

특성 추출과 신경회로망을 이용한 열 풍로 열효율에 대한 모델링

민 광 기 · 최 태 화* · 한 종 훈 · 장 근 수

공정산업의 지능자동화 연구센터, 포항공과대학교 화학공학과

*포항제철 기술연구소

(1998년 11월 11일 접수, 1999년 1월 13일 채택)

Modeling of heat efficiency of hot stove based on neural network using feature extraction

Kwang Gi Min · Tae Hwa Choi* · Chong Hun Han · Kun Soo Chang

Dept. of Chemical Engineering and Automation Research Center, POSTECH

*Iron and Steel making Research Department, Technical Research Laboratorys

Pohang Iron and Steel Company

(Received 11 November 1998; Accepted 13 January 1999)

요 약

열 풍로 공정은 고로 공정에 필요한 고온의 일정량의 공기를 연속적으로 생산하는 공정이 다. 제철소 내에서 발생하는 부생가스를 연료로 사용하는 열 풍로 공정은 제선 공정 전체 에너지의 약 20%를 소비하여 대표적인 에너지 소비 공정으로 인식되어 왔다. 그러므로, 열 풍로 열 효율 향상을 통한 에너지 절감 노력이 해석적인 방법과 실험적인 방법을 통해 지속적으로 이루어져 왔다. 조업 중 발생하는 열 전달 현상의 복잡성 그리고 조업 조건 변동에 따른 모델 내 Parameters들의 변화로 인하여 해석적인 방법을 통한 정확한 모델 구축에 많은 어려움을 겪어왔다.

본 연구에서는 컴퓨터의 발전과 더불어 발전되어온 실험적 모델 중 하나인 신경회로망을 이용, 조업 변수들과 열 효율과의 관계를 나타내는 모델을 구축하고자 한다. 또한 기존 신경회로망을 이용할 경우, 모델의 성능을 저하시키는 Over-parameterization의 문제점을 극복하기 위하여, 고차원의 조업 데이터를 Walsh-Hadamard 변환을 이용하여 저 차원으로 투영하여 조업 데이터의 특성을 추출, 이를 이용한 열 풍로 열 효율 예측을 위한 신경회로망 모델을 구축하였다.

본 연구를 통하여, 조업 변수들과 열 효율간의 관계를 나타내는 모델을 구축, 열 효율 예측 결과를 나타냈으며, 모델의 예측 성능을 평가하기 위하여 다변량 통계적 방법인 Partial Least Square (PLS) 방법과 비교하였다.

Abstracts - The hot stove system is a process that is continuously and constantly generating the hot combustion air required for the blast furnace. The hot stove process is considered as a main energy consumption process because it consumes about 20% of the total energy in steel making works. So, many researchers have interested in the improvement of the heat efficiency of the hot stove to reduce the energy consumption. But they have difficulties in improving the heat efficiency of the hot stove because there is no precise information on heat transformation occurring during the heating period. In order to model the relationship between the operating conditions and heat efficiencies, we

propose a neural network using feature extraction as one of experimental modeling methods. In order to show the performance of the model, we compare it with Partial Least Square (PLS) method. Both methods have similarities in using the dimension reduction technique. And then we present the simulation results on the prediction of the heat efficiency of the hot stove.

Key words : Hot stove, Neural network, Walsh-Hadamard Transformation, PLS

1. 서 론

최근 산업체에서는 국가간 경쟁력이 심화됨에 따라 효율적인 에너지 이용과 비용 절감을 위한 조업이 요구되어 왔다. 특히 가스를 연료로 사용하는 공정의 경우, 효율적인 조업은 사용되어지는 연료 양의 감소와 밀접한 관계를 갖으며, 연료 사용량의 감소는 생산성 향상에 많은 영향을 미친다. 이러한 효율적인 조업을 달성하기 위하여 최근 모델을 기반한 제어기술이 발전되어 왔으나, 이의 성공적인 제어를 위해서는 공정에 대한 정확한 모델의 구축이 선행되어야 한다. 그러나 실제공정에 대한 모델 구축은 공정이 갖는 복잡성, 비선형성, 그리고 시간에 따른 변화 등으로 인해 해석적 방법을 통한 모델 구축에 많은 어려움을 겪어왔다. 이에 대한 대안으로 실험적 모델이 컴퓨터의 발전과 더불어 발전하였으며, 이 중 신경회로망은 패턴인식, 시계열 예측, 함수 추정 등 여러 분야에 걸쳐 많은 응용성을 갖는다. 그러나 신경회로망은 학습시 Weights 선정에 어려움이 있으며, 특히 입력 노드가 많을 경우 Weight의 수는 Hidden Node의 곱으로 증가하기 때문에 신경회로망의 학습능력을 저하시키며, 예측 성능이 나빠지는 Over-Parameterization 문제가 발생된다.

본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여, 고차원의 조업 데이터를 Walsh-Hadamard 변환을 이용하여 저 차원으로 투영하여 조업 데이터의 특성을 추출, 이를 이용한 신경회로망 모델을 제시 하고자 한다. 제시된 모델의 적합성 평가를 위해 포항 제철소 내 고로(Blast furnace)의 부속 설비 공정인 열 풍로 공정의 열 효율 예측에 적용, 제시된 방법의 적합성을 검증하였다. 또한 제시된 방법론의 성능 평가를 위하여 예측 결과를 다변량 통계적 방법인 Partial least square(PLS) 모델에 의한 예측 결과와 비교하여 제시된 방법의 우수성을 검증하였다. 이를 통하여 제시된 방법이 연소를 위해 일정한 조업 패턴을 갖는 가스 연소 공정의 모델링에 적합함을 알 수 있었으며 일반 Cyclic process의 모델링에 대한 확장 가능성을 제시하

였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 본론의 2.1-2.3에서는 사용된 방법론에 대한 이론적 설명, 2.4에서는 열 풍로 시스템의 구조와 조업에 대한 소개, 그리고 2.5에서는 실험 조건 및 결과를 각 방법에 따라 비교하여 나타내었다. 마지막으로 결론부분에서는 본 연구를 통하여 제시된 방법론에 대한 의미를 종합하였다.

2. 본 론

2.1. 신경회로망

공정의 거동을 나타내기 위한 모델링 방법은 크게 두 가지로 나뉘어져 발전되어져 왔다. 하나는 현상에 대한 물리적 해석을 통해 수식적으로 표현하는 수식 모델이며, 다른 하나는 입력과 출력의 데이터만을 가지고 관계를 설정하는 실험적 모델이 그것이다. 수식 모델은 현상에 대한 물리적 해석에 근거하므로 모델 내 변수들에 대한 물리적 의미를 제공하나 모델 구축시 현상의 복잡성으로 인한 해석의 어려움과 이를 위해 많은 시간이 요구되는 단점이 있다. 반면 실험적인 모델은 변수들 사이의 물리적인 의미를 제공하지는 못하지만, 공정 조업에 대한 축적된 데이터만 있으면 조업 변수들간의 정량적인 관계를 나타내는 모델을 쉽게 구축할 수 있다는 장점이 있다. 실험적 모델링 방법 중 하나인 신경회로망은 학습에 의하여 패턴인식, 시계열 예측, 함수 추정 (Hornik et al., 1989) 등 여러 분야에 응용되고 있다.

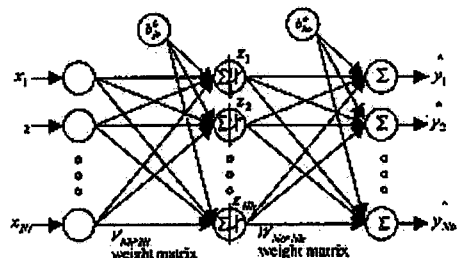


Fig. 1. The general structure of neural network.

일반적인 신경회로망의 구조를 Fig. 1.에 나타내었다. 신경회로망의 학습은 Forward calculation, Error Back-propagation과 Weights update의 2단계로 나눌 수 있다. 각각의 학습 단계에 대해 간단히 소개하면 다음과 같다.

1단계 : 신경회로망의 학습을 위한 Forward calculation은 다음과 같다.

$$z_in_j = \sum_{i=1}^{N_i} v_{ij}x_i(t) + b_{j0} \quad (1)$$

$$j = 1, 2, \dots, N_h, t = 1, 2, \dots, N$$

$$z_j = f(z_in_j) \quad (2)$$

$$y_in_k = \sum_{j=1}^{N_h} w_{jk}z_j + b_{k0} \quad (3)$$

$$y_k(z_j) = f(y_in_k), k = 1, 2, \dots, N_o \quad (4)$$

여기서

N, N_i, N_h, N_o : 전체 데이터 개수, 입력 층, 중간층, 출력 층의 노드 수.

v_{ij}, w_{jk} : 입력과 중간층, 중간층과 출력간 weight

b_{j0}, b_{k0} : 중간층과 출력 층의 biases.

z_j, y_k : 중간층과 출력 층의 출력 값.

$f(.)$: Node의 활성화함수 (=sigmoid function).

x : 입력 데이터 ($t=1, 2, \dots, N$)

2단계 : Error back-propagation (Rumelhart, et al., 1986)과 Weights update
신경회로망 학습 시 감소시키고자 하는 Error 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$E = 0.5 \sum_k [t_k - y_k]^2 \quad (5)$$

에러를 감소시키기 위한 Weights들의 변화량은 다음과 같이 Chain-Rule을 이용하여 계산된다.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{KJ}} = \frac{\partial E}{\partial y_K} \cdot \sum_k [t_k - y_k] f'(y_in_K) z_J \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_{IJ}} = - \sum_k [t_k - y_k] \frac{\partial}{\partial v_{IJ}} y_k \quad (7)$$

$$= - \sum_k \delta_k w_{jk} f'(z_in_j) [x_j]$$

식을 간단히 하기 위하여 $\delta_k = [t_k - y_k] f'(y_in_K)$, $\delta_j = - \sum_k \delta_k w_{jk} f'(z_in_j)$ 정의한다.

최종적으로 Weights update는 다음과 같다.

$$\Delta w_{jk} = - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{jk}} = \alpha \delta_k z_j \quad (8)$$

$$\Delta v_{ij} = - \alpha \frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = \alpha \delta_j x_i \quad (9)$$

2.2. 특성 추출 (Feature Extraction)

어떤 변수의 패턴에 대한 특성 추출은 orthogonal 변환에 의해 이루어지며, correlated 된 데이터를 decorrelation시켜 원 데이터 속에 들어있는 정보를 압축하는 기능을 갖는다. Orthogonal 변환 방법에는 Karhunen-Loeve 변환 (Ahmed and Rad, 1975), Singular Value Decomposition (SVD) (Strang, 1988) 등 여러 방법들이 제시되어 있으나, 본 연구에서는 계산 구조가 간단하고 하드웨어에 대하여 implementation이 수월한 Walsh-Hadamard Transformation (WHT) (Walsh, 1923; Beauchamp, 1984; Rao, 1983) 방법을 이용하였다. 여기서는 WHT에 대하여 간단히 설명하고, WHT를 이용한 데이터 압축과 특성추출에 대한 예를 열 풍로 공정의 한 주기 조업에서 한 변수의 거동 묘사에 대하여 나타내었다.

먼저 Walsh function의 특성에 대해 간단히 설명하면 다음과 같다.

- 1) Walsh function은 크기 1, -1로 구성된 orthogonal rectangular pulses의 complete set으로 구성된다.
- 2) $\{wal(i, t), i = 0, \dots, n-1\}$ 여 $n = 2^p$, p는 양의 정수이며 n은 특정 데이터 set의 수이다. 기서
- 3) Walsh function은 상호 직각의 성질을 갖는다.
- 4) Walsh function은 상호 대칭의 성질을 갖는다.

다음으로 Hadamard matrix의 성질을 간단히 표현하면 다음과 같다.

- 1) 가장 저차의 Hadamard matrix는 (a)와 같으며 고차의 Hadamard matrix는 recursive하게 (b)와 같이 형성된다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$H_n = \begin{bmatrix} H_{n/2} & H_{n/2} \\ H_{n/2} & -H_{n/2} \end{bmatrix} \quad (b) \quad (10)$$

- 2) $H_n^T H_n = nI_n$ and $H_n^{-1} = 1/nH_n$
- 3) $H = H_m \otimes H_n = H_{mn} = mnI_{mn}$ 의 성질을 갖는다.

위의 성질을 갖는 WHT를 이용한 데이터 압축은 다음과 같이 이루어지는데, 먼저 n 개의 성분을 갖는 데이터를 갖는 x 에 대한 WHT변환은

$$x_w = \frac{1}{n} H_n x, \quad n = 2^p, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

이며, 이에 대한 역변 $x = H_n x_w$ 같이 나타난다. 이에 대해 열 풍로 공정의 한 주기 조업에서 한 변수에 대해 WHT한 결과를 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 2.(a)는 연소공기 온도의 한 주기내 여러 조업에서의 변환을 나타내며, (b)는 이에 대한 WHT의 결과를 나타내었다. 그림 (b)에서 보는 바와 같이 1, 17, 34, 49점에서 variation을 나타내고, 나머지 점들에서는 작은 variation을 보임을 알 수 있다. 환은 각각의 변화는 이러한 4개의 특성 점들로 나타낼 수 있으며 이를 한 변수의 한 주기에 대한 특성으로 고려할 수 있다. (c) 이러한 특성을 이용하여 다시 원래의 연소공기 온도를 추정된 값을 나타내었다. (o)는 변환전의 값이며, (+)는 변환 후 복원된 값이다. 그림에서 보는 바와 같이 복원된 값의 크기와 경향에 대하여 원래의 값을 복원함을 알 수 있으며 이를 통해 51차원의 정보가 4차원으로 압축됨을 알 수 있다. 또한 보다 정확한 복원력을 원할 경우는 보다 많은 데이터의 개수, 즉 sampling time이 적게 요구되어진다.

2.3. Partial Least Square (PLS)

제시된 방법론의 성능 비교를 위하여 다변량 통계적 방법인 Partial Least Square (PLS) (Geladi and Kowalski, 1986)에 대하여 간단히 설명한다. PLS는 공정 변수들의 측정치로 이루어진 자료 행렬의 Covariance matrix X 와 품질 변수들로 이루어진 자료 행렬의 Covariance matrix Y 의 Variance를 가장 많이 설명하는 Latent Vector (or Loading Vector)를 각각에 대하여 순차적으로 구한 후 이들 간의 관계를 Linear Regression하는 방법이다. Covariance matrix X 와 Y 는 다음과 같이 표현된다.

$$X = TP^T + E = \sum_{a=1}^A t_a p_a^T + E \quad (12)$$

$$Y = UQ^T + F^* = \sum_{a=1}^A u_a q_a^T + F^* \quad (13)$$

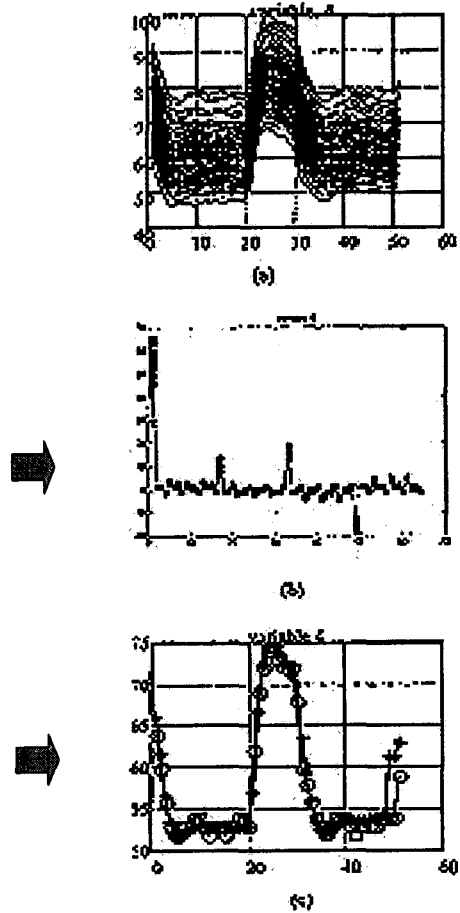


Fig. 2. Feature extraction using Walsh-Hadamard transformation

(a) The operation trends of one operating variable; (b) The results of WHT; (c) The results of reconstruction using WHT (o : original value, * : estimated value).

이때 Latent Vector p_a^T 와 q_a^T 는 Residual인 E 와 F^* 최소화 시키는 방향으로 설정된다. 또한 두 Data matrix간의 Covariance를 최대화하여 관계를 설정하는 linear regression coefficients $b_a = u_a^T t_a / t_a^T t_a$ 이다. Latent vector와 Linear regression coefficients를 효과적으로 구하기 위하여 방법으로는 Nonlinear Iterative Partial Least Square (NIPALS)와 Singular Value Decomposition (SVD)이 있다. PLS는 직교변환

을 통하여 차원을 감소시킨 후 공정 변수와 품질 변수의 관계를 설정한다는 점에서 WHT를 이용한 신경회로망과 공통점을 갖으므로 모델의 성능 비교를 위해 사용 되어진다.

2.4. 열 풍로 시스템

열 풍로는 제철소 내 고로에 고온 공기를 공급하는 설비로서 전체 에너지 소비의 약 20%를 차지하는 전형적인 에너지 소비 공정이다. 그러므로 열 풍로 열 효율 향상을 통한 에너지 절감 노력이 다각도로 이루어져왔다. 열 풍로 시스템에 대해 간략히 설명하면 다음과 같다. 열 풍로의 조업은 연소(51분), 밸브개폐(9분), 그리고 송풍(60분)을 한 주기로 하여 운전되는데, 연소기간에는 연료를 연소시켜 고온의 연소공기를 이용하여 축열실 내 연와에 열을 전달, 축열시키고 송풍기간에는 대기 공기를 역 방향으로 축열실을 통과시켜 연와로부터 열을 흡수, 고온의 공기를 생성하는 공정이다. 조업 변수로는 COG 양, BFG양, 혼합 연료 온도, 연소 공기 온도, 연소 공기 유량, 배 가스 온도, 혼합 연료 가스 양, 둌 온도, 연료 속의 COG 비, BFG 엔탈피이며 품질 변수는 열효율이다. 열 풍로 공정의 주된 에너지 소비는 주로 연소 기간에서 이루어지므로, 열 효율 향상을 위해서는 연소 기간 중 조업 조건과 열 효율간의 관계를 나타내는 모델이 요구되어진다. 본 연구에서는 주로 열 풍로 열 효율에 영향을 미치는 연소기간내의 조업 조건 변화와 열 풍로 열효율간의 관계를 나타내는 모델을 구성, 열 효율 향상을 위한 기본 모델을 제공하고자 한다. 열 풍로 공정에 대한 Process diagram을 Fig. 3.에 나타내었다.

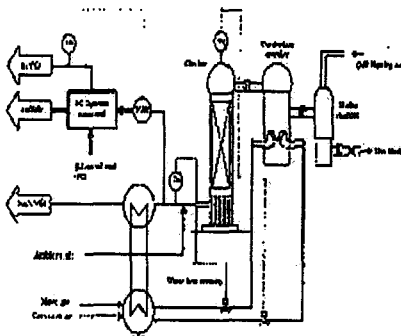


Fig. 3. The process diagram for the hot stove system.

2.5. 실험결과

열 풍로 열 효율 예측 모델을 구성하기 위하여 4월부터 7월까지의 열 풍로의 가열기간의 조

업 데이터를 총 785 cycles에 대하여 수집하였다. 수집된 데이터의 90%인 707 cycles에 대한 데이터를 모델 구축을 위해 사용하였으며, 10%인 78 cycles에 대한 데이터를 모델의 예측 성능 평가 (Cross-validation)를 위해 사용하였다. 이때 조업 변수는 10개, 가열기간이 51분, 그리고 고sampling time이 1분이므로 각각의 조업 변수는 51차원을 갖게 된다.

PLS 모델을 구축하기에 앞서 변수들간의 Auto-correlation과 C×가열 시간으로 구성되며 510차원으로 표현된다. 그러므로 PLS모델 구축용 데이터 matrix는 707-by-510의 구조를 갖으며, 모델의 예측 성능을 평가하기 위한 Cross-validation 데이터 matrix는 78-by-510의 구조를 갖는다.ross-correlation을 동시에 고려하기 위하여 조업 변수를 시간에 대하여 Unfolding하여 데이터 matrix를 구성한다. 구성된 데이터 matrix의 행은 가열 기간의 1 Cycle 조업을 나타내며, 열은 조업 변수 모델 구축용 데이터 matrix를 이용하여 구축된 PLS를 Cross-validation 데이터 matrix에 적용한 결과를 Table 1.에 나타내었다. PLS를 이용한 결과는 모델의 Latent Variable의 개수에 따른 Prediction Sum of Square Error (PRESS)와 Normalized error에 대한 Mean과 Variance를 나타내었다. PLS의 예측결과는 Latent vector (L.V.) 8개 사용한 경우 PRESS가 69.6으로 가장 좋은 예측 결과를 나타내었다

이에 반해 특성 추출을 이용한 신경회로망의 실험 조건은 다음과 같다. 먼저 입력 층의 노드의 구성이 요구되는데 51차원의 각각의 변수에 대하여 WHT 변환 통해 4차원의 특성 점들로 Dimension reduction하여 입력 층의 노드를 구성하였다. 이때 2개의 변수, 즉 연료 속의 COG 비, BFG 엔탈피에 대한 값들은 일정한 패턴을 나타내지 않으므로 평균값을 취하여 입력변수로 설정하였다. 그러므로 8개 변수에 대한 특성 점 32와 2개의 변수에 평균값으로 총 34개의 입력 층 노드를 구성하였다. 이때 신경회로망의 중간 층의 개수를 1개로 설정하였는데 이는 1개의 중간층을 갖는 신경회로망이 일반함수를 묘사할 수 있는 점(Hornik et al., 1989)에 근거하며, 중간층의 수가 늘어남에 따라 Weights 수가 증가하여 Over-parameterization 문제가 발생하기 때문이다.

실험은 Hidden node의 개수를 증가 시키며 모델의 성능을 평가하였는데 Table 1.에서 보는 바와 같이 Hidden node 1개를 갖는 신경회로망의 PRESS 값이 64.25로 PLS에 비교하여 좋은 결과를 나타냄을 알 수 있다. 또한 Normalized error에 대한 Variance의 값이 가장 작으므로

전체 Cross-validation 데이터에 대하여 예측 성능이 큰 편차 없이 정확함을 알 수 있다. Hidden Node의 개수가 2개 이상의 경우 신경회로망은 Weights의 증가로 인한 Over-parameterization 문제를 발생시켜 예측 성능을 저하시킨다. 그러므로 이 경우 최적의 Hidden Node의 개수는 1개이다.

PLS의 예측 결과와 WHT를 이용한 신경회로망의 예측 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 WHT를 이용한 신경회로망의 예측 결과가 보다 더 측정값에 접근하여 예측 성능이 우수함을 알 수 있다.

Table 1. Simulation results for PLS and neural network using WHT.

PLS				WHT-NN			
L.V.	PRESS	error mean	variance	H.N.	PRESS	error mean	variance
1	194.44	0.132	2.508	1	64.25	-0.101	0.8342
2	101.01	0.110	1.301	2	66.73	0.092	0.8581
3	70.98	0.087	0.914				
4	70.43	0.064	0.911				
5	72.95	0.071	0.942				
6	74.81	0.081	0.965				
7	70.12	0.058	0.907				
8	69.60	0.048	0.901				
9	73.42	0.078	0.947				
10	76.12	0.075	0.983				

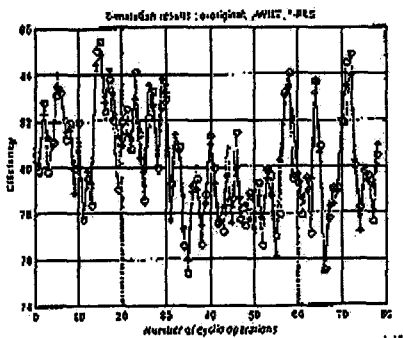


Fig. 4. Simulation results for PLS and neural network using WHT

3. 결 론

본 논문은 공정 시스템의 조업 조건들에 의하여 조업 변수들이 일정한 패턴을 갖는 경우, 이에 대한 특성을 추출, 이를 이용한 신경회로망 모델링 방법론을 제시하였다. 제시된 방법론의

성능 평가를 위하여 PLS(partial least square) 방법과 비교, 그 결과를 제시하였다. 두 방법 모두 데이터의 Dimension reduction을 이용하는 공통점을 갖고 있으나 전자는 변수 각각이 갖는 특성을 추출하여 Dimension reduction을 하는 반면, 후자는 전체 변수들이 갖는 variations을 linear projection시켜 Dimension reduction하는 특성을 갖는다. 두 방법 모두 각각의 장단점을 갖고 있으나 변수가 일정한 패턴에 따라 움직이는 공정의 모델링 시, 제시된 방법론이 실험 결과에서 알 수 있듯이 보다 좋은 예측 결과를 제시하는데 이는 후자의 방법이 linear projection 시킴으로 발생하는 데이터의 정보손실이 전자의 방법보다 많음을 나타낸다. 그러므로 제시된 방법을 통해 기존 신경회로망을 이용한 모델링 시 모델의 예측 성능을 저하시키는 over parameterization 문제를 해결하였으며, 조업 변수들이 일정한 패턴을 나타내는 연소 공정, 포항 제철의 고로(Blast furnace) 공정의 부속 설비 공정인 열 풍로 공정 모델링에 적합함을 알 수 있다.

감 사

본 연구는 한국과학재단 지정 우수 연구 센터인 공정 산업의 지능자동화 연구센터의 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로서, 연구비를 지원해 주신 연구센터에 감사 드립니다.

Nomenclature

- A, a : Number of principal component.
- b_o : Regression coefficients of PLS.
- b_{j0}, b_{i0} : Biases for hidden and output layer.
- E : Cost function for learning neural network.
- E : Error or Residuals.
- F^* : Residuals for Y block.
- N : Total number of data set for training neural network.
- N_i, N_h, N_o : Number of nodes in input layer, hidden layer and output layer.
- $v_{ji}, w_{jk} (v_{ij}, w_{jk})$: Weights for hidden and output layer (matrix notation).
- $f(.)$: activation function.
- y_k : Output of output layer.
- H : Hadamard matrix.

- I_{mn} : m-by-n identity matrix.
 X : Data matrix of operating variable.
 Y : Data matrix of quality variable.
 T, t_k : Score matrix and score vector for X block.
 t_k : Target data set.
 P^T, p_k^T : Loading matrix and loading vector for X block.
 U, u_k : Score matrix and score vector for Y block.
 Q, q_k^T : Loading matrix and loading vector for Y block.
 x : Data set for learning neural network.
 x_w : Transformed data set.
 y_in_k : Input of output node k.
 z_j : Output of hidden layer.
 z_in_j : Input of hidden node j.

7. Strang, G.; Linear Algebra and its Applications, Harcourt Brace Jovanovich, San Diago. (1988).
 8. Walsh, J.L. : American Journal of Mathematics, 45, 5 (1923)

Greek letters

- α : Learning rate.
 δ_K : $(= [t_K - y_K] f'(y_in_K))$
 δ_J : $(= - \sum_k \delta_K w_{JK} f'(z_in_j))$

참고문헌

- Ahmed, N., and Rao, K.R.; Orthogonal transformation for Digital Signal Processing, Springer-Verlag, Berlin (1975).
- Becauchamp, K.G.; Applications of Walsh and Related Functions with an Introduction to Sequency Theory, Academic Press, London (1984).
- Geladi, P., and Kowalski, B. : Analytica Chimica Acta, 185, 1(1986).
- Hornik, K.M., Stinchcombe, M. and White, H. : Neural Networks, 2, 359 (1989).
- Rao, G.P., Singh, J.K., Rao, K.A. and Sinha, S.; Forecasting for agricultural management, Pergamon Press, Oxford (1983).
- Rumelhart, D.E., Hinton, G.E. and Williams, R.J.; Learning internal representations by error propagation, Spartan Books, Washington (1986).