
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 34 卷 第 1 號 1997 年 2 月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 34, No. 1, February 1997

수면 관통 평판주위 유동에 미치는 파의 영향 및 자유표면 경계조건에 대한 연구

최정은*, F. Stern**

Effects of Waves and Free-Surface Boundary Conditions on the Flow A Surface-Piercing Flat Plate

by

Jung-Eun Choi* and F. Stern**

요 약

작은 파 기울기($Ak=0.01$)를 갖는 Stokes 파/평판의 경계층 및 반류에 대하여 엄밀 및 근사 자유표면 경계조건을 적용하여 Navier-Stokes 식을 수치해석하였다. 거시유동에서는 외부 흐름 압력 변화가 유선방향의 속도 성분을 가속 혹은 감속시키며 교차 유동의 방향 변화를 야기시킨다. 특히 반류는 역압력기울기 영역에서보다 순압력기울기 영역에서 그 반응이 크며 정수 중에서의 값을 평균치로 하지 않고 편향되는 반류 편향 특성을 갖는다. 미시유동에서는 자유표면 경계조건이 경계층 및 근접/중간 반류영역에서 큰 영향을 미친다. 차수크기 추정은 계산 결과와 잘 일치하였으며 근사 자유표면 경계조건은 상당한 오차를 유발시킴을 알 수 있다.

Abstract

Computational results from Navier-Stokes equations are presented for the Stokes-wave/flat-plate boundary-layer and wake for small wave steepness($Ak=0.01$), including exact and approximate treatments of the viscous free-surface boundary conditions. The macro-scale flow indicate that the variations of the external-flow pressure gradients cause acceleration or deceleration of the streamwise velocity component and alternating direction of the cross flow.

발 표 : 1994년도 대한조선학회 춘계연구발표회 ('94. 4. 22)

접수일자 : 1996년 5월 31일, 재접수일자 : 1996년 12월 4일

* 정회원, 현대중공업 선박해양연구소

** IOWA 대학교 기계공학과

Remarkably, the wake displays a greater response, i.e., a bias with regard to favorable as compared to adverse pressure gradients. The micro-scale flow indicates that the free-surface boundary conditions have a profound influence over the boundary layer and near/intermediate wake. Order-of-magnitude estimates are conformed to the computational results. And appreciable errors are introduced through approximations to the free-surface boundary conditions.

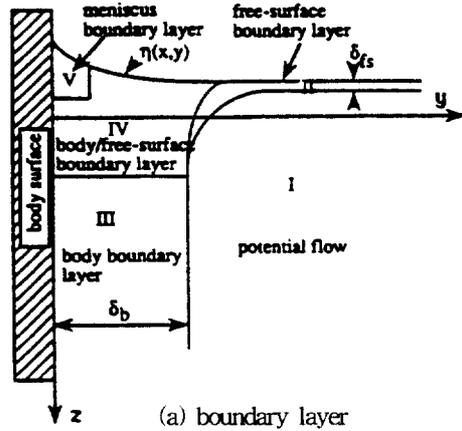
1. 서론

선체 경계층 및 반류는 자유표면 및 파에 의해 영향을 받는다. 파형, 쇄파, 파 유기 박리, 난류/와도/자유표면 상호작용 등은 추진성능, 추진기-선체 상호작용 등과 밀접한 관계가 있다. 본 연구는 층류에서의 Stokes 파/평판주위 유동에 대한 파 효과와 자유표면에 아주 가까운 부분의 유동 특성을 점성 자유표면 경계조건을 사용하여 해석하였다. 본 연구의 순서는 주제에 대한 차수크기 추정을 포함한 물리적 현상, 계산 방법, 계산 조건, 격자 및 불확실성, 그리고 계산 결과 및 토의이다.

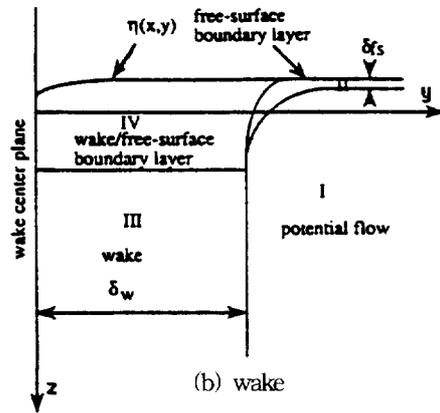
2. 물리적 현상

비압축성 점성유체를 정속 U_0 로 향해하는 배에 대한 경계층 및 반류를 단순화 시켜서 Stokes 파와 같은 속도로 움직이는 수면 관통 평판으로 이상화시킬 수 있다. 이와 같은 수직 평판에 대한 경계층 및 반류와 자유표면 접합 부분의 유동은 그림 1과 같이 5개의 영역으로 나누어 생각할 수 있다[1].

즉, (I) 이상유체 (II) 자유표면 경계층 (III) 경계층 및 반류 (IV) 고체/자유표면 및 반류 (V) 초생달형 경계층이다. 영역 I의 유동현상에 대해서는 이론적 해석 혹은 수치해석 해가 잘 알려져 있다. 영역 II의 경우 층류에 대해서는 해석 해가 나와 있다[2]. 영역 III은 자유표면 효과가 외부 흐름 압력 분포의 변화로 나타난다. 영역 IV는 외부 흐름 압력 분포와 자유표면 경계조건 효과의 효과가 모두 나타난다. 영역 V는 표면 장력 및 자유표면과 물체표면 접촉선 효과가 나타나나, 그 현상에 대해서는 별로 밝혀진 바가 없다.



(a) boundary layer



(b) wake

Fig.1 Flow-field regions

본 연구에서는 영역 III과 IV의 유동현상에 대해 자세히 언급하고자 한다. 차수크기 추정은 무차원화된 계수인 파 기울기(Ak/ϵ)가 주요 변수이고, 각 영역에서의 차수크기 추정 비교는 표 1에 잘 나타나 있다. 여기서 Ak 는 파 기울기이고 ϵ 는 평판 길이로 무차원화 된 경계층 혹은 반류 두께이다. 유도 과정은 [3]에 잘 나타나 있다.

Table 1 Order-of-Magnitude Estimates

region	III		IV	
	blw	fw	blw	fw
U	1	1	1	1
∂U	1	Ak	1	Ak
V	ϵ	ϵ/x	ϵ	ϵ/x
W	Ak	Ak	Ak	Ak
p			Ak/Fr	Ak/Fr ²
η			Ak	Ak
η_x			Ak	Ak
η_y			Ak/ ϵ	Ak
$\partial/\partial x$	1	1/x	1	1/x
$\partial/\partial y$	1/ ϵ	1/($\epsilon\sqrt{x}$)	1/ ϵ	1/($\epsilon\sqrt{x}$)
$\partial/\partial z$	1	1/x		1/x
U _z	1	Ak/x	Ak/ ϵ	Ak/x
V _z	ϵ	ϵ/x^2	Ak/ ϵ	Ak/($\epsilon\sqrt{x}$)
W _z	Ak	Ak/x	1	Ak/x
ω_x	Ak/ ϵ	Ak/($\epsilon\sqrt{x}$)	Ak/ ϵ	Ak/($\epsilon\sqrt{x}$)
ω_y	1	Ak/x	Ak/ ϵ^2	Ak/x
ω_z	1/ ϵ	Ak/($\epsilon\sqrt{x}$)	1/ ϵ	Ak/($\epsilon\sqrt{x}$)

Note - blw : boundary layer and wake

fw : far wake

3. 계산방법

지배방정식으로는 비압축성, 점성유체에 대한 질량 및 운동량보존식을 이용하였으며, 직교 좌표계(x,y,z)를 사용하였다. 이러한 물리적 영역에서의 지배방정식은 동일한 격자 간격을 갖는 직각 사각형의 계산 영역을 갖는 좌표계(ξ, η, ζ)로 변환되어질 수 있다. 이 변환된 지배방정식은 유한 해석법(finite analytic method)을 사용하면 대수 형태로 치환될 수 있다. 속도-압력의 결합관계를 풀기위해서는 SIMPLER 연산에 기초를 둔 이 단계 반복 과정을 사용하였다. 평균 자유표면 및 자유표면을 고려한 격자를 만들었으며, 이때 격자 생성 방법은 해석적으로 하였다. 격자계로는 엇갈림 격자계를 사용하였다.

입구 평면에서의 경계조건으로 이차원 점성 Stokes 파의 해석해를 사용하였고, 물체표면 경계 조건으로 무활조건을 사용하였다. 출구 평면에 대해서는 축 방향의 확산이 무시될 수 있음($\partial^2 \psi / \partial x^2 = 0$, $\psi = U, V, W$)과 영 기울기조건을 사용하였다($\partial p / \partial x = 0$). 바깥 평면 경계조건으로 이차원 점성 Stokes 파의 해석해를 사용하였다. 자유 표면 경계조건은 크게 운동학 및 동역학적 경계조건으로 나누어 생각할 수 있다. 즉, η 는 유면이며 법선/접선응력은 η 에서 연속이다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \overline{V} \cdot \nabla \eta = 0 \quad (1)$$

$$\tau_{ij} n_j = \tau_{ij}^* n_j \quad (2)$$

여기서 $\eta(x,y)$ 를 자유수면의 파고라 하면, τ_{ij} 와 τ_{ij}^* 는 각각 유체와 외부 응력 텐서이고 n_j 은 η 에 대한 단위 법선 벡터이다.

$$n_j = \frac{(\eta_x, \eta_y, -1)}{\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + 1}} \quad (3)$$

식(1)에 유한차분법을 사용하여 η 를 얻을 수 있다. 여기서 자유표면에서는 외부응력과 표면장력의 효과를 무시하였으므로 다음 식이 만족된다.

$$\tau_{ij} n_j = 0 \quad (4)$$

층류에서의 유체응력 텐서는

$$\tau_{ij} = -p^* \delta_{ij} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

여기서 $p^* = p + z$, p^* 는 전압력, p 는 피에조메트릭 압력이다. 식 (3), (4)와 (5)를 사용하면, p , U 와 V 에 대한 자유표면 경계조건은 각각 다음과 같이 얻어진다.

$$p = -\frac{\eta}{Fr^2} + \frac{2}{Re} \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\eta_x}{Re} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) - \frac{\eta_y}{Re} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial W}{\partial x} - \eta_x Re \left(p + \frac{\eta}{FR^2} \right) + 2\eta_x \frac{\partial U}{\partial x} + \eta_y \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\partial W}{\partial y} - \eta_y Re \left(p + \frac{\eta}{FR^2} \right) + 2\eta_y \frac{\partial V}{\partial y} + \eta_x \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (8)$$

마지막으로 연속방정식으로부터 W에 대한 자유표면 경계조건 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y} \quad (9)$$

식 (6), (7), (8), (9)에 유한차분법을 사용하면 각각 U, V, W 에 대한 자유표면에서의 해를 얻을 수 있다. 층류에서의 엄밀 자유표면 경계조건은 식(6)~(9)로 주어진다. 그러나 대부분의 연구들에서는 위의 엄밀 자유표면 경계조건들을 사용하기보다 문제의 특성에 따라 무시할 수 있는 항들을 고려하지 않고 여러 가지 근사적인 자유표면 경계조건들을 사용하였다. 즉, 평면 자유표면 경계조건은 $\eta_x = \eta_y = 0$ 으로 가정함으로써 아래와 같이 구해진다.

$$p = -\frac{\eta}{Fr^2} + \frac{2}{Re} \frac{\partial W}{\partial z} \quad (10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial W}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\partial W}{\partial y} \quad (12)$$

비점성 자유표면 경계조건은 식 (10)~(12)에 전단응력 항들을 무시함으로써 얻어진다.

$$p = -\frac{\eta}{Fr^2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

영기울기 자유표면 경계조건은 식 (13)과 (9)에 영기울기 조건을 대치함으로써 구해진다.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

위의 엄밀, 혹은 근사 자유표면 경계조건들은 해의 일부인 자유표면 상에서 만족되어야 한다. 그러나 파고가 충분히 작다고 가정하면 위의 자유표면 경계조건들은 1차 Taylor 급수 확장으로 평균 파고 위치($z=0$)에서 적용할 수 있다. 이러한 자유표면 경계조건들은 Taylor 급수 근사라 한다.

4. 계산 조건, 격자 및 불확실성

계산 조건은 평판길이(L)를 기준으로 하여 Reynolds 수(Re)가 105이고, 대표적인 평판경계층 (δb), 자유표면 경계층(δfs) 및 반류(δw) 두께는 각각 0.015, 0.0018 및 0.02이다. 파 기울기 0인 경우의 해를 파 기울기 0.01 계산의 초기조건으로 사용하였다. 우선 깊이 방향으로 격자 간격이 큰 계산 영역을 영기울기 자유표면 경계조건을 적용하여 계산하였다. 자유표면 경계조건의 영향을 조사하기 위하여 격자 간격이 아주 작은 경우를 앞의 계산 결과를 초기 조건으로 하여 계산을 수행하였다. 이 경우 영기울기, 비점성, 평면, 및 엄밀 자유표면 경계조건을 평균 파고($z=0$)와 파 ($z=\eta$)에서 적용하였다. 자유표면이 해의 일부이

므로 매 수렴치마다 자유표면을 따르는 격자는 보통 3번 정도의 반복으로 수렴이 가능하였다. 입구, 출구, 최대 깊이 및 바깥 평면의 위치는 각각 $x=(-0.01, 10.0)$, $z=1.13$ 및 $y=1.26\delta$ 이다. 여기서 δ 는 이차원 평판의 경계층과 반류 두께이다.

격자 간격이 큰 경우 격자 수는 축 방향으로 170개, 횡 방향으로 24개, 깊이 방향으로 9개이다. 평판과 반류 중심면 첫 번째 격자 간격과 평판의 처음과 마지막의 첫 격자 간격은 $y=0.014\delta$, $x=0.016$ 및 $z=0.025\delta$ 이다. 격자 간격이 작은 경우 격자 수는 축 방향으로 179개, 횡축 및 깊이 방향으로 25개이다. 깊이 방향으로 첫 격자 간격은 $z=0.00001\delta$ 이다. 수렴 기준은 첫째로 아래와 같은 잉여치에 기준을 두었다.

$$R(it) = \frac{\sum_i \sum_j \sum_k | |\phi(it)| - |\phi(it-1)| |}{\sum_i \sum_j \sum_k |\phi(it \ell)|} \quad (18)$$

여기서 ϕ 는 속도성분(U,V,W) 및 압력(p)이다. 여기서 it는 반복 횟수이며 it ℓ 은 최종 반복 횟수이다. 둘째로 아래와 같은 동역학적 자유표면 경계조건의 오차를 구하였다.

$$error(z) = p + \frac{\eta}{Fr^2} - \frac{2}{Re} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\eta_x}{Re} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\eta_y}{Re} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (19)$$

$$error(x) = - \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) - \eta_y Re \left(p + \frac{\eta}{Fr^2} \right) + 2\eta_x \frac{\partial U}{\partial x} + \eta_y \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (20)$$

$$error(y) = - \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) - \eta_x Re \left(p + \frac{\eta}{Fr^2} \right) + 2\eta_y \frac{\partial V}{\partial y} + \eta_x \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (21)$$

수렴 기준치로서 $R(it)$ 와 $error(x,y,z)$ 의 값이 10^{-4} 정도의 크기로 정하였다. 파 기울기 0.01인 경우의 오차-막대 도표는 그림 2에 정리하였다.

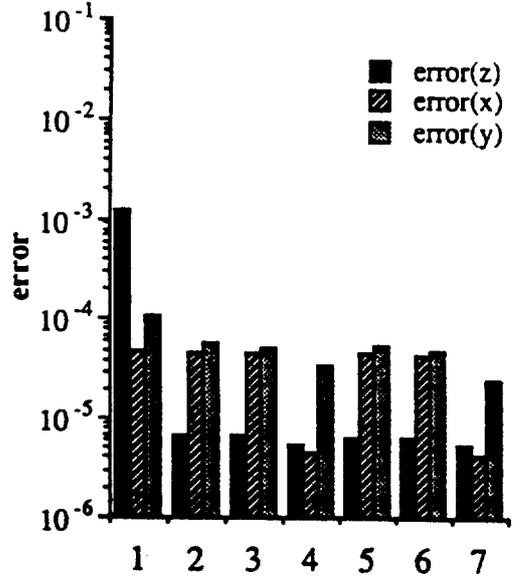


Fig.2 Error-bar chart

그림 2의 x축의 번호는 아래와 같다. 즉, 1 : 영기울기 경계조건($z=0$), 2 : 평면 경계조건($z=0$), 3 : 비점성 경계조건($z=0$), 4 : 엄밀 경계조건($z=0$), 5 : 평면 경계조건($z=\eta$), 6 : 비점성 경계조건($z=\eta$), 7 : 엄밀 경계조건($z=\eta$)이다.

5. 결과 및 토의

파 기울기 0.01인 경우의 영역 III 유동의 거시적 스케일과 영역 IV에서의 미시적 스케일에 대해 검토하고자 한다. 엄밀 및 근사 자유표면 경계조건에 대해 계산을 수행하였으나 여기에 기술한 것은 엄밀 자유표면 경계조건을 적용한 것이다. 그러나 오차-막대 도표에 사용된 것은 위에서 언급한 여러 가지 경계조건에 대하여 적용한 것이다. 파 유효효과를 알아보기 위해 파 기울기가 영이 아닌 해와 영인 해(혹은 깊은 수심의 해)와의 차이점을 주로 다루었다. 즉,

$$\Delta\psi = \psi - \psi(\text{deep}) \quad (22)$$

여기서 ψ 는 상대적 종속 변수 즉, \overline{V} , p , $\overline{\omega}$ 등이다. 영역 III과 IV에서의 차수 크기 추정을 확인하기 위해 관심 있는 식의 각 항들의 상대적 공헌도를 경계층 및 반류에서 평균치($\overline{\psi}$)를 구하여 아래와 같이 표시하였다.

$$\overline{\psi}(x) = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \psi dy \quad (22)$$

여기서 ψ 는 상대 종속 변수, 즉, 식 (6)~(9), 혹은 와도 등이다.

$$\begin{aligned} \Delta\overline{\omega} &= (\Delta\omega_x, \Delta\omega_y, \Delta\omega_z) \\ &= \left(\frac{\partial(\Delta W)}{\partial y} - \frac{\partial(\Delta V)}{\partial z}, \frac{\partial(\Delta U)}{\partial z} - \frac{\partial(\Delta W)}{\partial x}, \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial(\Delta V)}{\partial x} - \frac{\partial(\Delta U)}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

영역 III, IV에서의 차수 크기 추정은 표 1에 잘 정리되어져 있으며 아래 계산치와 잘 맞음을 알 수 있다.

영역 III에서의 유동 해석

그림 3은 자유표면에서의 속도분포 ($\Delta\overline{V}/Ak$)를 축 방향으로 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 유선 방향(ΔU)과 깊이 방향(ΔW) 속도성분으로부터 가속/감속, 위상 및 방향의 변화 등 외부 흐름 압력 기울기 효과를 볼 수 있다. 횡축 방향 속도성분(ΔV)로부터 평판 앞부분은 바깥 방향의 흐름이 있고 끝 부분과 대부분의 반류는 안쪽으로는 흐름이 있음을 알 수 있다.

그림 4는 파에 기인한 물체 표면과 반류 중심면에서의 전단응력 $\Delta\tau_{w,cp}$, 반류 중심면에서의 속도 성분(ΔU_{cp} , ΔW_{cp}) 및 배수량 두께($\Delta\delta^*$) 등을 나타낸다. 그림에서 보는 바와 같이 파 유기 진동이 명확히 나타나며 반류 편향(wake-bias)을 볼 수 있다. 이 진동현상은 $z=0.5$ 까지 나타나 그 크기는 깊이 방향으로 급격히 감소한다. 진폭은 근접 혹은 중간 반류 영역에서 크다. 이러한 반류 편향은 역 외부압력 기울기를 갖는 영역에서보다

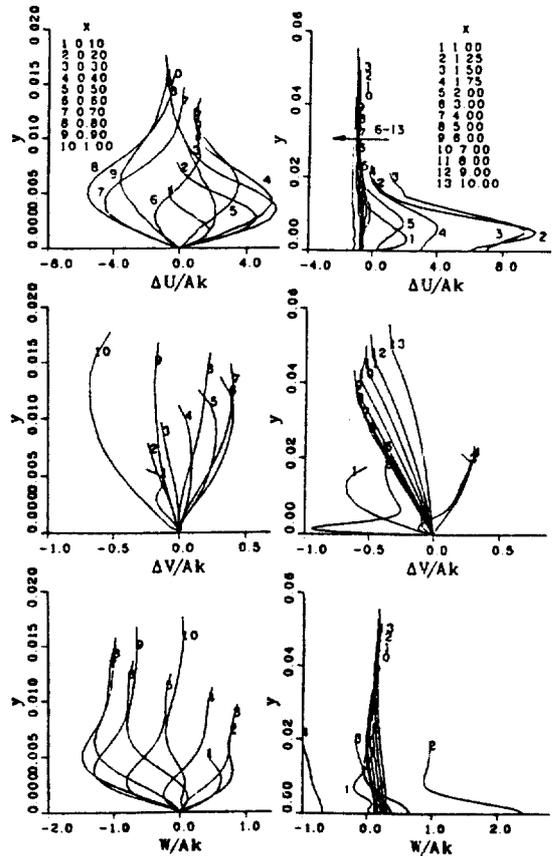


Fig.3 Free-surface profiles for various axial locations

順 외부압력 기울기를 갖는 영역에서 그 값이 더 크다. 이 반류 편향은 중간 반류 영역을 지나면 반류 영역에서는 주기 상태에 도달한다. 그러나 주기 상태의 평균치는 스티리밍(streaming) 속도로 인해 이차원 해와 일치하지 않는다.

그림 5와 6은 각각 $\Delta\overline{V}$ 및 $\Delta\overline{\omega}$ 의 분포를 나타내며 파 효과를 잘 나타낸다. 즉, 유선 방향 속도성분의 가속감속, 교차 유동 속도 성분의 방향 변환, 파 효과의 깊이 방향으로의 감소, 반류 편향을 포함한 근접 혹은 중간 반류 영역에서의 큰 반응 등이다.

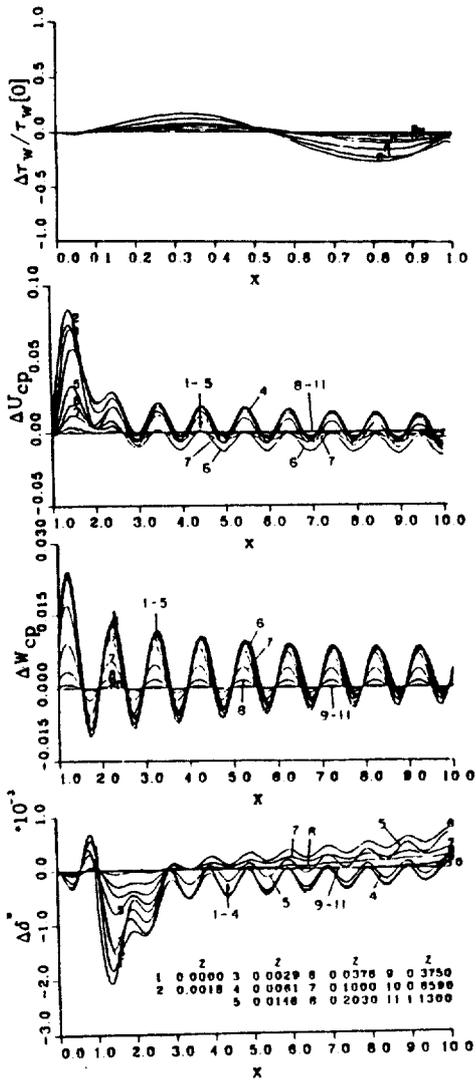


Fig.4 Wall shear stress, wake-centerplane velocities, and displacement thickness for various depthwise locations

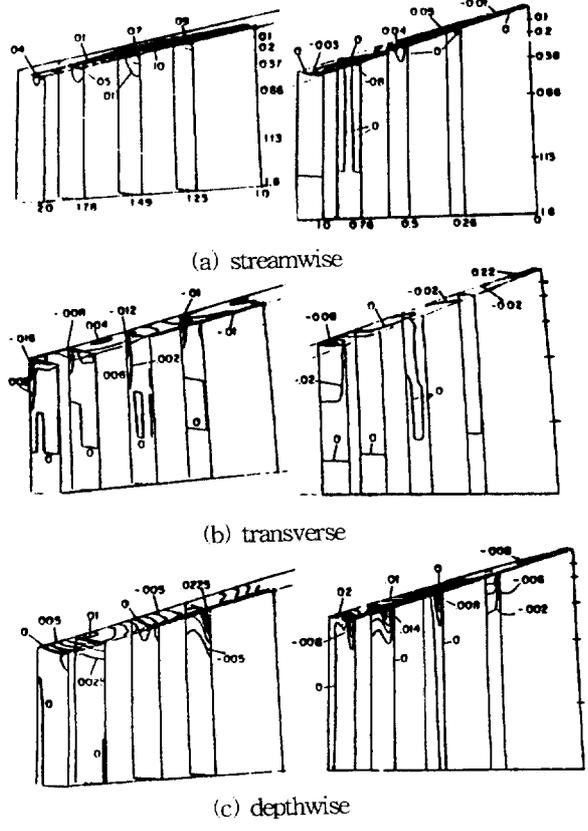


Fig.5 Macro-scale velocity

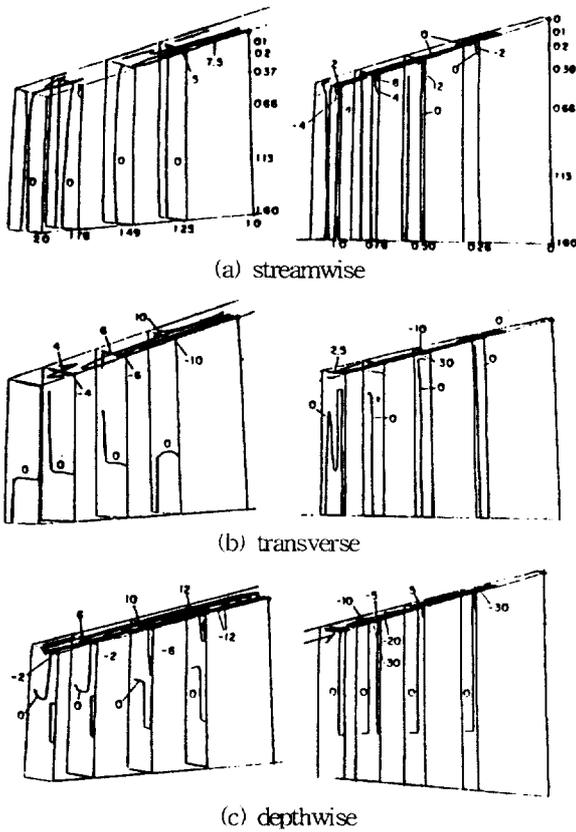


Fig6 Macro-scale vorticity

영역 IV에서의 유동 해석

앞서 수렴 조건으로 사용한 그림 2의 오차 막대 도표를 사용하여 엄밀과 여러 가지 근사 자유표면 경계조건들의 차이점에 대해 설명하고자 한다. 먼저 Taylor 급수 근사식에 대해 검토해 보자. 영 기울기 자유표면 경계조건은 세 응력 성분에 대해 큰 오차를 보인다. 비점성 경계조건은 법선과 횡축 성분의 오차를 줄일 수 있는 반면 유선방향의 오차성분에는 큰 영향을 주지 않는다. 평면 자유표면 경계조건은 법선 및 횡축 성분뿐만 아니라 유선방향의 오차성분도 감소시킬 수 있다. 그림 7은 경계층 내에서의 운동학적 자유표면 경계조건의 해를 보여준다. 그림 8은 파에 기인한 속도성분의 차이 ($\Delta \bar{V}$)를 나타낸다. ΔU 와

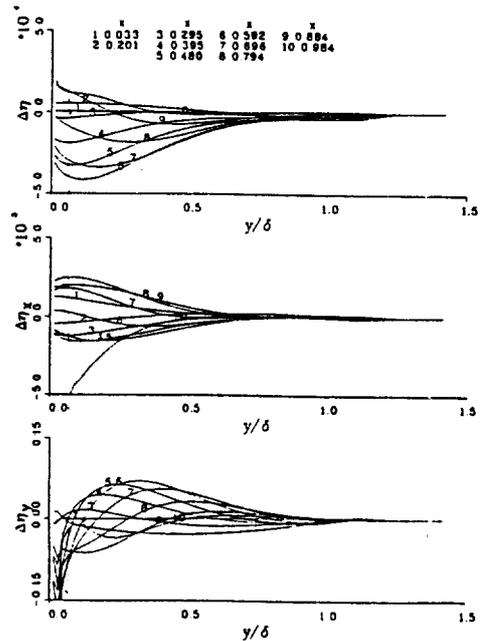
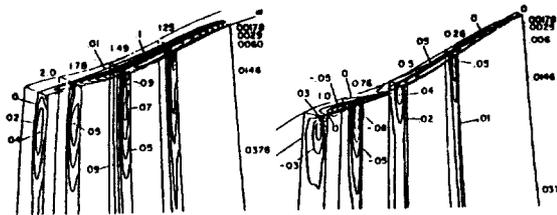


Fig.7 Wave elevation and slopes in boundary layer

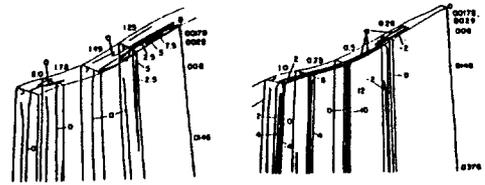
ΔV 분포는 자유표면 부근에 심 형태를 갖는 큰 변화를 보인 반면 ΔW 와 Δp 는 큰 변화를 보이지 않는다. 여기서 자유표면 경계조건이 영향을 미치는 구간은 깊이 방향으로 $z=0.04(\lambda/25)$ 정도이다. 특이한 것은 속도의 최대, 최소치는 자유표면에 있지 않고 자유표면 밑에 있다는 점이다.

그림 9는 파에 기인한 와도의 차이 ($\Delta \bar{\omega}$)를 나타낸다. 모든 와도 성분들이 자유표면 부근에서 심 형태의 큰 변화를 보이며, 최대 최소치는 자유표면 아래에 있다. 경계층 및 반류에서 ω_y 의 큰 변화가 있으며, 이것은 바로 자유표면 경계조건에 의한 것이다.

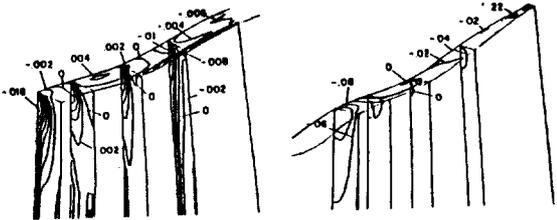
위에서 살펴본 바와 같이 거시유동에서는 외부 흐름 압력 변화가, 미시유동에서는 자유표면 경계조건이 유동에 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 따라서 선수쇄파 등과 같이 짧은 파장과 큰 파기울기를 갖는 자유표면 유동해석은 엄밀 자유표면 경계조건을 적용시키는 것이 바람직하다. 거시유동 결과들은 실험치와 잘 일치하였다 [1]. 그러나



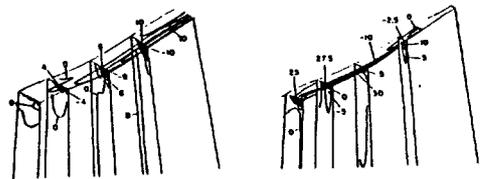
(a) streamwise



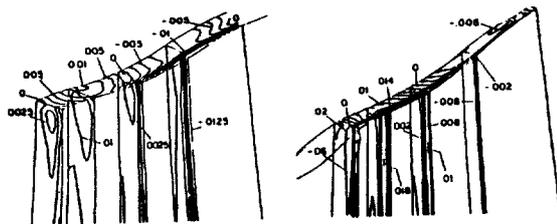
(a) streamwise



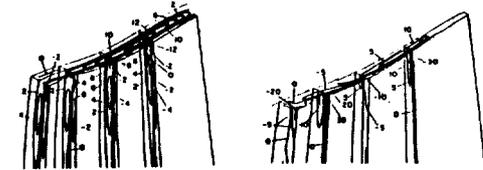
(b) transverse



(b) transverse



(c) depthwise



(c) depthwise

Fig.8 Micro-scale velocity

Fig.9 Micro-scale vorticity

미시유동 결과들은 차수키 추정으로 어느정도 검증은 되었으나 실험결과가 없어 이에 대한 검증이 필요하며, 아울러 난류에 대한 계산도 앞으로의 과제로 남아 있다.

후 기

본 연구는 IOWA 대학 박사과정 재학시 수행한 연구 내용의 일부임.

참 고 문 헌

- [1] Stern, F., "Effects of Waves on the Boundary Layer of Surface-Piercing Body", *Journal of Ship Research*, Vol.30, No.4, Dec. 1986 pp.256-274.
- [2] Kinsman, B. (1976), *Wind Wave*, Prentice-Hall Englewood Cliffs, New Jersey.
- [3] Choi, J.E., "Role of Free-Surface Boundary Layer Conditions and Nonlinearities in Wave/Boundary-Layer and Wake Interaction", Ph. D. Thesis, The University of Iowa, Dec. 1993.