

Z-map으로 표현된 수직 벽면을 가진 금형에서의 접촉처리법과 클로버형 컵 디프드로잉 공정의 해석에의 응용

서의 권*, 박정환**, 심현보**

Contact treatment algorithm of z-map model with vertical walls and its application to the deep drawing of a clover shaped cup

E. K. Suh*, J. W. Park**, H. B. Shim**

Abstract

The Z-map model which is quite similar to the non-parametric patch is widely used to describe the shape of a surface because of its simplicity. Despite the inherent advantage of z-map model, it has drawbacks that there exists difficulty in expressing the vertical walls and its related contact treatment method. In the region of vertical walls, there is a convergence problem in searching the contact point. In this study a contact point finding scheme is presented, based on the z value of the Z-map model on the sheet normal direction. To show the utility of this scheme a vertical-wall-included clover shape cup deep drawing process is analyzed and the results are compared with the experimental results. The effects of the Z-map grid distances and the interpolations of the inside Z-map value are also discussed.

Keywords : Z-map model(지-맵 모델), Bilinear interpolation(쌍선형 보간), Non parametric Bezier interpolation(비매개 베지어 보간), Sheet normal scheme(박판수직투사)

1. 서론

디프드로잉 공정은 압연 박판재료로 부터 이음매없는 중공용기를 생산하는 공정으로 컵, 캔, 주방용구, 자동차 오일팬 등의 많은 제품에 적용되고 있다. 이러한 디프드로

잉 공정의 설계는 근래에 소비자의 기호변화에 따른 제품의 형상이 날로 복잡해짐에 따라 제품개발 기간단축을 위해 CAD 시스템의 제품 데이터를 직접 성형공정해석에 적용하는 동시공학적 설계를 추구하고 있다. 이를 위해서는 임의형상의 금형면에 대한 적절한 표현법과 이에 대한 접

* 영남대학교 대학원 기계공학과

** 영남대학교 기계공학부

축처리기법들이 필요하다. 지금까지의 이러한 방법들로는 비매개변수 패치(non-parametric patch) 방법^(1,2), 매개변수 패치(parametric patch) 방법⁽³⁾, 유한요소(finite element) 격자 방법⁽⁴⁾ 등이 있다. 각각의 방법에 따른 접촉처리 기법은 개개의 장단점⁽⁵⁾이 있다. 특히 비매개변수 패치방법은 등간격의 격자구성으로 접촉탐색에 장점을 가지고 있으나, 완전한 수직벽면을 표현할 수 없는 단점을 가지므로 주로 금형면의 경사가 급하지 않는 형상의 해석에 주로 이용되어 왔다.

Z-map 모델은 CAD/CAM 분야의 NC 코드 데이터의 생성 및 NC 가공경로 확인 등에 많이 이용되어 왔으며, 자료구조가 간단하여 금형면을 표현하는 하나의 방법으로 사용되고 있다. 디프드로잉과 같은 박판성형공정의 해석에서 금형면을 표현하는 방법으로서 Z-map 모델과 비매개변수 패치방법은 등간격의 x,y 격자를 구성하는 것은 유사하나, 비매개변수 패치방법은 하나의 패치가 한 개의 곡면을 구성하도록 하여 어떠한 곡면을 선택하는가에 따라 추가의 데이터를 입력하여야 한다. 그러나 Z-map 모델은 Fig. 1에서와 같이 등간격의 x,y 좌표값에 해당하는 z 좌표값만을 가지며, Z-map 내부의 좌표는 인접한 z 좌표값으로부터 적절히 z 값을 보간하여 사용하고 있다. 기존의 비매개변수 패치방법을 이용한 박판성형공정의 해석은 수직벽과 같이 급경사를 가지지 않는 형상에 주로 이용되어왔다. 이것은 비매개변수 패치 자체가 수직벽면을 완전히 표현할 수 없는 단점과 함께 수직벽이 존재할 경우에 접촉된 질점을 적절히 금형면상으로 위치시키는 데에 수렴성의 문제를 발생시키기 때문이었다.

본 연구에서는 이처럼 수직벽이 존재하는 디프드로잉공정의 해석에서 금형면을 Z-map 모델로 표현하여, z 좌표에 기초한 박판수직투사(sheet normal scheme)로 수직벽을 포함하는 형상에 대해서도 접촉점을 찾아가는 방법을 제시하고자 한다. Z-map 모델 자체는 완전한 수직벽면을 표현할 수는 없으나, Z-map 모델의 x, y 간격에 비해 z 좌표의 높이차가 큰 경우는 근사적으로 수직벽의 형상을 표현할 수 있다. 따라서 본 방법을 이용하여 수직벽을 가지는 클로버형 컵의 디프드로잉공정의 해석에 적용하여 그 효용성을 알아보고, 아울러 Z-map의 간격과 Z-map 내부의 보간법의 차이에 따른 해석 결과를 비교하여, Z-map 모델의 응용성을 넓혀가고자 한다.

2. 이론

2.1 Z-map 모델과 내부좌표의 보간법

Z-map 모델⁽⁶⁾은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 x, y의 등간격의 격자점에 해당하는 z 좌표값을 가지는 방식이다. 따라서 x, y 각 축에 생성되어있는 격자점의 수와 간격에 대한 정보만을 가지면 1차원적 배열의 z 좌표값으로 금형면의 데이터를 구성할 수 있다. 본 연구에서 Z-map 격자점 내부의 z 좌표의 계산으로서 두 가지 방법을 각각 적용하였다. 먼저 Z-map 격자점 사이에 C¹ 연속성을 유지하기 위해 비매개 베지어 보간(non parametric Bezier interpolation)을 통한 방법을 적용해 보았으며, 두번째로 C⁰ 연속성을 유지하는 간단한 방법으로 쌍선형 보간(bilinear interpolation) 방법을 적용하였다.

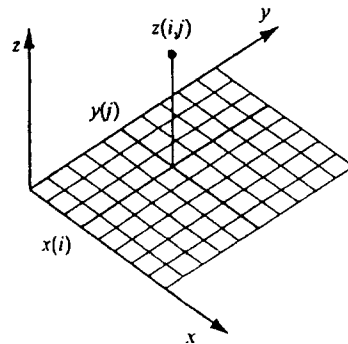


Fig. 1 Z-map model

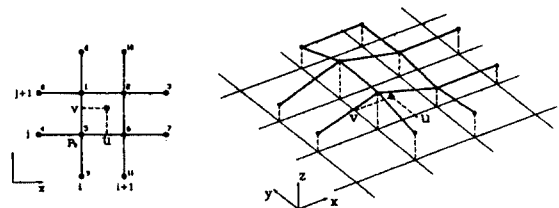


Fig. 2 Non-parametric Bezier interpolation

먼저 비매개 베지어 보간으로 Fig. 2에서와 같이 하나의 Z-map 모델의 격자는 인접한 격자점을 포함하는 4개의 비매개 베지어 곡선⁽⁶⁾을 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{V_i\}_1 &= \{g_0, g_1, g_2, g_3\} \\ \{V_i\}_2 &= \{g_4, g_5, g_6, g_7\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\{V_i\}_3 = \{g9, g5, g1, g8\}$$

$$\{V_i\}_4 = \{g11, g6, g2, g10\}$$

여기서 $g0 \sim g11$ 은 격자점을 나타내며, $\{V_i\}_{1 \sim 4}$ 는 해당되는 4개의 격자점으로 구성된 곡선을 나타낸다. 각 곡선에서는 u, v 의 국부좌표에 해당되는 z 좌표값을 계산할 수 있다. 즉 $\{V_i\}_1, \{V_i\}_2$ 곡선에 대해서 u 에 해당하는 z 좌표값 2개(z_1, z_2)와 $\{V_i\}_3, \{V_i\}_4$ 곡선에 대해서 v 에 해당하는 z 좌표값 2개(z_3, z_4)를 계산한다. 계산된 4개의 z 값을 가지고 다음의 선형혼합(linear blending)으로 최종 국부좌표 (u, v)에 해당하는 금형면상의 z 좌표값 (z_{uv})을 계산한다.

$$z_u = u \cdot (z_4 - z_3) + z_3$$

$$z_v = v \cdot (z_2 - z_1) + z_1$$

$$z_{uv} = (z_u + z_v) / 2 \quad (2)$$

다음으로 쌍선형 보간은 앞서의 Fig. 2에서 네 개의 격자점 $g1, g2, g5, g6$ 만을 사용한다. 먼저 $g1$ 과 $g2$ 격자점에서 국부좌표 u 에 대한 선형보간, $g5$ 와 $g6$ 격자점에서 국부좌표 v 에 대한 선형 보간 등으로 z 좌표값 2개(z_1, z_2)을 계산한다. 다음으로 $g5$ 와 $g1$ 격자점에서 국부좌표 v 에 대한 선형보간, $g6$ 과 $g2$ 격자점에서 국부좌표 u 에 대한 선형보간 등으로 z 좌표값 2개(z_3, z_4)를 계산하여 식(2)에서의와 같이 선형혼합으로 계산한다.

2.2 Z 좌표에 기초한 박판수직투사법과 접촉점 찾기

일반적으로 박판성형공정의 접촉처리는 전체탐색(global search), 국부탐색(local search), 접촉판별(contact check), 금형면 접촉점 찾기(update position find)로 나눌 수 있다. 본 연구에서 적용된 박판수직투사 방법은 금형면의 접촉점 찾기에서 침투된 절점을 금형면상으로 투사할 때 Fig. 3에서와 같이 그 방향을 하나의 절점을 공유하는 인접 요소의 평균수직방향을 취하는 방법이다. 즉 하나의 박판절점(sheet node)은 이를 공유하는 인접요소의 절점과 두 개의 경계벡터를 구성하므로 이 경계벡터끼리의 외적(cross product)의 합으로써 정의할 수 있다. 따라서 식 (3)에서와 같이 계산된다.

$$\vec{S}_n = \frac{\sum_{k=1}^m (\vec{AN}_k \times \vec{AN}_{k+1})}{\left\| \sum_{k=1}^m (\vec{AN}_k \times \vec{AN}_{k+1}) \right\|} \quad (3)$$

단, m 은 인접요소의 수이며, k 가 m 일때는 $k+1$ 은 1이다.

따라서 금형면의 접촉점 찾기는 침투된 절점을 앞서의 박판수직방향으로 투사하여 금형면상의 접촉점을 찾는 과정이다. 본 연구에서는 금형면의 표현방법으로 z 좌표만을 가지는 Z-map 모델을 이용하기 때문에 z 좌표값의 비교만으로 금형면상의 접촉점을 찾게 된다.

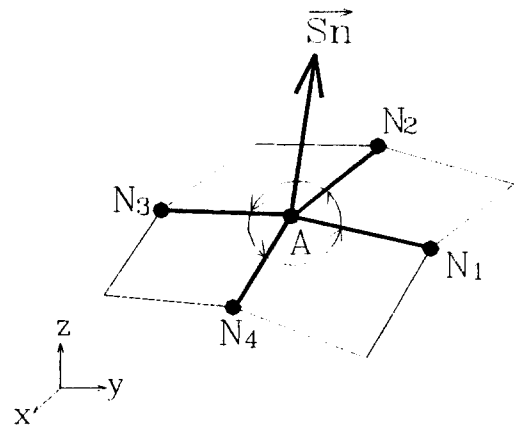


Fig. 3 Definition of sheet normal vector

먼저 전체탐색과 국부탐색은 Z-map 모델이 등간격으로 구성되어 있으므로 다음과 같이 간단히 절점이 포함된 Z-map 격자의 위치와 국부좌표(u, v)를 계산할 수 있다.

$$i = \text{int}(Ax/Dx) + 1 \quad (4)$$

$$j = \text{int}(Ay/Dy) + 1$$

$$u = (Ax - Xi) / Dx \quad (5)$$

$$v = (Ay - Yj) / Dy$$

여기서 (Ax, Ay) 는 해석 절점의 현재 x, y 축 좌표값이며, (i, j) 는 Fig. 1에서의 각 x, y 축에서의 위치를 나타낸다. 또한 Dx, Dy 는 Z-map 모델의 x, y 축 격자 간격을 나타낸다. 그리고 (Xi, Yj) 는 위치 (i, j) 에 해당하는 x, y 좌표값이다.

다음으로 접촉판별은 현재 절점 위치 (Ax, Ay) 에 해당하는 Z-map 격자에서 앞서의 보간법을 통해 z 좌표값을 계산 비교하여 접촉을 판별한다. Fig. 4는 계산중의 해석 절점이 펀치 및 다이의 금형면 속으로 침투된 상태를 나

타내며, 식 (6)을 통해 펀치 및 다이 면상의 z 값과의 비교로 접촉을 판별하게 된다. 본 연구에서는 사용된 요소는 두께를 가지지 않는 박막요소에 기초하나 해석중의 절점의 두께를 계산할수 있으므로 접촉판별시에 박판수직방향으로 판재의 상부와 하부의 절점위치를 계산하여 펀치 및 다이와의 접촉을 판별하였다.

$$\begin{aligned} \langle \text{Punch surface} \rangle \quad & Spz \geq Az : \text{contact} \quad (6) \\ & Spz < Az : \text{free} \\ \langle \text{Die surface} \rangle \quad & Sdz \leq Az : \text{contact} \\ & Sdz > Az : \text{free} \end{aligned}$$

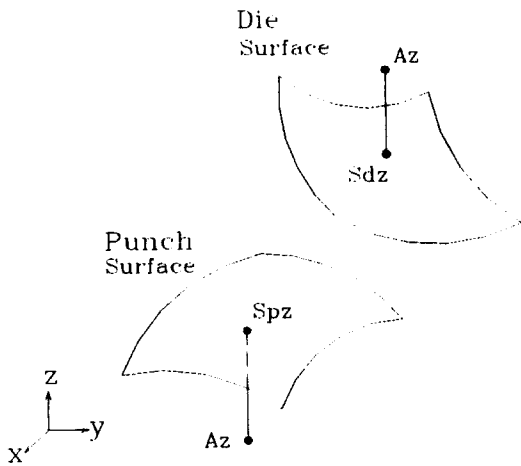


Fig. 4 Contact check status

앞서의 세 단계를 거친 후 최종적으로 침투 접촉된 것으로 판별된 절점에 대해서 앞서의 박판수직방향으로 투사하여 금형면상의 접촉점을 찾아야 한다. 본 연구에서 금형면에 대한 정보는 z 좌표값만을 가지므로 z 좌표값에 기초하여 박판수직투사방향으로 접촉점을 찾는 방법을 제시하고자 한다. Fig. 5는 펀치를 기준으로 접촉점을 찾는 방법을 보여준다. 침투된 절점에 대해서 각각의 계산 스텝은 다음과 같다.

- Step 1 Calculate $A_{1i} = A_i + (\overline{AS} \cdot \overline{Sn}) Sn_i (i=x,y,z)$
- Step 2 Calculate S_{1i} based on $A_{1i} \quad (i=x,y,z)$
- Step 3 If $S_{1z} \geq A_{1z}$ then
If $(S_{1z} - A_{1z}) < \epsilon \rightarrow$ end of iteration

- else go to Step 4
- else $\rightarrow \overline{AS} = \overline{AS}/2$ go to Step 1
- Step 4 Calculate
 $A_{2i} = A_{1i} + (\overline{A_1S_1} \cdot \overline{Sn}) Sn_i (i=x,y,z)$
- Step 5 Repeat Step 2 & Step 3 based on A_{2i}

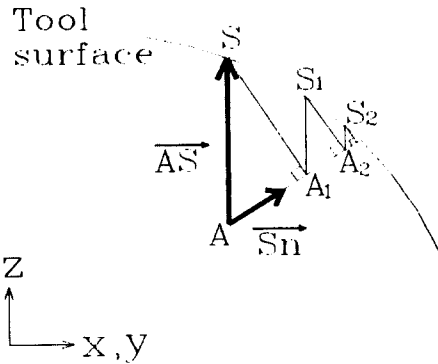


Fig. 5 Sheet normal scheme based on z-values

여기서 \overline{Sn} 은 식 (3)에서의 박판수직방향의 단위벡터이다. 이러한 스텝은 최종의 금형면상의 접촉점이 어떠한 Z-map 격자에 위치하는지를 알수 없으므로 반복계산중의 투사점의 위치에 따라 Z-map에서의 z 좌표값을 계산 비교하게 된다. 특히 수직벽이 포함되어 있는 경우 \overline{AS} 의 크기가 커져서 스텝 1과 2의 계산된 투사점 S_{1i} 가 금형면 밖에 위치할 경우가 있으므로 \overline{AS} 의 크기를 줄여주어 항상 금형면 내부에서 계산이 되도록 하였다. 계산된 투사점과 현재 절점의 z 좌표의 차이가 $\epsilon (=10^{-10})$ 보다 작으면 금형면상의 접촉점을 찾은 것으로 간주한다. 다이의 경우 접촉점을 찾는 방법은 앞서의 펀치의 경우와 마찬가지로 박판수직투사 방향을 반대로 정의하여 같은 방법으로 수행하면 된다.

3. 해석 결과

본 연구에서 사용된 해석프로그램은 저자들이 개발한 선형 쿤스 보간(linear Coons interpolation)을 이용한 전단에너지를 부가한 박막(Shear Energy Augmented Membrane:SEAM)요소⁽⁷⁾로 탄소성 유한요소해석을 수행하였다. 기존의 전단에너지를 부가한 박막요소⁽⁸⁾는 절점 평면변위로 부터 요소내부의 전단변위를 구하는 방법이

복잡한 수식화와 가정을 요구하므로 이를 피하고자 4절점 사변형 요소의 경계에서의 전단변위로 부터 선형근스보간을 이용하여 요소내부의 전단변위를 구하도록 개발되었다. 이를 본 연구에서 제시한 Z-map 모델을 이용하는 박판수직투사방법에 적용하도록 프로그래밍하여 수직벽을 가진 클로버형 컵 디프드로잉 공정을 해석하였다. 해석된 결과는 직접 실험을 통한 결과와 비교하였다.

3.1 클로버형 컵의 디프 드로잉

해석에 사용된 클로버 컵의 형상⁽⁹⁾은 장축 60mm, 단축 40mm로 컵 형상의 대칭성으로 1/8만을 해석하였다. 해석에 이용된 Z-map 모델은 x, y축에 대해 0.9mm 간격이며, 수직벽부위의 Z-map의 높이차는 50.0mm로 구성된 데이터를 이용하였다. 초기 블랭크의 형상은 $\phi 100$ 의 원형블랭크로 189절점, 160요소로 구성하였다. 해석에 사용된 재료는 냉간압연강판으로 재료물성치는 KS B 0810(금속재료 인장 시험편)의 제5호 시험편을 제작하여 인장시험을 통해 구하였으며, 기타 공정변수는 다음과 같다.

- Material : Cold rolled steel
- Stress-strain curve : $\bar{\sigma} = 52.4(0.001 + \bar{\epsilon})^{0.2}$
kgf/mm²
- R-value : $r = 1.377$
- Initial sheet thickness : $t = 0.76\text{mm}$
- Punch & Die shoulder radii : $R = 5.0\text{mm}$
- Clearance : $C = 1.25\text{mm}$
- Coulomb friction coefficient :
punch/sheet = 0.24, die/sheet = 0.12
- Blank Holding Force(BHF) : 800 kgf

Fig. 6은 성형높이 13.5mm, 22.5mm에서의 해석된 변형형상을 나타낸다. 아울러 Fig. 7은 같은 성형높이의 실험 결과를 나타내었다. Fig. 8은 드로잉하중 대 펀치 변위의 결과로 해석과 실험치가 유사하게 나타났다. Fig. 9는 외각플랜지의 형상으로 실험결과와 약간의 차이를 보이고 있다. 본 연구에서 블랭크 홀딩력의 작용방법⁽¹⁰⁾은 플랜지부위의 절점에 대하여 초기 판재의 두께를 기준값으로 계산중의 절점의 두께가 기준값 이상인 절점에 대하여 각 두께에 비례한 분포력을 작용하였다. 따라서 실제 실험에서의 접촉상태와 가장 근접한 두께의 기준값의 선

정과 실험 금형면의 표면거칠기, 윤활에 따른 마찰계수의 차이 등에서 계산결과와의 오차가 기인하는 것으로 사료된다. Fig. 10(a)와 10(b)는 성형높이 13.5mm, 22.5

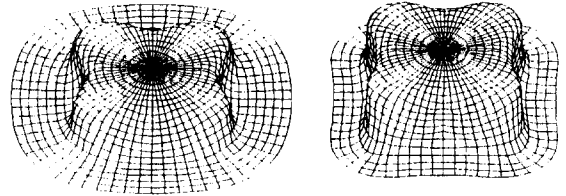


Fig. 6 Computed deformed configuration of clover cup(stroke = 13.5mm, 22.5mm)

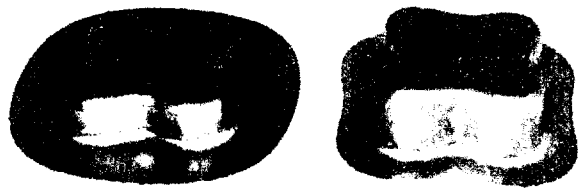


Fig. 7 Experimental deformed configuration of clover cup(stroke = 13.5mm, 22.5mm)

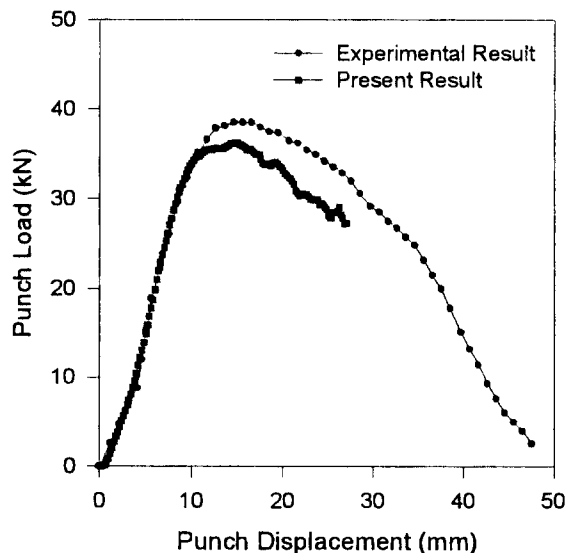


Fig. 8 Drawing load of clover cup analysis

mm의 단축에서의 두께 변형률로 모두 실험과 잘 일치하고 있으며. 마찬가지로 Fig. 11(a)와 11(b)는 두 성형높이의 장축에서의 두께변형률로 역시 실험과 유사하게 나타났다.

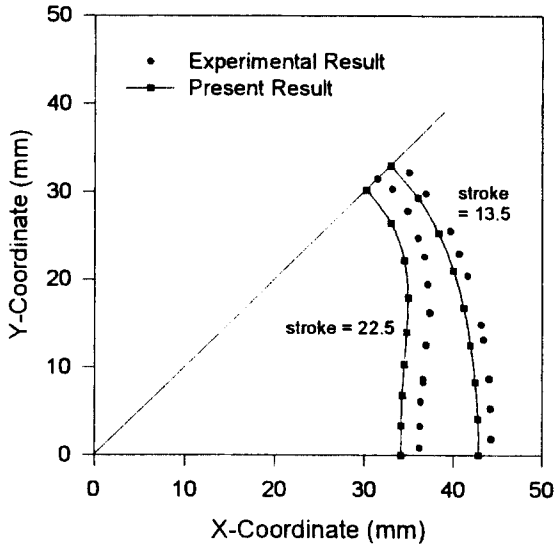


Fig. 9 Edge contour of clover cup analysis

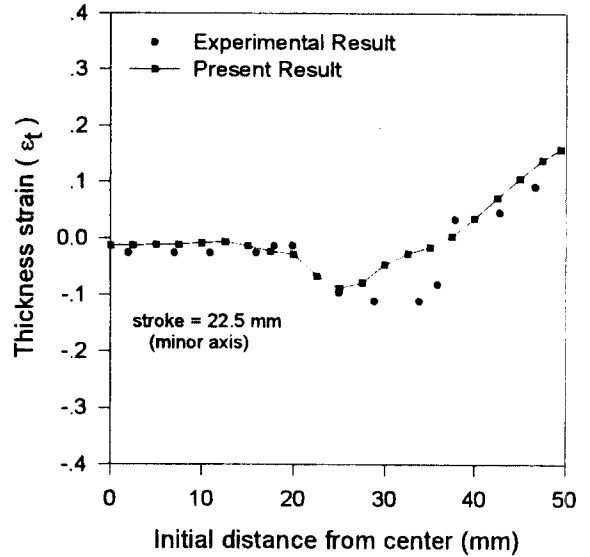


Fig. 10(b) Thickness strain distribution in minor axis of clover cup (stroke = 22.5 mm)

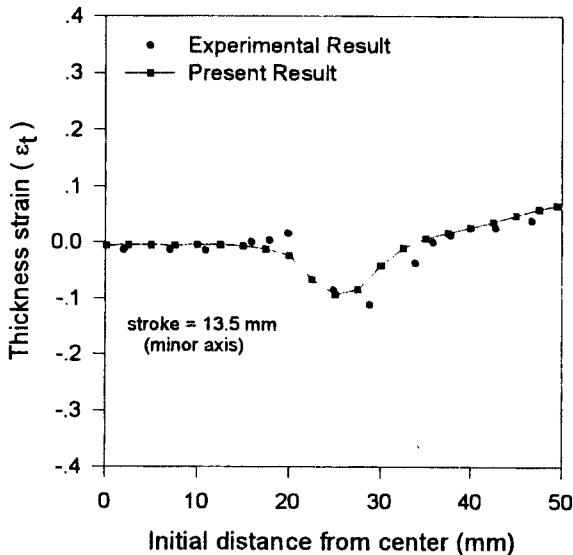


Fig. 10(a) Thickness strain distribution in minor axis of clover cup (stroke = 13.5 mm)

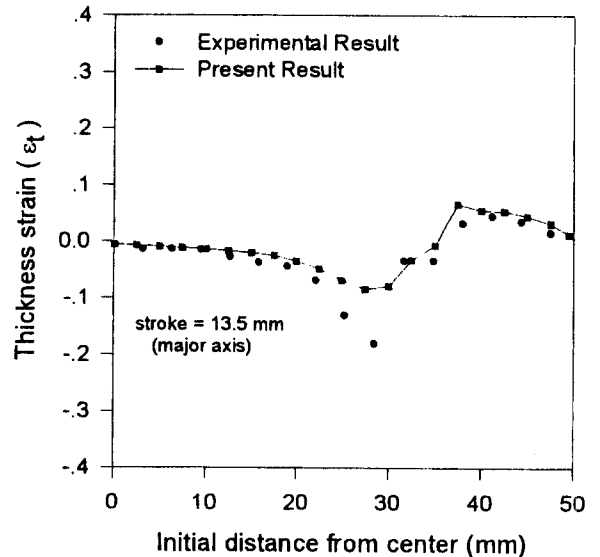


Fig. 11(a) Thickness strain distribution in major axis of clover cup (stroke = 13.5 mm)

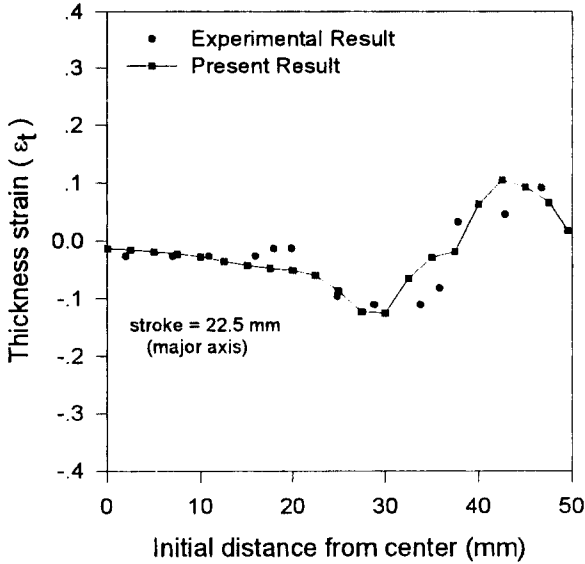


Fig. 11(b) Thickness strain distribution in major axis of clover cup(stroke = 22.5mm)

3.2 Z-map의 내부 보간법과 간격에 대한 고찰

앞서의 두 가지 Z-map 모델의 내부 z 좌표의 보간법, 비매개 베지어 보간과 쌍선형 보간에 따른 해석 결과의 차이를 알아보기 위해 0.9mm의 동일한 간격의 Z-map 모델로써 해석을 수행하였다. Fig. 12는 성형높이 20mm를 기준으로 두 보간법에 의한 변형형상을 나타내었다. 두 보간법에 의한 변형형상의 차이는 거의 나타나지 않았으며, 이에 따라 플랜지외곽 형상, 두께변형률의 예측도 거의 동일하였다. 이는 비매개 베지어 보간이 Z-map 격자 점간의 C^1 연속성을 유지할뿐 내부는 선형 혼합에 의해 좌표값을 구하므로, 본 연구에서 사용된 0.9mm의 격자 간격에서는 격자점사이의 쌍선형 보간과 기하학적 차이가 거의 나타나지 않기 때문이다. Z-map 모델의 간격이 디프드로잉 공정과 같이 펀치와 다이의 수직벽 간격으로 규정되는 클리어런스보다 클 경우 공정중에 수직벽부분에서 펀치와 다이면이 중첩될 수 있으므로 반드시 Z-map 모델의 간격을 클리어런스보다 작은 값을 선정하여야 한다. 이 경우 두 보간법의 차이는 단지 금형면의 표현에 있어 격자점간의 C^0 연속성은 해석시에 접촉점의 이동시에 금형면의 C^1 불연속으로 해의 안정성을 저해할 뿐이며, 기하학

적 요소에 의한 해의 결과차이는 미미한 것으로 사료된다.

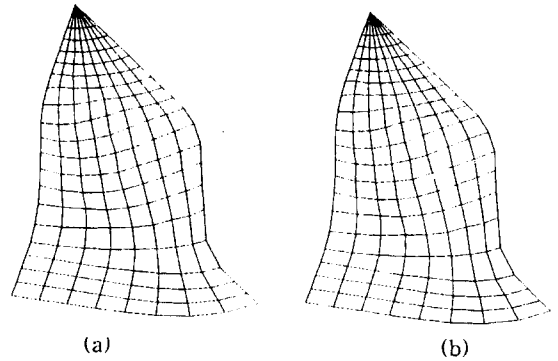


Fig. 12 Computed deformed configuration of clover cup with different interpolation(stroke=20.0mm)
(a) Non parametric Bezier interpolation
(b) Bilinear interpolation

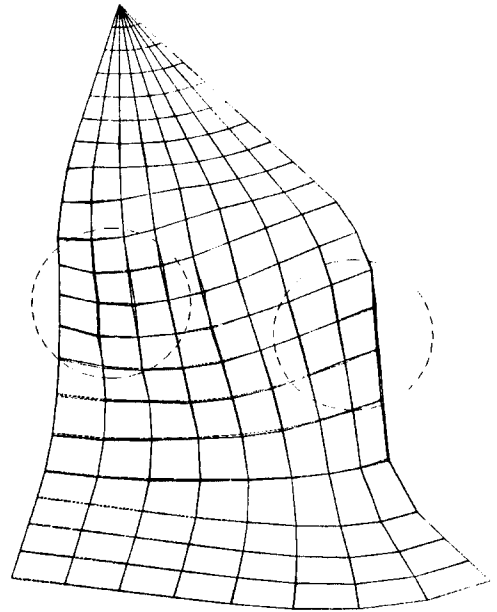


Fig. 13 Computed deformed configuration of clover cup with different Z-map grid distance by non parametric Bezier interpolation(stroke=20.0mm)

다음으로 Z-map 모델의 간격에 대한 영향을 알아보기 위하여 0.1 , 0.5 , 0.9mm의 세 가지 간격의 Z-map

모델로 해석을 수행하였다. Fig. 13은 결과의 차이를 알아보기 위하여 20.0mm의 변형형상을 기준으로 세가지 해석 결과를 중첩하여 나타내었다. 그림에서 보듯이 Z-map의 간격에 따른 해석결과의 차이는 주로 수직벽 부위에서 나타났다. 이는 Z-map의 간격에 따라 수직벽 형상의 기하학적 정의의 차이가 그대로 결과에서 반영된 것이다. 수직벽을 더욱 근사로 표현하기 위해서는 Z-map의 간격을 줄여주는 것이 타당하나, 이는 금형면의 데이터 양과 메모리에 관련이 있으므로 수직벽부위의 Z-map의 간격은 줄여주고, 일반적인 금형면의 간격은 크게하는 변형된 Z-map 모델인 Core Z-map 모델의 적용이 유익할 것으로 생각된다.

4. 결 론

본 연구에서는 금형면에 대한 자료 구조가 간단한 장점을 지닌 Z-map 모델을 이용하여 수직벽을 가진 클로버형 컵의 디프드로잉공정에 대하여 비매개 베지어 및 쌍선형 보간에 의한 z 좌표의 계산으로 박판수직투사 방향으로의 접촉점을 찾는 방법을 제시하였다. 이를 기초로 선형 콘스 보간을 이용한 전단에너지를 부가한 박막요소로 탄소성 유한요소 해석결과와 직접 실험을 통한 결과를 비교하였다. 본 연구에서 제시한 Z-map 모델을 이용한 z 좌표값에 기초한 박판수직투사의 접촉점 찾는 방법이 수직벽을 포함하는 컵 형상의 디프드로잉 공정의 해석에 적용 가능함을 보였다. 그리고 Z-map 간격에 따른 해석결과로 수직벽부위의 기하학적 형상의 차이를 보았으며, 두 보간법에 따른 해석 결과로 해의 안정성의 차이를 알아보았다.

참 고 문 헌

- (1) Yang, D.Y., Yoo, D.J., Song, I.S., and Lee, J.H., Investigation into tool surface description for finite element analysis of three-dimensional sheet metal forming processes, *J. Mater. Process. Technol.* Vol. 45, pp267~273, 1994
- (2) 윤정환, 양동열, 유동진, 국소분할된 패치를 갖는 비매개변수 금형표사법을 이용한 3차원 박판성형공정 시뮬레이션, *한국소성가공학회지* 제5권 제1호, pp47~54, 1996
- (3) Yoo, D.J., Song, I.S., Yang, D.Y., and Lee, J.H., Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effect, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 36, No. 6, pp513~546, 1994
- (4) Schweizerhof, K. and Hallquist, J.O., Explicit iteration schemes and contact formulations for thin sheet forming, In *Proc. VDI*(edited by Altan, T. et.al), Zurich, Switzerland, pp405~439, 1991
- (5) A. Santos, J. Duarte, and A. Rocha, Different tool descriptions used in the simulation of 3D sheet forming, *Proc of the IDDRG'94*(edited by M.J.M. Barata Marques), pp351~362, 1994
- (6) B.K. Choi, *Surface Modeling for CAD/CAM*, Elsevier science pub., pp334~336, 1991
- (7) 서의권, 심현보, 일반적인 금형면에서의 접촉탐색과 3차원 디프드로잉 성형에의 응용, *한국소성가공학회지*, 제6권 제5호, pp416~424, 1997
- (8) 심현보, 서의권, 전단에너지를 부가한 박막요소에 의한 디프드로잉공정의 탄소성 유한요소해석, *대한기계학회지*, 제19권 제11호, pp2853~2862, 1995
- (9) Yang, D.Y., and Lee, H.S., Analysis of three-dimensional deep drawing by the energy method, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 35, No. 6, pp491~516, 1993
- (10) Jung, D.W., Song, I.S., and Yang, D.Y, An improved method for the application of blank-holding force considering the sheet thickness in the deep-drawing simulation of planar anisotropic sheet, *J. Mater. Process. Technol.* Vol. 52, pp472~488, 1995