

차체구조물의 탄소성좌굴에 관한 민감도해석과 최적설계

원종진*, 이종선**

Sensitivity Analysis and Optimal Design for the Elasto-plastic Buckling of Vehicle Structures

Chong-Jin Won*, Jong-Sun Lee**

Abstract

Experience and experiments show that in many cases the buckling limit is reached at a much smaller load level than is predicted by linear buckling analysis.

In this paper, it is considered linear and nonlinear of plane vehicle structure and estimates design sensitivity of the cross sectional area that is composed plane vehicle structure and performs optimal design. It compares linear vehicle structure with nonlinear vehicle structure for optimal design result that is selected constraint condition of buckling load.

Keywords : Optimal design(최적설계), Sizing Design Sensitivity Analysis(치수설계민감도해석), Total Lagrangian Formulation(전체라그랑지공식), Gradient Projection Method(미분벡터투영법), Thin-walled beam(박판 부재)

1. 서론

구조물의 설계시 최적설계 과정은 작용하중에 대한 좌굴특성을 나타내는 설계를 이루려는 경향이 있다. 효율적이고 경제적인 구조물에 대한 요구가 커지고 재료와 제작 방법의 복합성이 증대되어 구조물은 비선형거동을 보이고 파손하는 경향이 있다. 따라서 차체구조물설계시 비선형구조물에 대한 최적화 설계기법을 도입할 필요가 있다.

비선형구조계의 설계최적화 중의 구조물은 요구된 설계하중보다 낮은 하중에서 붕괴될 수 있다. 이 경우 전체작용하중에 관련된 목적함수와 구속함수를 평가하기 위한 정보가 없어 통상적인 설계과정은 계속될 수 없으므로 설계는 구조물이 붕괴되지 않도록 개선되어야 한다. 따라서 좌굴하중의 설계민감도해석은 비선형구조계의 설계를 위하여 필수적이다.

Choi와 Santos⁽¹⁾는 비선형구조계의 설계민감도해석

* 국민대학교 기계·자동차공학부

** 대전대학교 기계설계공학과

을 위한 연속체방법을 제안하였으며 Choi, Haug와 Lam⁽²⁾ 등은 선형구조계의 최적설계문제를 제시하였다. Wang⁽³⁾은 박판 부재를 이용하여 실제 차체와 유사한 구조를 제작하여 실험하고 그 결과와 소성 힌지를 이용한 이론해가 비교적 근사함을 보였으며 Chang⁽⁴⁾은 탄소성 해석의 경우 각 실험결과를 입력치로 넣어 주어야 하므로 초기 설계시 적용할 수 없음을 지적하고 부재의 모멘트-회전각 선도를 탄성-완전소성 응답으로 보고 해석하여 차체의 충돌 강도와 소성 힌지가 생기는 부위를 예측하여 초기 설계시 적용하였다. 그후 그는 자동차 객실부를 평면 프레임으로 가정하고 연결부위에 연결(flexible joint)개념을 도입하여 탄소성 해석을 수행한 결과 실제 차체의 실험결과와 잘 일치함을 보였다.

본 논문에서는 차체를 이루고 있는 요소의 접합부의 변형을 선형 차체구조물과 비선형 차체구조물로 구분하여 해석하고 이들 차체구조물의 실제좌굴하중에 대한 설계민감도해석을 수행하고 이 결과를 입력자료로 활용하여 미분벡터투영법⁽⁵⁾에 적용하여 최적설계를 수행한다. 또한 미분벡터투영법을 이용한 최적설계 결과를 ANSYS⁽⁶⁾의 최적설계 프로그램인 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Techniques)를 이용한 결과와 비교 검토한다.

2. 이 론

2.1 평형해석

Total Lagrange 수식화에 있어서 영역 $t^{+dt}\Omega$ 와 경계 $t^{+dt}\Gamma$ 를 갖는 물체에 대한 전체변형에너지형태 a_u 는 평형방정식으로부터 다음과 같이 표시될 수 있다⁽⁷⁾.

$$a_u(t^{+dt}z, \bar{z}) = \int \int_{\Omega} t^{+dt} S_{ij} t^{+dt} \epsilon_{ij}^0 d\Omega + \int \int_{\Omega} t^{+dt} f_i \bar{z}_i^0 d\Omega + \int_{\Gamma_r} t^{+dt} T_i \bar{z}_i^0 d\Gamma, \text{ for all } \bar{z} \in Z \quad (1)$$

여기서 $t^{+dt}z$ 는 전체변위, \bar{z}_i 는 \bar{z} 의 x_i 방향성분, $t^{+dt}S_{ij}$ 는 2차 Piola-Kirchhoff응력텐서의 직교좌표성분, $t^{+dt}\epsilon_{ij}$ 는 Green-Lagrange 변형률텐서의 직교좌표성분, $t^{+dt}f_i$ 와 $t^{+dt}T_i$ 는 각각 외부작용 물체력성분과 표면력성분이다.

a_u 의 선형화된 형태 a^*_u 는 증분평형방정식으로부터 다음과 같다.

$$a^*_u(tz; t_0z, \bar{z}) = \int \int_{\Omega} {}_0C_{ijrs}({}_0z_r, {}_0z_s, \bar{z}_{i,j}) + ({}^t_0z_{k,i} {}_0z_{r,s} \bar{z}_{k,j} + {}^t_0z_{k,r} {}_0z_{k,s} \bar{z}_{i,j} + {}^t_0z_{k,r} {}_0z_{l,i} {}_0z_{k,s} \bar{z}_{l,j})^0 d\Omega - \frac{1}{2} \int \int_{\Omega} {}^t_0C_{ijrs}({}_0z_r, s + {}^t_0z_s, r + {}^t_0z_{m,r} {}_0z_{m,s}) {}_0z_{k,i} \bar{z}_{k,j}^0 d\Omega \quad (2)$$

여기서 ${}_0C_{ijrs}$ 는 증분재료성질텐서를 나타낸다.

2.2 좌굴해석

가상일의 원리를 이용하면 전좌굴평형방정식은 전체변형에너지형태 a_u 와 하중형태 l_u 로 다음과 같이 표시될 수 있다

$$a_u(tz, \bar{z}) = \beta_u l_u(\bar{z}), \text{ for all } \bar{z} \in Z \quad (3)$$

여기서 β_u 는 실제좌굴하중계수를 나타내며 전체작용하중벡터 P_{t_0} 에 대한 실제좌굴하중벡터 P_{cr} 의 비로서 다음과 같이 표시된다.

$$\beta_u = \frac{P_{cr}}{P_{t_0}} \quad (4)$$

2.3 치수설계민감도해석

a_u 와 l_u 의 미분가능가정과 함께 식 (3)의 1차변분은 다음과 같이 표시된다.

$$\delta a_u(tz, \bar{z}) + a^*_u(tz; z, \bar{z}) = \beta' l_u(\bar{z}) + \beta_u l'_{\delta u}(\bar{z}) \quad (5)$$

여기서 a^*_u 는 a_u 의 1차변분이다.

식 (5)는 일점 선형고유치문제의 최소고유치에 상응하는 고유함수이므로 \bar{z} 를 y 로 대체하면 다음과 같다.

$$\delta a_u(tz, y) + a^*_u(tz; z, y) = \beta' l_u(y) + \beta_u l'_{\delta u}(y) \quad (6)$$

식 (6)의 좌변에서 $a^*_u(tz; z, y)$ 는 임계한계점에서 0이 되므로 β_u 의 1차변분 β' 은 다음과 같다.

$$\beta' = \frac{1}{I_u(y)} [a'_{\delta u}(t, y) - \beta_u I'_{\delta u}(y)] \quad (7)$$

여기서 t_z 는 최종 좌굴평형형상에서의 변위이다.

식 (4), (7)로부터 P_{cr} 의 1차변분 P'_{cr} 은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$P'_{cr} = P_{i0} \beta' = \frac{P_{i0}}{I_u(y)} [a'_{\delta u}(t, y) - \beta_u I'_{\delta u}(y)] \quad (8)$$

3. 좌굴하중에 대한 설계민감도해석

3.1 차체구조물의 모델링

본 논문에서 고려한 차체구조물은 1600cc 소형 승용차로 Fig. 1과 같이 8개의 회전스프링과 38개의 탄성보로 구성된 stick model로 모델링하였다. 보요소의 모멘트-회전각 관계는 박판 부재로 된 외팔보의 끝단에 외력을 가했을 때 모멘트-회전각 관계의 실험결과를 이용하였으며 선형 차체구조물은 승객실 주변의 접합부(회전스프링요소)의 모멘트-회전각 관계를 Fig. 2의 탄성구간까지를 입력값으로 사용하고, 비선형 차체구조물은 탄소성구간까지를 입력값으로 사용하였다.



Fig. 1 Body in white of FE-analysis

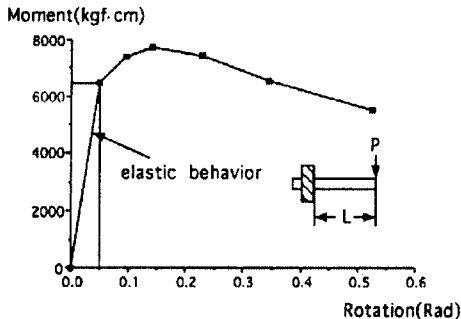


Fig. 2 Moment-rotation relation of joints

설계변수로는 횡단면적 $A_1 \sim A_7$ 의 7개 그룹으로 구분하였으며 사용된 보요소는 폐쇄형의 정사각형 튜브형태이며 모멘트-회전각 관계선도를 얻기 위한 박판보의 단면형상은 $35 \times 35 \times 1.6 \text{mm} (h \times b \times t)$ 를 사용하였다. 모멘트-회전각 관계선도에 위치한 각 점들의 데이터는 Table 1과 같으며 차체구조물의 재질은 다음과 같은 재료적 특성을 갖는 구조용강을 사용한다.

Modulus of elasticity : $E = 2.1 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$

Mass density : $\rho = 7850 \text{kg/m}^3$

3.2 차체구조물의 설계민감도

정적 좌굴하중에 대한 설계민감도를 구하기 위하여 FMVSS에서의 두 가지 하중조건 즉, 정면고정벽충돌과 후면접근벽충돌에 대하여 좌굴해석을 수행하여 실제좌굴 하중계수를 산정하고 이를 활용하여 설계민감도해석을 수행한다.

설계민감도 해석결과를 유한차분법의 결과와 비교하기 위한 세가지 설계섭동 즉, 1%, 0.1%, 0.01%에 대한 결과치는 Table 2와 같다. Table 2의 마지막 칼럼에서 Δp_{cr} 과 p'_{cr} 과의 비교에서는 1% 설계섭동에 대하여 선형 차체구조물에서 정면고정벽충돌시 98.61%, 후면접근벽충돌시 97.83%, 비선형 차체구조물에서 정면고정벽충돌시

103.31%, 후면접근벽충돌시 103.91% 이므로 유한차분법의 결과와 본 설계민감도해석의 결과가 잘 부합된다.

4. 차체구조물의 최적설계

4.1 차체구조물의 설계최적화

충돌하중조건으로는 정면고정벽충돌과 후면접근벽충돌에 사용되는 하중을 설정하였으며 차체구조물의 체적을 목적함수로 설정하고 좌굴속조건으로는 임계하중을 설정하였다. 이 조건은 선형 차체구조물과 비선형 차체구조물에 동일하게 적용하였으며 본 논문의 최적화문제는 다음과 같이 수식화하였다.

$$\text{설계변수 : } A_i, i = 1, 7$$

목적함수 ; $\psi^0 = \sum_{i=1}^7 L_i A_i$

좌굴구속조건 ; $\psi^1 = 1 - \frac{p_{cr}}{26000kgf} = 0$

여기서 L_i 와 A_i 는 각각 i^{th} 번째 설계그룹의 길이와 횡단면적이다. 차체구조물의 형상은 $L_1=270.7cm$, $L_2=139.1cm$, $L_3=168.5cm$, $L_4=108.8cm$, $L_5=105.7cm$, $L_6=115.2cm$, $L_7=217.1cm$ 이며 초기설계변수는 $A_i=2.138cm^2$, $i=1-7$ 이다.

차체구조물의 비선형성, 제한조건식 등을 고려하여 비선형 최적화기법인 미분벡터투영법을 사용하며 본 최적설계의 흐름도는 Fig. 3과 같다.

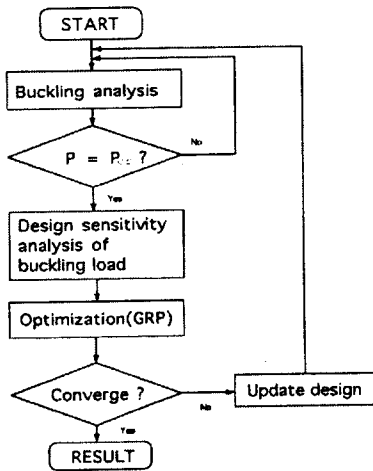


Fig. 3 Design optimization procedure for vehicle structure

4.2 결과와 검토

최적설계는 선형 차체구조물에서 정면고정벽충돌시 10회, 후면접근벽충돌시 8회 반복후에 수렴하고 비선형 차체구조물에서 정면고정벽충돌시 8회, 후면접근벽충돌시 7회 반복후에 수렴하며 상세한 체적과 최적화과정의 좌굴 구속조건에 대한 이력은 Table 3과 같다.

Table 4는 7개 설계변수의 이력을 보여준다. 본 논문의 해석대상인 선형 차체구조물과 비선형 차체구조물에서

정면고정벽충돌의 경우 A_4 인 Center filler의 횡단면적이 가장 크고, 후면접근벽충돌의 경우 A_3 인 Bottom rocker frame의 횡단면적이 가장 크며 하중조건에 민감한 반응을 보임을 알 수 있다.

Table 5는 미분벡터투영법을 이용한 최적설계 결과와 ANSYS의 최적설계 프로그램인 SUMT를 이용한 최적설계 결과를 비교한 것으로 선형 차체구조물과 비선형 차체구조물의 하중조건에 따라 1.2%~6.1%의 편차를 보임으로서 비교적 잘 일치한다.

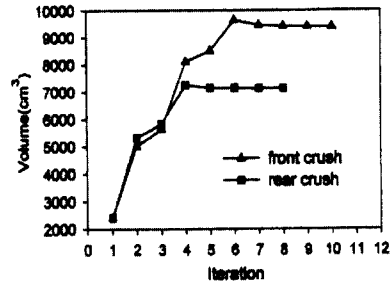


Fig. 4 Volume history of linear vehicle structure

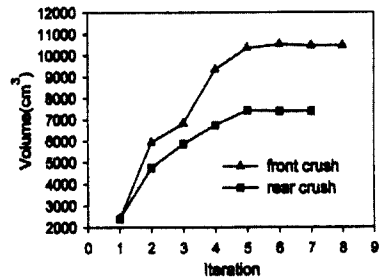


Fig. 5 Volume history of nonlinear vehicle structure

5. 결 론

선형 차체구조물과 비선형 차체구조물의 좌굴하중에 대한 구조해석결과를 이용하여 설계민감도해석을 수행하고 설계민감도 결과를 입력자료로 활용하여 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 설계민감도를 수행한 결과 해석대상 구조물에서 하중 조건과 경계조건에 따른 설계시 주요부분을 알 수 있

- 었으며 그 결과를 토대로 최적설계를 함으로써 설계정보를 얻을 수 있었다.
- 2) 선형, 비선형 차체구조물에 대해서 최적설계를 수행한 결과, 비선형 차체구조물이 선형 차체구조물보다 낮은 하중수준에서 좌굴이 일어남을 알 수 있었으며 이는 비선형성을 고려한 설계가 좌굴하중에 대해 안전한 설계가 된다는 것을 알 수 있다.
 - 3) 선형, 비선형 차체구조물에 대하여 미분벡터투영법을 이용한 최적설계 결과와 ANSYS의 최적설계 프로그램인 SUMT를 이용한 최적설계 결과는 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Choi, K. K. and Santos, J. L. T., "Design Sensitivity Analysis of Non-linear Structural Systems Part I: Theory", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp.2039-2055, 1987.
2. Choi, K. K., Haug, E. J., and Lam, H. C., "A Numerical Method for Distributed Parameter Structural Optimization Problems with Repeated Eigenvalues", Journal of Structural Mechanics, Vol. 10, No. 2, pp. 191-207, 1982.
3. McIvor, I. K., Wienman, A.S. and Wang, H. C., "Plastic Collapse of General Frames", Int. J. Solids Structures, Vol. 13, pp. 197-210, 1977.
4. Chang, D. C., "A Design-Analysis Methods for the Frontal-Crush Strength of Body Structures", SAE Trans., Vol. 86, Paper No. 770593, pp. 2177-2185, 1977.
5. Haug, E. J. and Arora, J. S., Applied Optimal Design, John Wiley & Sons, Inc., 1979.
6. Swanson, "ANSYS Ver 4.4 Manual", 1989.
7. J. S. Park and K. K. Choi, "Design sensitivity analysis and optimal design of nonlinear structural systems with critical loads" Technical Report R-58, 1989.
8. Choon T. Chon, Homa Mohammadtrab and Mohamed EI-Essqwi, "Generic Stick Model of a Vehicle Structure", Vehicle Structural Mechanics Conference and Exposition, Detroit, Michigan, April 22-24, SAE 860825.
9. Kamal, M. M. and Lin, K. -H., "Collision Simulation", Modern Automotive Structural Analysis, Eds. M. M. Kamal and J. A. Wolf. Van Nostrand Reinhold Co., 1981.

Table 1 Moment-rotation relation data of thin-walled beam

M(kgf · cm)	θ (rad)
0.0	0.0
6483.0	0.0505
7399.3	0.0947
7727.5	0.1412
7439.1	0.2276
6577.7	0.3437
5534.0	0.5247

Table 2 Verification of design sensitivity of critical buckling loads using FDM

1) Front crush

Linear vehicle structure						Nonlinear vehicle structure				
Area	Perturbation	p_{cr} (kgf)	Δp_{cr}	p'_{cr}	$p'_{cr}/\Delta p_{cr}$	Perturbation	p_{cr} (kgf)	Δp_{cr}	p'_{cr}	$p'_{cr}/\Delta p_{cr}$
2.1376		5359.474					3892.882			
2.1590	1%	5411.852	52.378	51.653	98.61%	1%	3902.012	9.13	9.432	103.31%
2.1397	0.1%	5364.692	5.218	5.1653	98.99%	0.1%	3893.798	0.916	0.9432	102.97%
2.1378	0.01%	5359.992	0.518	0.51653	99.72%	0.01%	3892.974	0.0942	0.09432	102.52%

2) Rear crush

Linear vehicle structure						Nonlinear vehicle structure				
Area	Perturbation	p_{cr} (kgf)	Δp_{cr}	p'_{cr}	$p'_{cr}/\Delta p_{cr}$	Perturbation	p_{cr} (kgf)	Δp_{cr}	p'_{cr}	$p'_{cr}/\Delta p_{cr}$
2.1376		6554.340					6427.078			
2.1590	1%	6655.980	101.59	99.398	97.83%	1%	6519.842	92.764	96.396	103.91%
2.1397	0.1%	6564.532	10.142	9.9398	98.00%	0.1%	6436.426	9.348	9.6396	103.12%
2.1378	0.01%	6555.386	0.996	0.99398	99.78%	0.01%	6428.026	0.948	0.96396	101.68%

Table 3 Volume and constraint history of vehicle structure optimization

1) Front crush

Iter.	Linear vehicle structure			Nonlinear vehicle structure		
	p_{cr} (kgf)	Volume(cm ³)	Volume reduction	p_{cr} (kgf)	Volume(cm ³)	Volume reduction
1	5359	2404.800	0	3893	2404.800	0
2	6335	5009.480	2604.680	2967	5941.700	3536.900
3	10917	5629.626	620.146	9484	6824.969	883.269
4	14187	8104.372	2474.746	13000	9343.887	2518.918
5	21420	8500.301	395.929	24644	10340.789	996.902
6	26855	9638.659	1138.358	26691	10509.431	168.642
7	26169	9450.560	-188.099	26021	10452.119	-57.312
8	26087	9418.545	-32.015	26000	10450.149	-1.970
9	26027	9400.157	-18.388			
10	26000	9393.712	-6.445			

2) Rear crush

Iter.	Linear vehicle structure			Nonlinear vehicle structure		
	p_{cr} (kgf)	Volume(cm^3)	Volume reduction	p_{cr} /(kgf)	Volume(cm^3)	Volume reduction
1	6554	2404.800	0	6427	2404.800	0
2	18599	5316.852	2912.052	12428	4744.638	2339.838
3	21083	5822.179	505.327	18721	5870.342	1125.704
4	26422	7264.767	1442.588	23214	6749.729	879.387
5	26053	7155.932	-108.835	26177	7421.268	671.539
6	26024	7148.212	-7.720	26025	7384.113	-37.155
7	26010	7144.412	-3.800	26000	7383.368	-0.745
8	26000	7142.558	-1.854			

Table 4 Design variable history of vehicle structure optimization(unit : cm^2)

1) Front crush

Iter.	Linear vehicle structure							Nonlinear vehicle structure						
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
1	2.138	2.138	2.183	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138
2	1.194	7.365	11.329	4.586	3.031	4.150	2.089	0.685	6.869	15.973	6.275	3.578	5.313	2.027
3	3.449	7.360	11.336	4.533	3.026	4.202	2.130	3.935	6.869	15.973	6.269	3.576	5.314	2.040
4	5.899	8.496	12.720	13.827	4.539	6.774	1.943	5.918	7.746	16.885	17.887	5.690	7.941	1.699
5	5.605	8.380	12.534	13.768	5.302	9.247	2.704	7.288	8.414	17.669	18.390	6.080	8.117	3.008
6	7.064	9.220	13.594	14.506	6.291	10.669	3.162	7.444	8.475	17.755	18.468	6.232	8.436	3.203
7	6.795	9.087	13.417	14.370	6.135	10.455	3.112	7.411	8.478	17.743	18.438	6.145	8.237	3.150
8	6.749	9.065	13.386	14.346	6.106	10.415	3.107	7.410	8.477	17.743	18.437	6.142	8.231	3.148
9	6.723	9.052	13.368	14.332	6.090	10.393	3.103							
10	6.714	9.047	13.362	14.328	6.085	10.386	3.101							

2) Rear crush

Iter.	Linear vehicle structure							Nonlinear vehicle structure						
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
1	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138	2.138
2	5.308	1.989	7.613	3.272	2.517	7.248	3.998	3.361	2.196	8.107	2.737	2.344	6.881	3.821
3	6.025	2.205	7.815	3.680	2.986	7.616	4.510	4.724	3.234	9.121	3.085	2.785	7.507	5.127
4	7.953	3.173	8.924	4.473	3.771	8.453	6.044	5.864	3.998	10.059	3.268	2.999	7.898	6.117
5	7.809	3.098	8.836	4.415	3.715	8.392	5.928	6.766	4.496	10.702	3.533	3.253	8.236	6.845
6	7.799	3.092	8.826	4.412	3.712	8.389	5.920	6.716	4.468	10.666	3.519	3.240	8.218	6.806
7	7.795	3.090	8.821	4.411	3.711	8.387	5.917	6.715	4.468	10.664	3.519	3.240	8.218	6.805
8	7.792	3.088	8.819	4.410	3.710	8.386	5.915							

Table 5 Comparison of GRP and SUMT result for total volume(unit : cm^3)

Boundary condition	Linear vehicle structure		Nonlinear vehicle structure	
	front crush	rear crush	front crush	rear crush
	volume	volume	volume	volume
SUMT	9393.712	7142.558	10450.149	7383.368
GRP	9882.330	7231.110	11131.000	7756.24
Deviation(%)	4.944	1.224	6.117	4.807