 발생하는 불확실성을 제거하고 주어진 선호정보하에서 모든 목적들의 만족

수준이 전체시스템의 만족수준에 균형적으로 접근된 절충해를 이끌 수 있다는 장점이 있다. 추후 제시된 방법을 다목적성을 가지는 현실의 제반시스템에 실제 적용하는 연구가 계속적인 연구과제로 남아있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Ambrose Goicoechea, Don R. Hans and Lucien Duckstein, *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications*, John Wiley and Sons, New York, pp. 40-91, 1982.
- [2] Bellman, R. E. and Zadeh, L. A., "Decision-Making in a Fuzzy Environment", *Management Science*, Vol. 16, pp. 357-369, 1985.
- [3] Dubios, D. and Prade, H., *Fuzzy Sets and System Theory and Application*, Academic Press, New York, 1980.
- [4] Fung, L. W. and Fu, K. S., "An Axiomatic Approach to Rational Decision Making in the Fuzzy Environment", *Fuzzy Sets and their Applications to Cognitive and Decision process*, pp. 227- 256, 1975.
- [5] James, L. and Joe, H.M., *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill, New York, pp. 412-463, 1973.
- [6] Li., R. J., "Multiple Objective Decision Making in a Fuzzy Environment", Ph.D., The Kansas University, 1990.
- [7] Luhandjula, M. K., "Multiple Objective Programming Problems with Possibilistic Coefficients", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.

- 21, pp. 135-145, 1987.
- [8] Mitsuo, G. and Masato, S., "An Extension of Interactive Method for Solving Multiple Objective Linear Programming with Fuzzy Parameters", *Computer and Industrial Engineering*, vol. 25, pp. 9-12, 1993.
- [9] Rao, T. R., Tiwari, R. N. and Mohanty, B. K., "A Method for Finding Numerical Compensation for Fuzzy Multicriteria Decision Problem", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 25, pp. 33-41, 1988.
- [10] Sakawa, M. "Interactive Computer Programs for Fuzzy Linear Programming with Multiple Objectives", *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 18, pp. 489-503, 1983.
- [11] Sakawa, M. and Yano, H., "Interactive Fuzzy Decision Making for Multiobjective Nonlinear Programming using Reference Membership Intervals", *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 23, pp. 407-421, 1985.
- [12] Sakawa, M. and Yano, H., "Interactive Fuzzy Decision Making for Multiobjective Nonlinear Programming Problems with Fuzzy Parameters", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 29, pp. 315-326, 1989.
- [13] Sakawa, M. and Yano, H., "An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Multiobjective NonLinear Programming Problems with Fuzzy Parameters", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 30, pp. 221-238, 1989.
- [14] Sakawa, M. and Yano, H., "An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Generalized Multiobjective Linear Programming Problems with Fuzzy Parameters", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 35, pp. 125-142, 1990.
- [15] Tanaka, M. and Asai, K., "Fuzzy Linear Programming with Fuzzy Numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 13, pp. 1-10, 1984.
- [16] Zimmermann, H. J. and Zysno, P., "Latent Connective in Human Decision Making", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 4, pp. 37-51, 1980.
- [17] Zimmermann, H. J. and Zysno, P., "On the Suitability of Minimum and Product Operators for the Intersection of Fuzzy Sets", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 2, pp. 167-180, 1979.
- [18] Zimmermann, H. J., *Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems*, Kluwer Academic Publishers, Boston, pp. 213-254, 1991.