

비대칭 보에 의해 보강된 등방성 평판의 음향방사에 관한 연구

김택현* · 오택열** · 김종태***

(1997년 5월 26일 접수)

A Study on Sound Radiation from Isotropic Plates Stiffened by Unsymmetrical Beams

Taek-Hyun Kim, Taek-Yul Oh and Jong-Tye Kim

Key Words: Line Force(선 힘), Line Moment(선 모멘트), Harmonic Point Load Force(조화 점하중), Sound Pressure Level(음압레벨)

Abstract

The determination of sound pressure radiated from periodic plate structures is fundamental in the estimation of noise level in aircraft fuselages or ship hull structures. As a robust approach to this problem, here a very general and comprehensive analytical model is developed for predicting the sound radiated by a vibrating plate stiffened by periodically spaced orthogonal unsymmetrical beams subjected to a sinusoidally time varying point load. The plate is assumed to be infinite in extent, and the beams are considered to exert both line force and moment reactions on it. Using this theoretical model, the sound pressure levels on axis in a semi-infinite fluid (water) bounded by the plate were calculated using three numerical tools such as the Gauss-Jordan method, the LU decomposition method and the IMSL numerical package. Especially, the variation in the sound pressure levels and their modes were investigated according to the change in frequency, bay spacing and bay distance.

1. 서 론

보통 항공기나 선박의 동체를 이루고 있는 구조물은 일정한 간격의 보에 의해 지지된 2차원 주기 구조물(periodic structures)의 형태를 취하고 있다. 이러한 구조물은 운전중 여러 가지 불평형력으로 인한 진동때문에 음향방사를 하게 되고, 특히 물과 같이 높은 밀도를 갖는 유체 중에서는 평면파 형태의 음파가 평판의 표면 전체에 대류함으로써 또 다른 압력을 가중시킨다. 이 경우 평면파로 인

한 방사하중은 관성력이나 탄성력처럼 무시할 수 없는 하중이 된다. 결국 이러한 형태의 가지는 구조물의 피로와 객실내 소음의 요인이 되므로 매우 중요하게 된다. 단순지지된 평판에 대한 진동 또는 음향방사에 관한 연구는 20세기 중반부터 활발히 수행되어 왔다.

1940년대 Schade, Hoppman, Huffington⁽¹⁻⁴⁾등은 간단하게 지지된 평판의 굽힘진동에 대한 이론적, 실험적 연구를 하였다. 그후 Thompson과 Rattayya⁽⁵⁾는 직교이방성 무한판이 유체 중에서 조화모멘트로 인하여 발생한 음향일률(acoustic power)을 구하였다.

그리고 Gutin⁽⁶⁾은 유체 중의 무한판이 점하중을 받는 경우 매질내 한 점의 음압(sound pressure)을

*회원, 조선대학교 기계공학부

**회원, 경희대학교 기계공학과

***회원, 조선대학교 대학원

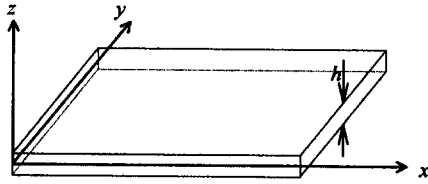


Fig. 1 Schematic diagram of a rectangular plate with Cartesian coordinate system.

구하는 관계식을 유도하였고, Mead⁽⁷⁾는 주기적으로 보강된 평판의 전파상수(propagation constant)의 개념을 정의하였다. 그리고 Heckl, Rumerman, Mace^(8~10) 등은 거의 같은 시기에 서로 다른 조건에서 주기구조물의 음향방사 거동을 각각 연구하였다.

본 연구에서는 실제 구조물에 흔히 사용되고 있는 ㄷ자 개방형 비대칭 단면의 보에 의해 보강된 평판의 음향방사에 대한 알고리즘을 개발해서 제시된 문제에 적용함으로써 이에 대한 응답특성을 고찰하려고 한다. 해석과정에서는 단위격자 사이의 판요소, 즉 한 개의 베이(bay)에 대한 음향방사 거동을 먼저 해석한 다음, 전체 판구조물에 대한 연성해를 구하기로 한다. 평판을 지지하고 있는 보의 간격은 0.2 m, 0.3 m와 0.4 m의 세 가지를 임의로 선택하였으며, 보와 평판의 재질은 알루미늄으로서 물속에 놓여 있다. 그리고 베이 하중점을 x 축과 y 축 방향으로, 대각선과 역대각선 방향으로 이동시키면서 주파수 100~10000 Hz에 대한 음압 레벨(sound pressure level, SPL)의 특성을 가지적으로 고찰하려고 한다.

2. 문제의 수식화

2.1 평판의 운동방정식

Fig. 1과 같이 평판위에 직각좌표계를 설정하고 얇은 등방성 평판의 z 방향의 횡변위를 $w(x, y, t)$ 라고 하면 Kirchhoff의 가정에 따라 평판의 운동방정식은 다음과 같다.

$$D\nabla^4 w + m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P_z(x, y, t) \quad (1)$$

위의 식에서 ∇ 은 Laplace 연산자이고, $P_z(x, y, t)$ 는 평판의 단위면적당 분포하중이다. $w(x, y, t)$ 와 $P_z(x, y, t)$ 를 조화함수로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$w(x, y, t) = w(x, y) \exp(i\omega t)$$

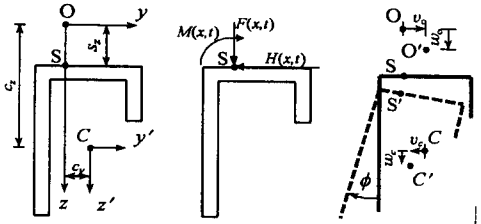


Fig. 2 Beam cross-sections.

$$P_z(x, y, t) = P_e(x, y) \exp(i\omega t)$$

위의 관계를 식 (1)에 대입하면 평판의 운동방정식이 완성된다.

$$D\nabla^4 w(x, y) - m_p \omega^2 w(x, y) = P_e(x, y) \quad (2)$$

2.2 보의 운동방정식

Fig. 2(a)와 같이 보는 개방형 비대칭 단면을 갖고 있으며 y, z 축에 대한 굽힘진동과 x 축에 대한 비틀림진동을 한다. 이때 보는 Fig. 2(b)와 같이 점 S를 통과하는 선을 따라 선 힘 $F(x, t)$, $H(x, t)$ 와 선 모멘트 $M(x, t)$ 을 받는다. 여기서, 점 O는 전단중심이고, 점 C는 도심이다. Fig. 2(c)는 보의 회전변위와 병진변위를 나타낸 것이다. 이 경우에 대한 보의 굽힘과 비틀림 운동방정식을 유도한다. z 축과 y 축 방향에 대한 점 S의 변위는 각각 $w(x, y, t)$ 와 $v(x, y, t)$ 이고, 미소한 변위라고 가정하면 $v \approx 0$ 이다. z 축과 y 축방향에 대한 전단중심 O의 변위는 각각 $w_0(x, y, t)$ 와 $v_0(x, y, t)$ 이고, 도심의 변위는 $w_c(x, y, t)$ 와 $v_c(x, y, t)$ 이다. 보의 회전변위 $\phi(x, y, t)$ 는 아주 작다고 가정하면 보의 경계조건은 다음과 같다.

$$w_c = w \quad (3a)$$

$$v_c = -(c_z - s_z) \phi \quad (3b)$$

$$v_0 = s_z \phi \quad (3c)$$

$$w_0 \approx w \quad (3d)$$

여기서, c_z 는 전단중심점 O로부터 보의 도심 C까지의 거리이고, s_z 는 전단중심점 O로부터 하중점 S까지의 거리이다.

따라서 x 축에 대한 보의 비틀림 운동방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$EC_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -I_c \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - m_b c_y \frac{\partial^2 w_c}{\partial t^2} + HS_z + m_b c_z \frac{\partial^2 v_c}{\partial t^2} + M \quad (4)$$

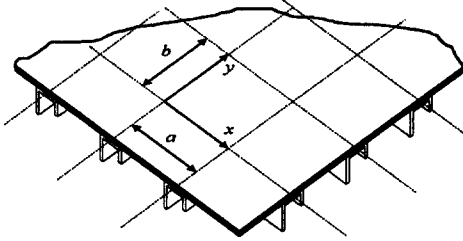


Fig. 3 The structure of the isotropic plates stiffened by rectangular grid networks.

위의 식에서 우변의 두 번째항과 네 번째항은 점 O에 대한 관성모멘트이다. 그리고 z 축과 y 축에 대한 굽힘 운동방정식은 각각 다음과 같다.

$$EI_{y'} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + EI_{y'z'} \frac{\partial^4 v_0}{\partial x^4} = -m_b \frac{\partial^2 w_c}{\partial t^2} + F \quad (5)$$

$$EI_{z'} \frac{\partial^4 v_0}{\partial x^4} + EI_{y'z'} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = -m_b \frac{\partial^2 v_c}{\partial t^2} - H \quad (6)$$

식 (3a~3d)의 경계조건을 고려하고, 식 (6)을 식 (4)에 대입하면 선 힘 $H(x, t)$ 는 소거되므로 식 (4)와 식 (5)는 다음과 같이 정리된다.

$$EC_{ws} \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \rho I_s \omega^2 \phi + EI_{y'z'} s_z \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - m_b c_y \omega^2 w = M \quad (7)$$

$$EI_{y'} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - m_b \omega^2 w + EI_{y'z'} s_z \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - m_b \omega^2 s_y \phi = F \quad (8)$$

여기서, $\phi(x, t) = \phi(x) \exp(i\omega t)$ 이고, 점 S에 대한 비틀림상수는 $C_{ws} = C_{wc} + s_z^2 I_z$ 이며, 점 S에 대한 극관성모멘트는 $I_s = I_c + A[c_y^2 + (c_z - s_z)^2]$ 이다. 따라서 식 (7)과 식 (8)은 Fig. 2와 같은 비대칭 단면을 갖는 보의 운동방정식이 된다.

3. 이론해석

3.1 판구조물과 평면파 하중

Fig. 3은 비대칭 보에 의해 보강된 얇은 등방성 평판을 그린 것으로서 배이의 x 축과 y 축 방향의 거리는 각각 a 와 b 이다. 판구조물은 다른 외부하중 이외에도 진동으로 인한 음의 평면파가 표면 전체에 대류함에 따라 다음과 같은 평면파 하중을 받게 된다.

$$P(x, y, t) = P_0 \exp[i(\omega t - \alpha_0 x - \beta_0 y)] \quad (9)$$

여기서, α_0 와 β_0 는 각각 x 축과 y 축 방향의 대류파수(convection wave number)이다.

3.2 공간조화계수

평판의 $x=ma$ 인 곳의 선 힘 $F_m(y)$ 과 선 모멘트 $M_m(y)$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$F_m(y) = F_0(y) \exp(-i\alpha_0 am) \quad (10)$$

$$M_m(y) = M_0(y) \exp(-i\alpha_0 am) \quad (11)$$

여기서, $F_0(y)$ 와 $M_0(y)$ 는 $x=0$ 인 곳의 선 힘과 선 모멘트로서 다음과 같이 표현된다.

$$F_0(y) = \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (12)$$

$$M_0(y) = \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (13)$$

또한 $y=nb$ 인 곳의 선 힘과 선 모멘트를 정의하면 다음과 같다.

$$G_n(x) = G_0(x) \exp(-i\beta_0 nb) \quad (14)$$

$$N_n(x) = N_0(x) \exp(-i\beta_0 nb) \quad (15)$$

그리고 $y=0$ 인 곳의 선 힘과 선 모멘트는 다음과 같다.

$$G_0(x) = \sum_r G_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \quad (16)$$

$$N_0(x) = \sum_r N_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \quad (17)$$

3.2 판구조물의 운동방정식

판구조물의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & [D\nabla^4 - m_p \omega^2] w \\ &= P_0 \exp[-i\alpha_0 x - i\beta_0 y] - P_f - \sum_m F_m(y) \delta(x - ma) \\ &+ \sum_m M_m(y) \frac{d[\delta(x - ma)]}{dx} - \sum_n G_n(x) \delta(y - nb) \\ &+ \sum_n N_n(x) \frac{d[\delta(y - nb)]}{dy} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, 우변의 첫 번째 항은 평면파 하중을 두 번째 항의 P_f 는 유체의 압력을 나타내고, 나머지 항들은 선 힘과 선 모멘트에 관계된 항이다. 식 (10)~(17)의 관계를 위 식에 대입하면 운동방정식은 다음과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} & [D\nabla^4 - m_p \omega^2] w \\ &= P_0 \exp[-i\alpha_0 x - i\beta_0 y] - P_f \\ &- \sum_m \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \\ &\cdot \exp[-i\alpha_0 am] \delta(x - ma) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_m \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \\
& \cdot \exp[-i\alpha_0 am] \frac{d[\delta(x-ma)]}{dx} \\
& \cdot \sum_n \sum_r G_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \\
& \cdot \exp[-i\beta_0 nb] \delta(y-nb) \\
& + \sum_n \sum_r N_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \\
& \cdot \exp[-i\beta_0 nb] \frac{d[\delta(y-nb)]}{dy} \quad (19)
\end{aligned}$$

그리고 변환 유체압력은 다음과 같다.

$$\bar{P}_r(\alpha, \beta) = -i\rho_r \omega^2 \bar{w}(\alpha, \beta) / (k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2} \quad (20)$$

α 와 β 는 x 축과 y 축의 변환 대류파수이다. S_{ms} 를 다음과 같이 나타내고,

$$\begin{aligned}
S_{ms} = & \left(D(\alpha_{0m}^2 + \beta_{0s}^2)^2 - m\rho\omega^2 \right. \\
& \left. - \frac{i\rho_r \omega^2}{(k^2 - \alpha_{0m}^2 - \alpha_{0s}^2)^{1/2}} \right)^{-1} \quad (21)
\end{aligned}$$

$\alpha_{0m} = \alpha_0 + 2\pi m/a$, $\beta_{0s} = \beta_0 + 2\pi s/b$ 라고 하면, 푸리에 변환된 총 변위는 다음의 식 (22)와 같다.

$$\begin{aligned}
\bar{w}(\alpha, \beta) = & (2\pi)^2 P_0 \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) S_{00} \\
& - \frac{(2\pi)^2}{a} \sum_m \sum_s F_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \\
& - i \frac{(2\pi)^2}{a} \sum_m \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \\
& - \frac{(2\pi)^2}{b} \sum_n \sum_r G_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \delta(\alpha - \alpha_{0n}) \\
& - i \frac{(2\pi)^2}{b} \sum_n \sum_r \beta_{0n} N_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \delta(\alpha - \alpha_{0n}) \quad (22)
\end{aligned}$$

위의 식에서 $\bar{w}^*(\alpha, \beta)$ 를 계산할 때 필요한 조화함계수와 조화모멘트계수 F_s , G_n 와 M_s , N_n 은 아직 미지수이다. 이들 계수를 결정하기 위해서 보와 평판의 경계선의 변위와 기울기는 같다고 가정한다. 이를 효과적으로 수행하기 위하여 식 (22)는 다시 α 에 대해서 푸리에 변환되고, $x=0$ 인 곳에서 결과값을 계산한다.

$$\begin{aligned}
\bar{w}^*(0, \beta) = & 2\pi P_0 S_{00} \delta(\beta - \beta_0) \\
& - \frac{2\pi}{a} \sum_m \sum_s F_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \\
& - i \frac{2\pi}{a} \sum_m \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \\
& - \frac{2\pi}{b} \sum_n \sum_r G_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r})
\end{aligned}$$

$$-i \frac{2\pi}{b} \sum_n \sum_r N_r S_{rn} \beta_{0n} \delta(\beta - \beta_{0r}) \quad (22)$$

여기서, $\bar{w}^*(0, \beta)$ 는 $x=0$ 인 지점의 보의 변환변위를 나타낸다. 또한 $x=0$ 인 곳의 기울기는,

$$\phi(x, y)|_{x=0} = \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (24)$$

그러므로 변환기울기는,

$$\bar{\phi}(0, \beta) = (-i\alpha) \bar{w}^*(0, \beta) \quad (25)$$

식 (7)과 식 (8)에서 우변의 모멘트 M 과 힘 F 대신 식 (12)와 식 (13)의 $M_0(y)$ 와 $F_0(y)$ 를 대입하면 비로소 $x=0$ 인 곳의 판구조물의 운동방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
& (EC_{ws})_y \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} - (GJ)_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - (\rho_b I_s)_y \omega^2 \phi \\
& + (EI_{y'z'} S_z)_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - (m_b c_y)_y \omega^2 w \\
& = \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (26) \\
& (EI_y)_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - (m_b)_y \omega^2 w \\
& + (EI_{y'z'} S_z)_y \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} - (m_b c_y)_y \omega^2 \phi \\
& = \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (27)
\end{aligned}$$

식 (27) 중의 첨자 y 는 y 방향에 대한 성분을 나타낸다. 식 (26)과 식 (27)에서 변위 w 와 기울기 ϕ 는 $x=0$ 인 곳에서 계산되고, 위의 식을 푸리에 변환하기 위하여 다음을 정의하기로 한다.

$$\begin{aligned}
K_R(\beta) \bar{\phi}(0, \beta) + K_{TR}(\beta) \bar{w}^*(0, \beta) \\
= 2\pi \sum_s M_s \delta(\beta - \beta_{0s}) \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_T(\beta) \bar{w}^*(0, \beta) + K_{TR}(\beta) \bar{\phi}(0, \beta) \\
= 2\pi \sum_s F_s \delta(\beta - \beta_{0s}) \quad (29)
\end{aligned}$$

여기서,

$$K_T(\beta) = (EI_y)_y \beta^4 - (m_b)_y \omega^2 \quad (30a)$$

$$K_R(\beta) = (EC_{ws})_y \beta^4 + (GJ)_y \beta^2 - (\rho_b I_s)_y \omega^2 \quad (30b)$$

$$K_{TR}(\beta) = (EI_{y'z'} S_z)_y \beta^4 - (m_b c_y)_y \omega^2 \quad (30c)$$

식 (30a), (30b)와 (30c)는 각각 보의 병진운동, 회전운동 및 연성(병진+회전)운동에 대한 각각의 동적인 스펙트럼 임피던스(spectral impedance)이다. 이제는 식 (23)과 식 (25)에 주어진 $\bar{w}^*(0, \beta)$ 와 $\bar{\phi}(0, \beta)$ 을 식 (29)와 식 (28)에 대입하여 정리하면 다음 두 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{K_{Ts}} + \frac{1}{a} \sum_m S_{ms} - \frac{i}{a} R_{Ts} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} \right] F_s \\
& + \left[\frac{1}{b} \sum_j G_j S_{js} - \frac{i}{b} R_{Ts} \sum_j \alpha_{0j} G_j S_{js} \right] \\
& + \left[\frac{i}{a} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} + \frac{1}{a} R_{Ts} \sum_m (\alpha_{0m})^2 S_{ms} \right] M_s \\
& + \left[\frac{i}{b} \sum_j \beta_{0s} N_j S_{js} + \frac{1}{b} \sum_j \beta_{0s} \alpha_{0j} N_j S_{js} \right] R_{Ts} \\
& = P_0 S_{00} \delta_{0s} - i \alpha_0 P_0 S_{00} R_{Ts} \delta_{0s} \quad (31)
\end{aligned}$$

식 (31)에서 $s=0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이고, $K_{Ts}=K_T(\beta_{0s})$, $K_{Rs}=K_R(\beta_{0s})$, $K_{TRs}=K_{TR}(\beta_{0s})$, $R_{Ts}=K_{TRs}/K_{Ts}$, $R_{Rs}=K_{TRs}/K_{Rt}$ 이다.

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{i}{a} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} + \frac{1}{a} R_{Rs} \sum_m S_{ms} \right] F_s \\
& + \left[-\frac{i}{b} \sum_j \alpha_{0j} G_j S_{js} + \frac{1}{b} R_{Rs} \sum_j G_j S_{js} \right] \\
& + \left[\frac{1}{K_{Rs}} + \frac{1}{a} \sum_m (\alpha_{0m})^2 S_{ms} + \frac{i}{a} R_{Rs} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} \right] M_s \\
& + \left[\frac{1}{b} \sum_j \beta_{0s} \alpha_{0j} N_j S_{js} + \frac{i}{b} R_{Rs} \sum_j \beta_{0s} N_j S_{js} \right] \\
& = -i \alpha_0 P_0 S_{00} \delta_{0s} + P_0 S_{00} R_{Rs} \delta_{0s} \quad (32)
\end{aligned}$$

식 (32)에서 $s=0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이다.

$y=0$ 인 지점을 선택하여 보강재의 동적인 스프링 인피던스를 정의하면 다음과 같다.

$$Q_T(\alpha) = (EI_y) x \alpha^4 - (m_b) x \omega^2 \quad (33a)$$

$$Q_R(\alpha) = (EC_{us}) x \alpha^4 + (GJ) x \alpha^2 - (\rho_b I_s) x \omega^2 \quad (33b)$$

$$Q_{TR}(\alpha) = (EI_{y'z'} S_z) x \alpha^4 - (m_b c_y) x \omega^2 \quad (33c)$$

마찬가지로 식 (29)와 식 (28)로부터 다음의 두 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{a} \sum_s F_s S_{ms} - \frac{i}{a} J_{Tm} \sum_s \beta_{0s} F_s S_{ms} \right] \\
& + \left[\frac{1}{Q_{Tm}} + \frac{1}{b} \sum_s S_{ms} - \frac{i}{b} J_{Tm} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} \right] G_m \\
& + \left[\frac{i}{a} \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} + \frac{1}{a} J_{Tm} \sum_s \alpha_{0m} \beta_{0s} M_s S_{ms} \right] \\
& + \left[\frac{i}{b} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{b} J_{Tm} \sum_s (\beta_{0s})^2 S_{ms} \right] N_m \\
& = P_0 S_{00} \delta_{0m} - i \beta_0 J_{Tm} S_{00} \delta_{0m} \quad (34)
\end{aligned}$$

식 (34)에서 $m=0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이고, $Q_{Tm}=Q_T(\alpha_{0m})$, $Q_{Rm}=Q_R(\alpha_{0m})$, $Q_{TRm}=Q_{TR}(\alpha_{0m})$, $J_{Tm}=Q_{TRm}/Q_{Tm}$, $J_{Rm}=Q_{TRm}/Q_{Rm}$ 이다.

$$\left[-\frac{1}{a} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{a} J_{Rm} \sum_s F_s S_{ms} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-\frac{i}{b} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{b} J_{Rm} \sum_s S_{ms} \right] G_m \\
& + \left[\frac{1}{a} \sum_s \alpha_{0m} \beta_{0s} S_{ms} + \frac{i}{a} J_{Rm} \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \right] \\
& + \left[\frac{1}{Q_{Tm}} + \frac{1}{b} \sum_s (\beta_{0s})^2 S_{ms} + \frac{i}{b} J_{Rm} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} \right] N_m \\
& = i \beta_0 P_0 S_{00} \delta_{0m} + P_0 S_{00} J_{Rm} \delta_{0m} \quad (35)
\end{aligned}$$

식 (31)과 식 (32), 식 (34)와 식 (35)는 계수 F_s , M_s , G_m , N_m 을 구할 수 있는 복소수형태의 무한 선형 동시방정식(infinite linear simultaneous equation)이다. 이들 식은 주어진 조건에서 미지계수의 수와 같은 $4(2k+1)$ 개의 방정식이 되도록 $s = \pm k$, $m = \pm k$ 에서 잘려진다. k 는 오차가 적도록 충분히 크게 선택하고, 일단 계수들이 구해지면 응답은 쉽게 계산된다.

3.4 판구조물의 변환응답

보에 의해 보강된 등방성 평판의 변환응답을 결정하기 위해 먼저 조화힘과 조화모멘트계수를 계산한 다음, 조화변위계수를 구해야 한다. 가정된 판구조물의 변위를 공간조화함수로 나타내면 다음과 같다.

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n w_{mn} \exp[-i \alpha_{0m} x - i \beta_{0n} y] \quad (36)$$

여기서, 조화변위계수 w_{mn} 은 다음의 적분식으로 표현된다.

$$w_{mn} = \left(\frac{1}{ab} \right) \int_0^a \int_0^b w(x, y) \cdot \exp[i \alpha_{0m} x + i \beta_{0n} y] dx dy \quad (37)$$

따라서 판구조물의 변위는 식(22)을 역변환해서 구한다.

$$\begin{aligned}
w(x, y) &= P_0 T_{00} - \frac{1}{a} \sum_m \sum_n T_{mn} F_n - \frac{1}{b} \sum_r \sum_t T_{rt} G_r \\
&\quad - \frac{i}{a} \sum_m \sum_n \alpha_{0m} T_{mn} M_n \\
&\quad - \frac{i}{b} \sum_r \sum_t \beta_{0t} T_{rt} N_r \quad (38)
\end{aligned}$$

여기서, $T_{mn} = S_{mn} \exp[-i(\alpha_{0m} x + \beta_{0n} y)]$ 이다. 또한 식 (38)을 식 (37)에 대입하여 모든 지수의 항을 소거하고, 조화힘과 조화모멘트계수를 대입하면 적분식은 다음과 같이 정리된다.

$$w_{mn} = P_0 S_{00} \delta_{0m} \delta_{0n} - S_{mn} \left[\frac{F_n}{a} + i \alpha_{0n} \frac{M_n}{a} + \frac{G_m}{b} + i \beta_{0n} \frac{N_m}{b} \right]$$

(39)

결국, 조화힘과 조화모멘트계수 항들로 표현된 식 (36)을 푸리에 변환하면 판의 변환변위는 다음과 같다.

$$\bar{w}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 \sum_m \sum_n w_{mn}(\alpha_0, \beta_0) \cdot \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \delta(\beta - \beta_{0n}) \quad (40)$$

$w_{mn}(\alpha_0, \beta_0)$ 는 식 (40)에 주어져 있고, w_{mn} 은 α_0 와 β_0 에 따라 결정되므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{w}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 \sum_m \sum_n u_{mn} \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \cdot \delta(\beta - \beta_{0n}) P_0(\alpha_0, \beta_0) \quad (41)$$

여기서, u_{mn} 은 식 (31), (32), 식 (34), (35)에서 단위진폭($P_0=1$)에 상응하는 조화변위계수이다.

3.5 원거리장의 방사압력

일반적으로 원거리장(far field)의 방사압력은 고정위상법(stationary-phase method)에 의해 근사화된다. 따라서 방사압력을 Fig. 4와 같은 구좌표계로 나타내면 다음의 식 (42)와 같다.

$$P(R, \theta, \phi) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi R} e^{-ikR} \bar{w}(\alpha', \beta') \quad (42)$$

여기서, α' 와 β' 은 각각 x 축과 y 축 방향의 고정위상파수이고,

$$\alpha' = k \sin \theta \cos \phi, \quad \beta' = k \sin \theta \sin \phi.$$

$x = x_0, y = y_0$ 인 곳에 작용된 조화점하중은,

$$\bar{F}(\alpha, \beta) = F_0 \exp(-i\alpha x_0 - i\beta y_0)$$

원거리장 방사압력을 데시벨(dB)로 나타내려면 기준압력이 필요하다. 여기서, 기준압력은 보강되지 않은 평판에서 생긴 고주파의 점근음압(asymptotic sound pressure)을 사용한다.

보강되지 않은 판의 변환변위는,

$$\bar{w}(\alpha, \beta) = \left[\frac{F_0}{D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{(k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2}}} \right]$$

따라서 $\theta=0$ 인 z 축위의 방사압력은 식 (42)로부터

$$P_r(R, 0, 0) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi R} e^{-ikR} \frac{F_0}{\left(-m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{k}\right)}$$

파수 $k = \omega/c$ 이고, z 축상에서 $\omega \rightarrow \infty$ 일때 위의 식은 다음의 식 (43)으로 정리된다.

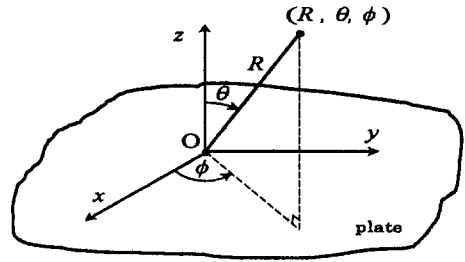


Fig. 4 Spherical coordinate system.

$$P_r(R, 0, 0) = +\rho_f F_0 \frac{e^{-ikR}}{2\pi R m_p} \quad (43)$$

여기서, c 는 음속이다.

결국 기준압력은 식 (42)에서 $\alpha' = \beta' = 0$ 로 놓음으로써 구해지고, 식 (43)과 같이 나타낼 수 있다. 따라서 원거리장의 음압레벨을 상용대수비로 정의하면 다음과 같다.

$$SPL = 20 \log_{10} \left[\frac{P(R, 0, 0)}{P_r(R, 0, 0)} \right]$$

$x = x_0, y = y_0$ 인 곳에 조화점하중이 작용하므로 원거리장의 음압레벨은 다음과 같이 정리된다.

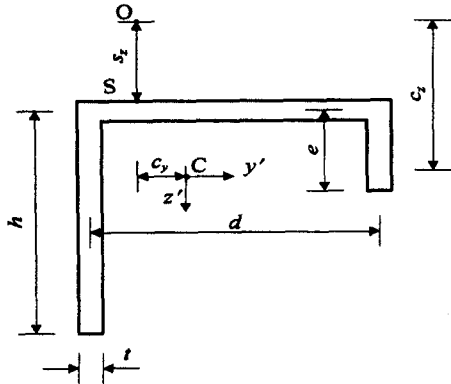
$$SPL = 20 \log_{10} \left| -m_p \omega^2 \sum_m \sum_n u_{mn} \cdot \exp \left[-i \left(\frac{2\pi x_0}{a} + \frac{2\pi y_0}{b} \right) \right] \right| \quad (44)$$

4. 결과 및 고찰

4.1 자료 및 사용조건

평판과 보의 재질은 알루미늄이고, 모든 단위는 SI단위를 사용한다. 그리고 매질은 물로서 밀도가 1000.0 kg/m^3 이고, 물 속에서 소리의 속력은 1500.0 m/s 이다. 평판의 두께는 $1.27 \times 10^{-3} \text{ m}$ 이고, 강성, 단위면적당 질량 및 감쇠계수는 각각 $D = 2326.0 \text{ N/m}$, $m_p = 39.1 \text{ kg/m}^2$ 그리고 $\eta = 0.02$ 이다. Fig. 5는 사용된 보의 형상을 그린 것이고, 그림 아래에 단면성질을 포기하였다. 보의 밀도, 영계수, 횡탄성계수 그리고 감쇠계수는 각각 7700.0 kg/m^3 , $1.95 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $8.1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 그리고 0.02 이다. 보의 간격은 0.2 m , 0.3 m 와 0.4 m 의 세가지이고, $L_x = L_y$ 이다.

Fig. 6과 같이 조화점하중을 베이 평면의 x 축과 y 축 방향으로, 대각선과 역대각선 방향으로 이동하면서 배이의 거리와 주파수변화와 음압레벨의 관



$e=1.27 \times 10^{-2}(\text{m})$, $d=3e(\text{m})$, $h=2e(\text{m})$
 $c_y=9.09 \times 10^{-3}(\text{m})$, $s_z=6.15 \times 10^{-3}(\text{m})$
 $t=1.27 \times 10^{-3}(\text{m})$, $A=9.68 \times 10^{-5}(\text{m}^2)$
 $I_s=8.424 \times 10^{-8}(\text{m}^4)$, $I_{y'z'}=4.246 \times 10^{-9}(\text{m}^4)$
 $I_{y'}=5.078 \times 10^{-9}(\text{m}^4)$, $I_{z'}=2.243 \times 10^{-8}(\text{m}^4)$
 $J=5.20 \times 10^{-11}(\text{m}^4)$, $C_{ws}=1.735 \times 10^{-12}(\text{m}^6)$

Fig. 5 Geometric properties of the unsymmetrical beam.

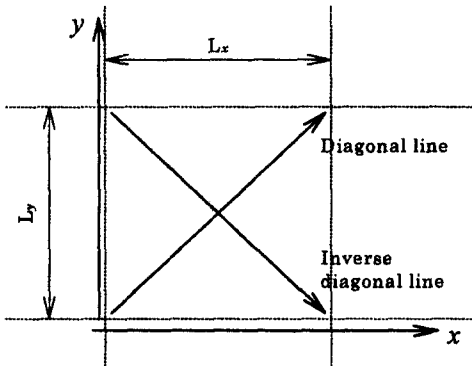


Fig. 6 Moving path of the loading point.

계를 고찰하기 위하여 LU분해법, Gauss-Jordan법과 IMSL에 의한 알고리즘을 개발하고, 가정된 자료를 적절하게 사용해서 음압레벨을 계산하였다.

4.2 배이간격과 음압레벨

본 연구에서 사용한 세 가지 수치해석법에 의한 결과는 잘 일치하였으므로 계산결과를 플랫폼 때에는 하나의 선으로 표시하였다. Figs. 7,8은 배이의 간격이 0.2 m, 0.3 m와 0.4 m로 했을 경우, 주파수 100~10000 Hz에 대한 음압레벨의 거동을 비교하기 위해 그린 것이다. Fig.7은 하중점이 배이의 교차점 (0,0)에 작용한 경우이며, Fig.8은 배이의 중앙($L_x/2$, $L_y/2$)에 작용한 경우이다. 두 경우에

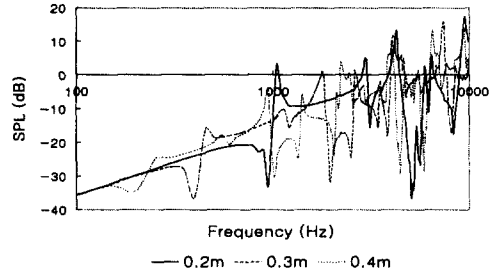


Fig. 7 SPL vs. Frequency in case of bay spacing 0.2 m, 0.3 m and 0.4 m at the loading point (0,0).

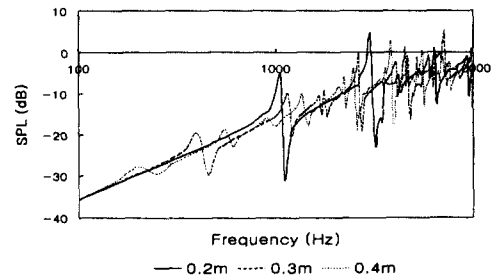


Fig. 8 SPL vs. Frequency in case of bay spacing 0.2 m, 0.3 m and 0.4 m at the loading point ($L_x/2$, $L_y/2$).

있어서 하중점이 배이의 교차점에서 배이의 중앙으로 갈수록 음압레벨의 피크는 높아지고, 피크 발생 횟수는 0.2 m인 경우에 3회, 0.3 m인 경우에 5회, 0.4 m인 경우에 7회 발생하였다. 그리고 배이의 간격이 클수록 낮은 주파수에서 첫 번째 피크가 발생함을 알 수 있었다.

4.3 배이거리와 주파수와 음압레벨의 관계

Fig.9~Fig.14는 배이의 간격이 0.2 m, 0.3 m와 0.4 m인 각각의 경우, 하중점이 x축으로 이동하거나 대각선으로 이동하면서 배이의 거리와 주파수 변화에 따른 음압레벨의 특성을 3차원으로 그래픽한 것으로서 음향방사 거동을 한 눈에 파악할 수 있는 종합적인 정보를 담고 있다. 이들 그림의 특징은 피크발생 주파수에서 배이거리에 따른 음압레벨의 특성을 2차원적으로 고찰할 수 있고, 또한 알고자 하는 배이의 위치에서 주파수변화에 따른 음압레벨의 특성을 2차원적으로 고찰할 수 있는 장점이 있다. 여기서 주지할 사실은 배이의 x축과 y축 방향의 보의 형상은 같고, 등간격 ($L_x=L_y$)의 주기구조물이므로 하중점을 x축과 y축 방향으로 이동한 경우와 대각선과 역대각선 방향으로 이동한

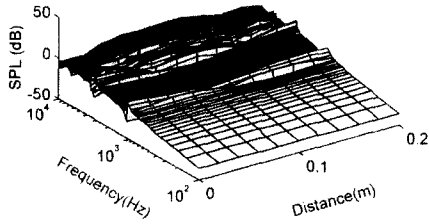


Fig. 9 SPL vs. Frequency with variation in the distance (bay spacing 0.2 m, x-axis).

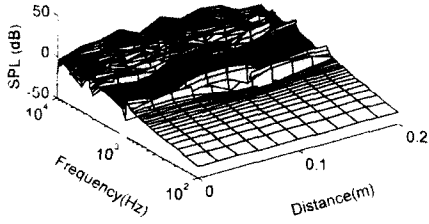


Fig. 10 SPL vs. Frequency with variation in the distance (bay spacing 0.2 m, diagonal line).

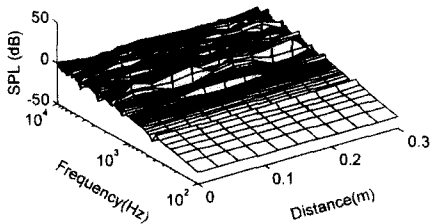


Fig. 11 SPL vs. Frequency with variation in the distance (bay spacing 0.3 m, x-axis).

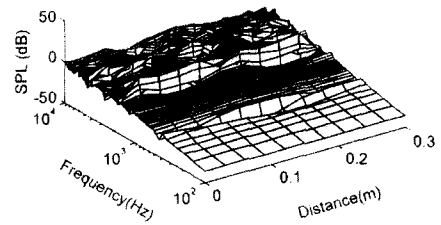


Fig. 12 SPL vs. Frequency with variation in the distance (bay spacing 0.3 m, diagonal line).

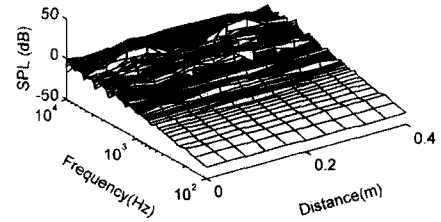


Fig. 13 SPL vs. Frequency with variation in the distance (bay spacing 0.4 m, x-axis).

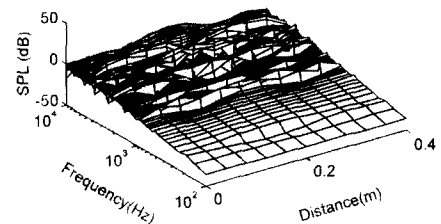


Fig. 14 SPL vs. Frequency with variation in the distance (bay spacing 0.4 m, diagonal line).

경우의 음향방사 거동은 각각 같게 된다. 따라서 y 축 방향과 역대각선 방향에 대한 고찰은 생략하였다.

배이 간격이 0.2 m인 Fig. 9와 Fig. 10을 비교하면 하중점이 x 축을 따라 이동한 경우에 비해 대각선을 따라 이동한 경우가 음압의 기록이 심하고 피크의 크기가 크며 배이의 중앙에서 급격한 음압변동이 발생하였다. 배이의 간격이 0.3 m인 Fig. 11과 Fig. 12를 비교하면 0.2 m인 경우에 비해 피크 발생횟수가 늘어났고, 역시 하중점이 x 축을 따라 이동한 경우보다 대각선을 따라 이동한 경우가 음압변동이 심하고, 배이 중앙에서 높은 피크가 발생함을 알 수 있었다. 배이의 간격이 0.4 m인 Fig. 13과 Fig. 14는 더욱 더 피크발생이 빈번해지고 하중점이 x 축으로 이동할 때 보다 대각선으로 이동한 경우가 음압변동이 격심하였다. 따라서 이러한 고찰을 정리하면, 배이의 간격이 넓어질수록 피크

발생회수가 증가하고, 하중점이 배이의 중앙으로 갈수록 피크의 크기는 커지며, x 축 방향으로 이동할 때 보다는 대각선 방향으로 이동할 때 음압변동이 빈번함을 알 수 있었다. 일반적으로 음압레벨과 주파수는 상관관계가 있으므로 이들 값이 직선적으로 커지면 구조물의 강도를 고려하면 되지만 음압레벨의 급격한 변동이 생기는 피크부근에서는 구조물의 공진발생 가능성이 높게 된다. 그리고, 이번에 개발한 알고리즘을 이용하면 판과 보의 재질, 판의 두께, 매질의 종류, 보의 형상, 하중상태, 사용조건등이 바뀌더라도 이에 부합된 자료를 적절하게 사용하면 가정된 문제의 음향방사 거동을 쉽게 파악할 수 있게 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 직각 격자형 보강재에 지지된 얇

은 등방성 판구조물에 조화점하중을 가할 때, 음향 방사문제를 Fourier 해석을 행하여 수치해석하였다. 보강재는 π 자형 개방형 단면의 보로서 비대칭형을 사용하였다. 보와 보사이의 간격은 0.2 m, 0.3 m, 0.4 m인 세가지 경우로 모델링하였으며 조화점하중을 x 방향과 y 방향으로 이동하고, 대각선 방향과 역대각선 방향으로 이동하면서 배이거리와 주파수와 음압레벨의 관계를 입체적으로 고찰하였다. 이러한 수치해석 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 본 연구에서는 판구조물의 음향방사에 관한 응답특성을 입체적으로 파악할 수 있는 수치해석 프로그램을 개발하였다.

(2) 조화점하중이 보의 교차점에서 배이의 중앙으로 이동함에 따라 음압레벨의 피크값은 증가하였고, 배이의 간격이 넓어질수록 낮은 주파수에서 첫 번째 피크가 발행하였다.

(3) 보의 간격이 넓어질수록 음압레벨의 피크 발생회수가 증가하였다. 즉, 주파수 100~10000 Hz로 변화하는 동안 뚜렷한 피크가 보의 간격이 0.2 m인 경우는 3회, 0.3 m인 경우는 5회, 0.4 m인 경우는 7회 발생하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 지역협력연구센터인 조선대학교 수송기계부품공장자동차연구센터의 연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 포함한다.

참고문헌

- (1) Schade, H. A., 1938, "Application of Orthotropic Plate Theory of Ship Bottom Structure," *Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics*, pp. 140~144.
- (2) Hoppman, W. H., 1955, "Bending of Orthogonally Stiffened Plates," *J. of Applied Mechanics, Trans ASME*, Vol. 77, pp. 267~271.
- (3) Hoppman, W. H., 1956, "Bending of Orthogonally Stiffened Plates," *J. of Applied Mechanics, Trans ASME*, Vol. 78, pp. 343~350.
- (4) Hoppman, W. H., Huffington, N. J. and Magness, L. S., 1957, "Nodal Patterns of Free Flexural Vibrations of Stiffened Plates," *J. of Applied Mechanics, Trans ASME*, Vol. 79, pp. 526~530.
- (5) Thomson, W., and Rattayya, J. V., 1964, "Acoustic Power Radiated by an Infinite Plate Excited by a Concentrated Moment," *J. of Ac. So. Am.*, Vol. 36, pp. 1488~1490.
- (6) Gutin, L. Y., 1965, "Sound Radiation from an Infinite Plate Excited by a Normal Point Force," *Soviet Phy. Acoustics*, Vol. 10, No. 4, pp. 369~371.
- (7) Mead, D. J., 1970, "Free Wave Propagation in Periodically Supported, Infinite Beams," *J. Sound Vib.*, Vol. 11, No. 2, pp. 181~197.
- (8) Heckl, M., 1961, "Wave Propagation on Beam-Plate Systems," *J. Ac. So. Am.*, Vol. 33, No. 5, pp. 640~651.
- (9) Rumerman, M. L., 1975, "Vibration and Wave Propagation in Ribbed Plates," *J. Ac. So. Am.*, Vol. 57, No. 2, pp. 370~473.
- (10) Mace, B. R., 1981, "Sound Radiation from Fluid-Loaded Orthogonally Stiffened Plates," *J. Sound Vib.*, Vol. 79, No. 3, pp. 439~452.

(1) Schade, H. A., 1938, "Application of Orth-