

## 본드선도를 이용한 동적시스템의 직접 종합방법

박 전 수\* · 김 종 식\*\*

(1997년 7월 16일 접수)

### Direct Synthesis Method of Dynamic Systems in Terms of Bond Graphs

Jeon Soo Park and Jong Shik Kim

**Key Words :** Bond Graph Prototypes(표준본드선도), Dynamic Systems(동적시스템), Analytical Synthesis Method(해석적 종합방법), Direct Synthesis Method(직접 종합방법)

#### Abstract

This paper deals with a method for finding the physical structure of dynamic systems which shows reasonable response to a given specification. The method uses only four basic models of bond graph prototypes which have been originally proposed by the authors as a general model for dynamic systems, and then makes its procedure highly physical in the sense that it can synthesize a dynamic system through the structural transformation directly on bond graph models without any mathematical manipulation. Also, it is shown that this method has further advantages in optimizing parameters for an existing system rather than developing design concepts for a new device, the latter being more suitable using the so-called analytical synthesis method introduced by Park and Redfield. One example serves to trace the outlines of the direct synthesis method proposed in this paper for dynamic systems in terms of bond graph prototypes.

#### 1. 서 론

동적시스템의 종합(synthesis)은 여러 가지 목적을 가지고 있지만 특히, 기계공학에서는 무엇보다도 새로운 장치(혹은 특정시스템)에 대한 개념설계(concept design)와 현존하는 동적시스템의 기능향상을 위한 잘 정의된 이상화 모델들의 최적배치 및 그 파라미터의 결정을 위하여 흔히 수행된다. 그리고 본드선도(bond graphs)는 1959년 Paynter<sup>(1)</sup>에 의해 처음 개발된 강력한 동적시스템의 모델링 도구로서 동적시스템이 갖는 고유한 특징에 관한 정보와 이의 실현가능한 하드웨어구조를 각 에너지

영역에 따라 도해적으로 제시해 주기 때문에 최근에는 동적시스템의 모델링뿐만 아니라 해석, 설계 및 종합분야에서도 개별적으로 활발히 연구되고 있다.

본 논문은 이와같은 본드선도로부터 아무런 수학적 조작없이 직접 동적시스템의 종합을 수행할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 이 방법은 동적시스템의 일반모델(general models)로 개발된 4가지 표준본드선도(bond graph prototypes)<sup>(2)</sup>를 직접 이용하기 때문에 기존의 수학적 변환과는 달리 동적시스템의 고유한 물리적 특성을 전혀 상실하지 않는 구조적 변환(structural transformation)을 통하여 주파수역 성능사양으로 주어진 시스템함수를 만족하는 동적시스템의 물리구조를 찾아낸다. 표준본드선도는 동적시스템의 모델링, 해석, 그리고 설계

\*회원, 창원대학교 메카트로닉스공학부

\*\*회원, 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소

및 종합에 일의적으로 적용할 수 있는 통합도구(unified tools)로 처음 제시된 이후, 동적시스템의 주파수역 해석,<sup>(3)</sup> 동적시스템의 해석적 종합<sup>(4)</sup> 등에 효과적으로 적용된 바 있다.

동적시스템의 종합은 지금까지 회로망 이론에서 사용되어 오던 Cauer 및 Foster 실현방법<sup>(5)</sup>을 비롯하여, 최근에는 동적시스템의 개념설계와 동적시스템의 최적배치 및 파라미터 선정 등에 이와같은 종합기술이 직접 응용되고 있는 추세이다.<sup>(6,7)</sup> 기존의 회로망 이론에서 사용되는 방법은 성능사양으로 표현된 시스템함수의 전개기법, 즉 부분분수 및 연속분수 전개기법의 정확도와 실제 적용하는데 있어서의 효율성에 전적으로 의존하는 반면에, 후자의 두 논문은 동적시스템의 종합에 본드선도를 이용하였다는 점에서 서로 공통점을 갖는 동시에 전자의 방법에 비해 상대적인 이점이 있다. 특히, 동적시스템의 개념설계를 위하여 Redfield 등은 이미 잘 알려진 전개기법과는 무관하게 피드백 및 피드포워드 분해를 가능하게 해 주는 수치 알고리즘(numerical algorithm)을 개발하였고, 그리고 동적시스템의 물리구조를 찾는데 본드선도를 이용하여 해석적으로 접근한 Park 등의 방법은 회로망 종합방법이 각 단계에서 반드시 이상화된 동적요소(dynamic elements)를 선정해야 하는 것과는 달리 종합될 동적시스템의 기능적인 거동을 담당하는 동적성분(dynamic components)으로 분해하기 때문에 동적시스템에 대한 물리적 직관에 따라 그 적용절차에 많은 여유도가 있으며, 또한 Redfield가 제시한 방법에 비해서는 종합된 동적성분 혹은 요소들 사이의 접합구조 및 인과관계 할당을 신중하게 결정해야 할 부담이 없어 그 결과의 신뢰도가 높다. 그러나, 이와같은 종합방법들은 기본적으로 수학적 식을 도구로 사용하여 각 파라미터 값들을 결정하기 때문에 비록 그 계산방법이 조직적이라 하더라도 주어진 성능사양의 복잡함에 따라 간혹 까다로운 처리방법이 요구될 수도 있다. 또한, 이 방법들은 피드포워드 및 피드백 구조로 종합해 갈 때 같은 성능사양에 대하여 다양한 물리구조를 제시해주기 때문에 동적시스템의 개념설계시 여러 가지 가능성을 조사하는데는 큰 장점이 될 수 있지만, 이미 존재하는 동적시스템에 대한 최적화 관점에서 보면 그 결과의 선택시 오히려 혼돈을 야기하기도 한다. 따라서, 본 논문에서는 표준본드선도를 동적시스템의 종합에 직접 적용함으로써 이와같은 까다로운

수학적 조작 및 요구되는 성능사양에 대한 다양한 물리구조로의 실현 등을 배제할 수 있는 동적시스템의 직접 종합방법(direct synthesis method)을 제시한다.

본 논문은 모두 4장으로 구성되어 있으며, 제 2 장에서는 동적시스템의 고유한 물리적 특성을 대표하는 표준본드선도를 간략히 언급한다. 제 3장은 본 논문의 주제가 포함된 장으로서 동적시스템의 직접 종합방법을 비교적 자세하게 예를 통하여 기술하며, 이때 수학적 조작이 거의 필요치 않는 동적시스템의 구조적 변환을 크게 강조한다. 끝으로, 본 논문에서 제시하는 직접 종합방법과 기존의 해석적 종합방법과의 비교 및 앞으로의 전망 등은 제 4장에서 요약한다.

## 2. 동적시스템과 표준본드선도

동적시스템은 일반적으로 여러 구성성분들의 결합체로서 서로의 동적상호작용(dynamically interaction) 방식에 따라 그 응답거동을 달리하는 시스템이다. 따라서 이러한 상호작용 방식은 동적시스템의 고유한 물리적 특성을 결정하며 동적시스템에 대한 연결성(connectivity)과 인과성(causality)으로 크게 구별할 수 있다. 동적시스템의 연결성은 동적시스템을 구성하는 각 동적성분 혹은 요소들 사이에 발생하는 일률흐름(power flow)에 대한 물리적으로 가능한 방식을 규명하고, 또한 동적시스템의 인과성은 동적시스템의 각 동적성분 혹은 요소들 사이의 동적상호작용에 대한 원인과 결과(cause and effect) 및 여기와 응답(excitation and response)의 관계를 부여하여 논리적인 동적거동을 결정한다. 다시말하면, Fig. 1(a)와 같이 다양한 에너지 영역에서 동작하는 여러 동적성분들로 이루어진 동적시스템은 이들을 연결하는 접합방식(junction types)의 종류와 Fig. 1(b)와 같이 각 동

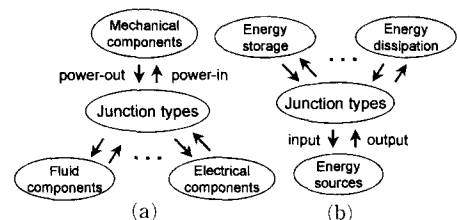


Fig. 1 General dynamic systems (a) and their energy elements (b)

적성분들을 구성하는 각 에너지 요소들의 입력 및 출력이 어떤 변수로 할당되는냐에 따라 그 응답특성을 달리하게 된다.

한편, 표준본드선도(bond graph prototypes)는 이와같은 동적시스템의 고유한 물리적 특성을 대표할 수 있는 일반모델(general models)로서 Paynter의 본드선도(일반본드선도(bond graph standards)라 함)와는 달리 동적시스템의 연결성에 따른 접합구조에서의 공통작용접합(혹은 0-접합)과 공통흐름접합(혹은 1-접합) 그리고 동적시스템의 인과성에 따른 동적거동 형태에서의 임피던스(impedance)와 어드미턴스(admittance)가 함께 고려된 4가지 에너지 접합구조를 갖는 본드선도이다. 여기서, 작력(effort)은 힘, 전압, 압력 등과 같이 Fig. 1을 구성하는 동적성분 혹은 요소를 실제 혹은 잠재적으로 움직이게 하는 모든 물리량을 나타내고, 흐름(flow)은 속도, 전류, 유량 등과 같이 작력의 효과에 상응하는 움직임 그 자체를 의미한다. 또한, 임피던스와 어드미턴스는 일반적으로 전기계를 구성하는 동적요소인 커패시터 및 인덕터가 갖는 전류 흐름에 대한 방해 특성을 수식화한 리액턴스(reactance)와 정적요소인 저항(resistance)을 함께 고려하기 위하여 도입된 일반화된 저항 및 이의 역수인 일반화된 컨덕턴스(generalized conductance)를 의미하는 개념적인 용어이지만, 본드선도에서는 이와같은 개념을 에너지 연속성이 보장되는 거의 대부분의 공학시스템으로 확대하여 입력에 대한 출력의 주파수역 동적거동을 표현하는 동적시스템의 고유한 특성함수로 이해할 수 있다. Fig. 2는 동적시스템이 갖는 접합방식의 종류와 동적거동의 형태에 따라 반드시 만족되도록 구성된 4가지 표준본드선도의 기본구조를 보여주고 있다.

Fig. 2에서 각 형(type)의 오른쪽과 왼쪽의 자

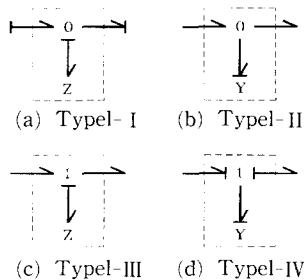


Fig. 2 Four basic structures of bond graph prototypes.

유본드(free bonds)는 표준본드선도를 유도하기 위하여 동적시스템을 톱-다운 방식(top-down manner)에 따라 분해하고 조합해 갈 때 발생하는 에너지 소스부(energy source)와 에너지 흡수부(energy receiver)를 의미하며, 이때 제 1형과 제 4형은 서로 상호작용하는 두 동적성분을 물리적으로 연결해주는 공통변수가 에너지 접합요소의 내부 동특성, 즉 제 1형에서는 임피던스 그리고 제 4형에서는 어드미턴스에 따라 일률적으로 인과관계가 지정되는 독립형(independent types)이고, 제 2형과 제 3형은 두 동적성분중 어느 한 성분에 따라 공통변수가 반드시 결정되어야 하는 종속형(dependent types)이다. 본드선도에서 독립형과 종속형은 여러 가지 의미로 해석할 수 있지만, 본 논문의 목적이 동적시스템의 모델링 및 해석보다는 본드선도로부터 직접 종합하는 방법을 제시하는 것이므로 자세한 설명은 생략하기로 한다. 하지만, Fig. 2와 같은 표준본드선도가 갖는 물리적 의미 및 유도과정, 톱-다운방식에 의한 동적시스템의 모델링, 그리고 본드선도로부터 직접 동적시스템의 주파수역 특성인 극점 및 영점 다항식을 유도하는 방법등은 본 논문의 저자가 쓴 참고문헌<sup>(2,3,4)</sup>을 참고하기 바란다.

### 3. 본드선도에 의한 동적시스템의 종합

동적시스템의 종합은 앞서도 언급했듯이 잘 정의된 이상화 모델, 즉 에너지 저장요소(질량 및 스프링), 에너지 발산요소(감쇠기), 에너지 변환요소(트랜스포머와 자이레이터), 그리고 주변장치에 전혀 관계없이 일정한 작력 및 흐름을 야기하는 에너지 발생요소들의 파라미터 결정과 이들의 동적거동이 공학의 기본역학 및 제 물리법칙들에 위배되지 않도록 합당한 연결성과 인과성을 부여하여 요구되는 임피던스 혹은 어드미턴스 형태의 시스템함수를 만족하는 실현가능한 물리구조를 찾아내는 작업이다. 이와같은 시스템함수는 보통 위에서 언급한 이상화 모델, 즉 수동요소(passive elements)들 만으로도 완전히 실현될 수 있지만, 때때로 자기 스스로 에너지를 발생 혹은 증폭하는 능동요소(active elements)를 포함할 수도 있다. 그러나 능동요소가 포함된 동적시스템의 종합은 모델의 구축시 반드시 제어소스(controlled sources)가 필요하기 때문에 외부신호의 예측을 수반해야 하는 어려움이 있다.

이제, 본드선도로부터 시스템함수의 동적거동을 보장하는 실제적인 물리구조를 직접 찾아내는 방법에 대하여 언급하기로 한다. 이 방법은 본드선도에 의한 해석적 종합방법(analytical synthesis method)<sup>(6,7)</sup>과는 달리 요구되는 각 동적요소들에 대한 파라미터 선정시 거의 수학적 조작성이 필요없을 뿐만 아니라 앞에서 언급한 4가지 표준본드선도에서 구조적 변환을 직접 수행하기 때문에 동적시스템에 대한 물리적 직관(physical intuition)을 충분히 활용할 수 있는 장점을 갖는다.

3.1 해석적 종합방법

이 절에서는 다음 절에서 언급될 본드선도에 의한 동적시스템의 직접 종합방법과의 비교를 위하여 해석적 종합방법의 핵심내용 및 앞으로 유용하게 사용될 표준본드선도에서의 피드포워드 및 피드백 분해에 대하여 간략히 소개하기로 한다. Fig. 3은 종합될 동적시스템의 거동이 각 에너지 영역에서 피드포워드와 피드백 구조의 결합형태로 거의 근사화할 수 있음을 고려하여 앞에서 설명한 표준본드선도의 4가지 일반모형을 목록화하여 보여주고 있다.

Fig. 3에서 주목할 것은 Fig. 2의 독립형 에너지 접합요소는 모두 피드백구조로의 전개를 위하여, 그리고 종속형은 주어진 시스템함수의 성능사양에 따라 에너지소스부에서 공통변수(common variables)를 결정할 수 있도록 인과관계가 이미 할당된 후 피드포워드구조를 위하여 배치되어 있다.

본드선도를 이용하여 동적시스템을 해석적으로 종합하기 위해서는 Fig. 3의 표준본드선도를 수학적 표현식으로 기술하는 것이 우선되어야 한다. 그리고 이와같은 수학적 표현식들은 본드선도로부터

직접 유도되는 동적시스템이 물리적으로 분해가능한 모든 방법들을 설명할 수 있어야 한다. 만약 종합될 시스템함수가 오직 피드포워드구조로만 실현이 가능하다면, 즉 Fig. 3(a)와 같이 어드미턴스(흐름의 작력에 대한 응답)일 때는 같은 작력을 입력으로 하는 두 성분이 0-접합에서, 그리고 Fig. 3(c)와 같이 임피던스(작력의 흐름에 대한 응답)일 때는 같은 흐름에 응답하는 두 성분이 1-접합에서 분해되는 구조로서 이의 수학적 표현식들은 각각 다음과 같다.

$$SY_{ff}(s) = Y(s) + \frac{1}{Z(s)} \tag{1}$$

$$SZ_{ff}(s) = Z(s) + \frac{1}{Y(s)} \tag{2}$$

여기서,  $SY_{ff}(s)$ 와  $SZ_{ff}(s)$ 는 각각 피드포워드 구조로 전개되는 시스템함수의 어드미턴스와 임피던스를 나타낸다. 이때, 식 (1)과 (2)로 표현되는 동적시스템은 물리적으로 이를 여기하는 입력(식 (1)에서는 작력 그리고 식 (2)에서는 흐름)에 따라서로 종속되지 않는 독립된 두 동적성분으로 각각 그룹화하여 분해될 수 있음을 의미한다. 한편, 시스템함수를 피드포워드 및 피드백의 혼용구조로 종합할 때는 식 (1)과 (2)와 같이 그 분해구조가 개별적인 항(term)으로 표시될 수 없으며, 이는 독립형 에너지 접합요소의 특징으로 주어진 시스템함수와 등가인 임피던스 혹은 어드미턴스를 에너지소스부에서 명시적으로 찾을 수 없기 때문이다. 그러나 시스템함수를 Fig. 3(b) 및 (d)와 같이 분해할 때는 본드선도에서 직접 동적시스템의 전달함수를 찾을 때 사용한 절차<sup>(3)</sup>를 그대로 수행함으로써 이의 수학적 표현식을 비교적 쉽게 유도할 수 있다. 즉,

$$SY_{fb}(s) = \frac{Y(s)}{1 + Y(s)Z(s)} \tag{3}$$

$$SZ_{fb}(s) = \frac{Z(s)}{1 + Z(s)Y(s)} \tag{4}$$

여기서,  $SY_{fb}(s)$ 와  $SZ_{fb}(s)$ 는 각각 피드포워드 및 피드백 혼용구조로 분해되는 시스템함수의 어드미턴스와 임피던스이며, 이때 식 (3)에서는  $Y(s)$ 가 피드포워드이고,  $Z(s)$ 가 피드백성분을, 그리고 식 (4)에서는  $Z(s)$ 가 피드포워드이고,  $Y(s)$ 가 피드백성분이 된다. 따라서 식 (3)과 (4)로 기술되는 동적시스템이 종합될 때는 식 (1)과 (2)의 경우와

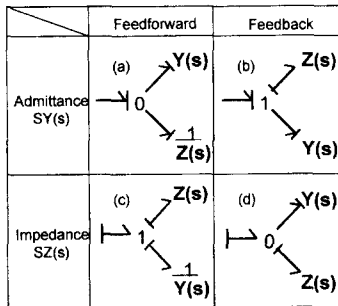


Fig. 3 Bond graph prototypes for feedforward and feedback expansions.

는 달리 그 분해구조상 각각 독립적인 동적거동을 수행하지 못하고 반드시 서로의 인과에 영향을 주는 연속형으로 분해되어야 한다.

시스템함수가 식 (1) 및 (2)와 같이 피드포워드 구조로만 분해될 때는 각 성분이 공통분모를 갖기 때문에 회로망 종합방법에서 흔히 사용되는 부분분수 전개(partial fraction expansion) 혹은 연속분수 전개(continued fraction expansion) 기법만으로도 충분한 결과를 보장받을 수 있지만, 피드포워드 및 피드백 혼용구조로 분해하고자 할 때는 식 (3) 및 (4)가 복소주파수 상에서 유일한 역함수를 갖지 못하기 때문에 전자보다 상대적으로 어려운 처리방법을 요구한다. 따라서 본드선도에 의한 동적시스템의 해석적 종합은 식 (3) 및 (4)에서 분해될 피드포워드 및 피드백성분중 임의의 한 성분에 대한 표현식을 적절한 수학적 조작을 통하여 다시 찾아야 한다. 예를 들어, 임피던스로 주어진 시스템함수  $SZ_{fb}(s)$ 가 Fig. 3(d)와 같이 종합될 때는 식 (4)의 피드백성분인  $Y(s)$ 를  $SZ_{fb}(s)$ 의 분모 및 분자다항식인  $SZ(s)$ 와  $SZ_n(s)$  그리고 분해될 피드포워드 성분  $Z(s)$ 의 분모 및 분자다항식인  $Z_a(s)$ 와  $Z_n(s)$ 의 항으로 표시한다. 이때, 만약 종합될 시스템함수가 수동요소로만 실현이 가능하다면 수동시스템(passive systems)의 고유한 특징인 한정실함수(positive-real function)조건<sup>(8)</sup>과 종합될 시스템함수와 종합된 각 동적성분들 사이의 상대차수(relative order)에 관한 정보를 적용함으로써 비교적 간단한 형태로 표시할 수 있다. 즉,

$$Y(s) = \frac{Y_n(s)}{Y_d(s)} = \frac{SZ_a(s) - SZ_{nr}(s)Z_a(s)}{SZ_n(s)} \quad (5)$$

여기서,  $SZ_{nr}(s)$ 는  $SZ_n(s) = Z_n(s)SZ_{nr}(s)$ 의 관계로 표시되는 이미 정해진 다항식이다. 식 (5)에서 결정되어야 하는 것은  $Z_a(s)$  뿐이다. 그리고  $Z_a(s)$ 는  $SZ_n(s)$ 와  $SZ_{nr}(s)$ 의 정보로부터  $Z_n(s)$ 를 미리 알 수 있기 때문에 주어진 시스템함수의 상대차수에 따라 유일하게 결정할 수 있다.

이와같은 동적시스템의 해석적 종합방법은 회로망 종합방법에 비해 그 적용절차가 비교적 쉽고 또한 Redfield가 제안한 방법보다 그 결과의 신뢰도가 높지만, 이는 식 (1)에서 식 (5)까지의 수학적 식에 전적으로 의존함으로써 비록 선정될 파라미터에 대한 계산방법이 조직적이라 하더라도 주어진 시스템함수의 복잡함에 따라 간혹 까다로운 처리방

법이 요구될 수 있다. 또한 이 방법은 부분분수 혹은 연속분수 전개기법에 의해 나타나는 여러 가지 피드포워드형태에 따라 다양한 동적시스템의 물리구조를 제시해 주기 때문에 동적시스템의 개념설계에는 아주 유용할 수 있으나 이미 존재하는 동적시스템에 대한 최적화 관점에서 보면 그 결과의 선택시 오히려 혼돈을 야기하기도 한다.

### 3.2 직접 종합방법

표준본드선도는 앞서도 언급했듯이 동적시스템의 모델링뿐만 아니라 이의 전달함수를 구성하는 영점 및 극점동역학을 유도하는데 수학적 조작이 전혀없이 수행할 수 있는 아주 강력한 물리구조의 도해적 표현 및 변환방법이다. 특히, 표준본드선도가 동적시스템의 직접 종합에 적용될 때는 기존의 수학적 변환과는 달리 동적시스템의 연결성과 인과성에 대한 실제적 의미를 전혀 상실하지 않는 구조적 변환(structural transformation)을 통하여 이루어질 수 있기 때문에 Fig. 4에 표시된 바와같이 동적시스템의 주파수역 해석과정, 즉 본드선도 축소기법(reduction techniques)을 거꾸로 진행하는 본드선도 확장기법(expansion techniques)을 자연스럽게 유도함으로써 요구되는 성능사양을 잘 추종하는 동적시스템에 대한 물리구조를 찾을 수 있을 것이다.

본드선도에 의한 동적시스템의 직접 종합방법은 Fig. 3의 4가지 표준본드선도에 대한 서로의 관계성을 밝혀내는 것에서부터 시작한다. 다시 말하면, 어드미턴스형태의 시스템함수를 피드백구조로 분해할 때 이용되는 Fig. 3(b)의 표준본드선도는 Fig. 3(c)의 임피던스 형태의 시스템함수를 피드포워드 구조로 분해할 때 이용하는 표준본드선도와 서로 깊은 관계를 갖고 있으며, 이는 각각을 표현하는

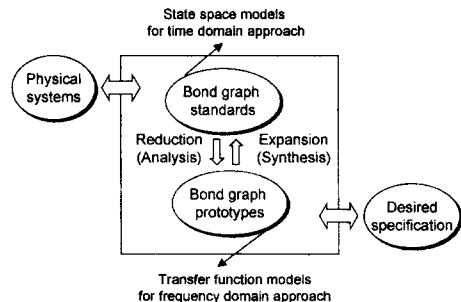


Fig. 4 Dynamic system analysis and synthesis diagram with respect to bond graphs.

에너지소스부에서의 입/출력관계식인 식 (3) 및 (2)가 서로 역관계임을 확인함으로써 알 수 있다. 또한 같은 방법으로, 어드미턴스의 시스템함수를 피드포워드구조로 분해하는 Fig. 3(a)에 해당하는 식 (1)과 임피던스의 시스템함수를 피드포워드 및 피드백의 혼용구조로 분해하는 Fig. 3(d)에 해당하는 식 (4) 사이에도 이와 똑같은 역관계가 있음을 확인할 수 있다. 즉,

$$SZ_{ff}(s) = \frac{1}{SY_{fb}(s)} \quad (6)$$

$$SY_{ff}(s) = \frac{1}{SZ_{fb}(s)} \quad (7)$$

물론 이러한 관찰들은 표준본드선도를 구축해 가는 과정에서 단순히 얻어질 수 있는 하찮은 것으로 취급될 수도 있다. 그렇지만 표준본드선도가 동적 시스템의 연결성과 인과성을 대표할 수 있는 모델이고, 또 이를 이용한 동적시스템의 해석 및 종합이 그 적용절차가 반대로 진행된다는 것을 제외하고는 동적시스템의 고유한 물리구조를 반드시 파악해야만 달성될 수 있음을 고려해 볼 때, 잘 정의된 수학적 공식에 의존하지 않고 어떠한 물리구조내에서라도 타당한 물리법칙에 전혀 위배없고 이루어질 수 있는 이와같은 직접적인 구조변환을 더 깊게 연구해 보는 것도 충분한 가치가 있을 것이다. 그러나 본 논문에서는 이의 실제적 의미 및 적용가능한 원리의 파악은 향후 연구과제로 남겨놓고, 단지 표준본드선도를 이용한 동적시스템의 직접 종합방법에 있어서 이러한 관찰들이 어떻게 이용되는가 하는 문제를 체계적으로 정리하기로 한다.

임피던스  $SZ(s)$ 로 주어진 시스템함수가 Fig. 3(d)와 같이 피드포워드 및 피드백의 혼용구조로 종합되는 경우를 생각해 보자. 이때, 주어진 시스템함수를 실현하는 동적시스템은 앞에서 언급한 바와같이 이런 혼용구조로 종합하는 것보다 피드포워드만의 단일구조로 종합하는 것이 훨씬 쉽고 간결하다. 따라서 이 경우에는 위의 관찰들을 이용하여  $SZ(s)$ 의 분모 및 분자다항식을 바꾼  $SY(s)$ 에 대하여 피드포워드 분해를 진행한다. 우선, 이  $SY(s)$ 를 가장 간편하게 적용할 수 있는 전개방법들, 즉 인위적인 나눔(synthetic division), 부분분수 전개 또는 공통분모 전개 등을 이용하여 피드포워드 구조를 담당하는  $Y(s)$  및  $1/Z(s)$ 의 두 항으로 분해한다. 이때, 이 두 항에 대한 동적성분은 모두

어드미턴스로 거동하며 Fig. 3(a)와 같이 0-접합에 자연스럽게 부착되어야 한다. 다음, 원래 주어진 시스템함수  $SZ(s)$ 의 피드백 및 피드포워드 혼용구조로의 종합을 위하여 앞에서 유도된 피드포워드 항만이 존재하는 Fig. 3(a)와 같은 구조를 Fig. 3(d)와 같은 구조로 직접 변환한다. 끝으로, 분해된 동적성분들이 이미 잘 정의된 동적요소들 중의 하나로 인식할 수 있을 때까지 앞의 단계들을 계속 반복한다.

위의 과정에서 표준본드선도의 각각에 대한 역관계를 할당해 갈 때, 분해된 2개의 피드포워드 항 중에서 어떤 항을 역함수로 만들어야 하는가를 결정해야 하는 문제가 있을 수 있다. 그러나 다행스럽게도, 이와같은 표준본드선도에 의한 구조적 변환시 Fig. 3(a)와 Fig. 3(d)에서 보는 바와 같이 각 동적성분을 연결하는 접합요소가 아닌 이들의 인과관계 할당만이 변화를 갖기 때문에 결론적으로 어떤 항을 역함수로 바꾸어야 하는가의 문제는 별로 고려될 사항이 아니다. 단지, 주어진 시스템함수가 분해된 피드백 집합구조(여기서는 0-접합)의 공통변수를 결정할 수 있는 항이 적분형 인과관계(integral causality)가 할당될 수 있도록 함으로써 종합된 동적시스템의 물리적 구현을 좀 더 용이하게 할 수 있을 것이다. 만약 종합될 동적시스템을 구성하는 기본적인 동적요소들 중의 하나가 미분형 인과관계(derivative causality)가 할당되었다면, 이를 물리적으로 구현할 때 요구되는 미분기의 비인과특성(noncausal characteristics) 때문에 종합될 물리구조는 삽입에 대한 여과필터 및 동적거동에 대한 현재 정보 뿐만 아니라 미래 정보도 함께 처리할 수 있는 강력한 데이터획득장치(data acquisition systems) 등과 같은 또 다른 첨가장치를 요구하게 된다. 여기서 본드선도에서의 적분형 및 미분형 인과관계는 동적시스템의 각 구성성분이 갖어야 하는 합당한 입/출력의 선정과 깊은 관계가 있으며, 이의 자세한 설명은 지면관계상 생략하기로 하고 대신에 참고문헌<sup>(9,10)</sup>을 참고하기 바란다.

이제, 이와같은 동적시스템의 직접 종합방법이 앞에서 간략히 언급한 해석적 종합방법에 비해 아주 간단하면서도 그 결과의 신뢰도를 확인할 수 있도록 다음과 같은 임피던스  $SZ(s)$ 를 실제로 종합해 보기로 한다.

$$SZ(s) = \frac{56s^2 + 100s + 14}{12s^2 + 15s + 3} \quad (8)$$

식 (8)은 수동필터(passive filter)를 설계할 때 흔히 기술되는 수학적 표현식으로서 노치(notch) 혹은 대역통과 필터(bandpass filter)로 이해할 수 있다. 그리고 이 시스템함수는 극점이  $-0.25$ 와  $-1$ 에 안정하게 배치되어 있고, 또한 감쇠특성으로 인하여 결국에는 저장된 에너지가 모두 발산하기 때문에 한정실함수의 요건을 만족하고 있으며, 이는 식 (8)의 Nyquist 선도가 결코 좌반복소평면(left-half complex plane)을 넘지 않는다는 사실로 쉽게 검증할 수 있다.

첫째, 식 (8)은 분모 및 분자 다항식의 차수가 같기 때문에 간단한 나눗셈을 통하여 피드포워드 구조로 분해한다. 즉,

$$SZ(s) = \frac{14}{3} + \frac{10s}{4s^2 + 5s + 1} \quad (9)$$

둘째, 식 (9)를 구성하는 두 항을 각각 다음과 같이 할당하여 Fig. 5(a)와 같이 1-점합으로 연결한다.

$$Z_1(s) = \frac{14}{3} \quad (10)$$

$$Z_2(s) = \frac{10s}{4s^2 + 5s + 1} \quad (11)$$

여기서, 식 (10)의  $Z_1(s)$ 는 기계계에서 힘과 속도를 직접 관계시켜 주는 감쇠기로 이해할 수 있기 때문에  $Z_2(s)$ 에 대하여 직접 종합방법을 적용하기로 한다. 즉,  $Z_2(s)$ 의 분모 및 분자다항식의 위치를 바꾸고 간단한 부분분수 전개를 이용하여  $Y_2(s)$ 를 구한다.

$$Z_2(s)^{-1} = Y_2(s) = \frac{4s+5}{10} + \frac{1}{10s} \quad (12)$$

셋째, 식 (12)에서 오른쪽 첫번째 항의 분자다항식이 분모다항식보다 차수가 높기 때문에 이 항이 역함수가 되도록 다시 다음과 같이 할당하여 Fig. 3(a)와 같은 표준본드선도의 피드포워드구조로 분해한다. 즉,

$$Z_3(s)^{-1} = \frac{4s+5}{10} \quad (13)$$

$$Y_3(s) = \frac{1}{10s} \quad (14)$$

여기서  $Z_3(s)$ 가 역함수로 존재하기 때문에  $Z_2(s)$ 에 대한 피드백 및 피드포워드 혼용구조로의 분해시 이  $Z_3(s)$ 가 Fig. 5(b)와 같이 피드포워드 항으로 기능하게 된다. 이때  $Y_3(s)$ 는 질량과 같은 동적거동을 그리고  $Z_3(s)$ 는 감쇠기가 부착된 스프링과 같은 동적거동을 보이는 동적요소 및 동적성분으로 각각 이해할 수 있다. 넷째, Fig. 5(b)의  $Z_3(s) = 10/(4s+5)$ 는 이미 잘 정의된 본드선도의 기본요소들로 비교적 쉽게 구축할 수 없기 때문에 이를 역함수로 만들어 인위적인 나눗셈을 통하여 다시 피드포워드구조로 분해한다. 즉,

$$Z_3(s)^{-1} = \frac{2s}{5} + \frac{1}{2} \quad (15)$$

식 (15)에서  $Z_4^{-1}(s) = 2s/5$ 와  $Y_4(s) = 1/2$ 로 대체함으로써  $Z_3(s)$ 를 피드포워드 및 피드백 혼용구조로 분해할 때  $Z_4(s)$ 가 Fig. 5(c)와 같이 피드포워드 항으로 구성되며, 이때  $Z_4(s)$ 는 적분형 인과관계가 할당된 순수 스프링과 같은 거동을 그리고  $Y_4(s)$ 는 이  $Z_4(s)$ 의 동적거동을 방해하는 어드미턴스 형태의 감쇠기로 각각 역할을 하게 된다. 끝으로, 일반적인 본드선도 표기방법을 적용하여 Fig. 5(c)를 Fig. 5(d)와 같은 본드선도로 구축함으로써 동적시스템에 대한 직접 종합방법의 마지막 절차를 수행한다. 그리고 Fig. 5(d)와 같은 본드선도는 동적시스템의 물리구조를 직접 암시하기 때문에 각 에너지영역에서의 물리적 실현이 가능하다. Fig. 5(d)에 대한 실제적 실현의 한 예로서, 식 (8)과 같은 동적거동을 보장하는 장치를 기계계의 기본요소인 질량, 스프링 및 감쇠기를 이용하여 Fig. 6과 같이 구성할 수 있으며, 이는 본드선도에 의한 동적시스템의 해석적 종합방법에 의한 결과와

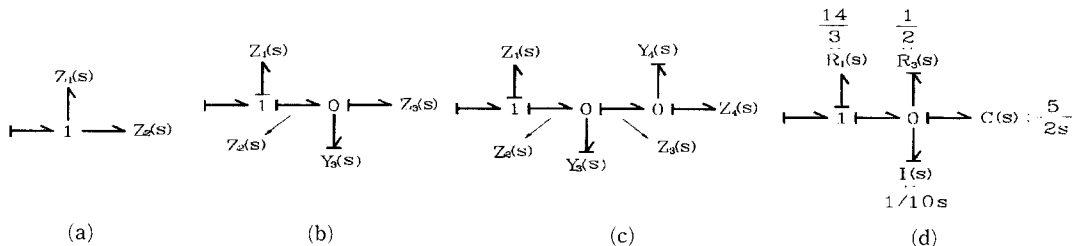


Fig. 5 History for the direct synthesis of Eq. (8).

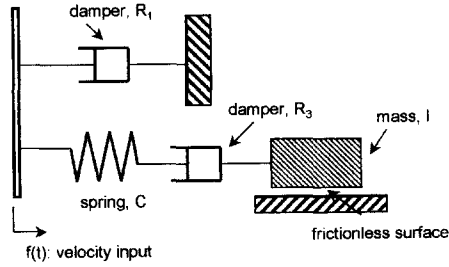


Fig. 6 Mechanical realization of Fig. 5(d).

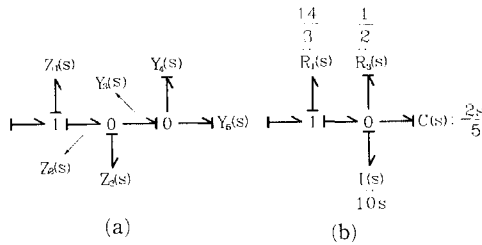


Fig. 7 Alternative history for the direct synthesis of Eq. (8).

똑 같다.

마지막으로, 동적시스템을 피드포워드구조에서 피드포워드 및 피드백의 혼용구조로 표준본드선도가 암시하고 있는 서로의 역관계에 따라 종합해 갈 때 어떤 항을 역함수로 해야하는가 하는 문제는 앞에서 잠시 언급한 바와 같이 종합될 동적시스템의 물리구조에는 전혀 영향이 없고 단지 종합된 각 동적요소들의 인과관계가 적분형에서 미분형으로 할 당될 뿐이다라는 사실을 실제로 검증해 보기로 한다. 즉, 식 (12)의  $Y_2(s)$ 가 갖는 피드포워드의 두 항을 식 (13) 및 (14)와는 달리  $Z_3^{-1}(s) = 1/10s$ 와  $Y_3(s) = (4s+5)/10$ 로 하여 직접 종합방법을 적용해 본다. 이때 위에서 설명한 방법을 그대로 적용하면, 역함수로 표시된  $Z_3(s)$ 가 피드백구조로의 변환시 Fig. 7(a)와 같이 피드포워드 항이 되고 피드백 항인  $Y_3(s)$ 는 다시 인위적인 나눔을 통하여  $Y_4(s) = 2s/5$  및  $Y_5(s) = 1/2$ 로 분해된다.

Fig. 7(a)에서  $Z_3(s) = 10s$ 는 0-점합의 공통변수인 작력을 결정하는 스프링과 같은 동적요소가 되어야하지만 출력이 입력의 미분값에 의존하므로 입/출력의 역할이 바뀐 10(kg)의 질량으로 이해할 수 있고, 또한  $Y_4(s)$ 도 분자다항식에 포함된 1차의 s항으로 인하여 동적 인과요소(dynamic causal element)가 될 수 없고 2.5(N/m)의 강성을 갖는 스프링에 미분형 인과관계가 할당된 경우로 그리고

$Y_5(s)$ 는 정적요소인 감쇠기로 평가할 수 있다. Fig. 7(b)는 Fig. 7(a)의 인접한 2개의 0-점합을 일반적인 본드선도 표기방법에 따라 축약하여 나타낸 그림으로서, 앞에서 실행된 직접 종합방법의 결과인 Fig. 5(d)와 비교해 볼 때 종합된 동적시스템의 물리구조는 전적으로 같고 다만 각 동적요소들의 인과관계 할당만이 바뀌었음을 알 수 있다.

지금까지, 주어진 시스템함수의 성능사양을 만족하는 동적시스템의 물리구조를 표준본드선도에서 직접 찾아내는 방법에 대하여 알아 보았다. 본 논문에서 제시한 이와같은 동적시스템의 직접 종합방법은 그 사용방법에 있어서 아주 간명할 뿐만 아니라 거의 수학적 조작없이 표준본드선도를 직접 체계적으로 다루어 신뢰성이 높은 결과를 유도할 수 있기 때문에 어느정도 과학적인 방법이라 할 수 있다. 따라서 이 방법이 주파수역 성능사양을 보장하는 동적시스템의 물리구조를 찾는 데 적용된다면 기존의 해석적 종합방법과는 달리 피드포워드 및 피드백 항으로 분해되는 각 동적성분 혹은 요소들의 파라미터 값을 선정할 때와 주어진 시스템함수의 가능한 여러 종합경로(synthesis path) 중에서 어떤 경로를 선택할 것인가를 결정할 때 발생할 수 있는 다소 풀기 어렵고 미묘한 문제들을 자연스럽게 제거해 주게 될 것이다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 표준본드선도를 이용하여 동적시스템을 종합할 때, 이의 고유한 특성인 연결성(connectivity)과 인과성(causality)을 전혀 상실않는 구조적 변환을 통하여 직접 종합하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 기존의 해석적 종합방법에 비해 비교적 까다로운 수학적 조작이 전혀 없다는 점이나 동적시스템의 최적화 관점에서 여러 종합경로가 배제된 오직 하나의 물리구조를 제시해 준다는 점뿐만 아니라 이러한 구조적 변환때문에 표준본드선도로 표현되는 모든 동적시스템에 대한 공학적 감각(engineering sense)을 더욱 풍성하게 할 수 있다는 장점이 있다.

물론, 표준본드선도가 최근에 본 논문의 저자들에 의해 처음 제시되었기 때문에 이의 활용방안은 아직 빈약한 사실이다. 그러나 이미 발표된 논문들에서 밝힌 바와같이 톱-다운방식에 의한 동적시스템의 모델링, 소스-로드 분해에 의한 동적시스템의



주파수역 해석, 그리고 본드선도 축소 및 확장을 통한 동적시스템의 종합 등을 통하여 그 적용절차 및 결과의 우수성과 신뢰성을 어느정도 확인할 수 있었다. 따라서 이와같은 표준본드선도가 동적시스템의 통합도구(unified tools), 즉 동적시스템의 모델링, 해석, 그리고 설계 및 종합 등에 일의적으로 사용할 수 있는 도구로서의 개관적 감응을 최대한 수용하기 위해서는 앞으로 다음과 같은 연구가 더 계속되어야 할 것으로 사료된다.

첫째, 기존의 본드선도가 동적시스템의 모델링에 논리적으로, 체계적으로, 그리고 아주 익숙하게 적용되고 있는 것과 같이 표준본드선도에 대한 적용방법 및 관련기법의 고급화. 둘째, 표준본드선도에 대한 폭 넓은 응용분야의 개발. (예를 들어, 톱-다운방식에 따른 동적시스템의 모델링 분야, 소스-로드 분해개념 및 본드선도의 구조적 축약을 통한 동적시스템의 해석분야, 그리고 피드백 및 피드포워드 혼용구조와 피드포워드 단일구조 사이의 구조적 변환을 통한 동적시스템의 종합 분야 등) 셋째, 동적시스템의 안정도 및 성능향상을 위한 제어기의 구조 및 파라미터 설계시 표준본드선도의 4가지 기본구조의 직접 응용. (예를 들어, 독립형 에너지 집합구조의 동적특성이 제어기로 역할하는 임피던스 혹은 어드미턴스 제어기 설계 등)

### 참고문헌

- (1) Paynter, H., 1961, "Analysis and Design of Engineering Systems," M. I. T. Press.
- (2) 박전수, 김종식, 1997, "표준본드선도: 본드선도에 의한 동적시스템의 일반모델," 대한기계학회논문집(A), 제21권, 제9호, 1414~1421.
- (3) 박전수, 김종식, 1996, "본드선도로부터 직접 영점 및 극점 동역학을 얻는 절차," 대한기계학회 춘계학술대회논문집(A), pp. 486~491.
- (4) 박전수, 김종식, 1996, "시스템함수를 실현하는 동적시스템의 물리구조에 관하여," 한국정밀공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 294~298.
- (5) Tomlinson, G. T., 1991, *Electrical Networks and Filters: Theory and Design*, Prentice-Hall.
- (6) 박전수, 김종식, 1996, "본드선도를 이용한 동적시스템의 해석적 종합방법," 대한기계학회논문집(A), 제20권, 제11호, pp. 3507~3515.
- (7) Redfield, R. C. and Krishnon, S., 1993, "Dynamic System Synthesis With a Bond Graph Approach: Part I-Synthesis of One-Port Impedances," *ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control*, Vol. 115, pp. 357~363.
- (8) Anderson, B. D. O. and Vongpanitied, S., 1973, *Network Analysis and Synthesis: A Modern System Theory Approach*, Prentice-Hall.
- (9) Karnopp, D., 1983, "Alternative Bond Graph Causal Patterns and Equation Formulations for Dynamic Systems," *ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control*, Vol. 105, pp. 58~63.
- (10) 김종식, 박전수, 1993, "본드선도 모델링 방법의 기본개념 및 그 적용 예," 대한기계학회지, 제33권, 제1호, pp. 22~32.