

## 수직 상향유동 배관에서 비뉴턴유체에 의한 2상류의 유동특성

차 경 옥\* · 김 재 근\*\* · 최 경 석\*\*\*

\*명지대학교 기계공학과

\*\*신성대학 자동차계열

\*\*\*명지대학교 대학원

(1998년 11월 18일 접수, 1999년 1월 8일 채택)

## The Characteristics of Two Phase Flow by Non-Newtonian Fluid for Vertical Up-ward in a Tube

K. O. Cha\* · J. G. Kim\*\* · K. S. Che\*\*\*

*Dept. of Mechanical Engineering, Myong-gi Univ\**

*Shin-sung college\*\**

*Graduate school of Myong-gi Univ\*\*\**

(Received 18 November 1998; Accepted 8 January 1999)

### 요 약

기-액 2상유동장에서 유동양식은 압력강하, 보이드율분포, 유동장의 기하학적 형상과 밀접한 관계가 있다. 한편 원유수송, 비등이 발생하는 유동, 펌프에서 발생하는 케비테이션 현상, 그리고 화학 반응로와 같은 상변화 장치 등의 2상유동에서 고분자물질에 의한 저항감소 현상의 적용이 가능할 것으로 예상된다. 그러나 2상유동장에서 고분자물질에 의한 저항감소에 관한 연구는 매우 미비하다. 그래서 본 연구는 2상유동장에 합성고분자물질(A611P)에 의한 저항감소율을 실험을 통하여 계측 및 분석하였다. 본 연구에서는 고분자물질의 농도를 증가시킬수록 국부보이드율의 최고치가 관의 중심에서 관의 벽쪽으로 이동하며 2상유동의 유동양식이 변화됨을 규명하였다. 그래서 저항감소율과 유동양식과 밀접한 관계가 있음을 예측할 수 있었다.

**Abstract** - Flow pattern of air-water two phase flow depends on the conditions of pressure drop, void fraction, and channel geometry. Drag reduction in the two phase flow can be applied to the transport of crude oil, phase change systems such as chemical reactor, pool and boiling flow, and to prevent cavitation which occurs in pump impellers. But the research on drag reduction in two phase flow is not intensively investigated. Therefore, experimental investigations have been carried out to analyze the drag reduction produced and void fraction by Co-polymer(A611P) addition in the two phase flow system. We find that the maximum point position of local void fraction moves from the wall of the pipe to the center of the pipe when polymer concentration increases. Also we find that the polymer solution changes the characteristics of the two phase flow. And then we predict that it is closely related with the drag reduction.

**Key words** : Two-Phase flow, Non-newtonian Fluid, Pressure drop, Local void fraction, Drag reduction rate

## 1. 서 론

기체와 액체가 함께 공존하여 흐르는 2상유동은 보이드올 및 압력강하 등에 따라 여러 가지 형태를 가지게 된다. 기-액 2상유체를 구성하는 기체와 액체간에 밀도 차가 크게 나타나므로 기체는 부력을 받아 중력과 반대 방향으로 항상 떠오르는 경향이 있다. 그러므로 유동방향이 수직인가 또는 수평인가에 따라서 유동양식이 변하게 된다. 2상유동에서는 유동방향에 따라 지배수가 크게 다르다. 수직유동에는 중력이 유동방향과 같거나 정반대이므로 유동의 형태가 측대칭이며, 유동양식은 기본적으로 기포류(bubbly flow), 슬러그류(slug flow), 처언류(churn flow), 환상류(annular flow), 그리고 액적류(drop flow) 등이 있다.

한편 유체의 난류유동시 저항을 줄이면 곧 에너지를 절약한다는 관점에서 일부 학자들은 유동장에서 고분자물질로 난류저항을 억제시키기 위한 연구를 수행하고 있지만, 이 현상에 대한 이론적 확립 및 정량적인 설명이 상당히 부족한 실정이다. 그러나 지금까지 현상학적으로 규명한 결과에 따르면 분자량이 큰 고분자물질의 점탄성이 난류저항 억제에 중요한 역할을 한다는 것으로서 잘 알려져 있다<sup>(1)-(2)</sup>. 이때 사용되는 수용성 고분자수용액은 비뉴턴유체로서 shear-thinning 유체이며 난류영역에서 뉴턴유체와 유사한 걸보기정도를 가져야 한다<sup>(3)</sup>.

열병합발전소에서 난방시스템이라든지, 원유수송네트워크등 많은 산업기기에서 유체 수송시 펌핑동력에 막대한 비용이 소요되지만, 이처럼 수송 관로에서 저항의 감소를 보다 효과적으로 감소시킬 수 있는 방법이 규명된다면 에너지절약 관점에서 매우 중요한 역할을 할 수 있다. 그러나 비뉴턴유체의 난류유동시 난류형성과 고분자물질의 동력학에 대한 이론이 아직도 정립되지 않은 상태에서 이를 정량화 하는 것은 매우 어려운 실정이다. 또한 지금까지 대다수의 저항감소에 관한 연구는 기계적퇴화를 무시하기 위해 주로 개방계 수평관에서만 수행되었다. 그 동안 2상유동장에서 고분자물질에 의한 저항감소현상에 관한 연구는 매우 미진한 실정이며 이중 대다수의 연구<sup>(4)-(5)</sup>는 역시 수평관내에서 수행되었다. 그러나 밀폐계로 구성된 산업기기가 많은데도 불구하고 이에 대한 연구는 거의 없는 실정이다.

본 연구는 밀폐계 수직원관내에 기-액 2상유체를 상향 유동시켜 유동양식을 판별하고, 판별된 유동속도 및 유동양식조건에서 합성고분자물질인 A611P(Co-polymer)를 첨가된 고분

자수용액을 유동시킬때에 감소되는 저항을 실험적으로 규명함으로써 에너지를 얼마만큼 절약 할 수 있는가를 분석하는 한편 기-액 2상 유동장에서 비뉴턴유체인 고분자수용액이 기포에 미치는 영향을 고찰하고 이에 대한 유동 특성을 규명하고자 한다.

## 2. 실 험

### 2.1. 실험장치

Fig. 1은 본 실험에서 사용한 실험장치를 도시한 그림으로서 순환회로는 수직관 시험부 내부에 기-액 2상유체가 유동할 수 있도록 설계, 제작하였다. 액상의 순환회로는 순환수 저장탱크내의 물을 용량이 3마력인 부식방지용 내산 스테인레스 원심펌프에 의해서 순간유량계를 통과한 후 시험부로 유입시켰다. 또한 공기압축기에서 분사된 공기는 압력조절기에 의하여 일정한 압력으로 조절된 후 순간유량계를 통과하고 기-액 혼합부를 거쳐 시험부로 유입시켰다. 시험부를 통과한 2상유체는 기-액 분리탱크로부터 분리된 공기는 대기로 방출시킨 후 순환수를 저장탱크에 저장시켰다.

이때 원심펌프와 순간유량계 사이에는 배수관을 순환수저장탱크와 연결하였으며, 공기분사기와 압력조절기 사이에 공기저장탱크를 설치하여 각상의 압력파동을 안정화시키도록 하였다.

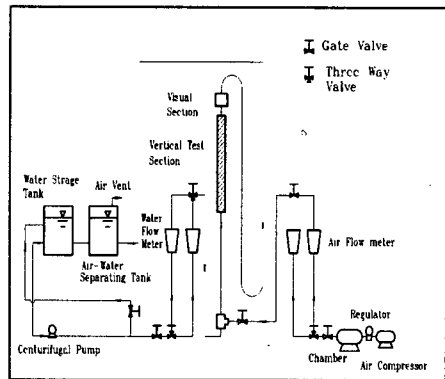


Fig. 1. Schematic diagram of the two phase flow facility.

본 실험에서 사용한 액상의 작동유체는 물과 고분자수용액으로서 용량이 200ℓ 용량인 순환수저장탱크에 저장하였다.

그 동안 선행된 연구에 의하면 밀폐계 수평관에서는 저항 감소에 보다 효과적인 첨가제

가 A6 11P로 규명된 결과<sup>(6)-(7)</sup>가 있었기에 본 실험에서도 분자량수가 1,400만~1,600만개로 구성되어 있는 A6 11P 고분자물질을 고려 선택하였다.

### 2.2 시험부 및 실험방법

Fig. 2는 시험부를 도시한 것이다. 가시화가 가능한 내경 24mm, 두께 3mm 인 투명한 아크릴관 시험부는 완전 발달되는 영역의 거리를 고려하여 2상류의 혼합부로부터 1,400mm (L/D=58.3) 떨어진 위치에 장착하고, 시험부의 입구와 출구간의 1,000 mm 사이에 스트레인게이지 형식의 차압용 압력변환기(Druck, model PDCR 120/W L)를 장착하여 유량변화에 따른 차압을 측정하였다. 압력변환기에 의해 검출된 차압신호는 차압지시계(Druck, model DPI 260)에 의해 차압측정치를 디지털로 직접 나타내며, 아날로그 신호는 A/D변환기(Dantek, model DAS-1600)로 입력시켰다. 또한 국부보이드를 분포측정은 전기전도 프로우브를 이용하여 시험부인 관의 중심에서 관벽방향으로 2mm 씩 이동하며 검출하여 A/D 변환기로 입력시켰다. 고분자수용액이 기포에 미치는 영향을 가시적으로 관찰하기 위해 시험부의 상부에 특수조명장치를 포함한 유동 가시화부를 설치하고 사진촬영을 하였다.

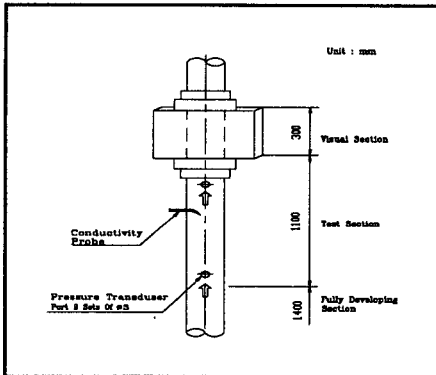


Fig. 2. Test Section.

### 2.3 고분자 물질의 물성치

본 연구에 사용한 고분자물질은 A611P이다. 합성 고분자물질인 A611P의 경우 평균분자량수는 1,400만~1,600만개로 구성되어 있다. 이 물질은 그 동안 다수의 레올로지 학자들에 의해 실험적으로 비뉴턴유체인 shear-thinning 유체임을 제시하였다<sup>(8)-(9)</sup>.

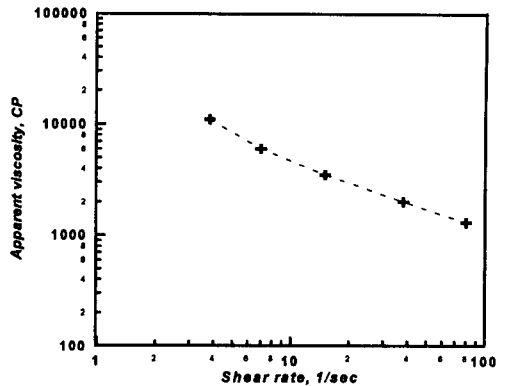


Fig. 3. Reduced viscosity versus shear rate for A611P additives.

Fig. 3은 유출시간이 100 초 이상으로 운동 에너지 보정이 필요 없는 Ubbelohde형식의 점도계에 의해서 A611P 수용액의 겔보기점도를 도시한 것으로 전단을 증가에 따라 겔보기점도가 감소로 이루어지는 것은 A611P수용액은 shear-thinning 유체임을 확인할 수 있는 자료이다. 비록 전단율이 약 80일 경우 순수수용액보다 겔보기 점도는 높은 수치를 나타내지만 이 때의 수치는 유체 유동속도로 고려하면 층류유동에 해당되므로 전달율을 증가시킨 난류 유동장에서 A611P수용액의 겔보기점도는 더욱 감소할 것으로 예측할 수 있다. 만약 난류유동장에서 순수수용액과 고분자수용액의 겔보기점도가 거의 차이가 없다고 가정한다면 고분자수용액의 경우 레이놀즈수는 뉴턴유체인 순수수용액과 거의 같다고 예측할 수 있다.

## 3. 실험결과 및 검토

### 3.1 수직 상향류의 유동양식 판별

Fig. 4는 겔보기물속도( $J_{SL}$ )를 2.25m/s로 일정하게 유지하고, 겔보기공기속도( $J_{SA}$ )를 0.25~2.0m/s로 변화시키며 시험부 관중양에서 전기전도 프로우브로부터 검출된 신호를 도시한 것이다. 그림에서 횡축은 센서에서 신호를 계속하는 시간을 의미하며, 종축은 전기전도 프로우브의 출력전압을 의미한다. 종축의 5V는 전기전도 프로우브의 센서 부분에 비전도성인 기상이 통과할때이며, 0V는 전도성인 액상이 프로우브의 센서를 통과할때 출력되는 신호이다. 0 V와 5 V사이의 신호는 기포가 프로우브의 센서를 스치고 지나갈때 출력되는 신호이다.

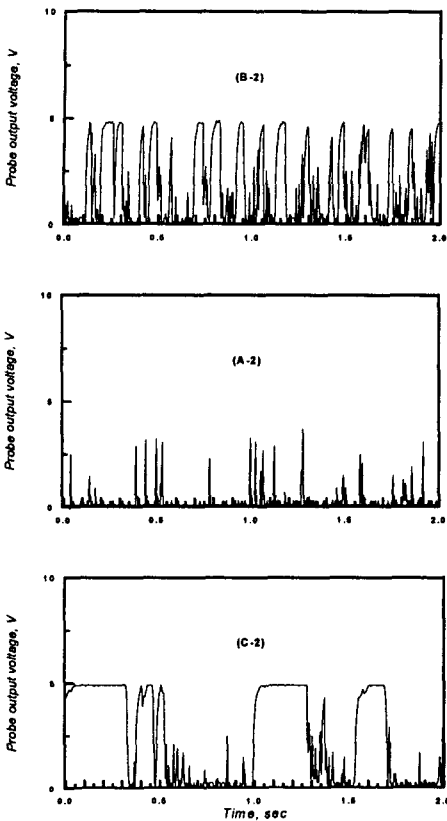


Fig. 4. Classification of flow patterns by conductivity probe at  $J_{SL} = 2.25$  m/s, (A-2) bubbly flow, (B-2) bubbly-slug flow, (C-2) slug flow.

Fig. 4 (A-2)는  $J_{SA}$ 가 0.25m/s일때 검출한 신호로서 프로우브에서 검출된 펄스들이 0V와 최대 출력전압인 5V사이에서 고주파의 파동형태를 나타내는데, 이는 전도성인 물과 물속에 산재된 비전도성인 작은 기포들이 연속적으로 교차하여 프로우브를 통과하기 때문이다. 이와 같은 신호는 전형적인 기포류 유동임을 판별할 수 있다. (B-2)는  $J_{SA}$ 를 증가시켜 1.25m/s로 유동시켜를 경우로서 기포류에서 슬러그류로 천이를 나타내는 그림이다. (C-2)는  $J_{SA}$ 를 2.0m/s일때로서 작은 기포들이 프로우브를 순간적으로 통과하므로 펄스가 짧고 그 빈도수가 감소하면서 기체 슬러그와 액체 슬러그가 교대로 통과하는데, 이때 액체 슬러그와 기체 슬러그의 통과 시간이 거의 같기 때문에 슬러그류로 판별된다.

Taitel등<sup>(10)</sup>이 수직상향 유동장에서  $J_{SL}$  및  $J_{SA}$ 에 따른 유동양식을 실험을 통하여 규명한

유동양식도와 본 연구에서 각상의 속도를 변화시키며 규명한 결과와 비교하면 잘 일치하고 있다. 마지막으로 다소 주관적이지만 유동양식을 사진 촬영하여 최종 판별하였다.

Fig. 5는 시험부 상부에 설치한 가시화부에서 카메라로 사진 촬영한 것으로 (A)는  $J_{SL}=2.0$  m/s이고,  $J_{SA}=0.25$ m/s일때로서 작은 기포들이 시험부 전체에 균일하게 분포하여 유동함을 볼때 전형적인 기포류임을 가시적으로 최종 판별할 수 있다. 또한 (B)는  $J_{SL}=2.5$ m/s이고,  $J_{SA}=0.25$ m/s일때로서 (A)와 동일한 경향임을 볼 수 있다.

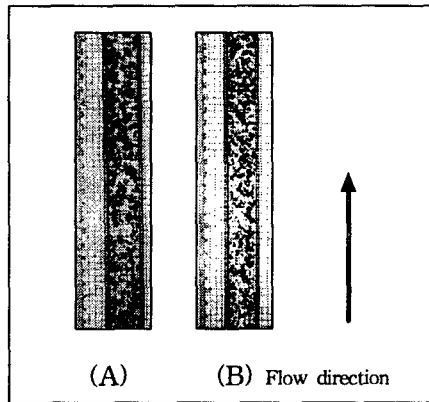


Fig. 5. Comparison of bubble behaviors at  $J_{SA}=0.25$ m/s (A)  $J_{SL}=2.0$ m/s (B)  $J_{SL}=2.5$ m/s.

### 3.2. 국부 보이드울 분포

Fig. 6은 물만 유동시켰을 경우  $J_{SA}$ 를 0.25m/s로 유지하고  $J_{SL}$ 를 변화시켜 국부 보이드울을 측정하고, 반경비에 따라 도시한 것으로 기포류 유동이다. 그림에서 횡축의  $r/R = 0$ 인 지점은 관의 중심을 의미하며,  $r/R = 1$ 인 지점은 관의 벽을 의미하며  $R$ 은 시험부 관의 반지름의 길이를 나타내며,  $r$ 은 반경방향의 임의의 위치를 나타낸다.  $J_{SL}$ 에 따라 최고 보이드울 값이 변화함을 볼 수 있다. 즉,  $J_{SL}$ 이 2.0m/s일때  $r/R=0.25$ 인 지점에서 포물선 형태로 분포하고,  $J_{SL}$ 이 2.25m/s 일 때  $r/R=0.57$ 인 지점이며 평탄한 형태이며,  $J_{SL}$ 이 2.5m/s 일 때  $r/R=0.92$ 인 지점에서 국부 보이드울값의 최고치이다. 이와 같은 현상은 기포류에서 기포의 유동속도가 액체속도에 의하여 변화된다고 판단되나, 그 원인은 아직 정확히 밝혀지지 않고 있는 실정이며, 현재로서는 벽면 근처에서의 액상이 지니는 속도구배가 원인이 된다고 예측하고 있다<sup>(11)-(13)</sup>.

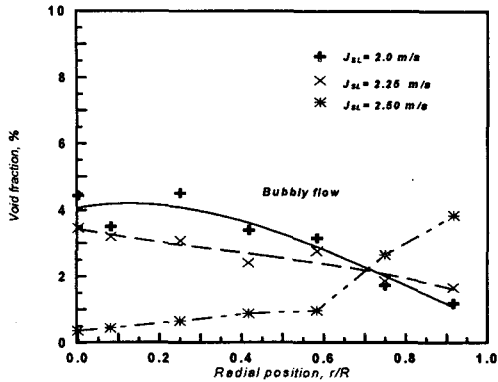


Fig. 6. Local void fraction profiles at  $J_{SA}=0.25$  m/s without polymer additives.

Fig. 7은 기-액 2상유동장에서  $J_{SL}$ 를 2.0m/s,  $J_{SA}$ 를 0.25m/s로 유지하고 고분자물질을 첨가한 비뉴턴유체와 첨가하지 않은 뉴턴유체의 경우 유동형태를 사진촬영한 것이다. 고분자물질을 첨가하지 않은 0ppm 인 뉴턴유체를 시험부내에 유동시켰을 경우 작은 기포가 시험관 전체에 균일하게 분포하여 유동하고 있으나, 100ppm, 200ppm, 300ppm인 A611P수용액을 각각 유동시켰을 때는 고분자물질을 첨가하지 않았을 경우 보다 기포의 크기가 성장하여 관의 중심부근에서 유동함을 볼 수 있다. 특히 농도가 300ppm일 때는 기포모양이 작은 테일러형 기포로 성장하고 그 뒤에 작은 기포를 동반하여 슬러그류의 형태처럼 유동하므로 유동양식이 천이 됨을 알 수 있다.

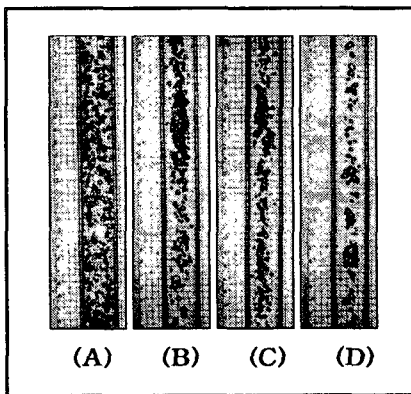


Fig. 7. Comparison of bubble behaviors with and without A611P additives at  $J_{SL}=2.0$ m/s,  $J_{SA}=0.25$ m/s (A) only two phase flow (B) 100 ppm, (C) 200 ppm, (D) 300 ppm.

Fig. 8은  $J_{SL}$ 를 2.0m/s이며,  $J_{SA}$ 를 0.25m/s 일 때 고분자물질을 첨가했을 경우와 첨가하지 않았을 경우 반경방향에 따른 보이드올 분포를 도시한 그림으로 Fig. 7과 같은 경향임을 알 수 있다.

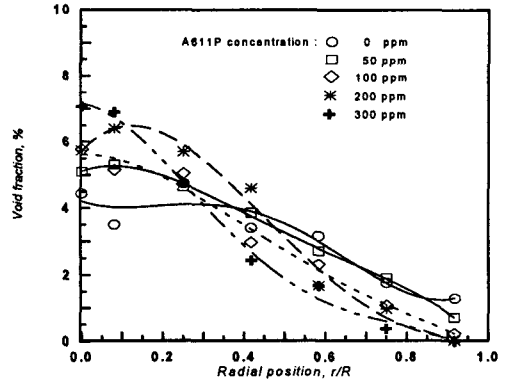


Fig. 8. Comparison local void fraction profiles without and with polymer additives at  $J_{SL}=2.0$ m/s,  $J_{SA}=0.25$ m/s.

### 3.3. 기계적 퇴화 및 저항감소

Fig. 9는 물과 A611P 고분자 수용액을 유동시켰을 경우 저항 감소효과를 도시하였다. 실험시간 경과에 따른 저항 감소율은 초기 시간에 비록 감소되나, 실험을 시작하여 30분이 경과한 후에는 30분 이전에 비해 미소한 변화가 있다. 이는 밀폐계로부터 펄프 및 유동장의 형상 등에 의한 기계적퇴화가 실험 초기시간에 다소 급속히 발생하지만 저항 감소효과는 우수하다. 농도를 증가시킬수록 저항 감소효과는 더욱 커질 뿐만 아니라 기계적퇴화의 크기도 작아짐을 볼 수 있다.

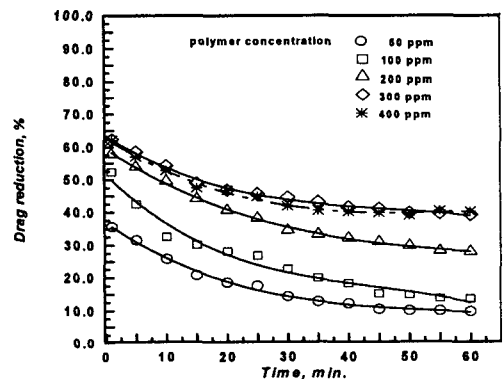


Fig. 9. Drag reduction versus time for polymer concentration at  $J_{SL}=2.0$ m/s.

그러나 농도가 400ppm일 경우 오히려 저항 감소효과가 작아짐을 볼 수 있는데 이는 Virk<sup>(14)</sup>가 제시한 최저 저항감소 점근선에 접근한 것으로 예측할 수 있다

Fig. 10은  $J_{SL}$ 을 2.5m/s로 일정하게 유지하고,  $J_{SA}$ 의 변화와 실험시간에 따른 저항 감소율을 비교 도시한 그림으로서 고분자수용액의 농도는 50 ppm과 300ppm 이다. 저항 감소율은 압력강하의 감소치로서 펌핑동력의 감소를 의미한다. 미소량의 고분자물질을 첨가한 비뉴턴유체에 의해 펌핑동력이 이처럼 감소됨을 볼 때 에너지 절약관점에서 매우 유용하리라 판단된다. 농도가 50ppm의 고분자수용액을 유동시킬 때 실험초기 시간에는  $J_{SA}$ 을 증가시킴에 따라 저항 감소효과 크지만 실험시작 후 약 45분 이후에는  $J_{SA}$ 가 1.25m/s로 수송시킬 때가 2.0m/s일 때 보다 저항 감소효과가 크게 나타남을 볼 수 있다. 또한 300ppm일 때도 50ppm일 때와 동일한 경향임을 볼 수 있다. 따라서  $J_{SL}$ 을 일정하게 유지하였을 경우  $J_{SA}$ 를 증가시키면 기상과 액상의 사이의 난류증가로 인해 고분자물질의 기계적퇴화를 가속시켜 저항 감소효과를 저하시킴을 알 수 있다.

Fig. 11은 고분자수용액의 농도는 50ppm 과 300ppm일 때  $J_{SA}$ 을 0.25m/s로 일정하게 유지하고,  $J_{SL}$ 의 변화에 따른 저항 감소율 및 기계적퇴화 정도를 비교 도시한 그림이다. 고분자수용액의 농도가 같을 때  $J_{SL}$ 을 증가시킴에 따라 저항 감소현상은 증가한다. 또한 물속도를 증가시키면 기계적퇴화의 요인보다 저항 감소율의 효과를 극대화시키는 성질이 있음을 볼 때 장기간 2상류를 유동시킬 경우 액상의 속도가 클수록 저항 감소효과를 극대화할 수 있음을 규명하였다.

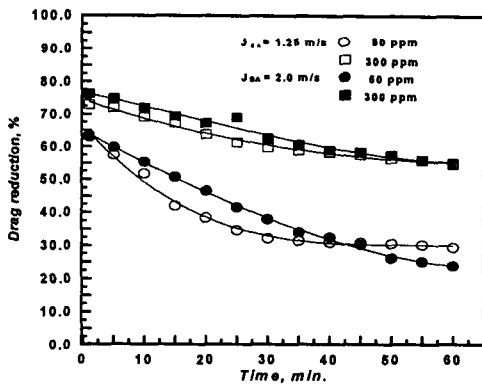


Fig. 10. Comparison of percent drag reduction at  $J_{SL}=2.5$  m/s.

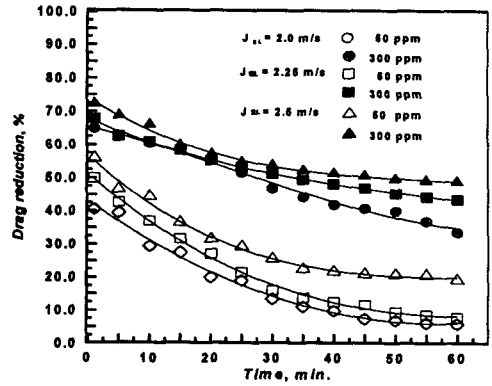


Fig. 11. Comparison of drag reduction at  $J_{SA}=0.25$ m/s.

Fig. 12는  $J_{SL}=2.5$ m/s,  $J_{SA}=2.0$ m/s일 때 유동 시간에 따른 저항 감소율을 로그 좌표로 표시하여 상관 관계를 식(1)-(2)과 같이 도시한 그림이다. 이때 고분자수용액의 농도는 50ppm과 300ppm일 때로서 저항 감소율(D.R)은 밀폐계 내를 유동시킬 때 유동시간(t)에 따라 비례하여 감소함을 알 수 있다. 50ppm일 때의 저항 감소율은  $\log(t)^{-10.75}$ 에 비례하여 감소되며, 300ppm일 때는  $\log(t)^{-5.72}$ 에 비례하여 감소됨을 볼 수 있다. 이와 같은 결과는 고분자수용액의 농도증가는 유동시간에 따라 기계적퇴화가 미소하여 저항 감소효과가 지속적으로 유지됨을 알 수 있다.

$$D.R = -10.75 \log(t) + 73.11 \quad (1)$$

$$D.R = -5.72 \log(t) + 81.74 \quad (2)$$

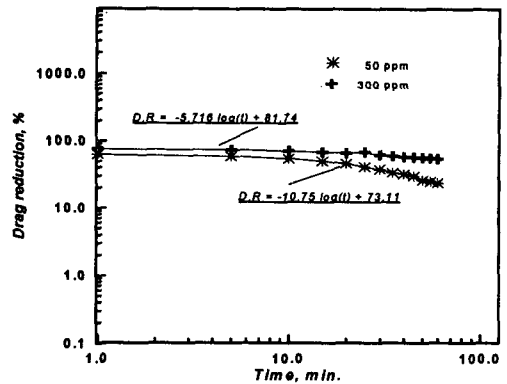


Fig. 12. Correlation of drag reduction versus polymer concentration.

#### 4. 결 론

본 연구는 밀폐계 수직상향 배관내에 기-액 2상류를 상향 유동시키며 유동양식을 판별하고, 판별된 유동조건에서 압력강하 및 국부 보이드율분포 등을 계측하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 기포류 유동에서 걸보기물속도를 증가시키면 기포가 관의 중심에서 관의 벽쪽으로 이동하여 유동함을 확인하였다. 그러나 고분자수용액을 유동시킬 때 수용액의 농도를 증가시킬수록 주위에 있는 기포들이 합체 되어 관의 벽쪽에서 관의 중심쪽으로 이동하여 유동하며, 유동양식이 천이 됨을 규명하였다.

2. 밀폐계 배관에서도 A611P수용액을 유동시키면 수용액의 농도, 걸보기 속도의 증가에 따라 저항 감소현상이 현격히 감소됨을 확인하였다. 이때 걸보기물속도의 증가는 유동시간과 상관없이 저항 감소현상을 지속적으로 증가시키나, 걸보기공기속도의 증가는 고분자물질의 기계적퇴화를 가속시킴을 규명하였다.

3. 고분자수용액의 농도를 증가시킬수록 기계적퇴화가 적으며 높은 저항 감소율을 유지함을 규명하였다. 또한 저항 감소율 및 기계적퇴화를 밀폐계내의 작동유체의 유동시간과의 상관 관계를 규명함으로써 일정한 저항 감소효과를 지속적으로 유지 할 수 있는 조건을 규명하였다.

#### 참 고 문 헌

1. de Gennes, P. G., 1990, "Introduction to Polymer Dynamics.", Cambridge University Press, pp.34-54.
2. Sellin, R. H. J. Hoyt, J. W. and Scrivener, O., 1982, "The Effect of Drag Reduction Additives on Fluid Flows and Their Industrial Applications. Part 1: Basic Aspects.", J. Hydraulic Res. Vol.20, No.29, pp. 235-292.
3. Zimm, B. N. and Crothers, D. M., 1962, "Simplified Rotating Cylinder Viscometer for DNA.", Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. Vol. 48, pp. 905-911.
4. Otten, L. and Abdelrahman S. F., 1976, "Pressure Drop and Drag Reduction in Two-Phase Non-Newtonian Slug Flow.", The Canadian. Journal of Chemical Eng., Vol. 52, pp.438-448.

5. Mujawar, B. A. and Rao, M. R., 1981, "Gas Non-Newtonian Liquid Two Phase Flow in Straight Horizontal Tube", Indian Journal of Technology, Vol. 19, pp.343-348.
6. 차경옥, 김재근, 1996, "수평 2상유동에서 마찰저항감소에 관한 연구." 대한기계학회 논문집, Vol.20, No.4, pp.1472-1480.
7. 차경옥, 김재근, 1996, "고분자물질 첨가에 따른 마찰저항감소에 관한 연구." 냉동및공기조화학회 논문집, Vol.8, No.2, pp.198-207.
8. Kalashnikov, V. N., 1994, "Shear-rate Dependent Viscosity of Dilute Polymer Solutions.", The Society of Rheology, Vol. 38, No. 5, pp. 1385-1403.
9. Mizunuma, H and Kato H., 1988, "Influence of Polymer Additives on Transitional Plane Poiseuille Flow.", J. JAME Vol. 31. No. 2, pp. 209-217.
10. Taitel, Y. and Barnea, D., 1980, "Modelling Flow Pattern Transition for Steady, Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes.", AIChE. J., Vol.26, pp.345-354.
11. Liu, T. J. and Bankoff, S. G., 1990 "Structure of Air-Water Bubbly Flow in Vertical Pipe: II Void Fraction, Bubbly Velocity and Bubbly Size Distribution." Int. Symp. on Gas-Liquid Two-Phase Flows, ASME Winter Annual Meeting, Dallas, TX.
12. Serizawa, A. and Kataoka, I. and Michiyoshi, I., 1988, "Bubbly Size Effect on Phase Distribution." In. Proc. of the Japan/U.S.A. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, pp. 15-20.
13. Moursali, M. and Bataille, T., 1994, "An Upward Turbulent Bubbly Boundary Layer Along A Vertical Flat Plate" Int. J. Multiphase flow, Vol.21, No.1, pp.107-117.
14. Virk, P. S. and Mickley, H. S., 1970, "The Ultimate Asymptote and Mean Flow Structure in Toms' Phenomenon", Transactions of the ASME, of Applied Mechanics, Vol.37, pp. 488-493.