

研究論文

## 자동차 부품 BRACKET TILT의 용접변형 예측 및 제어에 관한 연구(Ⅱ) -유한요소법의 적용-

장 경 복\* · 강 성 수\*\*

### A Study on the Prediction and Control of Welding Deformation of the BRACKET TILT in Automotive Parts(Ⅱ) -Application of FEA-

G. B. Jang and S. S. Kang

**Key words :** Welding Deformation(용접변형), F. E. A(유한요소해석), Coupled Thermo-mechanical Analysis(커플링 해석), Welding sequence(용접순서), Activated and Deactivated Bead Element(활성화 및 비활성화 비드요소)

#### Abstract

In the previous study, the countermeasure for welding deformation of bracket tilt is brought up through experimental inspection for total process including welding process. For completeness of systematic examination of parts having sensitivity on welding deformation, the comparison and feedback between the result through simulation of welding process and experimental data is needed. In other words, it is necessary to control welding deformation that construct the prediction system for welding deformation through comparison and tuning with experimental data.

In the present study, the application of FEA on welding process of bracket tilt with susceptibility to deformation is made and deformation behavior through change of welding sequence is focused on. It is used to improve the exactness of deformation analysis that three dimensional analysis for moving heat source, activated and deactivated bead element, and volume heat flux etc.

※ 1998년 8월 3일 접수

\* 학생회원, 부산대학교 대학원

\*\* 정회원, 부산대학교 기계기술 연구소

## 1. 서 론

구조물의 용접시에는 용접아크에 의한 고입열로 인해 불균일한 온도분포가 형성되고 이로 인해 열응력이 발생하여 용접 후 비선형 소성변형의 발생으로 용접변형이 반드시 발생하게 된다.<sup>1,2)</sup> 대형 구조물의 경우는 두께가 두꺼운 용접재가 사용되고 다층용접이 이루어지므로 용접변형에 대한 각종 대책들이 잘 갖추어져 있으나 구조물이 아닌 본 연구의 대상과 같은 크기가 작은 자동차 부품의 용접시에 발생하는 용접변형을 제어하기란 쉽지 않다. 브래킷 틸트(Bracket Tilt)는 자동차부품 중 조향장치의 칼럼 어셈블리 브래킷 틸트(Column Assembly Bracket Tilt)를 구성하는 용접부품으로 프레스 성형과정을 거친 브래킷 틸트 2를 틸트 1과 틸트 3에 아크용접으로 결합하여 형성되는 부품으로 강도보다는 용접후의 정확한 치수를 요구하는 부품으로 용접변형에 대한 정확한 예측을 통한 용접변형의 제어가 반드시 요구되고 있는 실정이다. 이러한 용접변형의 정확한 예측 및 제어가 이루어지기 위해서는 용접공정 뿐만 아니라 용접 전·후 공정을 포함하는 전공정에 대한 체계적인 검토가 요구되어지며, 이를 통한 실험적인 데이터를 바탕으로 유한요소 해석 등을 이용한 시뮬레이션 기법을 도입하여 실험적인 데이터와의 피드백(feedback) 및 조절(tuning)을 통하여 정확한 치수를 확보할 수 있는 최적의 용접조건을 도출할 필요가 있다.<sup>3,4)</sup> 그런데, 현 작업조건하에서는 용접순서나 용접조건의 변화 등을 제품 생산 공정이 이루어지는 시점에서 실제 용접작업을 행하여 작업환경을 설정하는 상황이어서 시행착오로 인한 비용의 손실과 시간낭비와 같은 제반문제를 가지고 있다.

즉, 현재는 새로운 부품의 설계를 통한 제작과정에서 용접이 이루어질 경우 용접변형에 대한 체계적인 검토가 이루어지지 않은 상황에서 용접변형을 방지하기 위한 방안이 단순히 현장에서 일반적으로 사용되어지는 경험에 의한 방안만으로 용접변형에 대처하고 있는 실정이며, 유한요소법등을 이용한 용접공정의 시뮬레이션을 통하여 용접순서 및 용접부위등을 선정하는 기법 등의 적용은 전혀 이루어지지 않고 있는 실정이다. 그 이유는 용접변형은 부재의 형상, 치수, 재질 뿐만 아니라 용접조

건이나 구속조건, 용접순서등의 영향을 복합적으로 받기 때문에 이에 대한 체계적인 검토가 어려우며, 용접공정은 상변태라는 야금학적인 현상을 수반하며 용접부의 고입열로 인해 열전달과 응력 변화가 동시에 이루어지기 때문에 이를 수치적으로 해석하기에는 많은 어려움이 있기 때문이다.<sup>5)</sup> 그러나, 컴퓨터 및 유한요소 상용코드의 발달로 용접 공정의 시뮬레이션이 가능해져 용접제품 및 구조물의 용접변형 및 응력해석이 가능해졌다. 그런데, 이러한 해석 결과가 정확성을 지니기 위해서는 실험적인 데이터와의 비교 및 조절이 반드시 필요하다.

따라서, 본 연구에서는 전보에서 제품제작 전공정에 대한 체계적인 검토로 획득되어진 실험적인 데이터를 바탕으로 용접공정에 대하여 유한요소 해석 상용코드인 MARC를 이용한 해석적인 접근법을 제시하고 그 결과를 실험적인 데이터와의 비교 및 분석을 통해 제품이 최소의 용접변형을 지니는 최적의 용접순서, 용접위치등의 용접조건을 찾고자 하였다.

## 2. 유한요소해석

본 제품에서는 용접변형이 중시되고 제품의 크기도 작기 때문에 3차원 유한요소 모델을 형성하였으며, 용접후 최종상태에서의 용접변형을 구하기 위해 열전달 해석과 응력해석이 동시에 수행되는 커플링 해석(coupled thermo-mechanical analysis)<sup>6,7)</sup>를 수행하였다.

### 2.1 해석영역 및 요소형성

용접문제 해석의 특징은 용융부나 열영향부 등을 모델링하기 위해 매우 작은 시간증분을 필요로 한다는 것이다. 그러므로, 후판의 다층용접에서는 3차원 해석이 거의 불가능하여 문제를 단순화시키는 것이 중요하나, 본 제품과 같이 두께 및 크기가 작아 용접부위가 짧고 다층용접이 이루어지는 경우에는 3차원 해석이 가능하기 때문에 3차원 이동하는 열원에 대한 열전달 및 응력 해석을 수행하였다.<sup>8,9)</sup>

이를 위해 Fig. 1과 같은 3차원 유한요소 모델을 구현하여, 용접선 방향으로 비드 요소를 형성하여 단계적인 입열을 주어 이동하는 열원을 구현하였

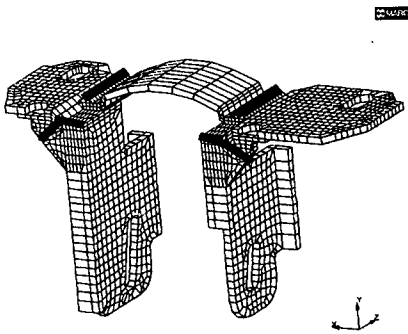


Fig.1 Mesh generation and position of weld bead element.

다. 용접 제품의 요소형성시 용접부는 주위보다 미세하게 요소분할을 하는 것이 일반적이나 본 제품의 크기가 작고 용접변형의 정도가 1/10mm 수준이기 때문에 해석시간이 좀 더 요구되더라도 정확한 용접변형 해석결과를 얻기 위해 제품 전체를 Fig.1과 같이 미세한 요소로 구성하였다. 요소분할은 3차원 해석에서 일반적으로 사용되는 8개의 절점을 가진 블록 요소(8 node hexagonal brick element)를 이용하여 구성하였다. Fig.1은 브래킷 틸트의 유한요소 모델과 용접부위의 용접비드 요소를 나타내었다.

변형해석의 정확성을 높이기 위해 이동하는 용접열원을 상면 용접부에 용접선 방향으로 7개의 요소를 형성하여 상면 용접부의 용접시간이 3.5초이므로 7개의 요소를 2-2-2-1로 나누어 각각 1-1-1-0.5초간 입열을 시켰으며 측면 용접부의 경우 용접시간이 2초이므로 각 해당 용접비드 요소에 1초씩 입열 되는 형태로 구현하였다. 그리고, 이렇듯 용접비드 요소에 입열이 이루어 질 때 실질적으로 처음 1초간 입열이 되는 용접비드 요소를 제외하고는 비드가 형성되어 있지 않기 때문에 이 부분은 비활성화 요소(deactivated element)로 선정하여 실질적으로 요소가 없는 것과 동일한 형태

가 되도록 하고, 다음 1초가 입열이 이루어 질 때에는 용접비드가 형성된 부분과 입열이 되고 있는 부분의 요소는 활성화 요소(activated element)로 선정하고 나머지 부분은 비활성화 요소로 선정하는 형태의 해석 기법을 사용하여 용접 변형해석의 정확성을 한층 더 높이고자 하였다.

### 2.2 해석에 필요한 경계조건

우선 입열에 따른 열전달 해석에 필요한 경계조건으로 초기에 주어지는 모든 절점에서의 온도를 주위온도 25℃로 하였고, 용접부는 가열 및 급랭의 복잡한 열 이력을 겪게 되므로 이를 해석하기 위해서는 온도에 따른 재료의 물성변화를 고려하여 재료의 기계적 성질인 열팽창 계수와 탄성계수 및 항복응력, 그리고 재료의 열적성질인 열대류계수와 열전도계수 및 비열을 온도에 따른 함수로서 입력하였다. 열손실은 주로 대류와 복사에 의해 지배되는 것으로 간주하였으며 열전달 해석시 고상과 액상의 상변화에 의한 잠열(latent heat)에 대한 효과도 고려하였다. 그리고, 열전달과 응력 해석시 재료는 등방성이며, 재료의 항복거동은 폰미세스(Von-Mises)의 항복조건을 적용하였다.

응력해석시 필요한 경계조건으로는 전보에서 나타난 용접치구(자동차부품~(1)-실험적검토-Fig.7 참조)에 의한 구속이 이루어지도록 용접치구를 강체 요소로 형성하여 용접이 이루어지는 시간 동안 존재하도록 하고, 용접 후에는 치구가 없는 상태에서 냉각시의 해석이 이루어지는 형태를 취하였다. 또한, 전보의 Fig.8에 나타나듯이 용접동안 각 클램프 위치에 해당하는 클램프력이 작용하도록 하여 실제 용접시 용접치구 및 클램프에 의해 이루어지는 구속의 조건이 해석상에서 구현될 수 있도록 하였다.

해석상의 입열량은 3차원 해석이므로 체적 입열(volume flux)을 적용하여 다음과 같이 계산 하였다.<sup>10,11)</sup>

Table.1 Welding heat input with sequence

Sequence \ Conditions	Current (A)	Voltage (V)	Volume of bead element (cm <sup>3</sup> )	Volume flux (J/cm <sup>2</sup> /sec)
상면	190	23	0.437	10000
측면	145	20	0.29	10000

$$Q = \eta EI / V_e \quad (1)$$

여기서,  $\eta$ 은 아크 효율로서 0.85, E는 아크 전압 (Volts), I는 아크 전류 (Amperes),  $V_e$ 는 용접열원이 입열 되는 비드요소의 체적이다. Table 1은 식 (1)에 의해 계산된 입열량을 나타낸 것이다.

### 3. 해석결과와 측정데이터의 비교 및 고찰

유한요소해석은 용접순서 이외의 다른 모든 조건은 동일하다는 가정 하에서 수행되었다. 즉, 전보에서 브래킷 틸트의 용접전 공정, 용접 공정, 용접후 공정에 대한 실험적인 검토로 획득되어진 데이터를 기준으로 최소의 용접변형이 발생하는 제작 조건을 기준으로 하여 용접순서가 브래킷 틸트의 용접변형에 미치는 영향을 파악하고자 하였다. 용접순서의 변경은 우선 전보의 Fig.1에 나타난 용접순서를 기준으로 상면의 용접순서는 그대로 두고 측면의 용접순서를 변경하였고, 다음으로 상면의 용접순서를 변경하여 해석을 수행하였는데, 해석되어진 용접순서는 총 6가지이며 Fig.2는 이러한 용접순서 및 변형 데이터가 획득되어진 노드번호 및 위치를 나타낸다.

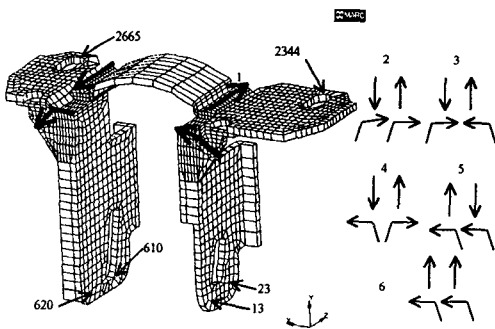


Fig.2 Welding sequence and node number of data acquisition

#### 3.1 측면 용접순서의 변경

측면 용접순서의 변경시 (Fig.1에서의 용접순서 1, 2, 3, 4) 절점 13, 23, 610, 620의 용접입열 및 냉각을 거쳐 제품이 상온상태에 도달할 때까지의 x방향 위치변화를 Fig.3에 나타내었다. 절점 13과 620

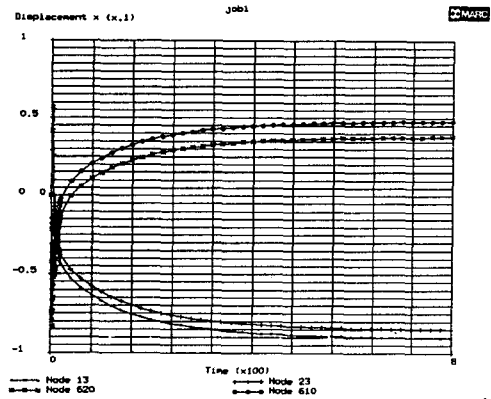


Fig.3 Deformation behavior of node 13, 23, 610, 620 with welding sequence 1~4.

사이와 전보 Fig.2에서의 용접변형 측정위치 4이며, 23과 610사이가 측정위치 2를 나타낸다. 해석 결과에서 알 수 있듯이 브래킷 A의 절점 13과 23은 용접 입열이 이루어지는 동안에는 +x방향으로 팽창하다가 입열이 끝난 후 냉각이 시작되면서 수축변형으로 -x방향으로 변형이 되어 최종 상태에 이르고 있으며, 브래킷 B의 절점 620과 610은 이와 반대방향의 용접변형 사이클을 나타내고 있음을 알 수 있다. 즉, 해석상의 결과가 전보의 실험적인 결과와 동일하게 브래킷 A·B사이와 벌어지는 변형양상을 보이고 있어 해석결과와 전체적인 변형거동은 실 용접의 결과(자동차부품~(1)-실험적검토-참조)와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

용접순서 1의 경우 절점 13과 620사이의 벌어짐이 1.27mm, 23과 610은 1.31mm 정도로 나타났고, 2의 경우는 각각 1.28mm, 1.33mm로, 3의 경우는 각각 1.28mm, 1.33mm, 4의 경우는 각각 1.27mm, 1.32mm로 나타나 현행의 용접순서에서 상면부 용접순서의 변경 없이 측면 용접순서만의 변경에 의해서는 브래킷 A·B사이의 거리의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 제품상의 브래킷 A와 B사이의 거리가 54mm 이므로 해석상의 결과로는 1~4의 용접순서에서는 용접후 최종 상태에서의 브래킷 A와 B 선단 사이의 거리가 앞쪽(측정위치 4)이 55.27mm, 뒤쪽(측정위치 2)이 55.33mm 정도로 나타났는데 이는 전보의 실험적인 데이터보다 대략 0.5~0.8mm 정도가 더 벌어지는 형태이다. 이렇듯 해석상의 결과가 실험결과보다 다소 변형이 크게 나타나는 것은 실 용접에서는 로봇 용접이 이

루어진다고 할지라도 각 조건의 용접마다 비드의 폭이라든가 용입 깊이 등이 각각 다르게 나타나는데 비해 해석 시에는 이를 정확하게 고려하기가 곤란하며 또한 입열이 되는 영역도 실용접과 해석시가 정확히 일치하기가 곤란하기 때문에 해석시의 경우가 실용접 보다 전체적인 입열이 다소 높게 나타나기 때문인 것으로 판단된다. 그리고, 해석상으로도 실험결과와 마찬가지로 현행의 용접순서(용접순서1)로는 용접후 100% 도면치수를 벗어나고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 측면 용접순서의 변경시 절점 2344와 2665의 위치변화(변형 측정위치5)를 나타낸 것으로 입열동안 브래킷 A·B가 각각 순간적으로 팽창하였다가 냉각되면서 수축하는 변형 사이클을 보여주고 있다. 여기서 절점 2344와 2665 사이의 거리변화는 0.141mm 정도로서 전보 Fig.4의 실험적인 데이터와 거의 일치하며 도면치수 이내로 확보되고 있음을 확인할 수 있다. 그러므로, 변형 측정 위치 5의 경우는 1~4와는 달리 용접순서에 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

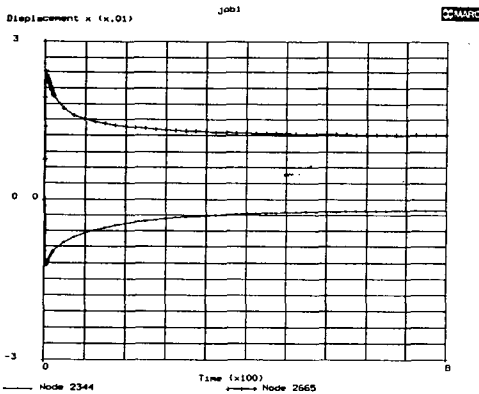


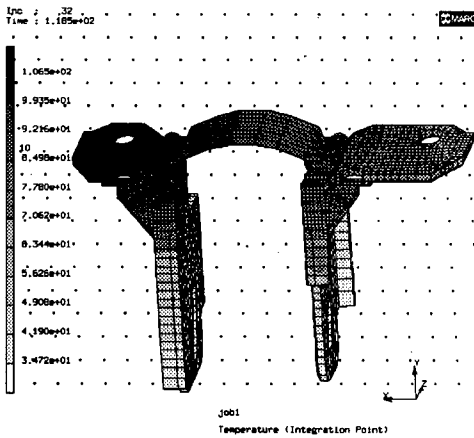
Fig.4 Deformation behavior of node 2344, 2665 with welding sequence 1~4.

Fig. 5는 용접순서 1~4에 대하여 용접시작 후 118초 경과시의 브래킷 틸트의 온도분포 형태를 나타낸 것이다. 온도의 절대치에 있어서 다소의 차이를 보이기는 하나 그 값이 1/10℃ 정도의 수준이고 온도분포의 형태가 거의 일치하고 있으므로 측면 용접순서의 변경에 대해서는 온도분포의 형태가 거의 동일함을 알 수 있으며 이것이 Fig. 3과 4의

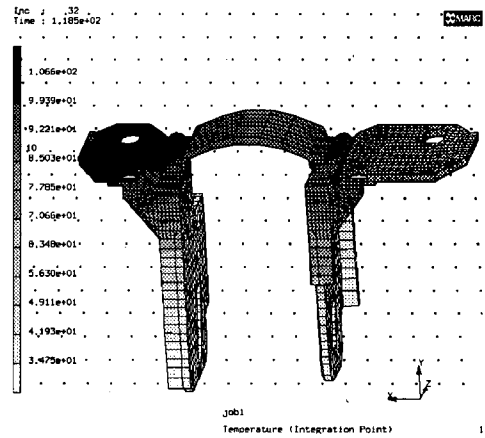
변형거동의 결과로 이어지는 것임을 알 수 있다. 그리고, 이러한 용접순서에 대한 변형측정 위치에 해당하는 절점의 온도 사이클을 구한 결과 역시 용접순서 1~4에 대하여는 거의 동일하였으며 Fig. 6은 이러한 온도 사이클을 나타낸 것이다. 브래킷 B측의 절점 620의 피크온도가 40.8℃ 정도로 가장 높게 나타났으며, A측의 절점 13은 37.8℃ 정도로 가장 낮게 나타났다. 그리고, 브래킷 A측의 절점 13과 23이 B측의 절점 610과 620보다 먼저 평형온도에 도달하고 있으며 평형온도도 높게 나타났다.

### 3.2상면 용접순서의 변경

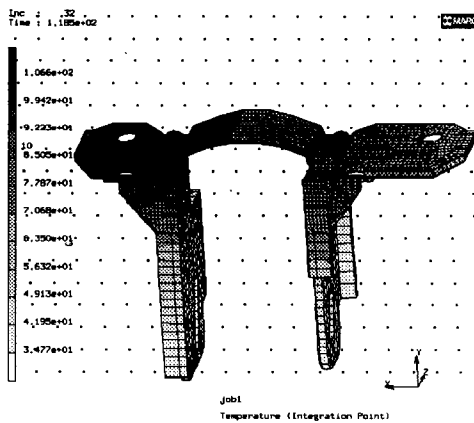
Fig. 7은 상면 용접순서의 변경시(Fig. 1의 용접순서<sup>5,6</sup>) 절점 13, 23, 610, 620의 용접입열 및 냉각을 거쳐 제품이 상온상태에 도달할 때까지의 x방향 위치변화를 나타낸 것이다. 측면 용접순서의 변경 시와는 달리 상당히 다른 변형거동을 나타내고 있다. 우선, 용접순서 1~4에서는 용접후 브래킷 A·B의 변형의 중심이 Fig. 2에 나타나듯이 -x 방향으로 이동한 것과는 달리 용접순서 5에서는 변형의 중심이 용접후 +x 방향으로 이동하였으며, 용접순서 6의 경우는 용접 전후의 변형 중심의 이동이 나타나지 않았다. 그리고, 용접순서 5의 경우는 절점 13과 620사이의 벌어짐이 1.1mm, 23과 610은 1.08mm 정도로 나타났고, 6의 경우는 13과 620, 23과 610사이 모두가 1.2mm로 동일하게 나타났다. 그러므로, 상면 용접 순서의 변경으로 브래킷 A·B 선단 사이의 벌어짐이 줄어들었음을 알 수 있다. 그리고, 이러한 줄어든 양은 용접 순서 5의 경우가 6보다 다소 크게 나타났다. 그러나, 용접순서 5의 경우는 절점 13과 620, 23과 610 사이의 벌어진 거리가 다름으로서 뒤틀림이 발생하고 있음을 알 수 있다. 그러므로, 용접전후의 변형의 중심의 변화가 없어 브래킷 A·B선단에서 뒤틀림이 발생하지 않는 용접순서 6의 경우가 용접순서 5보다 유리할 것으로 판단된다. 그러나, 이러한 용접순서 5 및 6에 대한 해석의 결과는 브래킷 A·B 선단의 도면 치수 공차 0.6mm를 벗어나는 결과를 나타내었다. 이것은 상기에서도 설명하였듯이 해석상의 경우가 실제 용접의 경우보다 입열량 및 입열 부위가 다소 크게 책정되었기 때문인 것으로 판단된다.



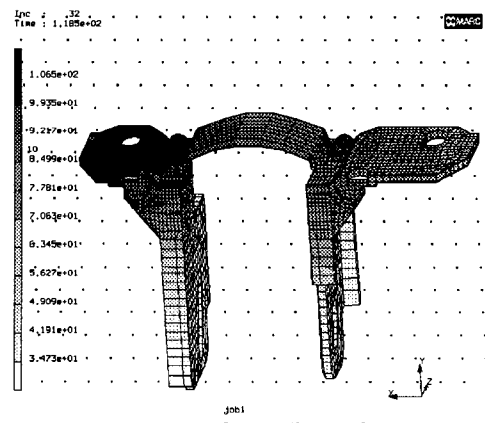
(a)Wedling sequence 1



(b)Wedling sequence 2



(c)Wedling sequence 3



(d)Wedling sequence 4

Fig.5 Temperature distribution with welding sequence 1~4.

그리고, 실제 해석상 최소의 용접변형을 나타낸 용접순서 6으로 용접한 결과 80%이상이 도면의 치수공차를 만족하였다.

Fig. 8은 절점 2344와 2665의 변형거동을 나타낸 것이다. 용접순서 5의 경우는 1~4의 경우가 Fig 3에서 처럼 용접후 변형 중심이 -x방향으로 이동한 것과는 달리 +x방향으로 이동하였으며, 변형의 정도가 다소 줄어들었음을 알 수 있다. 그리고, 용접순서 6의 경우는 용접 전후의 변형 중심의 변화가 없으며 변형의 정도가 용접순서 1~4의 경우보

다 다소 증가하였다. 그러나, 절점 2344와 2665 사이의 거리는 제품 도면상의 치수공차 이내에 존재하므로 변형의 크기는 문제가 되지 않는다. 그러므로, 변형의 중심이 변화하지 않는 용접순서 6의 경우가 유리할 것으로 판단된다.

Fig. 9는 용접순서 5와 6에 대하여 용접시작 후 118초 경과시의 브래킷 틸트의 온도분포 형태를 나타낸 것인데 Fig. 4의 경우보다 전체적인 온도가 낮음을 알 수 있다. 그 중에서도 용접순서 5의 경우가 다소 더 낮게 나타나고 있다. 그러므로, 측면

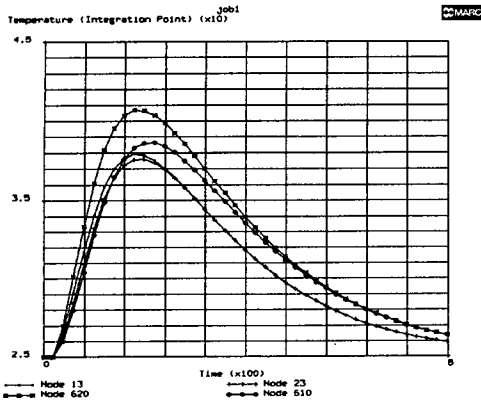
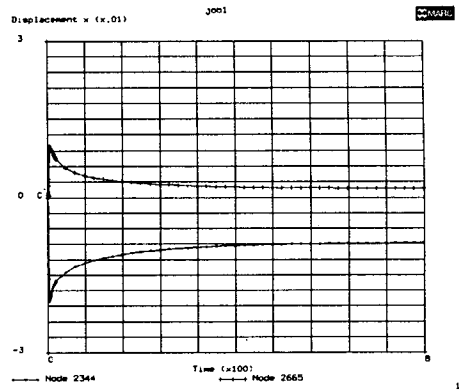
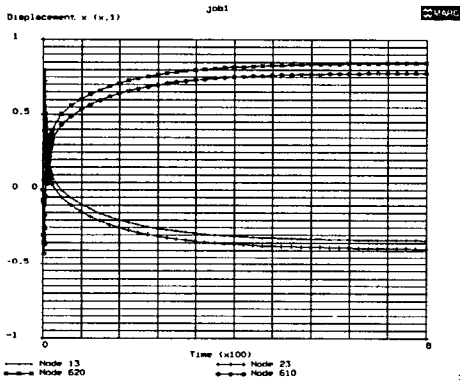


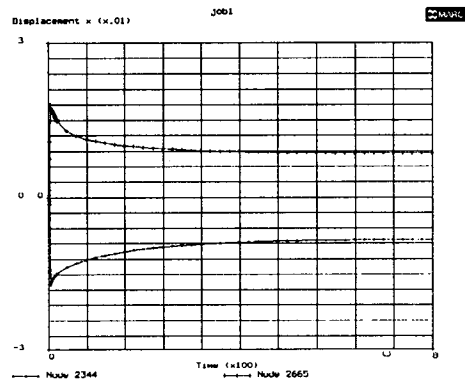
Fig.6 Temperature cycle of node 13, 23, 610, 620 for welding sequence 1~4.



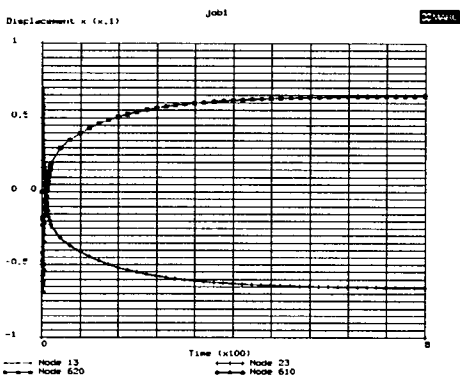
(a) Welding sequence 5



(a) Welding sequence 5



(b) Welding sequence 6



(b) Welding sequence 6

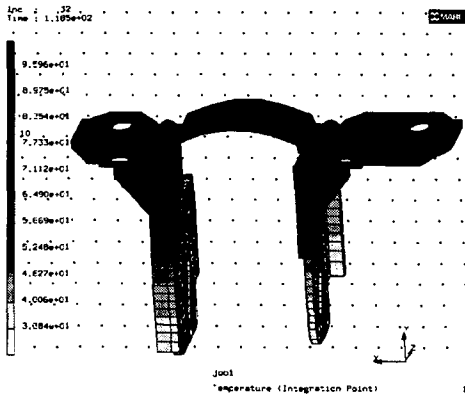
Fig.8 Deformation behavior of node 2344, 2665 with welding sequence 5 and 6.

Fig.7 Deformation behavior of node 13, 23, 610, 620 with welding sequence 5 and 6.

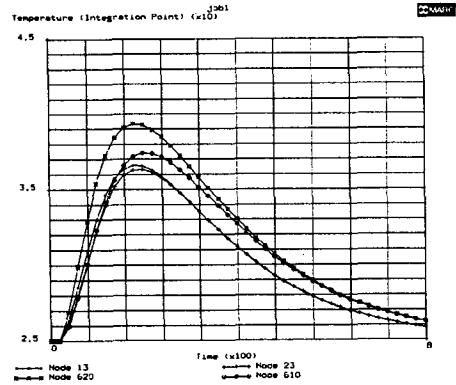
용접순서의 변경보다 상면 용접순서의 변경시 전체적인 온도분포가 크게 달라짐을 알 수 있고 이로 인하여 변형거동에도 차이를 나타내고 있는 것이다. 그리고, Fig.10은 변형거동의 주된 관심 부분인 절점 13, 23, 610, 620의 온도 사이클을 나타낸 것이다. 용접순서 5의 경우 절점 620의 피크 온도가 39.3℃, 13의 피크 온도가 36.7℃ 정도이고, 용접순서 6의 경우는 각각 40.1℃, 37.2℃ 정도로 나타나 전체적으로 용접순서 1~4의 경우 보다 낮게 나타났다.

#### 4. 결 론

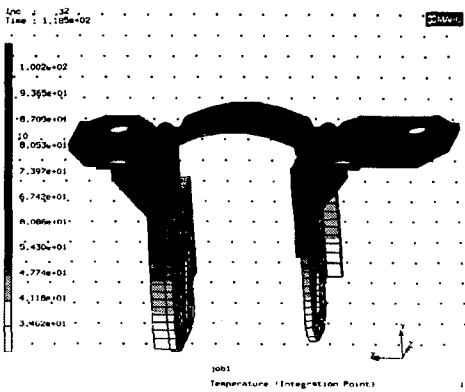
자동차 조향장치 부품중 용접부품인 브래킷 털



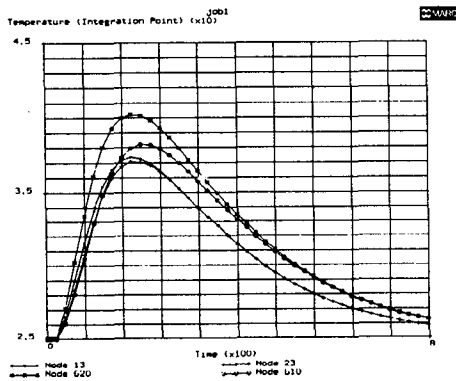
(a) Welding sequence 5



(a) Welding sequence 5



(b) Welding sequence 6



(b) Welding sequence 6

**Fig.9** Temperature distribution with welding sequence 5 and 6.

**Fig.10** Temperature cycle of node 13, 23, 610, 620 for welding sequence 5 and 6.

트의 용접변형을 최소화하는 용접순서를 찾기 위해 전보의 각종 실험 데이터를 바탕으로 6가지 용접순서에 대하여 유한요소 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 제품과 같이 형상이 복잡하고 크기가 작은 경우 유한요소법을 이용하여 정확한 용접변형을 예측하기 위해서는 이동열원의 정확한 고려를 위한 3차원 해석, 활성화 및 비활성화 요소의 사용, 입열 모델의 적절한 선택 등의 여러 가지 해석 기법이 복합적으로 사용되어야 하며, 그 결과 실험적인 결과와 좋은 일치성을 나타내었다.

2. 측면 용접순서를 용접순서 1~4로 변화 시켜 가며 해석한 결과 용접변형의 거동 및 온도분포와

각 절점의 온도 사이클이 거의 동일하였으며, 실험시 거의 대부분 치수공차를 벗어나 브래킷 선단부의 치수가 역시 제대로 확보되지 않는 결과를 나타내었다.

3. 상면 용접순서를 용접순서 5와 6과 같이 변화시켜 해석한 결과 측면 변형의 경우보다 용접변형이 줄었으며, 다른 변형거동을 나타내었다. 그 중 용접 전후의 변형중심이 변화하지 않아 용접후 뒤틀림 변형이 없는 용접순서의 6의 경우가 5보다 더 좋은 결과를 나타내었다. 이상의 결과에서 최적의 용접순서는 6번이며, 실제 이러한 순서로 용접을 수행한 결과 제품의 치수 불량률이 80%이상 감소하였다

4. 용접변형에 민감한 부품에서 용접변형을 최소



화하기 위해 용접공정을 포함한 제품 제작의 전공정에 대한 체계적인 검토와 이를 바탕으로 한 유한요소 해석의 이용으로 최적의 용접공정을 선택하는 것이 가능한 것으로 판단된다.

### 참 고 문 헌

1. Koichi Masubuchi, Research Activities Examine Residual Stresses and Distortion in Welded Structures, AWS, Dec., (1991), pp. 41-47.
2. Koichi Masubuchi, Analysis of Welded Structures, Pergamon Press, (1980).
3. 서승일, 장창두, 용접 구조물의 변형 예측에 관한 연구, 대한용접학회지, 제15권, 제5호, (1997), pp. 64-73.
4. K. W. Mahin, W. Winter, and T. M. Holden, Prediction and Measurement of Residual Elastic Strain Distribution in Gas Tungsten Arc Welds., AWS, September, (1991), pp. 245-260.
5. V. J., Papazoglou, Analytical techniques for determining temperatures, thermal strains, and residual stresses during welding, Ph. D. Thesis, MIT., Cambridge, Mass., (1981).
6. H. D. Hibbitt, and P. V. Marcal, A numerical thermo-mechanical model for the welding, Computer and Structures, 3(11), (1973), pp. 1145-1147.
7. E. Friedman, Thermomechanical analysis of the welding process using finite element method, Journal Press. Vessel Tech. ASME, series J, (1975), pp. 206-243.
8. P. Tekriwal, and J. Mazumder, Finite Element Analysis of Three Dimensional Transient Heat Transfer in GMA welding, AWS, July, (1988) pp. 150-156.
9. S. Z., Newman, FEM model of 3D transient temperature and stress fields in welded plates, Ph. D. Thesis, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, (1986).
10. 심용래, 이성근, 용접 잔류응력 해석을 위한 Heat Input Model 개발, 대한용접학회지, 제 11 권, 3호, (1993), pp. 110-123.
11. Y. Shim, Z. Feng, Determination of Residual Stress in Thick-section Weldments, Welding Journal, 9, (1992), pp. 305-312.