

보강복합재료원통셸의 최적설계

원종진*, 이종선**, 홍석주***

Optimal Design of Stiffened Laminate Composite Cylindrical Shells

Chong-Jin Won*, Jong-Sun Lee**, Suk-Ju Hong***

Abstract

The optimal design for stiffened laminate composite cylindrical shells under combined loads is studied by a nonlinear mathematical search algorithm. The optimal design is accomplished with the CONMIN.

Several types of buckling modes with maximum allowable stresses and strains are included as constraints in the optimal design process, such as general buckling, panel buckling with either stringers or rings smeared out, local skin buckling, local crippling of stiffener segments. Rectangular or T type stringers and rectangular rings are used for stiffened laminate composite cylindrical shells.

Keywords : Stiffened Laminated Composite Cylindrical Shells(보강복합재료원통셸), Optimal Design(최적설계), Stringer(길이방향 보강재), Ring(원주방향 보강재)

1. 서론

복합재료는 강도와 강성이 높고 낮은 비중 때문에 중량 감소가 설계조건이 되는 항공기, 잠수함, 자동차의 구성요소로 사용이 증가하고 있다. 최근 복합재료의 사용이 증대됨에 따라 복합적층구조물의 최적설계를 위한 프로그램의 개발이 본격화되고 있으며 비선형재료의 성질까지도 포함시키고 있다.

Simitses 등^{1,2)}은 조합하중이 작용하는 보강원통셸의 최적설계를 수행하였으며, Pappas 등^{3,4)}은 잠수함의 최적설계문제를 해석하였다. Anderson 등⁵⁾은 항공기의 최적설계시 구조용 프로그램인 VIPASA와 비선형 최적화기법인 CONMIN^{6,7)}이 조합된 PASCO를 개발하여 단축보강복합적층평판 및 원통형폐널의 최적설계에 적용하였다.

Agarwal 등⁸⁾은 축압축하중이 작용하는 복합적층원통셸의 최적화를 수행하였으며, Dickson 등^{9,10)}과 Qiu¹¹⁾는

* 국민대학교 기계·자동차공학부

** 대전대학교 기계설계공학과

*** 조선대학교 기계공학과

보강복합적층패널과 원통셸의 최적설계문제를 후좌굴영역까지 해석하였다.

본 논문에서는 단순지지된 복합재료원통셸의 최적설계문제를 CONMIN을 사용하여 해석하고 설계변수의 영향을 검토한다. 복합재료원통셸의 재료는 GFRP(E-glass/epoxy)를 사용하였으며, 적층구조는 skin의 경우 $[-\theta, +\theta, 90, 0, -\theta, +\theta]_s$, 보강재의 경우 $[-45, +45, 90, 0, -45, +45]_s$ 이다. 설계변수로는 원통셸의 단층두께 및 적층각도, 길이 및 원주방향 보강재의 두께, 폭 및 간격 등을 설정한다. 부동제한조건으로는 전체좌굴, 준전체좌굴, 판 및 보강재의 국부좌굴 그리고 응력과 변형률제한 등의 성질제한조건과 설계변수의 상, 하한을 나타내는 기하학적 제한 등을 설정한다.

2. 전좌굴 및 좌굴해석

Fig. 1과 2는 보강복합재료원통셸의 기하학적 형상과 작용면내하중 및 복합적층의 구조형상을 각각 나타내고 있다. 보강재는 길이방향 보강재(stringer)와 원주방향 보강재(ring)를 가지며, 원통셸의 내부 또는 외부에 부착하고 보강재의 단면형상은 직사각형(R형), T형의 경우를 해석한다.

2.1 전좌굴해석

전좌굴 수직변형률은 원통셸의 두께와 보강재단면에 균등하게 분포하고 전단변형률은 원통셸의 skin에만 작용한다는 가정하에 수행한다.

2.1.1 원주방향 변형률의 산정

면내하중 N_x, N_y, N_{xy} 가 작용할 경우 막변형률 $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ 는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 A_{ij} 는 복합재료원통셸의 인장강성이다.

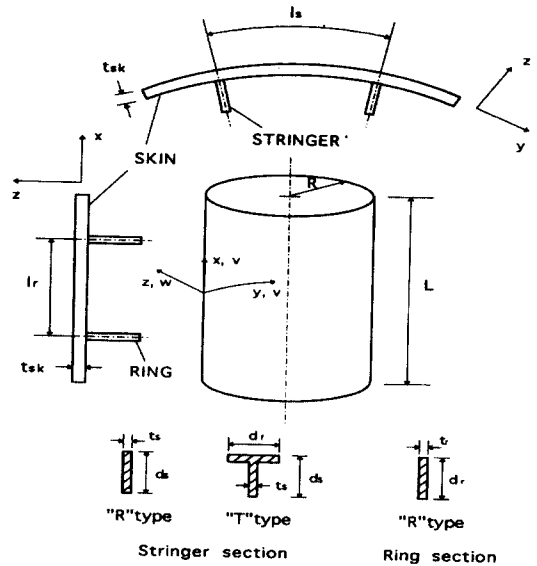


Fig. 1 Stiffened laminate composite cylindrical shell with R or T type stringers and R type ring

복합재료원통셸의 전좌굴 지배방정식은 축대칭 반경방향 변위 w^0 에 대하여 다음과 같다.

$$A w_{,xxx}^0 + B w_{,xx}^0 + D w^0 + E = 0 \quad (2)$$

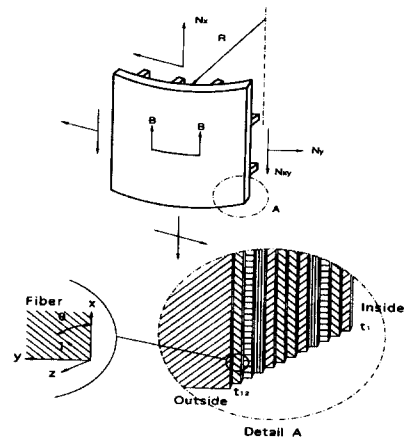


Fig. 2 Coordinates, in-plane loads and wall construction of stiffened laminate composite cylindrical shell

원주방향 보강재사이의 중앙과 보강재의 부착 위치에서의 원주방향 변형률은 각 위치에서의 반경방향 변위로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon^0_{y sk}(x=0) &= w^0(x=0)/R \\ \varepsilon^0_{y sk}(x=l_r/2) &= w^0(x=l_r/2)/R \end{aligned} \quad (3)$$

2.1.2 보강재 및 skin의 합응력 산정

식 (1)로부터 보강재의 i 번째 부분의 축방향 합응력과 원주방향 보강재사이의 국부좌굴을 무시할 경우 skin의 길이 및 원주방향 합응력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (N_{xs})_i &= (E_s)_i (\varepsilon^0_x)_i t_i \\ (N_{yr})_i &= (E_r)_i (\varepsilon^0_y)_i t_i \\ N_{xsk} &= N_x - \sum_{i=1}^{NSE} (N_{xs})_i / l_s \\ N_{ysk} &= N_y - \sum_{i=1}^{NRE} (N_{yr})_i / l_r \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 하첨자 i 는 보강재의 i 번째 부분을 나타내며, NSE와 NRE는 길이 및 원주방향 보강재의 부분수를 각각 나타낸다.

원주방향 보강재사이의 국부좌굴을 고려한 경우 중앙부의 원주방향 합응력은 다음과 같다.

$$N_{ysk} = A_{12} N_{xsk} / (A_{11} + E_s A_s / l_s) + \varepsilon^0_{y sk}(x=0) [A_{22} + E_r A_r / l_r - A_{12}^2 / (A_{11} + E_s A_s / l_s)] \quad (5)$$

2.1.3 상당응력의 산정

식 (1), (3)으로부터 k 번째 층의 전좌굴 응력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_1^k &= E_{11}^k \varepsilon_1^k + E_{12}^k \varepsilon_2^k \\ \sigma_2^k &= E_{12}^k \varepsilon_1^k + E_{22}^k \varepsilon_2^k \\ \tau_{12}^k &= G^k \gamma_{12}^k \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)으로부터 복합재료원통셀 k 번째 층의 상당응력은 다음과 같다¹²⁾.

$$\sigma_e^k = [(\sigma_1^k)^2 + (\sigma_2^k)^2 - \sigma_1^k \sigma_2^k + 3(\tau_{12}^k)^2]^{1/2} \quad (7)$$

2.2 좌굴해석

좌굴모드에서의 전단 및 불균형적층의 경우를 고려하여 x, y, z 축방향 변위는 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} u &= A [n_2^2 m_1 \sin(n_1 y - m_1 x) + n_1^2 m_2 \sin(n_2 y + m_2 x)] \\ v &= B [n_2 \sin(n_1 y - m_1 x) - n_1 \sin(n_2 y + m_2 x)] \\ w &= C [\cos(n_1 y - m_1 x) - \cos(n_2 y + m_2 x)] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 m_1, m_2, n_1, n_2 는 좌굴절선의 경사 c, d 와 길이 및 원주방향의 좌굴반과장수 \bar{m}, \bar{n} 로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_1 &= m + nd, \quad m_2 = m - nd \\ n_1 &= \frac{n}{c} + mc, \quad n_2 = \frac{n}{c} - mc \\ m &= \bar{m} \pi / x_{\max}, \quad n = \bar{n} \pi / y_{\max} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (8)과 Donnell의 이론¹³⁾으로부터 좌굴변형 과정에서의 전포텐셜에너지를 구하고 최소포텐셜에너지원리를 적용하면 좌굴하중계수는 다음과 같다.

$$\lambda_j = \frac{a_{11} + \frac{2a_{12} a_{13} a_{21} - a_{11} a_{21}^2 - a_{22} a_{13}^2}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}}{N_y (m_1^2 + m_2^2) - N_y (n_1^2 + n_2^2) - 2N_{xy} (m_1 n_2 - m_2 n_1)} \quad (10)$$

2.2.1 전체좌굴, skin의 국부좌굴 및 준전체좌굴하중 계수 산정

전체좌굴, 원통셀 skin의 국부좌굴 및 전체좌굴하중계수를 Table 1과 같이 전포텐셜에너지의 적분영역과 면내 하중을 식 (10)에 적용함으로써 산정할 수 있다.

Table 1 Intergration limits and in-plane loads on the eigenvalue λ_j

Buckling mode	(x_{\max}, y_{\max})	(N_x, N_y, N_{xy})	λ_j
general	$(L, \pi R)$	$(\bar{N}_x, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy})$	λ_1
	(l_r, l_s)	$(\bar{N}_{xsk}, \bar{N}_{ysk}, \bar{N}_{xy})$	λ_2
between rings (smeared stringers)	$(l_r, \pi R)$	$(\bar{N}_x, \bar{N}_{ysk}, \bar{N}_{xy})$	λ_3
between stringers (smeared rings)	(L, l_s)	$(\bar{N}_{xsk}, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy})$	λ_4

2.2.2 보강재의 국부좌굴하중계수 산정

보강재는 웨브같은 내부분, 블레이드와 플랜지같은 단부분 등을 가질 수 있으며 원주방향 보강재의 곡률은 무시한다. 보강재의 각 부분들은 일체 또는 직교이방성재료로 취급하며 복합적층인 경우의 A_{i6} , D_{i6} ($i=6$), 그리고 B_{i6} 는 0이 된다.

보강재의 i 번째 내부분의 좌굴하중계수는 식 (3),(10)에서 c , d , N_{yi} , N_{xyi} 및 이방성의 강성계수 $(C_{ij})_i$ 를 0, R 를 ∞ , 그리고 보강재 내부분의 폭 d_i 에 대한 좌굴반파장수 $(\bar{n})_i$ 를 1로 놓고, Table 2와 같이 적분영역과 면내하중을 적용하면 다음과 같다.

$$(\lambda_j)_i = 2(\pi/d_i)^2 \{ [(C_{44})_i (C_{55})_i]^{1/2} + (C_{45})_i + 2(C_{66})_i \} / (-N_{xj}) \quad (11)$$

보강재 단부분의 단면형상은 i 번째 단부분의 좌굴하중계수를 산정하면 다음과 같다.

$$(\lambda_j)_i = [(C_{44})_i (m_k)^2 d_i^2 + 12(C_{66})_i] / [-(\bar{N}_x)_i d_i^2] \quad (12)$$

여기서 m_k 는 단부분이 부착된 k 번째 부분의 파장계수를 나타내고 단부분이 내부 성분에 부착된 경우는 다음과 같다.

$$m_k = (\pi/d_k) [(C_{44})_k / (C_{55})_k]^{1/4} \quad (13)$$

Table 2 Intergration limits and in-plane loads on the eigenvalue $(\lambda_j)_i$ for local buckling of stiffeners

Buckling mode	(x_{max}, y_{max})	$(N_{xj}, N_{yj}, N_{xyj})$	$(\lambda_j)_i$
internal part of stringer	(l_r, d)	$((\bar{N}_{xs})_i, 0, 0)$	$(\lambda_5)_i$
internal part of ring	(l_s, d)	$((\bar{N}_{yr})_i, 0, 0)$	$(\lambda_6)_i$

3. 최적설계의 수식화

보강복합재료원통셀의 최적설계는 다음과 같이 수식화할 수 있다.

Minimize $F(X)$
 Subject to $G_j(X) \leq 0, j = 1, NIC$
 $X_j - X_j^u \leq 0, j = NBC + 1, NIC - 1, 2 \quad (14)$
 $X_j^l - X_j \leq 0, j = NBC + 2, NIC, 2$
 (NIC = NBC + 2NDV)

여기서 X 는 설계변수벡터, $F(X)$ 와 $G_j(X)$ 는 목적함수와 부등제한조건을 각각 나타내고, X_j , X_j^u 및 X_j^l 는 설계변수와 그들의 상, 하한값을 나타내며, NDV, NBC 및 NIC는 설계변수, 성질제한조건 그리고 전체 부등제한조건의 수를 각각 나타낸다.

Fig. 3은 최적설계 프로그램의 흐름도를 나타낸다.

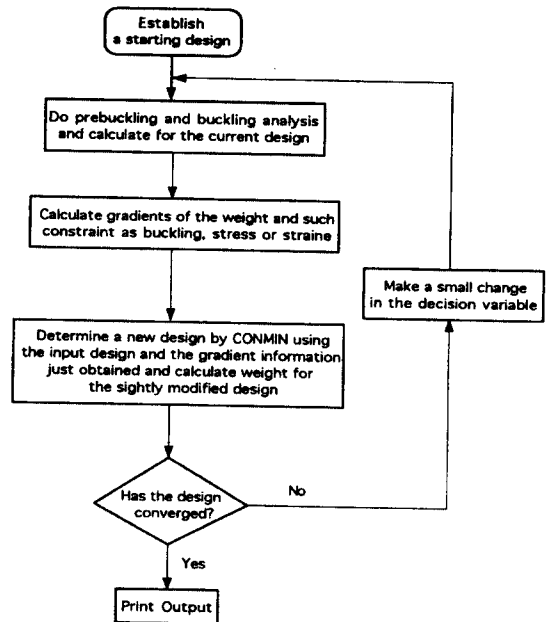


Fig. 3 Flow chart for the optimal design

4. 설계에 및 고찰

보강복합재료원통셀에 축압축하중, 축압축하중과 비틀림이 작용하는 경우의 최적설계 문제를 해 석하고, 최적 보강재의 단면 및 설계변수들의 영향을 검토하였다.

본 논문에서 사용한 복합재료원통셀의 재료특성은 Table 3과 같으며 설계예는 Table 4와 같다.

Table 3 Material properties of GFRP

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	γ (kN/m ³)
38.60	8.27	4.14	0.26	18.24
ϵ_{1tm}	ϵ_{1cm}	ϵ_{2tm}	ϵ_{2cm}	γ_{12m}
0.02751	-0.01580	0.00375	-0.01427	0.01739

Table 4 Design case and initial value of design variables

Design case	Loading	Initial value of design variables*
I	Axial compression ($\bar{N}_x = 427.819$ kN/m)	$R=2.159, L=2.54,$ $\theta=45^\circ$
II	Axial compression ($\bar{N}_x = 427.819$ kN/m)	$t_1 = 2.1167, d_f = 127$ $t_s = 1.5834, t_r = 2.1167$
	Torsion ($\bar{N}_y = 73.29$ kN/m)	$l_s = 676.66, l_r = 254$ $d_s = 127, d_r = 254$

* R, L의 단위는 m, 나머지 단위는 mm

설계예에 대하여 R형 원주방향 보강재만 보강된 경우(RR), R형 길이방향 보강재만 보강된 경우(RS), T형 길이방향 보강재만 보강된 경우(TS), R형 원주방향 보강재와 R형 길이방향 보강재로 보강된 경우(RR-RS), R형 원주방향 보강재와 T형 길이방향 보강재로 보강된 경우(RR-TS) 등 보강형태에 따른 최적설계를 수행하고, 최적 보강재의 단면 및 설계변수의 영향을 검토하였다.

4.1 설계예 I

축압축하중이 작용하는 경우의 결과를 Fig. 4~8에 나타내었다. 5가지 보강형태 중 RR-TS가 최소중량을 보이고 있다. 이는 RR-TS의 길이방향 보강재수의 증가로 인한 원통셀의 단층두께 감소로 원통셀 중량이 감소하기 때

문이다.

최적 보강재의 단면은 TS가 RS보다 20.43% 정도 중량감소를 보이고 RR-TS는 RR-RS보다 13.52% 정도 중량감소를 보이는데, 이는 원통셀의 단층두께 감소로 원통셀 중량이 감소하기 때문이다.

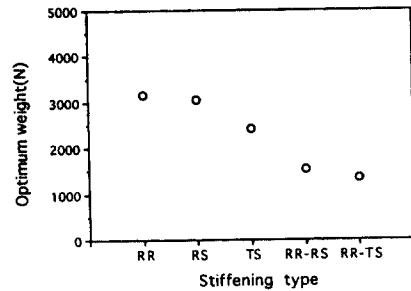


Fig. 4 Optimum weight for stiffening types

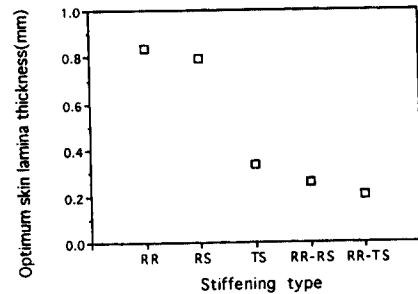


Fig. 5 Optimum skin lamina thickness for stiffening types

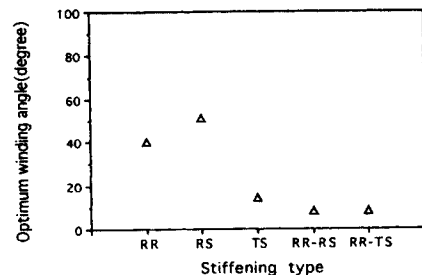


Fig. 6 Optimum winding angle for stiffening types

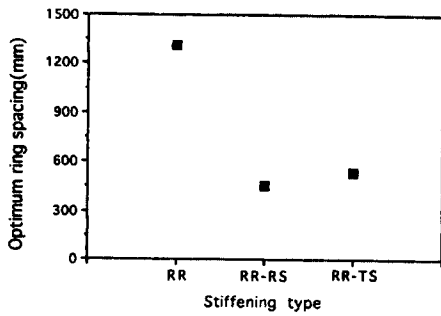


Fig. 7 Optimum ring spacing for stiffening types

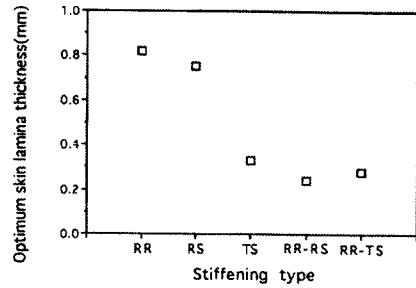


Fig. 10 Optimum skin lamina thickness for stiffening types

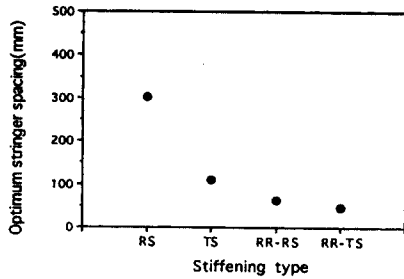


Fig. 8 Optimum stringer spacing for stiffening types

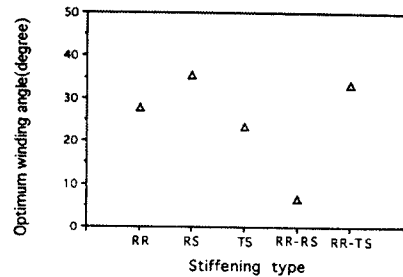


Fig. 11 Optimum winding angle for stiffening types

4.2 설계예 II

축압축하중과 비틀림이 동시에 작용하는 경우의 결과를 Fig. 9~13에 나타내었다. 5가지 보강형태 중 RR-TS와 RR-RS가 최소중량을 보이고 있다. 이는 두 보강형태가 다른 보강형태보다 원통셀의 단층두께 감소로 원통셀 중량이 감소하기 때문이다.

최적 보강재의 단면은 TS가 RS보다 23.8% 정도 중량 감소를 보이고 이는 TS가 RS보다 길이방향 보강재수의 증가로 인한 원통셀의 단층두께 감소로 원통셀 중량이 감소하기 때문이다. RR-TS와 RR-RS는 비슷한 중량을 보이는데 이는 설계변수의 감소폭이 거의 비슷하기 때문이다.

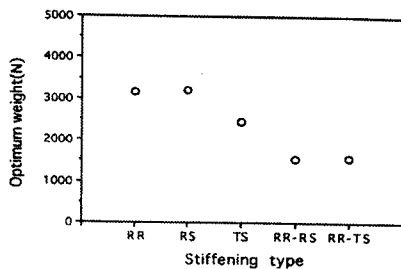


Fig. 9 Optimum weight for stiffening types

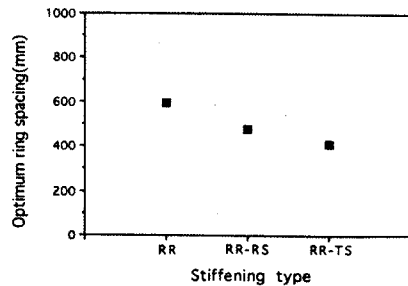


Fig. 12 Optimum ring spacing for stiffening types

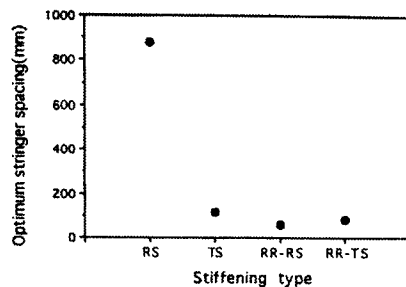


Fig. 13 Optimum stringer spacing for stiffening types

5. 결론

본 논문에서는 보강복합재료원통셀에 대하여 최적설계를 수행하고 이에 따른 최적단면형상을 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 축압축하중이 작용하는 경우는 R형 원주방향 보강재와 T형 길이방향 보강재로 보강된 경우(RR-TS)가 최소중량을 보이고 있다.
2. 축압축하중과 비틀림이 작용하는 경우는 R형 원주방향 보강재와 R형 길이방향 보강재로 보강된 경우(RR-RS)와 R형 원주방향 보강재와 T형 길이방향 보강재로 보강된 경우(RR-TS)가 비슷한 최소중량을 보이고 있다.
3. 보강재의 단면형상이 T형인 경우가 R형인 경우보다 인장 및 굽힘강성이 크기 때문에 중량감소의 효과가 크다.
4. 보강복합재료원통셀의 중량감소에 영향을 미치는 설계 변수는 원통셀의 단층두께와 보강재 간격이다.

후 기

이 논문은 1997년도 조선대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

1. Simiteses, G.J. and Ungbhakorn, V., 1975, "Minimum Weight Design of Stiffened Cylinders under Axial Compression," AIAA Journal, Vol. 13, pp. 750~755.
2. Simiteses, G.J. and Ungbhakorn, V., 1975, "Minimum Weight Design of Stiffened Cylinders under Axial Compression with and without Lateral Pressure," Computer & Structure, Vol. 8, pp. 19~30.
3. Pappas, M. and Amba-Rao, C.L., 1971, "A Direct Search Algorithm for Automated Optimum Structural Design," AIAA Journal, Vol. 9, pp. 387~393.
4. Pappas, M. and Allentuch, A., 1975, "Pressure Hull Optimization Using General Instability Equation Admitting More Than One Longitudinal Buckling Half-Wave," Journal of Research, Vol. 19, pp. 18~22.
5. Anderson, M.S. and Stroud, W.J., 1979, "General Panel Sizing Computer Code and Its Application to Composite Structural Panels," AIAA Journal, Vol. 17, pp. 892~897.
6. Zoutendijk, G., 1960, Method of Feasible Direction, Elsevier Publishing Co., Amsterdam.
7. Vanderplaats, G.N., 1973, "CONMIN-A FORTRAN Program for Constrained Function Minimization," NASA TM X-62-282, version updated in March 1975, Ames Research Center, Moffett Field, CA.
8. Agarwal, B.L., and Sobel, L.H., 1977, "Weight Comparisons of Optimized Stiffened, Unstiffened, and Sandwich Cylindrical Shells," J. Aircraft, Vol. 14, No. 10, pp. 1000~1008.
9. Dickson, J.N., Biggers, S.B. and Wang, T.S., 1980, "A Preliminary Design Procedure for Composite Panels with Open-section Stiffeners Loaded in the Postbuckling Range," In Advance in Composite Material, Vol. 1, pp. 812~825.
10. Bushnell, D., 1986, "PANDA-Interactive Program for Minimum Weight Design of Composite and Elastic-plastic Stiffened Cylindrical Panels and Shells," Structural Analysis Systems, Vol. 1, Pergamon Press, pp. 171~201.
11. Qiu, R., 1985, "Weight Optimization of Stiffened Cylinders under Axial Compression," Computure & Structure, Vol. 21, No. 5, pp. 945~952.
12. Jones, R.M., 1975, Mechanics of Composite Material, McGraw-Hill, New York.
13. Donnell, L.H., 1934, "A New Theory for the Buckling of a Thin Cylinder under Axial Compression and Bending," Trans. ASME, Vol. 56, No. 11, pp. 795~806.