

변위제약조건을 고려한 강구조물의 최적화에 관한 연구

A Study on the Optimization of Steel Structures Considering Displacement Constraints

김 호 수¹⁾ · 이 한 주²⁾

Kim, Ho Soo Lee, Han Joo

요 약 : 본 연구는 변위제약조건을 고려한 강구조물의 최적화를 위하여 효율적인 쌍대알고리즘을 제시한다. 쌍대법은 최적화 문제를 하나의 간단한 대수학적인 형태를 가지는 근사화된 양함수형태의 부분제로 대체할 수 있고, 이때 각 부분제는 볼록면을 가지며 분리 가능한 형태이기 때문에 쌍대알고리즘을 적용함으로써 효과적으로 풀려질 수 있다는 개념에 근거한다. 특히, 본 연구는 양함수형태의 변위제약조건식을 설정하기 위해 가상일의 원리를 적용하고자하며 아울러 쌍대알고리즘내에 단면특성관계를 나타내는 선형회귀식을 추가하여 설계변수의 수를 감소시켜 주고자 한다. 또한 부재선정을 위해 상용화된 표준 철골 단면을 검토함으로써 이산형 최적화문제도 고려한다. 이러한 연구 결과는 기존의 해석기법인 최적정기준법과 비교검토된다.

ABSTRACT : This study presents an effective dual algorithm for the optimal design of steel structures with displacement constraints. The dual method can replace a primary optimization problem with a sequence of approximate explicit subproblems with a simple algebraic structure. Since being convex and separable, each subproblem can be solved efficiently by the dual method. Specifically, this study uses the principle of virtual work to obtain the displacement constraint equations with an explicit form and adds the linear regression equation expressing the relationships between the cross-section properties to the dual algorithm to reduce the number of design variables. Furthermore, this study deals with the discrete optimization problem to select members with the standard steel sections. Through numerical analyses, the proposed method will be compared with the conventional optimality criteria method.

핵심용어 : 강구조물, 변위제약조건, 쌍대알고리즘, 이산형 최적화, 최적정기준법

KEYWORDS : steel structure, displacement constraints, dual algorithm,
discrete optimization, optimality criteria method

1) 정회원, 청주대학교 건축공학과 부교수, 공학박사
2) 청주대학교 건축공학과 박사과정

본 논문에 대한 토의를 1999년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

구조물의 최적설계에서 제약조건들은 기본적으로 안전성과 사용성을 만족시키는 조건들로 구성된다. 그러나 많은 구조설계프로그램은 설계규준에 따른 강도제약조건을 만족하고 있는 반면에 변위제약조건을 만족시키는 것과 같은 어려운 문제에 대해선 큰 노력을 기울이지 않고 있으며 주로 설계자의 직관이나 경험 등에 의한 반복적이고 시행착오적인 방법에 의존하고 있다. 특히 최근들어 건물의 규모가 커지고 고층화됨에 따라 변위제약조건을 만족시키는 강성설계가 구조설계 전체에 미치는 영향이 지배적이며 아울러 구조설계업무의 효율성과 경제성을 크게 좌우하고 있으므로 변위제약조건을 정량적으로 처리할 수 있는 효율적인 설계방안 마련이 시급한 실정이다.

이러한 문제를 해결하기 위한 기존의 방법으로는 주로 수학적계획법(mathematical programming method : MP method)과 최적성기준법(optimality criteria method : OC method)이 이용되어왔다. 그러나 초기의 수학적계획법은 정확한 이론적 기초와 어느 형태의 제약조건도 고려할 수 있는 일반성이라는 장점을 가지고 있으나 비교적 간단한 문제에서조차 많은 비용을 유발시키고 문제의 규모가 커질 경우 계산시간의 급격한 증가때문에 적용상 어려움이 많았다. 이에 비해 1970년대 초반에 개발된 최적성기준법은 문제의 규모에 상대적으로 영향을 덜 받고 최적설계에 가까운 값을 제공하는 이점이 있으나 이는 명확한 이론적 기초가 없고 종종 최적해에 도달하지 못하는 경우가 발생하였다. 그러나 최근엔 근사화 개념을 도입하여 수학적계획법을 보완함으로써 최적화 문제를 계산상 보다 효율적으로 해결할 수 있는 방안이 강구되고 있다. 이에 따라 초기의 최적화 문제를 하나의 간단한 대수학적인 형태를 가지는 근사화된 양함수형태의 부분제(explicit subproblem)로 대체하고, 볼록면을 가지며 분리가능한(convex and separable) 형태인 각 부문

제에 쌍대알고리즘(dual algorithm)을 적용함으로써 효과적으로 풀려질 수 있다는 개념에 근거한 쌍대법이 1970년대 말 Fleury에 의해 제안되었다^(1,2,3,4). 이 방법은 최적성기준법의 적용시에 제기되는 어려운 지배적인 제약조건식의 설정문제와 각각의 제약조건에 대응하는 활성 및 비활성 설계변수로의 적절한 분할문제를 쌍대알고리즘내에서 직접 해결함으로써 최적성기준법의 일반화방안으로 제시되었고 수학적계획법 및 최적성기준법의 일체화를 위한 기초로 제공되고 있다.

이에 따라 본 연구에서는 변위와 응력제약조건을 동시에 고려하는 트러스 구조물과 변위제약조건을 받는 골조구조물의 최적화를 위해 쌍대법(dual method)에 근거한 효율적인 알고리즘기법을 제시하고자 한다. 특히, 고층철골조의 경우 설계변수 및 구속조건의 수가 많아지므로 쌍대알고리즘을 효과적으로 적용할 수 있는 실용적인 방안이 요구되는데 이를 위해 본 연구에서는 골조구조물의 경우 적절한 선형회귀분석을 통한 단면특성관계식을 제시하여 단면이차모멘트를 하나의 단면적으로 환산해줌으로써 설계변수의 수를 감소시키고자 하며 아울러 양함수 형태의 변위제약조건식을 설정하기 위해 가상일의 원리를 적용하고자 한다. 또한 부재선정을 위해 AISC(American Institute of Steel Construction)규준⁽¹¹⁾에 근거한 상용화된 표준 철골단면을 검토함으로써 이산형 최적화문제도 아울러 고려하고자 한다. 특히 본 연구 결과를 비교검토하기 위해 Sadek이 제시한⁽⁸⁾ 10개 부재를 가진 평면트러스 구조물과 Grierson 및 Chan^(5,6)에 의해 제시된 12층의 철골조모델, 45층의 철골조와 가새보강된 철골조모델이 고려된다.

2. 구조최적화 문제

2.1 제약조건식의 설정

강구조물의 최소중량설계는 다음과 같은 이산

형 최적화 형태로 정식화될 수 있다.

$$\text{Minimize : } W(a_i) = \sum_{i=1}^n w_i a_i \quad (1a)$$

$$\text{Subject to: } u_j \leq \bar{u}_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (1b)$$

$$\sigma_k \leq \bar{\sigma}_k \quad (k=1, 2, \dots, s) \quad (1c)$$

$$a_i \in A_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1d)$$

여기서 (1a)식은 목적함수로서 구조물의 중량을 표현하며, a_i 는 i 부재의 단면적이고, w_i 는 그에 대응하는 중량계수이다. (1b)식은 절점변위 제약조건을 표현하며, u_j 와 \bar{u}_j 는 각각 절점 j 의 변위와 허용변위를 나타낸다. 특히 골조구조물에서 층간변위 제약조건을 표현하기 위해선 (1b)식이 $u_j = (\delta_j - \delta_{j-1})/h_j$ 로 대체되며, 이때 δ_j 와 δ_{j-1} 은 두 개의 연속된 층에서의 횡변위, h_j 는 그에 대응하는 층높이이고 \bar{u}_j 는 허용층간변위이다. (1c)식은 본 연구에서 트러스구조물에만 적용되는 구조물의 응력제약조건을 나타내며 σ_k 와 $\bar{\sigma}_k$ 는 각각 부재 k 에 대한 응력과 허용응력이다. 즉, 본 연구에서는 변위제약조건뿐만 아니라 응력제약조건도 큰 영향을 미치는 트러스구조물에서는 두 제약조건을 모두 고려한다. 그러나 세장한(slender) 고층철골조의 경우 일반적으로 응력 제약조건에 비해 변위제약조건이 더 지배적인 것으로 알려져 있다^(5,6,7). 이와 아울러 참고문헌 5, 6에서 제시된 고층철골조모델과 동일한 구속조건 하에서 기존의 최적정기준법과 본 연구에서 제시된 방법과의 비교를 위해 골조구조물에 대해서는 변위제약조건만을 고려하기로 한다. (1d)식은 각 부재에 대한 단면적 a_i 가 상용화된 표준철골단면에서 선정됨을 의미한다.

특히 (1b)와 (1c)식은 설계변수 a_i 의 음함수 형태이므로 컴퓨터해석을 손쉽게하기 위해 양함수 형태로 정식화하는 것이 필요한데 이를 위해 본

연구에서는 가상일의 원리를 이용하여 변위와 응력을 정식화하고자하며 트러스의 경우 각각 (2a)와 (2b)식과 같이 되고 골조구조물의 경우 변위는 (2c)식과 같이 된다. 이와 같이 가상일의 원리에 의해 변위 및 응력구속조건식을 설정하는 것은 일반적인 개념이나 본 연구에서는 이를 쌍대알고리즘내에 적용함으로써 보다 실용적인 쌍대함수를 유도하고자 한다.

$$u_j = \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \left(\frac{F_x f_x}{Ea} \right)_i dx \quad (2a)$$

$$\sigma_k = \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \left(\frac{F_x f_x}{Ea} \cdot \frac{E_k}{L_k} \right)_i dx \quad (2b)$$

$$u_j = \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} \left(\frac{F_x f_x}{Ea} + \frac{M_z m_z}{EI} \right)_i dx \quad (2c)$$

여기서, L_i, L_k : 각각 i 와 k 부재의 길이

E, E_k : 탄성계수, a : 단면적

I : 단면이차모멘트

F_x, M_z : 축력 및 휨모멘트

f_x, m_z : 가상축력 및 가상휨모멘트

또한, 골조구조물의 경우 적절한 단면특성관계식을 설정하여 단면이차모멘트를 단면적으로 환산해줌으로써 전체 설계변수의 수를 줄여줄 수 있다. 이러한 단면특성관계식은 여러 가지 형태가 있는데 그 중 Grierson 과 Chan^(5,6)에 의해 최적정기준법을 이용한 고층철골조의 최적설계에 제시된 바 있는 단면특성관계식을 본 연구의 쌍대알고리즘내에 적용하고자 한다. 따라서, 상용화된 표준철골부재에 대한 단면이차모멘트 I 는 단면적 a 에 의해 (3)식과 같은 선형회귀식으로 정식화될 수 있다.

$$\frac{1}{I_i} = \frac{C}{a_i} + C' \quad (3)$$

여기서 계수 C, C' 는 선형회귀분석에 의해

결정되며 단면의 형태와 크기에 따라 달라지는데, 미국 AISC 표준 Wide-Flange W 철골단면중 W14와 W24단면에 대한 계수값들이 표 1과 같이 주어진다. 이에 따라 (2c)식의 변위 u_j 는 (3)식을 통해 단면적 a_i 만에 의한 식으로 표현될 수 있다.

표 1. W14, W24단면에 대한 I 와 a 사이의 관계

그룹	단 면	단면개수	C	C'
1	W14X22-26	2	0.03924	-0.00102
2	W14X30-38	3	0.03533	-0.00057
3	W14X43-53	3	0.03197	-0.00020
4	W14X61-82	4	0.02988	-0.00011
5	W14X90-132	5	0.02903	-0.00010
6	W14X145-176	3	0.02852	-0.00008
7	W14X193-257	4	0.02808	-0.00008
8	W14X283-426	6	0.02714	-0.00007
9	W14X455-730	6	0.02444	-0.00004
<hr/>				
1	W24X55-62	2	0.01409	-0.00013
2	W24X68-84	3	0.01343	-0.00012
3	W24X94-103	2	0.01196	-0.00006
4	W24X104-131	3	0.01101	-0.00004
5	W24X146-192	4	0.01067	-0.00003
6	W24X207-306	5	0.00994	-0.00002
7	W24X335-492	5	0.00978	-0.00002

$$u_j = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{ij}}{a_i} + Q_{ij}' \right) \quad (4)$$

여기서 계수 Q_{ij} , Q_{ij}' 는 (2c)와 (3)식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$Q_{ij} = \int_0^{L_i} \left(\frac{F_x f_x + M_z m_z C}{E} \right)_i dx \quad (5a)$$

$$Q_{ij}' = \int_0^{L_i} \left(\frac{M_z m_z C'}{E} \right)_i dx \quad (5b)$$

또한 역변수(reciprocal variable)를 (6)식과 같이 도입하면 (2)식과 같은 제약조건들은 다음 (7)식과 같이 근사화된 양함수 형태의 부문제로 구성된다.

$$x_i = \frac{1}{a_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

$$u_j = \sum_{i=1}^n \left(\frac{F_x f_x L}{E} \cdot x \right)_i \leq \bar{u}_j \quad (7a)$$

$$\sigma_k = \sum_{i=1}^n \left(\frac{F_x f_x L}{E} \cdot \frac{E_k}{L_k} \cdot x \right)_i \leq \bar{\sigma}_k \quad (7b)$$

$$u_j = \sum_{i=1}^n (Q_{ij}x_i + Q_{ij}') \leq \bar{u}_j \quad (7c)$$

2.2 설계최적화를 위한 쌍대알고리즘 구성

양함수 형태의 제약조건과 역변수를 적용하면 (1), (4), (7)식으로부터 설계최적화 문제는 다음과 같이 정리된다.

Truss :

$$\text{Minimize : } W(x_i) = \sum_{i=1}^n w_i/x_i \quad (8a)$$

$$\text{Subject to : } \sum_{i=1}^n D_{ij}x_i \leq \bar{u}_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (8b)$$

$$\sum_{i=1}^n S_{ik}x_i \leq \bar{\sigma}_k \quad (k=1, 2, \dots, s) \quad (8c)$$

$$x_i \in X_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (8d)$$

여기서,

$$D_{ij} = \frac{F_x f_x L_i}{E_i}, \quad S_{ik} = \frac{F_x f_x L_i}{E_i} \cdot \frac{E_k}{L_k}$$

Framework :

$$\text{Minimize : } W(x_i) = \sum_{i=1}^n w_i/x_i \quad (9a)$$

$$\text{Subject to : } \sum_{i=1}^n (c_{ij}x_i + c'_{ij}) \leq \bar{u}_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (9b)$$

$$x_i \in X_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9c)$$

여기서, $c_{ij} = (Q_{ij} - Q_{ij-1})/h_j$

$$c'_{ij} = (Q'_{ij} - Q'_{ij-1})/h_j$$

(8a)와 (9a)식의 중량계수 w_i 의 값은 양수이며, 제약조건식인 (8b), (8c)식과 (9b)식은 역변수 x_i 의 선형함수이고 목적함수와 제약조건들이 모두 변수 x_i 의 분리가능한 함수이므로 이산형 최적화문제를 풀기 위해 쌍대법이 직접 적용된다. 이를 위해 (8d)와 (9c)식을 일시적으로 무시하고 라그랑지함수로 정식화한다.

Truss :

$$L(x_i, \lambda_j, \mu_k) = \sum_{i=1}^m \frac{w_i}{x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\sum_{i=1}^m D_{ij} x_i - \bar{u}_j \right] + \sum_{k=1}^s \mu_k \left[\sum_{i=1}^m S_{ik} x_i - \bar{\sigma}_k \right] \quad (10a)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, m), \quad \mu_k \geq 0 \quad (k=1, 2, \dots, s) \quad (10b)$$

Framework :

$$L(x_i, \lambda_j) = \sum_{i=1}^m \frac{w_i}{x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\sum_{i=1}^m (c_{ij} x_i + c'_{ij}) - \bar{u}_j \right] \quad (11a)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (11b)$$

여기서 임의의 해 (x^*, λ^*, μ^*) 및 (x^*, λ^*) 가 (10a)와 (11a)식의 saddle point이고 (8d), (9c)식을 만족한다면 x^* 가 (8)과 (9)식의 구하고자하는 각각의 해가 된다. 이때 saddle point는 (12), (13)식과 같은 최소-최대문제(min-max problem)의 해로써 주어진다.

Truss :

$$(x^*, \lambda^*, \mu^*) = \max_{\lambda_j \geq 0, \mu_k \geq 0} \left[\min_{x_i \in X_i} L(x_i, \lambda_j, \mu_k) \right] \quad (12)$$

Framework :

$$(x^*, \lambda^*) = \max_{\lambda_j \geq 0} \left[\min_{x_i \in X_i} L(x_i, \lambda_j) \right] \quad (13)$$

(12), (13)식으로부터 쌍대함수(dual function)

는 다음과 같이 정의된다.

Truss :

$$L_m(\lambda_j, \mu_k) = \min_{x_i \in X_i} L(x_i, \lambda_j, \mu_k) \quad (14)$$

Framework :

$$L_m(\lambda_j) = \min_{x_i \in X_i} L(x_i, \lambda_j) \quad (15)$$

(10a), (11a)식이 이산형변수 x_i 의 분리가능함수의 합으로 표현될 수 있으므로 (14)와 (15)식은 (10a), (11a)식의 변수 x_i 에 대해 분리가능한 개개의 함수의 최소값을 따로 구한 후 더해 줌으로써 구할 수 있다. 또한 λ 및 μ 변수는 다양한 값을 갖기 때문에 이에 대응하는 각 함수 $L_i(x_i, \lambda_j, \mu_k)$, $L_i(x_i, \lambda_j)$ 가 최소가 되는 실제변수 x_i 의 값은 상용화된 표준철골단면 x_i 에 대한 이산형값 x_i^r 부터 다음 이산형값 x_i^{r+1} 까지 변한다. 이때 쌍대함수의 연속성(continuity)은 다음 (16)과 (17)식에 의해 유지된다.

Truss :

$$L_i(x_i^r, \lambda_j, \mu_k) = L_i(x_i^{r+1}, \lambda_j, \mu_k) \quad (16)$$

Framework :

$$L_i(x_i^r, \lambda_j) = L_i(x_i^{r+1}, \lambda_j) \quad (17)$$

(16)과 (17)식에 임의의 i 부재에 대한 (10a)와 (11a)식의 개별함수를 각각 대입하여 정리하면 다음과 같다.

Truss :

$$\sum_{j=1}^m (\lambda_j D_{ij}) + \sum_{k=1}^s (\mu_k S_{ik}) = \frac{w_i}{x_i^r x_i^{r+1}} \quad (18)$$

$$(i=1, 2, \dots, n)$$

Framework :

$$\sum_{j=1}^m (\lambda_j c_{ij}) = \frac{w_i}{x_i^r x_i^{r+1}} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (19)$$

(18)과 (19)식으로부터 각 함수 $L_i(x_i, \lambda_j, \mu_k)$ 와 $L_i(x_i, \lambda_j)$ 가 최소가 되는 설계변수 x_i 의 특정한 이산형값은 만일 (20)과 (21)식이 만족될 경우 (22)식과 같이 주어진다.

Truss :

$$\frac{w_i}{x_i^{r-1} x_i^r} < \sum_{j=1}^m \lambda_j^o D_{ij} + \sum_{k=1}^s \mu_k^o S_{ik} < \frac{w_i}{x_i^r x_i^{r+1}} \quad (20)$$

$$(i=1,2,\dots,n)$$

Framework :

$$\frac{w_i}{x_i^{r-1} x_i^r} < \sum_{j=1}^m \lambda_j^o c_{ij} < \frac{w_i}{x_i^r x_i^{r+1}} \quad (21)$$

$$(i=1,2,\dots,n)$$

$$x_i^o = x_i^r \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (22)$$

여기서 윗첨자 'o'는 현재의 설계단계값을 의미한다. 이와 같이 쌍대함수를 구하면 (12), (13) 식인 최소-최대문제는 (10)과 (11)식으로부터 (23)과 (24)식과 같이 정리된다.

Truss :

Maximize :

$$L_m(\lambda_j, \mu_k) = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{x_i^r} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\sum_{i=1}^n D_{ij} x_i^r - \bar{u}_j \right] + \sum_{k=1}^s \mu_k \left[\sum_{i=1}^n S_{ik} x_i^r - \bar{\sigma}_k \right] \quad (23a)$$

Subject to :

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1,2,\dots,m), \quad \mu_k \geq 0 \quad (k=1,2,\dots,s) \quad (23b)$$

Framework :

Maximize :

$$L_m(\lambda_j) = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{x_i^r} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\sum_{i=1}^n (c_{ij} x_i^r + c'_{ij}) - \bar{u}_j \right] \quad (24a)$$

$$\text{Subject to : } \lambda_j \geq 0 \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (24b)$$

(23)과 (24)식에 의해 제시된 쌍대최적화문제(dual optimization problem)는 라그랑지변수를 (25)식과 같이 반복적으로 수정하는 Dual Gradient Projection 알고리즘을 사용하여 풀 수 있다.

$$\lambda_j^{v+1} = \lambda_j^v + \alpha S_j \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (25)$$

여기서, S_j 는 탐색방향벡터이고, α 는 단계길이(step length)매개변수이고 λ_j^v 는 바로 전의 탐색단계에서 구한 변수값이다.

이상의 최적화 알고리즘을 흐름도로 나타내면 그림 1과 같으며 이에 따른 설계과정은 수치해석 및 행렬연산을 손쉽게 구현시켜주는 MATLAB⁽¹⁰⁾으로 프로그래밍되었으며, 이산형 최적화문제를 위한 부분적인 서브루틴은 SODA (Structural Optimization Design and Analysis)프로그램 (9)을 이용하였다.

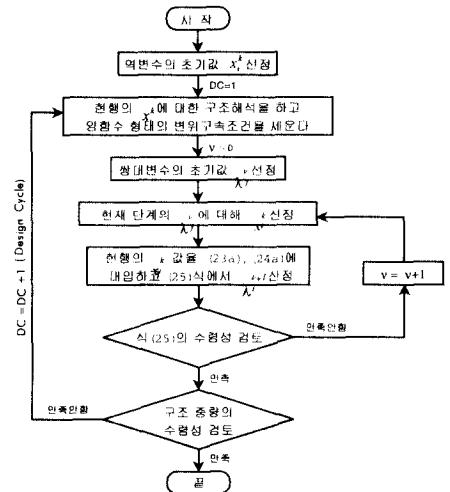


그림 1. 제시된 알고리즘의 흐름도

3. 예제적용 및 결과분석

본 연구에서 제시된 최적화 방안을 비교검토하기 위해 최적정 기준법(OC method)에 의해 설계된 기존의 트러스 구조물과 세 가지 형태의 철골조 구조물들이 고려된다. 예제 1은 Sadek⁽⁸⁾이 제시한 10개의 부재로 이루어진 평면 트러스 구조물이며, 예제 2, 3, 4는 각각 Grierson 및 Chan^(5,6)에 의해 제시된 12층 철골조, 45층 철골조 및 45층의 가새보강된 철골조이다. 예제 2, 3, 4의 철골조 구조물은 모두 계산상 연직하중은 무시되고 수평 풍하중이 각 층의 레벨에서 수평집중하중으로 작용하는 것으로 고려되었으며, 미국 AISC 표준 Wide-Flange W 철골단면중 W14와 W24단면이 부재크기를 결정하는데 사용되었다.

3.1 예제 1

그림 2와 같은 10개의 부재와 6개의 절점으로 이루어진 부정정 트러스 구조물이 고려된다. 중력 방향의 하중을 받는 하중조건에서 각 절점의 수평·수직방향의 변위제한은 $\pm 5\text{cm}$ 이고 각 부재의 응력제한은 $1.76\text{t}/\text{cm}^2$ 이다. 탄성계수 $E=7.03 \times 10^2\text{t}/\text{cm}^2$, 단위 부피당 중량 $\rho=2.77 \times 10^{-6}\text{t}/\text{cm}^3$ 으로 하며 초기부재의 단면적은 625cm^2 로 한다. 또한 최소단면적은 0.63cm^2 로 제한하였다.

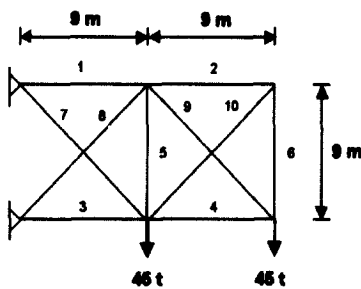


그림 2. 예제 1-ten-bar 트러스

예제 1에 대한 최적설계 결과는 표 2와 같이 기존의 최적정기준법과 제안된 방법의 최종물량을 보여주는 데, 각 부재의 최종물량이 거의 비슷한 경향으로 수렴하였음을 알 수 있으며 기존의 최적정기준법에 비해 제안된 방법의 전체물량이 3.65% 감소되었다.

표 2. 예제 1의 최종물량비교(ton)

부재번호	최적정기준법	제안된 설계법
1	0.50	0.50
2	1.62×10^{-3}	2.10×10^{-3}
3	0.39	0.38
4	0.24	0.23
5	1.62×10^{-3}	2.10×10^{-3}
6	7.71×10^{-3}	9.07×10^{-3}
7	0.17	0.16
8	0.48	0.44
9	0.48	0.46
10	2.29×10^{-3}	2.29×10^{-3}
계	2.27	2.19

3.2 예제 2

그림 3과 같은 수평하중을 받는 12층의 평면 철골조가 고려된다. 허용층간 변위는 $h/500$ (h 는 층고)이고, 허용 최상층 변위는 $H/400$ (H 는 건물높이)이며, 탄성계수는 $2.1 \times 10^6\text{kg}/\text{cm}^2$ 이다. 기둥은 표준단면 W14 \times 90~W14 \times 730 범위내에서 선정되며, 보는 표준단면 W24 \times 55~W24

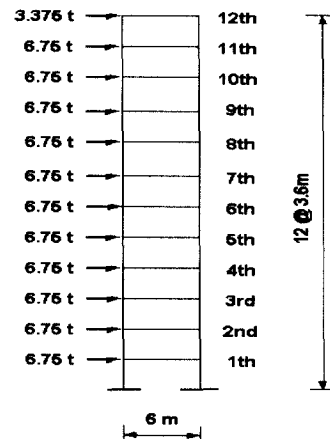


그림 3. 예제 2-12층 철골조

×492 범위내에서 선정된다. 특히 본 예제에서는 초기단면의 선정에 따른 최종설계의 영향을 알아보기 위해 네 가지의 다른 초기단면 세트를 설정한다. 계획 A는 허용범위 중 최소단면을 갖도록 기둥(W14×90) 및 보(W24×55)를 선정하고, 계획 B는 허용범위 중 최대단면을 갖도록 기둥(W14×730) 및 보(W24×492)를 선정한다. 계획 C는 허용범위 중 최소단면의 기둥(W14×90) 및 최대단면의 보(W24×492)로 선정하고, 계획 D는 허용범위 중 최대단면의 기둥(W14×730)과 최소단면의 보(W24×55)로 선정한다.

표 3. 예제 2의 최종물량 비교(ton)

설 계 법	최 종 물 량	최적정기준법과의 비교 (%)
최적정기준법	68.5	-
제안된 설계법	계획A	3.6
	계획B	3.5
	계획C	3.3
	계획D	3.6

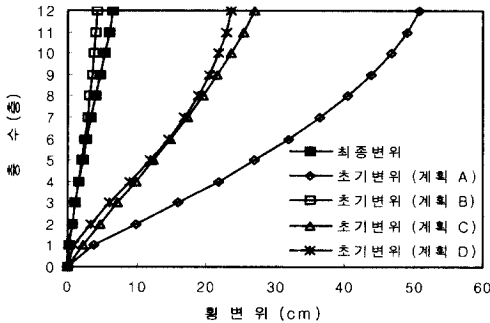


그림 4. 초기변위 및 최종변위의 비교

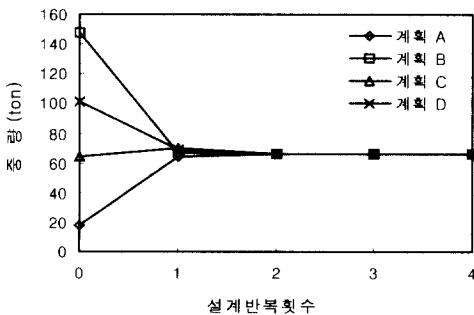
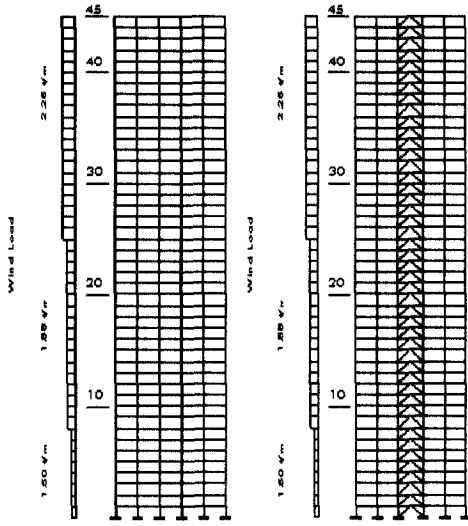


그림 5. 예제 2의 설계이력

예제 2에 대한 해석결과는 표 3과 그림 4와 5를 통해 보여진다. 표 3은 초기단면크기설정에 따라 기존의 최적정기준법과 제안된 방법의 최종수렴 후의 물량을 나타내는데 최적정기준법에 대한 제안된 설계법의 최종물량차이가 모두 4% 이내로 비슷한 결과를 보여주고 있다. 그림 4는 네 개의 초기단면계획에 따른 초기변위가 최적설계 후엔 모두 같은 형태로 최종변위에 수렴되는 모습을 보여준다. 이것은 제안된 설계법에 의한 최적설계는 초기부재의 선정에 거의 영향을 받지 않는다는 것을 보여준다. 그림 5는 설계이력에 따른 수렴과정을 보여주는데 이를 비교해보면 기존의 최적정기준법의 경우 4번째 반복과정 후에 수렴이 얻어졌는데 비해 본 연구에서 제시된 방법의 경우 계획 A는 2번째 반복과정에서 계획 B와 C는 3번째 반복과정에서 그리고 계획 D는 4번째 반복과정에서 수렴을 보여주었다. 이와 같이 본 연구에서 제시된 방법이 최적정기준법에 비해 수렴성능 및 물량절감에 있어서 뛰어난 것을 알 수 있다.

3.3 예제 3 및 예제 4

그림 6에서 보여지는 것처럼 예제 3은 횡강성이 단지 보와 기둥을 통해 공급되는 강철철골조이고 예제 4는 가새보강된 철골조이다. 프레임을 구성하는 모든 보와 기둥은 강철점으로 연결되어 있으며 K-브레이스시스템의 대각선 가새들은 힌지 절점으로 연결되어 있다. 풍압은 15m의 부담폭을 갖는 것으로 계산하였고 두 예제 모두 베이폭은 6m이고 층고는 3.6m이다. 여기서 기둥과 대각선 가새들은 W14×22~W14×730 범위내에서 선정되며 보는 W24×55~W24×492 범위내에서 선정된다. 또한 보와 대각선 가새는 각 층에 대해 동일단면을 갖도록 그룹화되고 기둥은 연속되는 두 개의 층에 대해 대칭되는 한 쌍씩 동일 단면을 갖도록 그룹화된다. 프레임은 층간변위가 h/400를 초과하지 않도록 설계된다. 여기서 h는 건물의 해당하는 한 층의 높이이다. 예제 3과 4



(a)예제 3-강철철골조 (b)예제 4-가새보강된 철골조
그림 6. 45층, 5베이 철골조 모델링

에서도 두 가지의 다른 초기단면 세트로 나누어 각 부재의 초기단면을 설정한다. 첫 번째 계획 A는 허용범위중 최소단면을 갖도록 기둥(W14×22) 및 보(W24×55)를 설정하고 두 번째 계획 B는 허용범위중 최대단면을 갖도록 기둥(W14×730) 및 보(W24×492)를 설정한다.

쌍대알고리즘을 이용하여 구해진 예제 3과 예제 4의 최적설계결과는 표 4와 그림 7에서 보여진다. 표 4는 기존의 최적정기준법과 제안된 설계법의 최종물량을 보여주는데, 예제 3의 경우 기존의 최적정기준법에 비해 제안된 방법의 계획 A는 1.6%, 계획 B는 4.5% 더 적은 반면 예제 4의 경우 계획 A는 4.9%, 계획 B는 5.6% 더 많은 것이 보여진다. 그러나 두 예제 모두 6% 이내로 두 방법에 의한 차이가 거의 없음을 알 수 있다. 그림 7은 초기단면을 계획 A 및 계획 B로 설정하여 구한 최종설계값을 나타내는데 예제 3과 예제 4 모두 2~3회 이내의 반복과정을 통해 비슷한 최종중량으로 수렴하는 것이 보여진다. 그리고 예제 4의 계획 A를 제외한 모든 경우 두 번째 반복과정 후에 수렴되고, 예제 4의 계획 B는 세 번째 반복과정 후에 수렴되었다. 이러한 빠른 수렴은

내부 부재력의 분배가 부재크기의 변화에 다소 덜 민감하기 때문인 것으로 판단된다.

표 4. 예제 3 및 4의 최종물량 비교 (ton)

설계법	예제 3	예제 4
최적정기준법	1015.1	760.5
제안된 설계법		
계획 A	998.8	798.0
계획 B	971.2	830.0

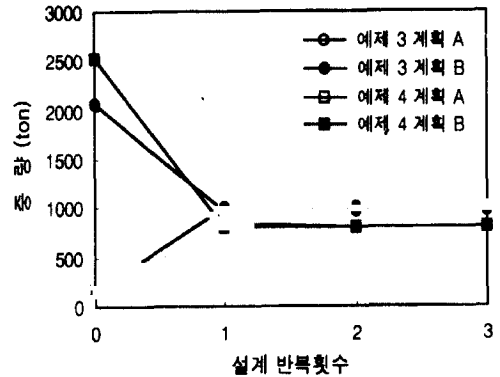


그림 7. 예제 3 및 예제 4의 설계이력

4. 결 론

본 연구에서는 변위와 응력제약조건을 고려한 트러스 구조물과 층간변위 제약조건을 고려한 골조구조물의 최적설계를 위해 쌍대법에 근거한 효율적인 이산형 최적화 알고리즘을 제시하였으며 이에 따른 해석결과를 기존의 최적정기준법과 비교해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 최적정기준법의 경우 초기엔 연속형변수로 최적화된 후, 유사 이산형(pseudo-discrete) 최적화기법에 의해 이산형 변수로 환산되나 쌍대법의 경우는 직접 이산형 설계변수와 그에 대응하는 구속조건식을 고려한다. 또한 기존의 최적정기준법은 지배적인 구속조건식을 정확히 설정하고 각각의 구속조건에 대응하는 활성(active) 및 비활성(inactive) 설계변수로의 적절한 분할과정이 요구되는 어려움이 있는 반면, 본 연구에서 제시한

쌍대법의 경우 지배적인 구속조건 설정문제는 쌍대함수의 최대값을 구할 때 쌍대변수에 대한 양수(non-negativity)의 구속조건을 고려함으로써 자동적으로 다루어지며, 활성 및 비활성 설계변수의 분할개념은 쌍대알고리즘내에 본래 포함되어 있다.

(2) 본 연구는 양함수 형태의 변위제약조건식을 설정하기 위해 가상일의 원리를 적용하였으며 아울러 쌍대알고리즘내에 단면특성관계식을 추가하여 설계변수의 수를 감소시켜 줌으로써 횡변위 구속조건을 받는 고층철골조의 최적설계에 실용적으로 적용될 수 있다.

(3) 본 연구에서 제시한 방법은 변위제약조건을 고려한 고층철골조뿐만 아니라 변위 및 응력제약조건을 동시에 고려한 트러스구조물에 대해서도 기존의 최적정기준법과의 비교검토에서 물량절감 효과와 아울러 수렴성능도 뛰어난을 알 수 있다. 특히 예제 2, 3, 4에서와 같이 제안된 설계법에 의한 해석결과는 초기부재크기선정에 거의 영향을 받지 않음을 보여준다.

따라서 본 연구에서 제시된 쌍대알고리즘이 트러스구조물뿐만 아니라 횡변위 제약조건을 고려한 고층철골조의 최적화에 효과적으로 적용됨으로써 엔지니어에게 반복작업에 의한 계산시간의 절감효과를 제공함과 아울러 고층철골조의 횡변위에 대한 거동을 예측하는 데에도 큰 도움을 줄 것으로 기대된다.

감사의 말

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구지원(981-1208-023-2)에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Fleury, C., 1979. Structural weight optimization by dual methods of convex programming. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 14, pp.1761-1783

(2) Schmit, L.A. and Fleury, C., 1980, Structural Synthesis by Combining Approximation Concepts and Dual Methods, AIAA Journal, Vol.18, No.10, pp.1252-1260

(3) Fleury, C. and Braibant, V., 1986, Structural Optimization : a new dual method using mixed variables, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, pp.409-428

(4) Fleury, C., 1989, CONLIN: an efficient dual optimizer based on convex approximation concepts, Structural Optimization 1, pp.81-89

(5) Grierson, D.E. and Chan, C.M., 1993, An optimality criteria design method for tall steel buildings, Advances in Engineering Software, Vol.16, pp.119-125

(6) Grierson, D.E. and Chan, C.M., 1993, An efficient resizing technique for the design of tall steel buildings subject to multiple drift constraints, The Structural Design of Tall Buildings, Vol.2, pp.17-32

(7) Chan, C.M., Grierson, D.E. and Sherbourne, A.N., 1995, Automatic Optimal Design of Tall Steel Building Frameworks, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No.5, pp.838-847

(8) Sadek, E.A., 1986, An optimality criterion method for structural optimization problems, Computers & Structures, Vol.22, pp.823-829

(9) SODA User's Manual, 1996, Structural Optimization Design & Analysis Software for Structural Engineering, Acronym Software Inc., Canada

(10) MATLAB User's Guide, 1992, The MathWorks Inc., Massachusetts,

(11) Manual of Steel Construction : Allowable Stress Design, 9th ed., 1989, American Institute of Steel Construction Inc.

(접수일자 : 1998년 8월 28일)