

산업용 로봇의 실시간 운용을 위한 역기구학 해석

이용중*, 이상태**, 박형준***

An analysis Inverse Kinematics for Real Time Operation of Industrial Robot

Yong-Joong Lee*, Sang-Tae Lee**, Hyung-Jun Park***

Abstract

This study solves the inverse kinematics problem of industrial FANUC robot. Because every joint angle of FANUC robot is dependent on the position of end-effector and the direction of approach vector, arm matrix T_6 is very complicated and each joint angle is a function of other joint angles. Therefore, the inverse kinematics problem can not be solved by conventional methods. Noticing the fact that if one joint angle is known, the other joint angles are calculated by the algebraic methods, θ_1 is calculated using neumerical analysis method, and solves inverse kinematics problem. This proposed method, in this study, is more simpler and faster than conventional methods and is very useful in the real-time control of the manipulator.

Keywords : Industrial FANUC robot (산업용 화낙 로봇), Inverse kinematics (역기구학), Joint angle(관절각도), Numerical analysis (수치해석)

1. 서 론

현대 산업사회의 여러분야는 인간이 하는 일보다 더욱 더 많은 작업이 빠른 시간 내에 정확하게 수행되기를 요구하고 있다. 따라서 많은 산업 현장에서 복잡하고 정밀

한 작업에 로봇을 도입하여 시간과 비용을 절감하고 있다. 상업적으로 유용하게 사용되는 로봇은 대부분 1개의 자유도를 갖는 6개의 관절이 연속적으로 연결된 구조를 갖고 있다. 간단한 구조의 6자유도 로봇은 이러한 연결된 관절들이 수직, 수평, 또는 서로 교차하는 구조를 갖고 있으며 처음

* 창원기능대학 전기기술학과
** 창원기능대학 생산기계기술학과
*** 삼성중공업(주) 연구소

세계의 관절들은 엔드이펙터의 위치를 나타내고 마지막 세계의 관절들은 방향을 나타내는데 사용된다. 이러한 로봇의 실제적인 운용은 각 관절 각도가 주어졌을 때 엔드이펙터의 위치를 찾는 정기구학은 Denavit-Hatenberg 방법^[1-5]을 이용한다.

또한 엔드이펙터의 위치와 방향이 주어졌을 때 로봇으로 하여금 그 위치로 접근하게 하는 관절각도를 알아내는 것은 역기구학을 통해서 이루어진다. 그러나 산업 현장에 적용되고 있는 산업용 로봇은 기구학 방정식이 복잡하기 때문에 역기구학을 빠른 시간 내에 해결하는 것이 용이하지 않지만, 로봇을 복잡하고 정밀한 작업에 운용하기 위해서는 빠른 시간 내에 정확한 역기구학의 해를 구해야만 한다.

역기구학의 해를 구하는 방법^[6]은 크게 폐형식(closed form)해와 수치 해석(numerical analysis)적 방법 두가지로 분류된다. 폐형식 해를 구하는 방법^[7-10]은 일반적으로 기하학적 방법과 대수적 방법을 많이 사용하고 수치해석적 방법으로는 이분법과 Newton-Raphson기법을 사용한다. 간단한 구조를 갖는 5자유도나 6자유도 로봇은 폐형식 해를 구하는 것이 가능하므로 Pieper 등^[11,12]은 로봇이 폐형식 해를 갖기 위한 충분 조건이 3개의 관절 축이 한점에서 교차해야 한다는 것을 보였다. 만약 이 교차하는 축이 마지막 3개의 축이라면 이 로봇의 폐형식해는 쉽게 구해질 수 있다. Aken^[7]은 로봇의 기하학적 형태를 이용하여 역기구학의 해를 구하는 방법을 보였다. 그러나 이 방법은 구조가 간단한 교육용 로봇이거나 산업용 로봇일지라도 모든 관절 축이 한 평면 위에 존재하는 로봇에 적용되었으므로 관절이 2개 이상의 평면에 존재하는 로봇에는 적용할 수 없었다. Mansour와 Doty^[13]는 로봇의 좌표축을 단순화하는 방법을 사용하여 6자유도 로봇의 역기구학을 해결하였다. 이러한 방법으로 4개의 관절 각도가 변수로 사용된 4개의 방정식을 구성하여 이것으로부터 해를 구해내었다. 그러나 이 방법은 계산의 복잡성 때문에 실제로 사용하는 데는 어려움이 있었다. 그러므로 폐형식해는 복잡한 구조의 6자유도 이상의 로봇에서는 직접적으로 구하는 것이 어렵기 때문에 이러한 로봇의 역기구학을 해결하기 위하여 수치 해석적인 방법을 도입하게 되었다. 그 사례로 Angeles^[14]는 폐형식 해를 구하기 어려운 6자유도 이상의 로봇에 대하여 다차원적 Newton-Raphson 방법을 사용하였다. 그러나 이 방법은 로봇의 자코비안을 계속해서 구해야 하기 때문에 계산 과정이 너무 복잡하다.

이상과 같이 여러 가지 방법으로 로봇의 역기구학의 해

를 구해내는 연구가 활발히 진행되고 있다. 본 논문에서는 일본 FANUC사의 6관절 산업용 로봇인 FANUC Arc Mate(이하 FANUC로봇)의 실시간 운용을 위하여 기하학적 방법과 대수적 방법 그리고 수치 해석적인 방법을 조합하여 역기구학을 해결하는 방법을 제시하였다^[15,16].

2. 역기구학

일반적으로 폐형식 해는 단순한 구조를 갖는 로봇에서 사용되나 6자유도를 갖는 로봇의 역기구학은 폐형식에 의한 기법으로는 직접적으로 구할 수 없다. 폐형식해를 구하는 방법은 일반적으로 기하학적 방법과 대수적 방법을 많이 사용한다.

2.1. 대수적 방법을 이용한 해법

기하학적 방법은 로봇의 각 링크 사이의 기하학적 구조에서 임의의 위치와 접근 방향에 대한 각 관절 각도 값을 계산해 내는 방법으로 구조가 간단한 교육용 로봇에 주로 이용되며, 산업용 FANUC 로봇의 역기구학의 해를 구하는데 있어 기하학적 해석은 FANUC 로봇의 α, β, γ 축이 엔드이펙터의 위치와 접근 방향에 관계되는 기하학적인 특성 때문에 해를 찾기가 불가능하다^[14]. 이에 비해 대수적인 방법은 구해진 해가 정확한 반면 많은 식들 중에서 주어진 로봇의 형태에 맞는 해를 찾아내기 위한 식들을 선택하는 것이 매우 어렵다^[17, 18]. 이 방법은 로봇 엔드이펙터의 위치와 자세를 나타내는 T_6 행렬과 이를 구하는데 사용된 동차 변환 행렬 A_n 의 역행렬을 사용하여 다음 식들을 비교하여 수학적인 방법으로 해를 구해내는 방법이다^[9].

$$A_1^{-1} \times T_6 = U_2 \tag{1-a}$$

$$A_2^{-1} \times A_1^{-1} \times T_6 = U_3 \tag{1-b}$$

$$A_3^{-1} \times A_2^{-1} \times A_1^{-1} \times T_6 = U_4 \tag{1-c}$$

$$A_4^{-1} \times A_3^{-1} \times A_2^{-1} \times A_1^{-1} \times T_6 = U_5 \tag{1-d}$$

$$A_5^{-1} \times A_4^{-1} \times A_3^{-1} \times A_2^{-1} \times A_1^{-1} \times T_6 = U_6 \tag{1-e}$$

일반적인 교육용 로봇과 달리 산업용 FANUC 로봇은 6개의 모든 관절각도가 엔드이펙터의 위치와 접근 방향에 관계되기 때문에 T_6 행렬이 매우 복잡하다. 따라서 대수적

방법으로는 각각의 관절 각도가 적어도 다른 하나의 관절 각도의 함수로 표현되므로 6개의 해를 유일하게 구할 수 없고 어느 하나의 관절각도의 값을 알아야 한다. 식 (6) 과 식 (7)은 θ_4 가 주어졌을 때 나머지 5개의 관절 각도 값을 얻을 수 있는 대수적 방법의 결과이다.^[9]

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\pm \sqrt{(Px - 25Ax)^2 + (Py - 25Ay)^2 - (10C_4 + 3)^2}}{10C_4 + 3} \right\} - \tan^{-1} \left\{ \frac{Px - 25Ax}{Py - 25Ay} \right\} \quad (2-a)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C} \right\} - \tan^{-1} \left\{ \frac{B}{A} \right\} \quad (2-b)$$

여기서

$$A = (Px - 25Ax)C_1 + (Py - 25Ay) - 20$$

$$B = Pz - 25Az$$

$$C = \{A^2 + B^2 - (10S_4 + 13)^2 + 60^2 - 55^2\} / 120$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\pm \sqrt{(10S_4 + 13)^2 + 55^2 - D^2}}{D} \right\} - \tan^{-1} \left\{ \frac{55}{10S_4 + 13} \right\} \quad (2-c)$$

여기서 $D = AC_2 - BS_2 - 60$

$$\theta_5 = \tan^{-1} \left\{ \frac{[(Ax C_1 + Ay S_1)C_{23} - Az S_{23}]C_4}{(Ax C_1 + Ay S_1)S_{23} + Az C_{23}} \cdot \frac{\{(Ax S_1 - Ay C_1)S_4\}}{1} \right\} \quad (2-d)$$

$$\theta_6 = \tan^{-1} \left\{ \frac{[(Nx C_1 + Ny S_1)C_{23} - Nz S_{23}]}{[(Ox C_1 + Oy S_1)C_{23} - Oz S_{23}]} \cdot \frac{S_4 - (Ox S_1 - Oy C_1)C_4}{S_4 - (Nx S_1 - Ny C_1)S_4} \right\} \quad (2-e)$$

2.2. 이분법을 이용한 해법

역기구학의 해가 폐형식으로 표시되지 않을 때 수치 해석적 방법을 사용한다. 산업용 FANUC 로봇은 매우 복잡한 구조를 갖고 있으므로 폐형식 해는 완전한 해를 구할 수 없으나 어느 하나의 관절 각도값을 알 경우 다른 관절 각을 구할 수 있다. 따라서 이 하나의 관절각도값(θ_4)을 구하기 위하여 이분법을 사용한다.^[10] 이 방법을 보면 θ_4

의 전체 구간($-190^\circ \sim 190^\circ$)을 8.4° 씩 분할한 후 첫 구간의 양 끝값 $\theta_4 = -190^\circ, \theta_4 = -181.6^\circ$ 를 이용하여 식 (6)에서 식(10)을 이용하여 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6$ 를 구한다. 이 값과 입력 T_6 행렬의 각 항(N, O, A, P)의 값들을 사용하여 이분법을 수행한다. U_2 행렬에서 식 (1)의 U_2 행렬에서 다음 식을 구한다.

$$(A_2 \times A_3 \times A_4 \times A_5 \times A_6) - (A^{-1} \times T_6) = \begin{bmatrix} Nx_1 & Ox_1 & Ax_1 & Px_1 \\ Ny_1 & Oy_1 & Ay_1 & Py_1 \\ Nz_1 & Oz_1 & Az_1 & Pz_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$Nx_1 = C_{23}(C_4 C_5 C_6 + S_4 S_6) - S_{23} S_5 C_6 - (Nx C_1 + Ny S_1) \quad (4-a)$$

$$Ny_1 = S_{23}(C_4 C_5 C_6 + S_4 S_6) + C_{23} S_5 C_6 - (-Nz) \quad (4-b)$$

$$Nz_1 = -S_4 C_5 C_6 + C_4 C_6 + (Nx S_1 - Ny C_1) \quad (4-c)$$

$$Ox_1 = -C_{23}(C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6) + S_{23} S_5 S_6 - (Ox C_1 + Ny S_1) \quad (4-d)$$

$$Oy_1 = -S_{23}(C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6) - C_{23} S_5 S_6 - (-Oz) \quad (4-e)$$

$$Oz_1 = S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 + (Ox S_1 - Oy C_1) \quad (4-f)$$

$$Ax_1 = C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5 - (Ax C_1 + Ay S_1) \quad (4-g)$$

$$Ay_1 = S_{23} C_4 S_5 - C_{23} C_5 - (-Az) \quad (4-h)$$

$$z_1 = -S_4 S_5 - (Ay C_1 - Ax S_1) \quad (4-i)$$

$$Px_1 = 25(C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) + C_{23}(10S_4 + 13) - 55S_{23} + 60C_2 - (Px C_1 + Py S_1 - 20) \quad (4-j)$$

$$Py_1 = 25(S_{23} C_4 S_5 - C_{23} C_5) + C_{23}(10S_4 + 13) + 55C_{23} + 60S_2 - (-Pz) \quad (4-k)$$

$$Pz_1 = -25S_4 S_5 + 10C_4 + 3 + (Px S_1 - Py C_1) \quad (4-l)$$

이 두 U_2 행렬은 서로 같은 값을 가져야 하므로 식 (4-a)에서 식 (4-l)으로 정확한 관절 각도값이 들어가면 결과가 0이 되고 틀린 관절 각도값이 입력되면 결과값이 (+) 또는 (-)가 된다. 따라서 첫번째 구간 양 끝의 θ_4 ($-190^\circ, -181.6^\circ$)로 구한 관절각도값과 입력 T_6 행렬의 각 항 값들을 식 (4-a)에서 식 (4-l)으로 대입하여 그 결과가 (+) 또는 (-)를 구별한 후 구간의 양 끝점의 부

호가 다르면 그 구간 안에서 이분법을 수행하고 부호가 같으면 다음 구간으로 넘어가서 위의 과정을 반복하여 이를 θ_4 의 전 구간에서 수행한다. 이렇게 찾은 관절 각도값으로 기구학을 수행하여 만들어진 T_6 행렬과 입력 T_6 행렬과의 오차가 0.01° 이하일 때의 관절 각도 값($\theta_1 \sim \theta_6$)을 주어진 입력 T_6 행렬에 대한 역기구학의 해로 결정한다. 하지만 이 방법은 θ_4 의 전구간에서 이분법을 수행하기 때문에 원하는 빠른 시간 내에 역기구학의 해를 구해낼 수 없으며 정확한 관절 각도 값을 구하는 것이 어렵다.

2.3. 로봇의 기하학적 구조를 이용한 θ_1 의 범위결정과 역기구학의 해결

간단한 구조의 로봇이나 교육용 로봇은 로봇의 기하학적 구조를 이용하여 역기구학의 해를 구해낼 수 있다. Aken^[7]은 IRB60로봇에 대한 역기구학 해를 이러한 방법으로 구해내었고 Manseur^[3]은 임의의 6축 로봇의 역기구학 문제를 해결하였다. 그런데 이들이 적용한 로봇은 모든 좌표축의 원점이 한 평면에 존재하는 로봇이다. 그러나 본 논문에서 적용한 FANUC 로봇은 좌표축의 원점이 한 평면에 존재하지 않고 3개의 평면에 존재한다. 따라서 로봇의 기하학적 구조를 이용하여 θ_1 의 전체 범위($-150^\circ \sim 150^\circ$)에서 임의의 T_6 행렬로부터 θ_1 이 존재할 범위를 기하학적인 방법으로 결정하고 역기구학 해는 $f(\theta_1)=0$ 인 θ_1 만으로 이루어진 식으로부터 구한다.

2.3.1. θ_1 의 범위 결정

FANUC 로봇의 폐형식 해는 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6$ 에 대하여 존재하며 θ_4 를 알 때 나머지 근들을 구할 수 있다. 따라서 θ_4 의 범위를 구하는 것이 더욱 직접적인 방법이 될 수 있지만 FANUC 로봇의 기하학적 특성상 θ_4 의 범위를 구하기가 불가능하므로 다음과 같은 방법으로 θ_1 의 범위를 결정한다. 로봇이 기준 위치일 때 좌표축을 $Z=0$ 평면에 투사한 것은 그림 1과 같다.

여기서 S_6 는 엔드이펙터 좌표축의 원점 위치이다. 그런데 T_6 행렬에서 위치 벡터의 각 성분을 접근 벡터의 각 성분의 방향으로 평행 이동하므로서 식 (5)와 같이 S_5 의 위치 (S_{5x}, S_{5y}, S_{5z})를 구할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} S_{5x} &= Px - d_6 Ax \\ S_{5y} &= Py - d_6 Ay \\ S_{5z} &= Pz - d_6 Az \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

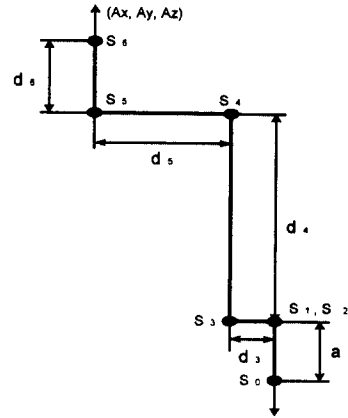


Fig. 1 Projection drawing to $Z=0$ plane

관절 각도가 어떠한 값을 갖는다 할지라도 S_4 의 위치는 식 (6-a)와 같이 S_5 를 중심으로 반경 d_5 인 구의 표면에 존재한다. 여기서 S_1 의 위치를 유일하게 결정할 수 있다면 즉시 θ_1 을 구할 수가 있으나 그것이 불가능하므로 θ_1 의 범위를 구하고 그 범위 내에서 역기구학을 구한다. 관절 각도가 어떠한 값을 갖는다 할지라도 로봇의 기하학적 특성상 S_3 은 S_0 를 중심으로 하고 반경이 $\sqrt{a_1^2 + d_3^2}$ 인 원을 그리게 된다. 따라서 S_1 의 위치를 그림 2와 같이 이동하여 S_1 이 S_0 를 중심으로 하고 반경 d_3 인 원을 그리도록 하면 두개의 원을 나타낼 수 있다.

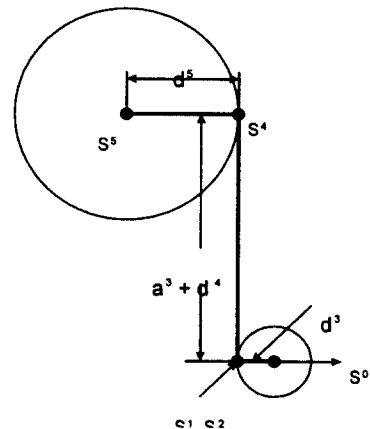


Fig. 2 Transformation of the coordinate axis

두 원의 방정식은 식 (6-b), 식(6-c)와 같다. 이 두 원에 접하는 접선을 그림 3에 t_1, t_2, t_3, t_4 로 나타냈다. 이 4개의 접선중에서 로봇의 기하학적 구조를 고려하여 t_1 과 t_2 가 이루는 각을 θ_1 의 범위로 정한다.

$$(X - S_5x)^2 + (Y - S_5y)^2 + (Z - S_5z)^2 = d_5^2 \quad (6-a)$$

$$(X - S_5x)^2 + (Y - S_5y)^2 = d_5^2 \quad (6-b)$$

$$(X - S_1x)^2 + (Y - S_1y)^2 = d_3^2 \quad (6-c)$$

이렇게 구해진 θ_1 의 범위 내에서 θ_1 만으로 이루어진 $f(\theta_1) = 0$ 의 식을 이용하여 θ_1 을 결정한 후 나머지 5개의 관절 각도 값을 구한다.

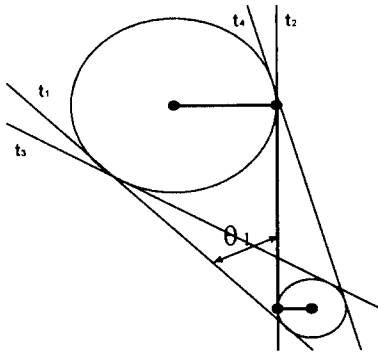


Fig. 3 A scope of the θ_1

2.3.2. 역기구학 해석

Denavit-Hartenberg^[13]의 행렬 표현식 중 회전 행렬에서 동일한 행이나 열의 3개의 식 중 하나는 나머지 2개의 식에 종속적이다. 따라서 행렬식들로부터 어떠한 방정식을 도출해내기 위해서는 다음과 같은 조건들이 충족되어야 하고, 그렇지 못하면 모든 식이 항등식이 된다.

| | |
|--|--|
| Rotation | Position |
| $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 & 1 & -3 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & 2 & -3 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & 3 & -2 & 3 & -3 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | |
| $=$ | $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 & 1 & -3 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & 2 & -3 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & 3 & -2 & 3 & -3 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |

(7)

여기서, 1-1은 행렬의 1행 1열을, 1-2는 1행 2열을 나타낸다.

조건 1 : 역기구학의 해를 구해내기 위해서 어떠한 방정식을 만들려면 같은 행이나 열에서 2개까지만 식을 취해야 한다.

조건 2 : 총 12개의 식 중에서 실제로는 회전 행렬에서 3개, 위치 벡터에서 3개의 식만이 서로 독립이므로 얻을 수 있는 식은 회전 행렬과 위치 벡터에서 각각 3개로 한정되어 있다.

위와 같은 조건들을 고려하여 회전 행렬에서는 다음과 같은 2개의 식만을 취하였다.

$$A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4 = T_6 A_6^{-1} A_5^{-1} \quad (8-a)$$

식 (8-a)에서 좌변과 우변의 1행 3열을 비교하고 2행 3열을 비교하면 식(8-b), 식(8-c)와 같다.

$$1-3 : -C_4S_1 + C_1C_{23}S_4 = OxC_6 + NxS_6 \quad (8-b)$$

$$2-3 : C_4S_1 + S_1C_{23}S_4 = OyC_6 + NyS_6 \quad (8-c)$$

그리고 위치 항에서도 2행 4열, 3행 4열로부터 다음과 같이 2개의 식을 구하였다.

$$2-4 : 3C_1 + 20S_1 + 60C_2S_1 + 13C_{23} - 55S_2S_{23} = -25Ay + Py - 10(OyC_6 + NyS_6) \quad (8-d)$$

$$3-4 : -55C_{23} - 60S_2 - 13S_{23} = -25Az + Pz - 10(OzC_6 + NzS_6) \quad (8-e)$$

그리고 식(4-a)에서 식(4-f)를 이용하여 다음 식을 구한다.^[9]

$$C_4 = \frac{(25Ax - Px)S_1 + (Py - 25Ay)C_1 - 3}{10} \quad (9-a)$$

$$S_4 = \pm \sqrt{1 - C_4^2} \quad (9-b)$$

$$\theta_4 = \tan^{-1} \left\{ \frac{S_4}{C_4} \right\} \quad (9-c)$$

위의 식(9-a)에서 식 (9-c)를 이용하여 다음과 같은 방법으로 θ_1 의 방정식을 구한 후 이 식으로부터 역기구학

의 해가 되는 θ_1 을 결정한다.

Step 1 : 식 (8-b)와 식 (8-c)에서 C2S4를 소거하여 다음 식을 얻는다.

$$C_6(OyC_1 - OxS_1) + S_6(NyC_1 - NxS_1) = C_4 \quad (10-a)$$

위의 식으로부터 $C_6^2 + S_6^2 = 1$ 을 이용하여 C_6 , S_6 를 θ_1, θ_4 에 대하여 얻을 수 있다.

$$C_6 = \frac{km \pm \sqrt{k^2 + l^2 - m^2}}{k^2 + l^2} \quad (10-b)$$

$$S_6 = \frac{lm \mp kv \sqrt{k^2 + l^2 - m^2}}{k^2 + l^2} \quad (10-c)$$

$$\theta_6 = \tan^{-1} \left\{ \frac{S_6}{C_6} \right\} \quad (10-d)$$

여기서

$$k = OyC_1 - OxS_1$$

$$l = NxS_1 - NyC_1$$

$$m = C_4$$

Step 2 : 위에서 얻은 C_6, S_6 를 식 (8-b)에 대입하여 C23을 θ_1, θ_4 에 대하여 풀 수 있다.

$$C_{23} = \frac{OxC_6 + NxS_6 + C_4S_1}{C_1S_4} \quad (11-a)$$

$$S_{23} = \pm \sqrt{1 - C_{23}^2}$$

$$\theta_{23} = \tan^{-1} \left\{ \frac{S_{23}}{C_{23}} \right\} \quad (11-b)$$

Step 3 : 식 (8-d)와 식 (8-e)에 식 (10-b)와 식 (11-a)를 대입하여 C_2, S_2 를 θ_1, θ_4 에 관한 식으로 얻을 수 있으며, θ_4 는 식 (9-a)에 θ_1 으로 나타내어지므로 식 (12-a)와 같이 C_2, S_2 를 θ_1 만의 식으로 얻을 수 있다.

여기서, $C_2^2 + S_2^2 = 1$ 을 이용하여 θ_1 만으로 구성된 다음과 같은 식을 얻는다.

$$C_2 = \frac{(-25Ay + Py - 10(OyC_6 + NyS_6) - 3C_1 - 20S_1 - 13S_1C_{23} - 55S_1S_{23})S_1}{60} \quad (12-a)$$

$$S_2 = \frac{25Az - Pz + 10(OzC_6 + NzS_6) - 55C_{23} + 13S_{23}}{60} \quad (12-b)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{S_2}{C_2} \right\} \quad (12-c)$$

$$\theta_3 = \theta_{23} - \theta_2 \quad (12-d)$$

$$f(\theta_1) = C_2^2 + S_2^2 - 1 = 0 \quad (12-e)$$

그러나 식(9-b), 식(10-b), 식(11-a)의 3개의 (\pm)기호 때문에 식 (12-e)은 총 8개의 식이 된다. 이 8개의 식은 로봇이 동작할 때 취할 수 있는 8개 형태에 대한 각각의 방정식이 된다. 따라서 식 (11-b)를 만족하는 θ_1 을 구하려면 이 8개의 식 중 어느 하나를 선택할 수 없으므로 모든 식을 고려해야 한다.

Step 4 : 이미 구한 θ_1 범위의 최소값부터 최대값까지를 0.01° 씩 증가시켜 식 (12-e)에 대입하여 가장 작은 함수값을 갖는 8개의 θ_1 을 선택한 후 각 θ_1 에 대한 $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_6$ 는 식 (10-c), 식 (11-6), 식 (12-c)과 식 (12-d)에서 얻고 θ_5 는 식 (2-d)에서 구한다.

Step 5 : STEP 4에서 구한 관절 각도로 기구학을 수행하여 만들어진 T6 행렬과 입력 T6 행렬과의 오차가 0.01° 이하인 것을 역기구학의 최종 해로 결정한다[9].

3. 컴퓨터 시뮬레이션

산업용 FANUC 로봇은 구조가 매우 복잡하고 각 관절 각도가 엔드이펙터의 접근방향에 관계되므로 기하학적 방법이나 대수적 방법만으로는 역기구학의 해를 완전하게 구할 수 없었다. 그리고 이분법은 θ_4 의 전구간 ($-190^\circ \sim 190^\circ$)에 대해서 수행하므로 시간이 너무 오래 걸리는 단점이 있고 이를 보완하기 위하여 Nx_1, Px_1 에 대해서만 비교한 결과 위치 벡터가 같고 접근 벡터가 다른 경우에는 올바른 해를 찾지 못하였다. 따라서 로봇의 기하학적

구조를 이용하여 θ_1 의 범위를 구하고 그 범위 내에서 $f(\theta_1) = 0$ 의 식을 이용하여 θ_1 을 구한 후 나머지 관절 각도의 값을 구한 결과 IBM 486/PC에서 약 1초정도가 소요되었다. 이렇게 구한 해로 기구학을 수행한 결과와 입력 T_6 행렬과의 오차를 분석한 결과, 오차는 0.00017로 매우 작음을 알 수 있고, 구해낸 역기구학의

Table. 1 A scope of the θ_1
(unit : position [cm], angle [degree])

| Serial No | T_6 Matrix | Scope of θ_1 |
|-----------|---|---------------------|
| 1 | 0.00000 0.00000 1.00000 100.00000 -0.00000 1.00000 0.00000 13.00000 -1.00000 0.00000 0.00000 73.00000 | -2.00° ~ 16.85° |
| 2 | 0.73836 0.42507 0.52356 92.83515 -0.64549 0.67030 0.36610 64.93401 -0.19532 -0.60827 0.76931 102.68822 | 25.29° ~ 40.93° |
| 3 | -0.07609 0.54278 0.83641 90.21321 -0.63392 0.62115 0.46076 -14.43962 -0.76964 -0.56529 0.29681 110.87259 | 15.21° ~ 5.07° |
| 4 | -0.00736 -0.69749 0.71654 22.34224 -0.45088 0.64190 0.62021 40.90733 -0.89255 0.31851 -0.31921 86.59495 | 48.72° ~ 95.28° |
| 5 | 0.88635 0.38529 0.25675 83.42309 0.46114 0.78437 -0.41486 -80.87492 -0.04154 0.48611 0.87230 88.26338 | -51.62° ~ 36.77° |
| 6 | 0.05796 -0.96756 0.24587 44.26102 -0.98672 -0.01810 0.16138 102.83678 -0.15169 -0.25196 -0.95577 -7.54540 | 59.86° ~ 74.56° |
| 7 | -0.01133 -0.69174 0.72204 22.70296 -0.45078 0.64809 0.61381 40.70227 -0.89255 -0.31853 -0.31917 86.59509 | 48.21° ~ 94.77° |
| 8 | 0.81269 0.58228 0.02167 -82.52140 0.57209 0.79031 -0.21932 -58.32348 -0.11057 0.19065 -0.97540 -2.76839 | -150.00° ~ -141.61° |
| 9 | -0.10882 0.11348 -0.98756 -59.19853 0.97920 -0.15888 0.12616 80.98143 -0.17122 0.98075 -0.06383 57.38503 | 103.13° ~ 120.42° |

Table. 2 Result data for an inverse kinematics
exention
(unit : angle [degree])

| Serial No | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 | θ_6 |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2 | 27.39 | 30.00 | 22.59 | 10.22 | 28.33 | 57.34 |
| 3 | 12.68 | 34.37 | 65.28 | 20.56 | -49.22 | 27.45 |
| 4 | 50.25 | 32.68 | 40.22 | 10.32 | -59.48 | 11.34 |
| 5 | 49.61 | 28.42 | 0.17 | -4.79 | 61.33 | 75.26 |
| 6 | 72.29 | 38.25 | -49.34 | 157.61 | 29.08 | -178.60 |
| 7 | 87.36 | 33.26 | 28.56 | 130.38 | 65.47 | 154.73 |
| 8 | 143.70 | 31.00 | -42.68 | 163.52 | 41.94 | -168.76 |
| 9 | 112.45 | 9.62 | -2.56 | 94.74 | 60.17 | -170.23 |

해가 매우 정확함을 알 수 있었다. T_6 행렬에 대해서 구해진 θ_1 의 범위는 표 1과 같고, 표 2에 역기구학 수행 결과를 보였다. 실험 결과를 살펴보면 평균 오차는 0.00017로 매우 작은 값이었고 따라서 구한 역기구학의 해는 매우 정확함을 알 수 있었다.

4. 결론

본 연구에서는 기하학적 방법, 대수적 방법 그리고, 수치해석적 방법을 조합하여 산업용 FANUC 로봇의 역기구학을 구하였다. 주어진 입력 T_6 행렬로부터 로봇의 기하학적인 구조를 이용하여 θ_1 의 범위를 구하였으며 이 범위 안에서 θ_1 만으로 이루어진 식에서 θ_1 을 구한 다음, 나머지 관절 각도값을 구하였다. 따라서 로봇의 자세가 기준 위치인 경우를 제외하고는 T_6 에 대해서 8개의 식 중 한 개의 식만이 올바른 근을 갖고 있음을 알 수 있었다. 향후 충돌 회피 경로 계획과 최적 경로 계획과 같은 여러 응용 분야에 로봇을 이용하기 위해서는 실시간으로 역기구학을 구해내는 방법에 대한 연구가 계속되어야 한다.

참고 문헌

1. C. S. G. Lee, R. C. Gonzalez, and K. S. Fu, Tutorial on Robotics, IEEE computer Society, 1986.

2. R. P. Paul, Robot Manipulators : Mathematics, Programming and Control, The MIT Press, 1981.
3. J. J. Craig, Introduction to Robotics, Addison Wesley, 1986.
4. R. C. Gonzalez, and K. S. Fu, Robotics : Control, Sensing, Vision and Intelligence, McGraw-Hill, 1987.
5. Y. Koren, Robotics for Engineers, McGraw-Hill, 1987.
6. Y. O. Chung, J. C. Ryu, and C. K. Park, "A new Method for Solving the Inverse kinematics for 6 D.O.F. Manipulator," Korean Automatic Control Conference, vol. 1 of 2, pp. 557-562, 1991.
7. L. V. Aken, "Automated Off-Line Robot Programming and Path Control," M. S. thesis of U. of Wisconsin-Madison, 1982.
8. R. P. Paul, B. Shimano, and G. E. Mayer, "Kinematic Control Equation for Simple Manipulators," IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics, vol. SMC-11, No. 6, pp 449-455, June 1981.
9. 이 용중, 김 학범, 이 양범, "시각센서에 의한 로봇 매니퓰레이터의 톨 좌표계 보정에 관한 연구", 한국 통신 학회 논문지, 제 19 권 제 8호, pp. 1,453-463. 08. 1994.
10. R. L. Burden, Numerical Analysis, 흥능 출판사, pp. 28-34, 1987.
11. D. L. Pieper, and B. Roth, "The Kinematics of Manipulators under Computer Control," Proc. 2nd Int. Conf. Theory Math. and Mechanisms, vol. 2, pp. 159-169. 1969.
12. R. P. Paul, and H. Zhang, "Computationally Efficient Kinematics for Manipulators with Spherical Wrists Based on the Homogeneous Transformation Representation," The International J. of Robotics Research, vol. 5, no. 2, pp. 32-44, Summer 1986.
13. R. Manseur, and K. L. Doty, "A Fast Algorithm for Inverse Kinematic Analysis of Robot Manipulators," The International J. of Robotics Reserch, vol. 7, no. 3, pp. 52-63, June 1988.
14. J. Angeles, "On the Numerical Solution of the Inverse Kinematic Problem," The International J. of Robotics Research, vol. 4, no. 2, pp. 21-37, Summer 1985.
15. FANUC Robot Arc Mate (R-G CONTROLLER) User's Manual, B-67044E/01, © FANUC LTD., 1987.
16. FANUC Robot Series (R-G CONTROLLER) Operator's Manual(Supplement for Data Transfer Function), B-67314E/01, © FANUC LTD., 1987.
17. R. P. Paul, B. Shimano, and G. E. Mayer, "Defferntial Kinematic Control Equations for Simple Manipulators," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-11, No. 6, pp 456-460, June 1981.
18. J. M. McCarthy, "Dual Othogonal Matrices in Manipulator Kinematics," The International J. of Robotics Reserch, vol. 5, no. 2, pp. 45-51, Summer 1986.