

論文 98-35S-5-13

## MIMO LBR 시스템 구현을 위한 회전 블록 구조

## (Rotation Block Structures for MIMO LBR Realizations)

孟勝柱\*, 李秉基\*

(Seung Joo Maeng and Byeong Gi Lee)

## 요 약

본 논문에서는 다중 입출력 (MIMO) 무손실 유계 실수 (LBR) 시스템의 여러가지 회전 블록 구조 구현 방법에 대해 살펴본다. 이를 위해 먼저 MIMO LBR 시스템을 LBR 2단자망의 직렬 연결로 구현하는 방법에 대해 간단히 살펴본 후, MIMO LBR 2단자망을 여러 형태의 회전 블록 연결 구조로 구현하는 방법들을 제시한다. 또한 이런 여러가지 2단자망의 구현 방법들 중 각 차수별로 어떤 2단자망을 선택할지를 회전 블록 계수의 동적 범위의 측면에서 고찰한다. 마지막으로 4차의 저역 통과 IIR 필터를  $4 \times 4$  크기의 변환 영역 필터링으로 나타낼 경우에 대한 예를 통하여 제안된 구현 방법을 구체적으로 예시한다.

## Abstract

In this paper we propose various rotation block realization method of MIMO LBR system. For this, we first discuss how to realize a given LBR system in the form of LBR two-pair cascades. Then we examine several systematic extraction procedures which enable to realize each LBR two-pair in the form of rotation block. Then we consider which realization methods we select for each two-pair block in view of the dynamic range of the coefficients of the rotation blocks. Finally, we demonstrate the LBR realization method using a detailed numerical example that converts a 4th order IIR filter function into a  $4 \times 4$  transform domain transfer matrix, and then realizes it in a rotation-block cascade.

## I. 서 론

최근까지 디지털 필터의 설계 기법은 많은 부분을 아날로그 필터 설계 이론으로부터 빌려왔지만, 디지털 기술의 발전에 따라 디지털 필터의 설계 기준도 상당한 변화를 겪게 되었다. 이에 따라 유한자리수 구현에 대한 저민감도, 한계 주기/넘침에 대한 면역성 등의 전통적인 아날로그 영역에서의 설계 기준 외에도 VLSI로의 구현을 용이하게 하기 위한 파이프라이닝화 등이 중요한 기준으로 등장하게 되었다. 무손실 유계 실수 (lossless bounded real : LBR) 시스템은 아날로그 양의 실수 홀수 (positive real odd : PRO) 또

는 무손실 양의 실수 (lossless positive real : LPR) 시스템에 대응되는 시스템으로서, 위에서 언급한 좋은 특성들을 모두 가지고 있는 직교 디지털 시스템이다<sup>[1]</sup> [2]. 단일 입출력 (single-input single-output : SISO) 시스템의 경우에는 전역 통과 필터를 LBR 시스템으로 볼 수 있으며, 다중 입출력 (multi-input multi-output : MIMO) 시스템의 경우에는 다항식 행렬의 분해 방법<sup>[10]</sup> 등을 이용하여 LBR 시스템을 구할 수 있다.

MIMO LBR 시스템을 설계하는 방법들은 Henrot과 Mullis<sup>[3]</sup>, Rao와 Kailath<sup>[4]</sup>, Vaidyanathan과 Mitra<sup>[5]</sup>, Desai<sup>[6]</sup> 등이 제안한 바 있다. [3]과 [4]의 방법들은 SISO 시스템에만 적용이 가능하므로 MIMO 시스템의 특수한 경우로 볼 수 있다; [5]의 방법은 일반적인 MIMO LBR 시스템을 다루지만 상세한 내부 구조는 다루지 않고 있다; [6]

\* 正會員, 서울大學校 電氣工學部

(School of Elec. Eng., Seoul National Univ.)

接受日字: 1997年11月5日, 수정완료일: 1998年3月30日

의 방법은 상태 공간 (state space) 상에서 문제를 다루고 있다. [7]에서는 MIMO LBR 시스템을 LBR 2단자망의 직렬 연결로 구현하는 방법 및 LBR 2단자망을 회전 블록을 이용하여 구현하는 방법을 제안하고 있다.

본 논문에서는 [7]에 제안된 방법을 사용하여 MIMO LBR 시스템을 LBR 2단자망의 직렬 연결로 구현하는 경우에 대해 고려한다. 이 경우, 각 2단자망은 무수히 많은 서로 다른 구조의 회전 블록으로 구현될 수 있는데, 본 논문에서는 이들 중 규칙적인 구조를 가지는 회전 블록 구조들을 제시하고, 이 구조들 중 어떤 것을 선택할지의 문제를 회전 블록 계수들의 동적 범위 (dynamic range)를 기준으로 하여 고찰하고자 한다. 또한 최근에 제안된 변환 영역 필터링 (transform domain filtering : TDF)<sup>[8] [9]</sup>을 예로 사용하여 MIMO LBR 시스템의 구체적인 구현 방법을 살펴보고자 하겠다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2절에서는 MIMO LBR 시스템을 LBR 2단자망을 이용해 구성하는 방법을 간단히 살펴본다. 다음으로 3절에서는 MIMO LBR 시스템을 회전 블록을 이용하여 구현하는 여러 방법에 대해 설명하고, 구조 선택 기준을 제시한다. 끝으로 4절에서는 변환 영역 필터링을 예로 사용하여 MIMO LBR 시스템의 구체적인 구현 방법을 살펴본다.

## II. MIMO LBR 시스템의 LBR 2단자망 구현

MIMO LBR 시스템은 단일 입출력(single-input single-output : SISO) 시스템에서의 전역통과필터를 다중 입출력 형태로 확장해 놓은 것으로 볼 수 있다. SISO 시스템에서 전역통과필터는 다항식  $A(z)$ 에 대해

$$H(z) = z^{-N} A^*(z^{-1}) / A(z) \quad (1)$$

와 같이 정의되므로,  $H^*(z^{-1})H(z) = 1$ 의 관계를 만족한다. 이와 유사하게  $M$ 개의 입력과  $L$ 개의 출력을 가진 MIMO LBR 시스템에서는

$G(z) = N(z) D^{-1}(z)$ 를 만족하는  $L \times M$  크기의 전달함수  $G(z)$ 에 대해

$$\tilde{G}(z) G(z) = I_M \quad (2)$$

와 같은 범일원적 (paraunitary) 관계를 만족한다. 이 식에서 물결 (tilde) 표시는 다항식 계수를 공역 복소화하고, 행렬을 전치시키고,  $z^0$ 를  $z^{-1}$ 로 치환하는 3가지 연산을 적용시킨 행렬을 나타낸다. 이와 같은 성질을 만족시키는 MIMO LBR 시스템은 회전 블록을 이용하여 저진감도, 안정도 등 바람직한 특성을 갖도록 구현할 수 있지만, 일반적으로 MIMO 시스템은 LBR 성질을 반드시 만족시키는 것은 아니며, 단순히 유계 실수 (bounded real : BR) 형태로 주어진다. 이러한 경우에는 먼저 [10]에서 제안된 다항식 행렬의 분해 방법을 이용하여 BR 행렬을 LBR 행렬로 변환한 후, 변환된 LBR 시스템을 회전 블록을 이용하여 구현하면 된다.

이제 MIMO LBR 시스템을 어떻게 회전 블록을 이용하여 구현할 것인가에 대해 살펴보고자 하자. 행렬의 계수는 모두 실수라고 가정하고, 다항식 행렬의 차수를 윗첨자로 나타내 줄 경우,  $N$ 차 MIMO LBR 시스템의 전달함수  $G^{(M)}(z)$ 는

$$G^{(M)}(z) = N^{(M)}(z) (D^{(M)}(z))^{-1} \quad (3)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이 식에서

$$N^{(M)}(z) = \sum_{i=0}^N N_i^{(M)} z^{-i}, \quad (4)$$

$$D^{(M)}(z) = \sum_{i=0}^N D_i^{(M)} z^{-i} \quad (5)$$

이다. 이제,  $G^{(M)}(z)$ 로부터 LBR 2단자망을 추출한 후의 전달 함수를  $\hat{G}^{(M)}(z) = \hat{N}^{(M)}(z) (\hat{D}^{(M)}(z))^{-1}$ 라 할 때,  $\hat{G}^{(M)}(\infty) = 0$ 이 되도록 LBR 2단자망을 추출할 수 있으면,  $\hat{G}^{(M)}(z)$ 는  $(N-1)$ 차 행렬  $G^{(N-1)}(z)$ 를 이용해  $z^{-1} G^{(N-1)}(z)$ 와 같이 나타낼 수 있게 된다<sup>[7]</sup>. 이 경우,  $G^{(M)}(z)$ 와  $G^{(N-1)}(z)$  사이의 관계는 추출된 LBR 2단자망의 연쇄 행렬(chain matrix)  $\Pi^{(M)}$ 에 대해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} D^{(M)}(z) \\ N^{(M)}(z) \end{bmatrix} = \Pi^{(M)} \begin{bmatrix} D^{(N-1)}(z) \\ z^{-1} N^{(N-1)}(z) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

이러한 LBR 2단자망 추출 과정을 반복하면 최종적으로 그림 1에 보인 것과 같이 LBR 2단자망의 직렬 연

결 형태로 MIMO LBR 시스템을 구현할 수 있다.

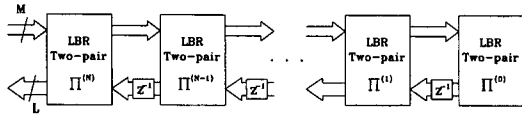


그림 1. MIMO LBR 시스템의 LBR 2단자망 직렬 연결 구현  
Fig. 1. LBR two-pair cascaded realization of MIMO LBR system.

III. LBR 2단자망의 회전 블록 구현

이제 추출된 LBR 2단자망을 구현하는 방법을 살펴 보도록 하자. 여러가지 구현 방법들이 있지만 그 중 회전 블록(rotation block)을 이용하여 구현하는 방법을 사용하도록 하겠다. 앞으로 전개될 내용은 모든 LBR 2단자망 블록에 공통적으로 적용되는 것이므로, 행렬의 차수와 이에 관련된 LBR 2단자망 블록 번호를 나타내던 윗첨자  $N$ 은 생략하도록 하겠다.

먼저  $L \times M$  행렬  $K$ 를

$$K \equiv G(\infty) = N(\infty) D^{-1}(\infty) \quad (7)$$

와 같이 정의하고, 좌표쌍  $(m, n)$ ,  $(m=1, 2, \dots, L, n=1, 2, \dots, M)$ 에 대해 회전 블록 계수  $k_{m,n} \equiv [K]_{m,n}$ 와  $\hat{k}_{m,n} \equiv \sqrt{1 - k_{m,n}^2}$ 을 정의한다. 정의된 두 계수를 이용하여 각각 크기가  $L \times M$ ,  $L \times L$ ,  $M \times M$ ,  $M \times L$ 인 전달 행렬  $T_{11}, T_{12}, T_{21}, T_{22}$ 를 다음과 같이 구성한다.

$$[T_{11}]_{i,j} = \begin{cases} k_{m,n}, & (i,j)=(m,n), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad [T_{12}]_{i,j} = \begin{cases} 1, & i=j \neq m, \\ \hat{k}_{m,n}, & (i,j)=(m,m), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases}$$

$$[T_{21}]_{i,j} = \begin{cases} 1, & i=j \neq n, \\ \hat{k}_{m,n}, & (i,j)=(n,n), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad [T_{22}]_{i,j} = \begin{cases} -k_{m,n}, & (i,j)=(n,m), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad (8)$$

다음으로, 이 네 개의 전달 행렬을 이용하여 크기가  $(L+M) \times (L+M)$ 인 전달 행렬  $T_{(m,n)}$ 을 다음과 같이 구성한다.

$$T_{(m,n)} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

이 경우  $T_{(m,n)}$ 은 그림 2에 보인 것과 같이  $D(z)$ 의

$n$  번째 입력과  $N(z)$ 의  $m$  번째 출력을 연결하는 회전 블록의 전달 행렬이 된다.

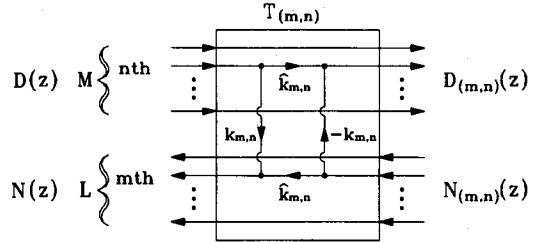


그림 2. 회전 블록의 구조  
Fig. 2. Structure of a single rotation block.

이 전달 행렬에 대응하는 연쇄 행렬(chain matrix)은

$$\Pi_{(m,n)} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (10)$$

과 같고,  $A, B, C, D$ 는 각각 크기가  $M \times M$ ,  $M \times L$ ,  $L \times M$ ,  $L \times L$ 인 행렬이며 각 행렬의 원소는 다음과 같이 주어진다.

$$[A]_{i,j} = \begin{cases} 1, & i=j \neq n, \\ \hat{k}_{m,n}^{-1}, & (i,j)=(n,n), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad [B]_{i,j} = \begin{cases} \hat{k}_{m,n}^{-1} k_{m,n}, & (i,j)=(n,m), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases}$$

$$[C]_{i,j} = \begin{cases} \hat{k}_{m,n}^{-1} k_{m,n}, & (i,j)=(m,n), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad [D]_{i,j} = \begin{cases} 1, & i=j \neq m, \\ \hat{k}_{m,n}^{-1}, & (i,j)=(m,m), \\ 0, & \text{그밖의 경우,} \end{cases} \quad (11)$$

이 경우,  $(m, n)$  회전 블록은 다음과 같은 입력력 관계를 규정한다.

$$\begin{bmatrix} D(z) \\ N(z) \end{bmatrix} = \Pi_{(m,n)} \begin{bmatrix} D_{(m,n)}(z) \\ N_{(m,n)}(z) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

이제  $(L+M) \times (L+M)$  행렬  $J$ 를

$$J = \begin{bmatrix} I_M & O \\ O & -I_L \end{bmatrix} \quad (13)$$

와 같이 정의하면,  $G(z)$ 의 범일원적 특성에 의해

$$[D'(z^{-1}) N'(z^{-1})] J \begin{bmatrix} D(z) \\ N(z) \end{bmatrix} = O \quad (14)$$

의 관계가 성립한다. 한편, 식 (10)과 같이 정의된  $\Pi_{(m,n)}$ 에 대해,  $\Pi'_{(m,n)} J \Pi_{(m,n)} = J$ 의 관계가 성

립하므로, 식 (12)와 (14)로부터

$$[ D'_{(m,n)}(z^{-1}) \quad N'_{(m,n)}(z^{-1}) ] J \begin{bmatrix} D_{(m,n)}(z) \\ N_{(m,n)}(z) \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다. 따라서,  $[ D'_{(m,n)}(z) \quad N'_{(m,n)}(z) ]'$ 도 LBR 시스템이다. 이제 이 출력 다항식 행렬에 대해 식 (7)에서  $K$ 를 정의했던 것과 같은 방식으로  $K_{(m,n)}$ 을 정의하면, 즉

$K_{(m,n)} = N_{(m,n)}(\infty) D_{(m,n)}^{-1}(\infty)$ 와 같이  $K_{(m,n)}$ 을 정의하면

$$K_{(m,n)} = (DK - C)(A - BK)^{-1} \quad (16)$$

의 관계가 성립한다. 이 경우, 식 (11)을 이용하여  $K_{(m,n)}$ 을 원소별로 나타내면

$$[ K_{(m,n)} ]_{ij} = \begin{cases} k_{i,j} + \hat{k}_{m,n}^{-2} k_{i,n} k_{m,n} k_{m,j}, & i \neq m, j \neq n, \\ \hat{k}_{m,n}^{-1} k_{i,n}, & (i,j) = (i,n), i \neq m, \\ \hat{k}_{m,n}^{-1} k_{m,j}, & (i,j) = (m,j), j \neq n, \\ 0, & (i,j) = (m,n) \end{cases} \quad (17)$$

가 된다. 즉,  $K_{(m,n)}$ 의  $(m,n)$ 번째 원소는 0이 되고 다른 원소들은  $K$ 의 원소들간의 곱의 형태로 나타나게 된다.

이제  $[ D'_{(m,n)}(z) \quad N'_{(m,n)}(z) ]'$ 을 새로운 입력 다항식 행렬이라 하면, 앞서와 같은 방법으로 식 (7)부터 (12)까지의 과정을 적용하여 새로운 좌표쌍  $(m', n')$ 에 대해 회전 블록 연쇄 행렬 및 LBR 출력 다항식 행렬을 구할 수 있다. 이 경우, 좌표쌍  $(m', n')$ 을 잘 결정하면,  $K_{(m',n')}$ 의  $(m', n')$ 번째 원소가 0이 될 뿐만 아니라  $(m,n)$ 번째 원소의 값도 그대로 0이 유지되도록  $K_{(m',n')}$ 을 구할 수 있다. 예를 들어  $(m,n)$ 이 (1,1)일때,  $(m', n')$ 을 (2,1)로 취하여 회전 블록을 추출하면,  $K_{(m',n')}$ 의 (1,1)번째와 (2,1)번째 원소의 값이 0이 된다. 이와 같은 방법으로 회전 블록을 추출하면,  $LM$ 번의 회전 블록 추출 후에 최종적으로 구해지는 행렬  $K$ 가 영행렬이 되도록 할 수 있다. 이때  $LM$ 개의 회전 블록들의 직렬 연결로 구성되는 행렬을  $\Pi$ 라 하면,  $\Pi$ 의 추출 후 남게 되는 LBR 시스템은 앞장의 결과에 따라 원래 LBR 시스템보다 하나 낮은 차수를 갖게 되며,  $\Pi$ 는 LBR 2단자망의 연쇄 행렬이 된다.

지금까지 설명한 것과 같은 LBR 2단자망의 회전 블록 구현 방법은 서로 다른 좌표쌍 추출 순서에 따라 서로 다른 2단자망 연쇄 행렬을 생성하게 되고, 이에 따라 LBR 2단자망 추출 후 남게 되는 낮은 차수의 LBR 시스템도 서로 달라지게 된다. 따라서 어떤 방법을 사용해서 각각의 LBR 2단자망을 구현할 것인가 하는 문제는 전체 시스템 구현의 측면에서 중요하게 다루어져야 한다. 이 문제를 다루기 위해 먼저 LBR 2단자망의 회전 블록 구현 방법 중 규칙적인 형태의 입출력 구조를 가지는 네가지 경우에 대해서 고찰해 보도록 하겠다.

(구조 1) 입출력 정상 구조

입출력 정상 구조에서는 왼쪽 열부터 시작하여 오른쪽으로 차례대로 열 단위로 회전 블록 계수들을 추출한다. 각 열에서는 위쪽 행의 원소부터 시작하여 아래 쪽으로 차례대로 회전 블록 계수들을 추출한다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\Pi_1 = \prod_{n=1}^M \left( \prod_{m=1}^L \Pi_{(m,n)} \right). \quad (18)$$

(구조 2) 입력 반전 출력 정상 구조

입력 반전 출력 정상 구조에서는 오른쪽 열부터 시작하여 왼쪽으로 차례대로 열 단위로 회전 블록 계수들을 추출한다. 각 열에서는 위쪽 행의 원소부터 시작하여 아래쪽으로 차례대로 회전 블록 계수들을 추출한다. 이 경우, 입출력 정상구조에서 입력의 순서가 반전된 형태의 구조가 된다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.<sup>1)</sup>

$$\Pi_2 = \prod_{n=M}^1 \left( \prod_{m=1}^L \Pi_{(m,n)} \right). \quad (19)$$

또한  $\Pi_1$ 과  $\Pi_2$ 사이에는  $M \times M$  직교 행렬  $E_1$ 에 대해

$$\Pi_1 = \Pi_2 \begin{bmatrix} E_1 & O \\ O & I_L \end{bmatrix} \quad (20)$$

의 관계가 성립한다.

(구조 3) 입력 정상 출력 반전 구조

입력 정상 출력 반전 구조에서는 왼쪽 열부터 시작

1) 식 (18)에서의  $\Pi_{(m,n)}$ 과 식 (19)에서의  $\Pi_{(m,n)}$ 은 지표쌍  $(m,n)$ 이 같아도 서로 다른 행렬임을 주의해야 한다. 이것은 구조 3과 구조 4에 대해서도 마찬가지이다.

작하여 오른쪽으로 차례대로 열 단위로 회전 블록 계수들을 추출한다. 각 열에서는 아래쪽 행의 원소부터 시작하여 위쪽으로 차례대로 회전 블록 계수들을 추출한다. 이 경우, 입출력 정상구조에서 출력의 순서가 반전된 형태의 구조가 된다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\Pi_3 = \prod_{n=1}^M \left( \prod_{m=L}^1 \Pi_{(m,n)} \right). \quad (21)$$

또한  $\Pi_1$ 과  $\Pi_3$  사이에는  $L \times L$  직교 행렬  $E_2$ 에 대해

$$\Pi_1 = \Pi_3 \begin{bmatrix} I_M & O \\ O & E_2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

의 관계가 성립한다.

**(구조 4) 입출력 반전 구조**

입출력 반전 구조에서는 오른쪽 열부터 시작하여 왼쪽으로 차례대로 열 단위로 회전 블록 계수들을 추출한다. 각 열에서는 아래쪽 행의 원소부터 시작하여 위쪽으로 차례대로 회전 블록 계수들을 추출한다. 이 경우, 입출력 정상구조에서 입출력의 순서가 모두 반전된 형태의 구조가 된다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\Pi_4 = \prod_{n=M}^1 \left( \prod_{m=L}^1 \Pi_{(m,n)} \right). \quad (23)$$

또한  $\Pi_1$ 과  $\Pi_4$  사이에는

$$\Pi_1 = \Pi_4 \begin{bmatrix} E_1 & O \\ O & E_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

와 같은 관계가 성립한다.

그림 3 (a), (b), (c), (d)는  $L=2$ 이고  $M=2$ 인 경우에 대해 이와 같은 4가지 경우에 대한 LBR 2단자망 회전 블록 구조를 보인 것이다. 그림으로부터 회전 블록들이 규칙적으로 배열되어 있음을 확인할 수 있다. 위에서 설명한 4가지 구조 이외의 구조는 입출력 순서가 불규칙하게 되므로 구현의 측면에서 볼 때 바람직하지 않다. 따라서 본 논문에서는 이 4가지 구조에 대해서만 다루도록 하겠다.

각각의 LBR 2단자망에 대해서 4가지의 구현 방법을 사용할 수 있으므로 전체 시스템의 차수를  $N$  이라 하면,  $4^{(N+1)}$  만큼의 서로 다른 구현이 가능하게 된다. 따라서 이와 같은 여러가지 구조들 중 어느 구조를 선택하는 것이 좋은지에 대한 선택 기준이 있어야 한다.

택하는 것이 좋은지에 대한 선택 기준이 있어야 한다.

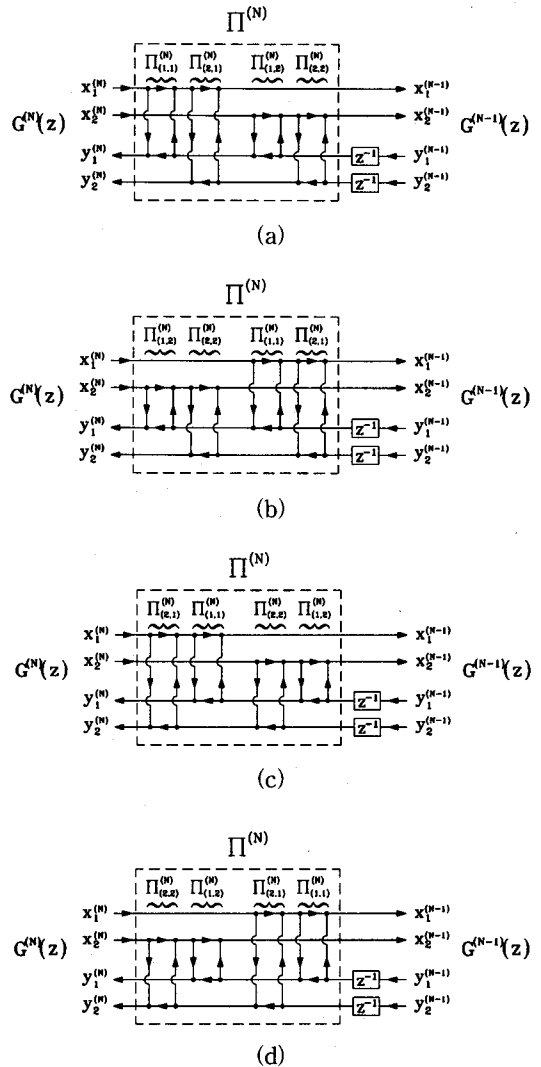


그림 3.  $L=2$ 이고  $M=2$ 인 경우의 LBR 2단자망의 회전 블록 구조; (a) 구조 1, (b) 구조 2, (c) 구조 3, (d) 구조 4

Fig. 3. Rotation block structures for an LBR two-pair block with  $L=2$  and  $M=2$ ; (a) structure 1, (b) structure 2, (c) structure 3, (d) structure 4.

본 논문에서는 이를 위한 선택기준으로 LBR 2단자망을 구성하는 각 회전 블록 계수들간의 동적 범위 (dynamic range), 즉 최대값과 최소값의 비를 사용한다. 회전 블록 계수들간의 동적 범위가 작은 경우에는 더 적은 양자화 비트수로도 효율적으로 LBR 2단자망을 구현할 수 있게 된다. 실제 시스템 구현시에는 양자화 비트수가 시스템의 복잡도에 영향을 미치므로,

회전 블록 계수들간의 동적 범위는 시스템 구현의 측면에서 볼 때 적절한 선택 기준이 될 수 있다. 이 경우,  $4^{(N+1)}$ 가지의 서로 다른 구현 방법 모두에 대해 회전 블록 계수들간의 동적 범위를 구하여 이들 중 최소값을 가지는 구조를 사용하는 것이 최적일 되겠지만, 시스템 차수  $N$ 이 큰 경우에는 많은 양의 계산이 필요하게 된다. 이 문제는 부호화 방법에서 사용되는 트리 구조와 제한 길이를 도입하여 해결할 수 있다. 즉, 제한 길이를  $l$ 이라 하면  $l$ 차 동안의 구간에서는  $4^{(l+1)}$ 가지의 서로 다른 구현 방법만이 가능하므로, 이들 중 최소의 동적 범위를 가지는 구현 방법을 택해 구간 내 최고 차수의 2단자망의 구조를 결정하고, 탐색 구간을 이동하여 같은 과정을 반복함으로써 전체 구조를 결정한다. 이 경우, 계산의 복잡도는 줄어드는 대신 선택되는 구조는 준최적이 된다. 이러한 과정을 통해 선택된 구현 방법에 따라 LBR 2단자망 회전 블록 구조들을 입출력 연결관계를 맞추어 직렬 연결하면 최종적으로 전체 MIMO LBR 시스템의 회전 블록 구현을 얻게 된다.

IV. MIMO LBR 시스템의 회전 블록 구현 예

회전블록 구현의 예로서 변환 영역 필터링<sup>[7][8]</sup> 시스템에 대한 MIMO LBR 구현에 대해 살펴보도록 하자. 변환 영역 필터링은 변환 영역 데이터에 적용하여 시간 영역 필터링의 효과를 얻을 수 있도록 하는 블록 단위의 필터링, 또는 벡터 필터링이다. 변환 영역 필터링에서는 먼저 변환 영역 데이터를 시간 영역 데이터로 역변환하고 이를 시간 영역에서 FIR 또는 IIR 필터링 한 후, 필터링된 시간 영역 데이터를 다시 원래의 변환 영역 또는 다른 변환 영역의 데이터로 변환하는 처리를 해준다. 이러한 전체적인 처리 과정에 대한 전달 함수가 변환 영역 필터링을 수행하게 되며, 필터링 처리 과정이 IIR인 경우 전달 함수는 MIMO 시스템이 된다.

이제 DCT 영역에서 블록화된 데이터가 주어졌다고 가정하고, 다음과 같은 4차 저역 통과 IIR 필터를 이용한 이의 TDF 구현에 대해 살펴보자.

$$H(z) = \frac{0.0801827406z^4 + 0.1334617975z^3 + 0.2594772795z^2 + 0.1334617975z + 0.0801827406}{1 - 0.966627z + 1.13295330162z^2 - 0.49682818466z^3 + 0.144544890812z^4}$$

(25)

이 경우 TDF-IIR의 전달 행렬은 1차의 BR 행렬이

되며, 다항식 행렬 분해과정<sup>[10]</sup>을 적용하여 LBR 전달행렬  $G^{(1)}(z) = N^{(1)}(z)(D^{(1)}(z))^{-1}$ 를 구하면,

$$N^{(1)}(z) = \begin{bmatrix} 0.5791 + 0.56277z^{-1} & -0.36571 - 0.423z^{-1} & 0.01772 - 0.36891z^{-1} & 0.00661 + 0.04885z^{-1} \\ -0.38571 + 0.39015z^{-1} & -0.14098 + 0.00369z^{-1} & 0.13116 - 0.21667z^{-1} & 0.04339 - 0.02458z^{-1} \\ 0.01772 + 0.02542z^{-1} & -0.13116 + 0.20949z^{-1} & -0.11617 + 0.05133z^{-1} & -0.01209 - 0.0356z^{-1} \\ -0.00661 + 0.00136z^{-1} & 0.04339 + 0.0329z^{-1} & 0.01209 + 0.01827z^{-1} & -0.00408 + 0.00253z^{-1} \\ 0.03581 - 0.13183z^{-1} & -0.06346 + 1.41776z^{-1} & 0.2667 - 0.14782z^{-1} & 0.71219 - 0.31727z^{-1} \\ 0.19203 - 0.15621z^{-1} & 0.38271 + 1.30408z^{-1} & 0.44059 - 1.04469z^{-1} & 0.31742 - 0.01991z^{-1} \\ 0.07947 + 0.03944z^{-1} & -0.0354 - 0.23878z^{-1} & -0.15198 - 0.15081z^{-1} & -0.04853 + 0.19645z^{-1} \\ -0.12429 - 0.17834z^{-1} & -0.06629 + 0.54165z^{-1} & -0.40712 + 0.10183z^{-1} & 0.57849 - 0.10096z^{-1} \end{bmatrix}$$

(26)

$$D^{(1)}(z) = \begin{bmatrix} 1 + 0.1625415112z^{-1} & -0.0277832842z^{-1} & -0.3575476766z^{-1} & 0.05003552609z^{-1} \\ 0.1281137212z^{-1} & 1 + 0.1485885545z^{-1} & -0.4818790932z^{-1} & 0.0404264525z^{-1} \\ 0.0208435030z^{-1} & 0.7374954257z^{-1} & 1 - 0.5589419038z^{-1} & -0.0803332069z^{-1} \\ -0.2315891121z^{-1} & 1.7458155823z^{-1} & -0.3809760677z^{-1} & 1 - 0.3008305312z^{-1} \end{bmatrix}$$

(27)

와 같이 된다. 이제 앞 장에서 유도한 추출 방법을 적용하여  $G^{(1)}(z)$ 로부터 회전 블록을 추출하면, 각 구현 방법에 따라 서로 다른 4개의 LBR 2단자망 연쇄 행렬  $\Pi^{(1)}$ 과 2단자망의 추출 후 남게 되는 상수 전달 행렬  $G^{(0)}(z)$ 를 얻게 된다. 다시  $G^{(0)}(z)$ 에 대해  $G^{(1)}(z)$ 에 적용한 것과 같은 방식으로 회전 블록의 추출 과정을 적용하면 최종적으로 전체 시스템의 회전 블록 구현을 완료하게 된다. 이 경우, 가능한 서로 다른 구현 방법은 모두 16가지가 된다. 표 1은 각 경우에 대한 회전 블록 계수의 최대값 및 최소값, 동적 범위의 값을 구한 것이다. 이 표로부터 1차의 2단자망은 구조 4의 회전 블록 구조로, 0차의 2단자망은 구조 3의 회전 블록 구조로 구현하는 것이 동적 범위의 측면에서 가장 최적의 구현 방법임을 알 수 있다. 표 2는 최적의 구현 방법에 대해 각 회전 블록 계수들의 실제 값을 보인 것이다. 이 경우, 그림 2에 주어진 회전 블록 구조를 약간 변형하여 그림 4에 보인 것과 같은  $2 \times 2$  회전 블록을 이용하면 전체 시스템의 구조는 그림 5와 같게 된다.

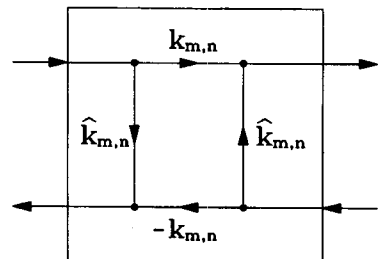


그림 4.  $2 \times 2$  회전 블록의 내부 구조  
Fig. 4. Internal structure of a  $2 \times 2$  rotation cell.

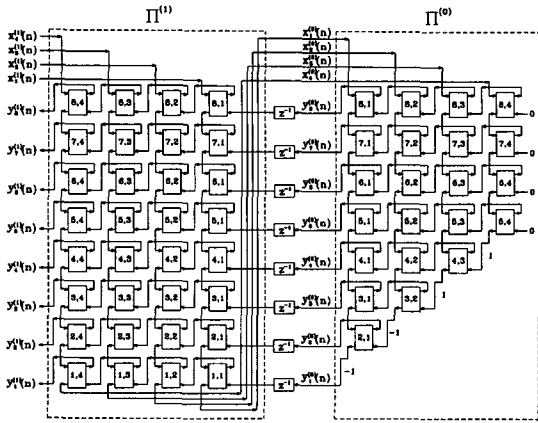


그림 5. 2x2 회전블록을 기반으로 한 MIMO LBR 구현의 전체적인 구조

Fig. 5. Overall structure of the 2x2 rotation cell based MIMO LBR realization.

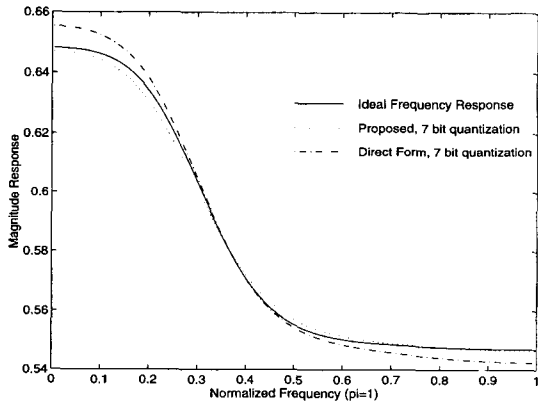


그림 6. 유한 자리수 구현시의 주파수 특성  
Fig. 6. Frequency response characteristics for the finite precision implementation.

그림으로부터, 구현 구조의 종류에 따라 입력 또는 출력의 순서가 반전되어 있음을 알 수 있다. 마지막 단에서의 LBR 2단자망  $\Pi^{(0)}$ 에서는 그림 5에 보인 것과 같이 몇 개의 회전 블록들이 필요없게 되며, 이는 표 2의 빈 칸에 해당한다.

그림 6은 식 (25)에 주어진 MIMO LBR 시스템을 회전 블록 구조와 직접 구현 구조(direct form structure)에 대해 계수들을 7비트로 양자화시켜 구현한 경우, 4번째 입력과 8번째 출력 사이의 전달 함수의 주파수 특성을 보인 것이다. 비록 1차 필터를 구현한 것이기 때문에 그 차이가 두드러지게 나타나지는 않으나, 회전 블록으로 구현했을 경우가 이상적인 주파수 특성에 더 가깝게 되는 것을 볼 수 있다.

표 1. 각 구현 방법의 회전 블록 계수의 최대값, 최소값 및 동적 범위

Table 1. Maximum, minimum value and dynamic range of the coefficients of the rotation blocks for each realization methods.

	1차		0차		전체 시스템		동적 범위	
	최대값	최소값	최대값	최소값	최대값	최소값		
구조 1	0.94257	0.00086	구조 1	0.95275	0.03373	0.95275	0.00086	1107.85
			구조 2	0.99658	0.06638	0.99658	0.00086	1157.05
			구조 3	0.96003	0.00496	0.96003	0.00086	1116.31
			구조 4	0.99420	0.01906	0.99420	0.00086	1156.05
구조 2	0.92915	0.00061	구조 1	0.96751	0.04659	0.96751	0.00061	1586.08
			구조 2	0.99975	0.03230	0.99975	0.00061	1638.93
			구조 3	0.93645	0.00590	0.93645	0.00061	1535.16
			구조 4	0.96401	0.01269	0.96401	0.00061	1580.34
구조 3	0.97288	0.00063	구조 1	0.99417	0.00882	0.99417	0.00063	1578.05
			구조 2	0.98531	0.00969	0.98531	0.00063	1563.98
			구조 3	0.99413	0.01550	0.99413	0.00063	1577.98
			구조 4	0.99852	0.01751	0.99852	0.00063	1584.95
구조 4	0.94980	0.00266	구조 1	0.99801	0.03343	0.99801	0.00266	375.19
			구조 2	0.99647	0.00064	0.99647	0.00064	1557.0
			구조 3	0.99732	0.09318	0.99732	0.00266	374.93
			구조 4	0.99839	0.00513	0.99839	0.00266	375.33

표 2. 1차 LBR 2단자망 : 구조 4, 0차 LBR 2단자망 : 구조 3인 경우의 회전 블록 계수

Table 2. Coefficients of rotation blocks in the case : first order LBR rotation block - structure 4, zeroth order LBR rotation block - structure 3.

	n	m			
		1	2	3	4
$k^{(1)}$	1	0.9449262891	0.5097981207	0.0351157384	0.00266564567
	2	-0.3423473518	0.0519887672	0.3717047507	0.1852377769
	3	-0.1164053247	-0.2765112868	-0.2317516226	-0.0515359568
	4	0.0124548082	0.0524132309	0.0076105387	-0.0173853598
	5	0.2785985741	0.3558438146	0.6374126995	0.9498027389
	6	0.2560630686	0.4277173200	0.4203936950	0.3898370316
	7	0.0725938692	-0.0406271384	-0.1558441603	-0.0550002733
	8	-0.1766195481	-0.0937867396	-0.4991133794	0.5784869985
$k^{(0)}$	1	-1.0000000000			
	2	0.9964697365	-1.0000000000		
	3	0.8258732921	0.7985037575	1.0000000000	
	4	0.2754555186	0.3448190710	0.6178499834	1.0000000000
	5	0.3721259335	0.8190505134	-0.9694683395	0.6444868414
	6	-0.4038564566	0.4163012961	-0.9571599986	0.9973168028
	7	0.4932809968	0.2124096371	0.2220491215	0.9578472609
	8	-0.1032890828	-0.0931794921	0.3224005545	0.3298481874

V. 결론

본 논문에서는 MIMO LBR 시스템을 회전 블록으로 구성된 LBR 2단자망의 직렬 연결 형태로 구현하는

는 여러 방법들에 대해 살펴보았다. 이 경우, 각 차수에 대해 동적 범위의 측면에서 최적인 LBR 2단자망을 선택하여 이의 직렬 연결을 통해 전체 MIMO LBR 시스템을 구성할 수 있었다. 또한 변환 영역 필터링을 예로 들어 MIMO LBR 시스템을 회전 블록을 이용하여 구현할 때의 구체적인 계수값들을 구해 보았다. 구현된 MIMO LBR 구조는 이미 전술한 바와 같이 유한 자리수 구현에 대한 저민감도, 한계 주기/넙침에 대한 면역성, 구현시의 파이프라이닝화 등 여러가지 바람직한 특성들을 갖게 된다.

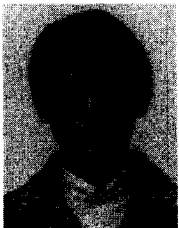
그림 7에 보인 것과 같이 회전 블록 기반 MIMO LBR 시스템은 규칙적인 구조를 가지기 때문에 VLSI 회로로 쉽게 구현할 수 있다. 이 구조에 사용되는 각각의 회전 블록은 CORDIC 연산자<sup>[4]</sup>를 통하여 효율적으로 구현할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] A. Fettweis, "Wave digital lattice filters," *Int. J. Circuit Theory Applicat.*, vol. 2, pp. 203-211, June 1974.
- [2] E. Deprettere and P. Dewilde, "Orthogonal cascade realization of real multiport digital filters," *Int. J. Circuit Theory. Appl.*, vol. 8, pp. 245-277, 1980.
- [3] D. Henrot and C. T. Mullis, "A modular and orthogonal digital filter structure for parallel processing," in *Proc. IEEE Int.*

- Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing*, pp. 623-626, Apr. 1983.
- [4] S. K. Rao and T. Kailath, "Orthogonal digital filters for VLSI implementation," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, pp. 933-945, Nov. 1984.
- [5] P. P. Vaidyanathan and S. K. Mitra, "A general family of multivariable digital lattice filters," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. 32, pp. 1234-1245, Dec. 1985.
- [6] U. B. Desai, "A state-space approach to orthogonal digital filters," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. 38, pp. 160-169, Feb. 1991.
- [7] S. J. Maeng, I.-T. Lim and B. G. Lee, "LBR realization of MIMO systems using rotation blocks," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. 44, pp. 310-315, Apr. 1997.
- [8] J. B. Lee and B. G. Lee, "Transform domain filtering based on pipelining structure," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, pp. 2061-2064, Aug. 1992.
- [9] D. Y. Kim and B. G. Lee, "Transform domain IIR filtering," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 43, no. 10, pp. 2431-2434, Oct. 1995.
- [10] 맹승주, 임일택, 이병기, "디지털 영역에서의 다항식 행렬의 분해와 MIMO LBR 구현에의 응용," *전자공학회논문지*, 제34권 1호, pp. 115-123, 1997년 1월

#### 저 자 소 개



孟勝柱(正會員)

1969년생. 1991년 2월 서울대학교 전자공학과 졸업. 1993년 2월 서울대학교 대학원 전자공학과에서 공학석사학위 취득. 현재 서울대학교 대학원 전기공학부 박사과정 재학중. 주관심분야는 디지털 신호처리 및

디지털 통신 시스템, CDMA 시스템



李乘基(正會員)

1951년 5월 12일생. 1974년 2월 서울대학교 전자공학과(공학사). 1978년 2월 경북대학교 대학원 전자공학과(공학석사). 1982년 2월 University of California, Los Angeles 대학원 전자공학과(공학박사). 1974년 ~1979년 해군사관학교 교관. 1982년~1984년 Granger Associates, Santa Clara, CA, 연구원 1984년~1986년 AT&T Bell Laboratories, North Andover, MA, 연구원 1986년~현재, 서울대학교 전기공학부 교수. 1997년 IEEE Fellow. 주관심분야는 디지털 신호처리, 디지털 전송, 광대역 통신망, 통신 신호처리