

복합적층평판의 좌굴해석

원종진*, 이종선**, 홍석주***

Buckling Analysis of Laminated Composite Plates

Chong-Jin Won*, Jong-Sun Lee**, Suk-Ju Hong***

Abstract

In this paper, the experimental and numerical results of buckling loads for laminated composite plates are compared. Using boundary conditions of buckling test are all fixed supports. Experiments were conducted for plates with fiber angles $\theta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ and aspect ratio $a/b = 0.8$.

Experimental results were obtained from load-deflection curves of buckling test. Numerical methods were presented to evaluate buckling loads, using structural analysis results from ANSYS.

Keywords : Composite Material(복합재료), Buckling Analysis(좌굴해석), Laminated Composite Plate(복합적층평판), Membrane Energy(막에너지), Autoclave (오토클레이브 성형법)

1. 서론

복합재료는 금속재료에 비하여 비강도, 비탄성률이 크므로 사용재료의 중량감소가 중요한 설계조건이 되는 철도차량, 항공기, 우주선, 스포츠용품 등의 소재로 많이 사용되고 있으며 자동차산업의 많은 부분에서도 그 사용이 점차 증가하고 있다. 금속재료에 의한 설계에 비해서 상당한 중량감소를 얻을 수 있는 Glass, Carbon, Graphite 그리고 Boron 등과 같이 고강도섬유로 된 복합재료는 항공기나 자동차구조물 등에서 점점 기존의 재료를 대체해

나가는 추세이다.

복합적층구조물의 한 요소인 대칭경사각의 복합적층평판은 각 단층(lamina)의 방향성과 적층구조에 기인한 이방성에 의하여 복잡한 기계적인 거동을 보이며 그중 관심을 많이 끄는 것 중의 하나가 좌굴거동 분야이다.

이러한 대칭경사각의 복합적층평판의 경우는 굽힘과 비틀림의 연계강성 때문에 굽힘 또는 좌굴문제 해석이 단순하지 않다. 일반적으로 그 해석방법은 경계조건을 만족하는 처짐형상함수(deflection shape function)를 가정하여 Fourier급수 전개에 의하여 해석하지만 굽힘과 비틀림의

* 국민대학교 기계·자동차공학부

** 대전대학교 기계설계공학과

*** 조선대학교 기계공학과

연계강성 때문에 지배미분방정식과 경계조건을 만족시키지 않으며 따라서 엄밀해를 기대하기가 어렵다. 그동안 많은 연구자들이 대부분 복합적층평판의 굽힘 및 좌굴에 대하여 연구하였으나¹⁻³⁾, 탄소섬유로 된 대칭경사각의 복합적층평판에 대한 좌굴해석은 많지않다.

본 논문에서는 에폭시 수지계에 탄소섬유를 함침시킨 USN125로 대칭경사각을 갖는 복합적층평판을 오토클레이브 성형법으로 제작하여 좌굴실험을 위한 좌굴시험편으로 활용하였다.

복합적층평판에 단축 압축하중이 작용하는 경우에 좌굴하중을 산정하기 위한 좌굴해석은 유한요소해석코드인 ANSYS⁴⁾를 이용한 수치해석결과와 좌굴실험장치를 이용한 실험결과를 비교, 검토하였으며 이때 해석에 사용된 경계조건은 4번 고정지지이고 적층각 $\theta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 와 종횡비 $a/b = 0.8$ 을 활용하였다.

2. 이론

Fig. 1과 같은 복합적층평판에서 k번째층의 응력과 변형률의 관계는 다음 식과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 \bar{Q}_{ij} 는 변환된 축소강성(transformed reduced stiffness), $\epsilon^0_x, \epsilon^0_y, \gamma^0_{xy}$ 는 판 중앙면에서의 변형률을 나타내며 x_x, x_y, x_{xy} 는 곡률과 비틀림을 각각 나타낸다.

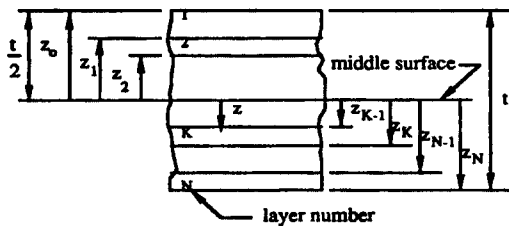


Fig. 1 Geometry of an n-layered laminate

Fig. 1로부터 Fig. 2와 같은 복합적층평판의 합응력과 모멘트를 나타내면 다음과 같다.

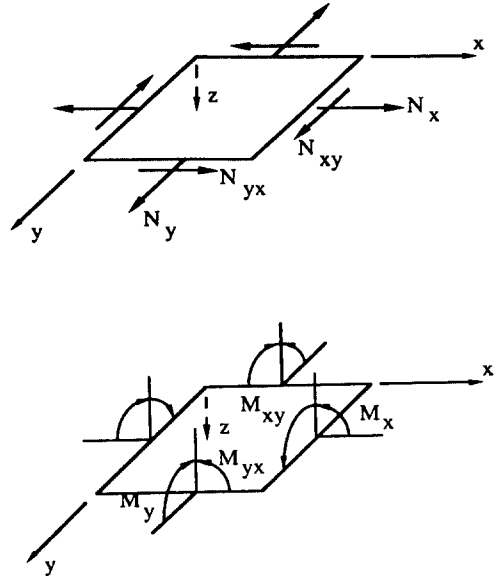


Fig. 2 In-plane forces and moments on a flat laminate

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0_x \\ \epsilon^0_y \\ \gamma^0_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 인장강성 A_{ij} , 인장-굽힘 연계강성 B_{ij} 그리고 굽힘강성 D_{ij} 는 각각 \bar{Q}_{ij} 로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k - Z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) \quad (3)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k^3 - Z_{k-1}^3)$$

막변형의 전좌굴 상태로부터 좌굴의 재배미분방정식은 다음과 같이 변분함수로 나타낼 수 있다.

$$\delta M_{x,xx} + 2\delta M_{xy,xy} + \delta M_{y,yy} + \bar{N}_x \delta w_{,xx} + 2\bar{N}_{xy} \delta w_{,xy} + \bar{N}_y \delta w_{,yy} = 0 \quad (4)$$

대칭복합적층평판인 경우에 식 (4)는 다음과 같이 된다.

$$D_{11} \delta w_{,xxxx} + 4D_{16} \delta w_{,xxxy} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \delta w_{,xxyy} + 4D_{26} \delta w_{,xyyy} + D_{22} \delta w_{,yyyy} + \bar{N}_x \delta w_{,xx} + \bar{N}_y \delta w_{,yy} + 2\bar{N}_{xy} \delta w_{,xy} = 0 \quad (5)$$

좌굴은 구조물에 주어진 하중에 의한 변형에너지가 막 에너지(membrane energy)로 지지되다가 어느 단계에 이르러 굽힘에너지로 변환될때 발생하는 현상으로 계의 전체 포텐셜에너지 Π 를 나타내면 다음과 같다.

$$\Pi = U_b(w) + V(w) \quad (6)$$

여기서 $U_b(w)$ 는 굽힘에너지이고 $V(w)$ 는 외력의 포텐셜이다.

기하학적 경계조건을 만족시키는 처짐함수 $w(x,y)$ 의 가정과 함께 좌굴 관계식을 나타내면 다음과 같다.

$$w(x,y) = \sum_i c_i f_i(x,y) \quad (i=1,2,3, \dots) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial c_1} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial c_2} = 0, \dots, \frac{\partial \Pi}{\partial c_n} = 0 \quad (8)$$

식 (6)으로부터 4변이 고정지된 대칭복합적층평판에 단축압축하중 \bar{N}_x 가 작용하는 경우의 Π 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \{ D_{11}(w_{,xx})^2 + 2D_{12}w_{,xx}w_{,yy} \\ & + D_{22}(w_{,yy})^2 + 4D_{66}(w_{,xy})^2 \\ & + 4D_{16}w_{,xx}w_{,xy} + 4D_{26}w_{,yy}w_{,xy} \\ & - \bar{N}_x(w_{,x})^2 \} dx dy \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 고정지지의 경계조건을 만족하는 처짐함수 $w(x,y)$ 를 나타내면 다음과 같다.

$$w(x,y) = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하여 수치적분을 수행하고 Π 를 처짐진폭 A_{mn} 으로 편미분하여 0으로 놓는다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_{kl}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} H_{klmn} A_{mn} = 0 \quad (11)$$

식 (11)을 행렬형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[\bar{\Pi}] = [F][C] = 0 \quad (12)$$

식 (12)에서 $[C]$ 가 해를 갖기위한 조건으로부터 단위 길이 당 좌굴하중 \bar{N}_x 가 구해진다.

3. 실험

3.1 시험편

본 논문의 실험에 사용된 시험편은 선경인더스트리(주)에서 생산한 USN125를 사용하여 MTP프레스(Tetrahedron associates, Inc.)에 설치된 Fig. 3과 같은 복합재료 성형기(Autoclave)에서 제작하였으며 Fig. 4에 제시된 성형 싸이클에 따라 온도와 압력을 가하여 완성된 형태의 복합적층평판을 얻는다. 제작된 복합적층평판으로부터 원하는 크기의 시험편을 얻기 위해 다이아몬드 휠 커터로 자른 후 사포와 줄로 가공한다.

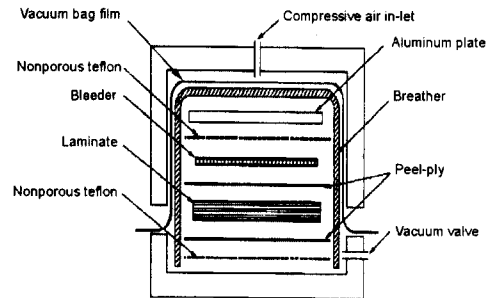


Fig. 3 Curing set-up for flat laminate

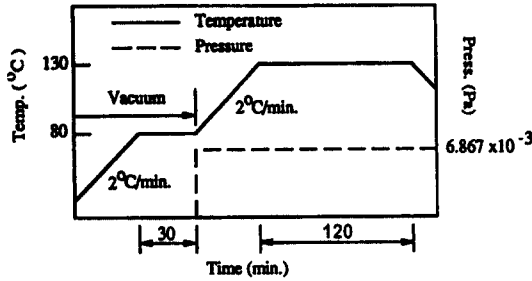


Fig. 4 Autoclave cure cycle for composite

실험에 사용되는 시험편의 형상은 Table 1과 같으며 경계조건은 4변 고정지지이며 좌굴실험장치는 Fig. 5와 같이 시험편 고정장치, 가압용 유압제어장치와 하중 및 변위 측정장치 등으로 구성되었다. 유압제어장치에는 압축변위 속도를 조절할 수 있도록 유량조절장치를 부착하였으며 좌굴하중을 측정하기 위하여 유압이 유압축으로부터 load cell (Easton Co. M/N 3124)을 거쳐 하중판에 작용하도록 test rig를 제작하였다. 복합적층평판의 중앙의 수직변위와 하중작용방향으로의 수평변위를 측정하기 위하여 displacement transducer(Kyowa Co. M/N TD-265118)를 설치하였다. load cell과 displacement transducer로부터의 신호를 amplifier (Instruments Division, 2120A)에서 증폭시킨 다음 이를 컴퓨터 프로그램에 의해 A/D converter (Instruments Division, Model 2000)를 거쳐 PC에서 데이터를 받을 수 있도록 시스템을 구성하였다.

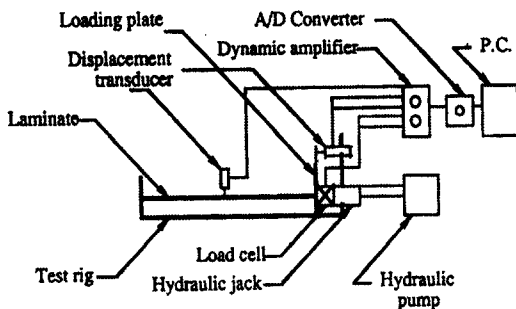


Fig. 5 Measurement system for laminated composite plate

컴퓨터 프로그램에 의해 측정값을 받아 들이기 시작한 후, 즉시 펌프의 압력을 50kg/cm²까지 균일한 속도로 천천히 증가시킨다. 시험편에서 좌굴현상을 살필 수 있으므로 변곡점이 조금 지났을 때 측정의 종료와 함께 유압펌프의 작동이 멈춘다.

상기와 같은 실험에 의해 측정된 데이터로부터 하중-변위곡선을 그린다.

Table 1 Geometry of specimens for buckling test

Specimen	Stacking sequence	a/b (mm/mm)	Thickness (mm)
I-1	{0°/+30°/90°} _s	190/238	1.0
I-2	{0°/+45°/90°} _s	190/238	1.0
I-3	{0°/+60°/90°} _s	190/238	1.0

Table 2 Buckling loads of experiment and ANSYS fo specimens

Specimen	Stacking sequence	\bar{N}_x (N)	
		Experiment	ANSYS
I-1	{0°/+30°/90°} _s	3950	4229
I-2	{0°/+45°/90°} _s	3211.6	3576.3
I-3	{0°/+60°/90°} _s	2904.6	3351.6

3.2 결과 및 고찰

상기 실험방법에 의하여 단축 압축하중의 작용에 따른 수직변위를 구하여 하중-변위곡선을 나타내면 Fig. 6~8과 같은 기울기를 갖는 직선을 구할 수 있으며 이로부터 Southwell방법에 의해 좌굴하중을 산정할 수 있다.

유한요소해석코드인 ANSYS에 의해 구해진 좌굴하중과 실험에 의해 구해진 좌굴하중을 비교한 결과는 Table 2와 같고, ANSYS의 수치해석결과와 실험결과를 비교하여 Fig. 9에 나타내었다.

Fig. 9에서 보는 바와 같이 실험결과와 수치해석결과는 적층각 30°의 경우는 약 6.5%, 적층각 45°의 경우는 약 10.2%, 적층각 60°의 경우는 약 13.3%의 차이를 보이는데, 이는 경계조건과 불완전함과 복합적층평판의 초기 결함에 크게 기인하는 것으로 생각되며 적층각의 영향에 따른 좌굴하중은 실험결과와 수치해석결과에서 적층각 30°일 때 가장크고 적층각의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다. 단축 압축하중의 영향에 의한 복합적층평판의 1차 좌굴모드를 적층각에 따라 유한요소해석코드인 ANSYS를 이용하여 구하였으며 이를 Fig. 10~12에 나타내었다.

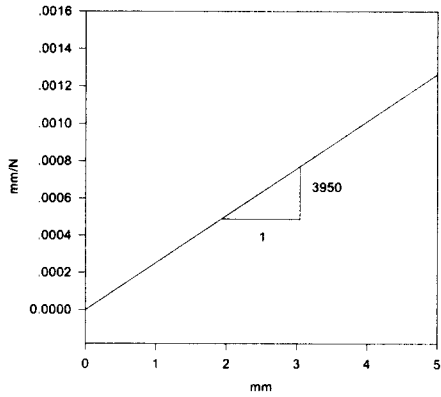


Fig. 6 Load-displacement curve for lamination angle $\theta = 30^\circ$

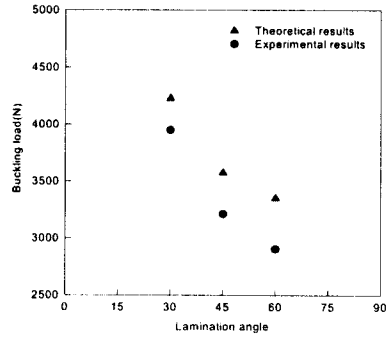


Fig. 9 Buckling loads vs. lamination angle

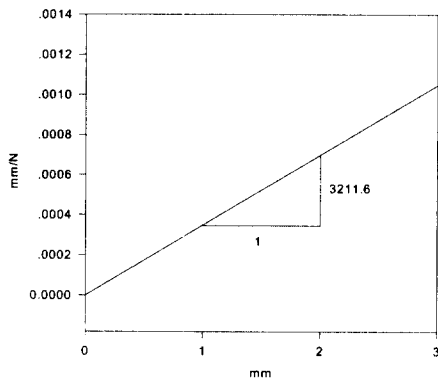


Fig. 7 Load-displacement curve for lamination angle $\theta = 45^\circ$

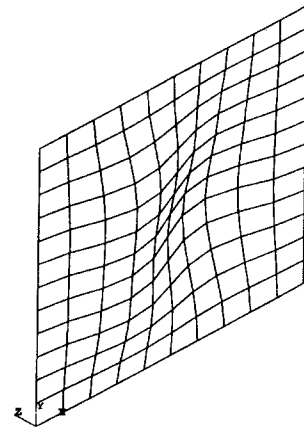


Fig. 10 Buckling mode shape for lamination angle $\theta = 30^\circ$

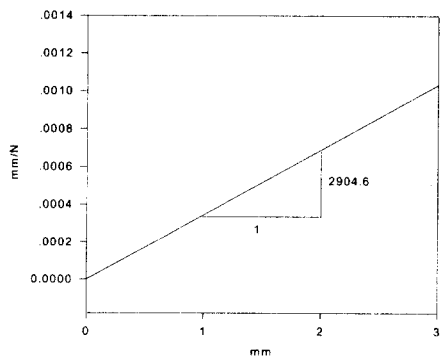


Fig. 8 Load-displacement curve for lamination angle $\theta = 60^\circ$

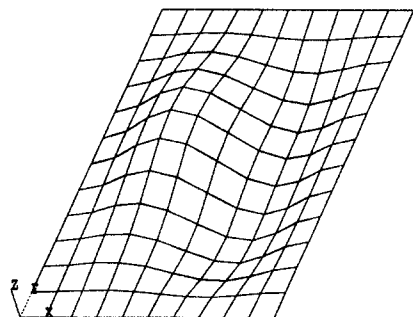


Fig. 11 Buckling mode shape for lamination angle $\theta = 45^\circ$

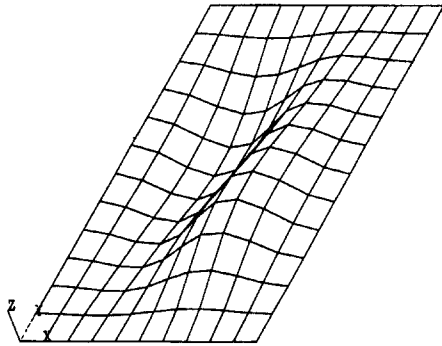


Fig. 12 Buckling mode shape for lamination angle $\theta = 60^\circ$

4. 결론

본 논문에서는 USN125로 된 대칭경사각을 갖는 복합 적층평판을 오토클레이브 성형법으로 제작하고 좌굴실험을 통하여 좌굴하중을 산정하였으며, 복합적층평판에 단축 압축하중이 작용하는 경우에 좌굴하중을 산정하기 위한 좌굴해석은 유한요소해석코드인 ANSYS를 이용한 수치해석결과와 좌굴실험결과를 비교, 검토하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 적층각의 영향에 따른 좌굴하중은 수치해석결과와 실험결과에서 적층각 30° 일 때 가장 크고 적층각의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다.
- (2) ANSYS에 의한 수치해석결과와 좌굴실험에 의한 좌굴하중은 약 6.5%~13.3%내에서 일치함을 알 수 있다.

- (3) 본 연구결과는 향후 복합재료를 이용한 패널, 셀구조물의 좌굴해석을 위한 기초적인 설계자료 및 연구방법으로 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

이 논문은 1997학년도 대전대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

1. J.E.Ashton, "Anisotropic Plate Analysis-Boundary Conditions", J. Composite Materials, Vol.4, pp.162-171, 1970.
2. A.Chailleux, Y.Hans and G.Verchery, "Experimental Study of The Buckling of Laminated Composite Columns and Plates", Int. J. Mech. Sci, Vol.17, No.8, pp.489-498, 1975.
3. Harvey R. Fraser JR and Robert E.Miller, "Bifurcation Type Buckling of Generally Orthotropic Clamped Plates", AIAA Journal, Vol.8, No.4, pp.707-712, 1970.
4. Swanson, "ANSYS Ver 5.0 Manual", 1993.
5. Rudolph Szilard, "Theory and Analysis of Plates Classical and Numerical Methods", PRENTICE-HALL, 1974.
6. Robert.M.Jones, "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill, 1975.
7. G.J.Turvey and I.H.Marshall, "Buckling and Postbuckling of Composite Plates", CHAPMAN & HALL, 1995.