

## 등가렌즈를 이용한 2매 접합렌즈계의 설계

전영세 · 김형수 · 이종웅

청주대학교 광학공학과

박성찬

단국대학교 물리학과

(1998년 8월 27일 받음, 1998년 9월 26일 수정본 받음)

등가렌즈 변환법을 2매 접합렌즈계의 설계에 적용하여 achromatic doublet과 aplanatic doublet을 설계하였다. 먼저 얇은 렌즈계에서 3차수차를 보정하고, 이를 등가렌즈 변환법을 사용하여 두꺼운 렌즈계로 변환하였다. Crown 유리 BaK-2와 flint 유리 SF-2를 사용하여 Fraunhofer type과 Steinheil type의 접합렌즈계를 설계하였고, 얇은 2매 접합렌즈계에서는 두 가지 설계형태 모두에서 2개의 achromatic solution과 하나의 aplanatic solution이 존재하였다.

### I. 서 론

광학계의 설계에서 렌즈의 매수가 적은 경우에는 3차수차를 해석적인 방법으로 보정하여 초기설계를 한 후, 최적화기법을 사용하여 광선수차, 또는 파면수차를 보정하는 방법이 주로 사용되고 있다. 그러나 렌즈의 매수가 많아지면 3차수차식이 복잡하게 되어 해석적인 수차보정이 어려워지게 되므로 근사적으로 3차수차를 보정하게 된다. 이러한 방법으로는 렌즈군을 module화 하고 각 module에서 발생하는 수차가 서로 상쇄되도록 설계하는 modular optical design,<sup>[1]</sup> 공기중의 얇은 렌즈계에 대한 3차수차의 근사식인 G-sum formula<sup>[2]</sup>를 사용하여 수차를 보정하고 이를 두꺼운 렌즈로 변환하는 방법<sup>[3-5]</sup> 등이 있다. 본 연구에서는 렌즈가 공기중에 있다는 조건이 없는 일반화된 등가렌즈 변환법<sup>[4,5]</sup>을 접합렌즈계의 설계에 적용하였다. 기존의 등가렌즈 변환법<sup>[3]</sup>은 렌즈가 공기중에 있다는 전제조건이 있기 때문에 접합렌즈계의 경우 접합면에 두께 0의 공기층을 가정하여 2매의 얇은 렌즈로 설계하게 되지만, 일반화된 등가렌즈 변환법은 이러한 제약이 없으므로 단지 3개의 굴절면만 있게된다.

설계에서 두꺼운 렌즈계의 3차수차식을 직접적으로 사용하여 해석적인 해를 구하는 것도 가능하지만<sup>[6]</sup> 이 경우에는 수식이 복잡하여 해석이 어렵다는 단점이 있다. 두꺼운 렌즈계를 얇은 렌즈계로 근사하면, 두꺼운 렌즈계에 비하여 3차수차식이 단순화되고 렌즈계가 얇은 렌즈 1매로 취급될 수 있기 때문에 특성파악과 수차해석이 매우 편리하다. 또한 3차수차는 광학수차의 근사식이므로 두꺼운 렌즈계의 3차수차 대신 등가의 얇은 렌즈계의 3차수식을 근사적으로 보정하더라도 실제의 유한광선수차의 차이는 크지 않은 것으로 생각된다.

본 연구에서는 얇은 렌즈계에서 3차수차를 보정하고 이를 두꺼운 렌즈계로 변환하여 근사적으로 3차수차가 보정된 해를 얻는 설계법을 2매 접합렌즈의 설계에 적용하여, achromatic doublet과 aplanatic doublet을 설계하였다. 이를 위

하여 얇은 2매 접합렌즈계의 3차수차식을 해석적으로 유도하였으며, 근축각의 변화에 따른 3차수차의 변화를 조사하였다. 접합렌즈계는 crown 유리와 flint 유리의 사용순서에 따라 Fraunhofer type과 Steinheil type으로 나뉘어지며, 본 연구에서는 동일한 조건에서 두 가지 형태로 설계하고 각 설계의 수차특성을 비교하였다.

### II. 등가렌즈 변환과 얇은 렌즈의 3차수차

#### 2.1. 렌즈계의 등가렌즈 변환

단렌즈를 두께 0인 등가렌즈로 변환하는 과정과 두꺼운 렌즈계를 두께 0인 등가렌즈계로 변환하는 과정은 이미 발표된 바가 있다.<sup>[4,5]</sup> Fig. 1에는 2매 접합렌즈계가 등가의 얇은 렌즈계로 변환된 형태를 보여주고 있다. Fig. 1(a)에서  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ 는 각 면의 곡률,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ 는 근축광선의 입사고,  $u_0$ 는 제1면으로 입사하는 marginal ray의 근축각,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ 는 각 면에서 굴절된 광선의 근축각이며  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ 는 각 면에서 상축(굴절후) 매질의 굴절율이다. Fig. 1(b)에서 첨자 \*는 등가렌즈계의 물리량을 나타내고 있으며  $c_1^*$ ,  $c_2^*$ ,  $c_3^*$ 는 등가렌즈계의 곡률,  $h^*$ 는 등가렌즈계에서 광선의 입사고이다.  $h^*$ 는 두꺼운 렌즈계에서 광선이 주요면에 입사하는 높이와 같다. 등가렌즈 변환에서는 등가렌즈가 두꺼운 렌즈의 주요면에 위치하게 되고 근축광선의 굴절불변량  $A_i$ 와 근축각  $u_i$ 가 유지되도록 변환된다. 등가렌즈계와 두꺼운 렌즈계에서  $i$ 번째 면의 굴절불변량  $A_i$ 와 근축각  $u_i$ 는

$$A_i = n_{i-1}(h_i c_i - u_{i-1}) \quad (1)$$
$$n_i u_i = n_{i-1} u_{i-1} + h_i c_i (n_i - n_{i-1})$$

로 주어지고, 등가렌즈계에서는

$$A_i = n_{i-1}(h^* c_i^* - u_{i-1}) \quad (2)$$
$$n_i u_i = n_{i-1} u_{i-1} + h^* c_i^* (n_i - n_{i-1})$$

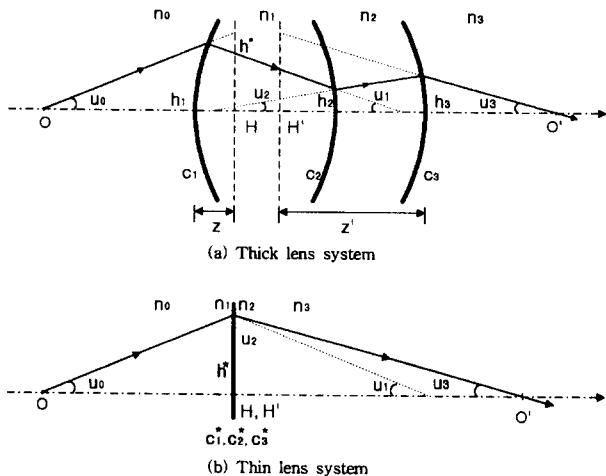


Fig. 1. Optical configuration of the thick lens system and the thin lens system.

이므로,  $A_i$ 와  $u_i$ 가 유지되는 조건은

$$c_i^* = \frac{h_i c_i}{h^*} \quad (3)$$

가 된다. 역변환의 경우 제1면으로 입사하는 높이  $h_i$ 은

$$h_i = h^* + z u_0 \quad (4)$$

가 되므로, 수치해법을 통하여 적절한 제1주요면의 거리  $z$  값을 결정하면<sup>[4]</sup> 얇은 렌즈계에서 두꺼운 렌즈계로의 변환이 가능하다. 제1면의 입사고  $h_i$ 이 결정되면, 나머지 면의 입사고는 근축광선추적에서 구할 수 있다.

$$h_{i+1} = h_i - d_i u_i \quad (5)$$

(5)식에서  $d_i$ 는 두꺼운 렌즈계로 변환할 때 부여되는 면간 거리이다.

## 2.2. 얇은 2매 접합렌즈계의 3차수차항

구면만으로 구성된 광학계에서 3차수차계수는 다음과 같이 정의된다.<sup>[8,9]</sup>

$$S_I = \sum A_i^2 h_i \Delta(u/n)_i, \text{ 구면수차} \quad (6)$$

$$S_H = \sum A_i B_i h_i \Delta(u/n)_i, \text{ 코마} \quad (7)$$

$$S_M = \sum B_i^2 h_i \Delta(u/n)_i, \text{ 비점수차} \quad (8)$$

$$S_V = H^2 \sum P_i, \text{ Petzval sum} \quad (9)$$

$$S_V = \sum \frac{B_i}{A_i} \{H^2 P_i + B_i^2 h_i \Delta(u/n)_i\}, \text{ 왜곡수차} \quad (10)$$

$$C_L = \sum A_i h_i \Delta(\delta n/n)_i, \text{ 종색수차} \quad (11)$$

$$C_T = \sum B_i h_i \Delta(\delta n/n)_i, \text{ 횡색수차} \quad (12)$$

(6)~(12)식에서  $A_i$ 는  $i$ 번째 면에서 marginal ray의 굴절불변량,  $B_i$ 는 주광선의 굴절불변량,  $P_i$ 는 Petzval sum이며,  $H$ 는 광학계의 Lagrange 불변량이다. 얇은 렌즈계에서는 두께가 모

두 0이므로 각 면에 입사하는 광선의 높이는 모두 같게 된다. 각 면의  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $H$ ,  $P_i$ ,  $\Delta(u/n)_i$ ,  $\Delta(\delta n/n)_i$ 를 광선의 입사고  $h$ , 근축각  $u_i$ , 굴절률  $n_i$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$A_i = n_{i-1}(c_i h - u_{i-1}) = \frac{n_{i-1}n_i(u_i - u_{i-1})}{(n_i - n_{i-1})} \quad (13)$$

$$B_i = \frac{H}{h}(1 + A_i E_i h) \quad (14)$$

$$P_i = -c_i \Delta(1/n)_i = \frac{(n_i u_i - n_{i-1} u_{i-1})}{n_{i-1} n_i h} \quad (15)$$

$$\Delta(u/n)_i = \frac{u_i}{n_i} - \frac{u_{i-1}}{n_{i-1}} \quad (16)$$

$$\Delta(\delta n/n)_i = \frac{\delta n_i}{n_i} - \frac{\delta n_{i-1}}{n_{i-1}} = \gamma_i - \gamma_{i-1} \quad (17)$$

(14)식에서  $E_i$ 는

$$E_i = \frac{\bar{h}}{Hh} \quad (18)$$

로 정의되었으며, 얇은 렌즈계에서는 면간의 거리가 0이므로 근축광선의 입사고  $h$ , 그리고 주광선의 입사고  $\bar{h}$ 는 모든 면에서 같게된다. 조리개가 등가렌즈계의 제 1면에 있다고 가정하면,  $\bar{h} = 0$ 이므로  $E_i = 0$ 이 된다. (17)식의  $\gamma$ 는

$$\gamma = \frac{n_d - 1}{n_d v_d} \quad (19)$$

로 정의하였으며,  $v_d$ 는 매질의 분산상수이다. 위 식들을 3차수차식에 대입하면 조리개가 얇은 렌즈의 정점에 있는 경우에 얇은 2매 접합렌즈계의 3차수차는 다음과 같이 주어진다.

$$S_I = h \left[ \left\{ \frac{n_0^2 n_1}{(n_1 - n_0)^2} - \frac{n_1 n_2^2}{(n_2 - n_1)^2} \right\} u_1^3 + \left\{ \frac{n_1 n_2 (n_1 + 2n_2)}{(n_2 - n_1)^2} u_2 - \frac{n_0 n_1 (2n_0 + n_1)}{(n_1 - n_2)^2} u_0 \right\} u_1^2 + \left\{ \frac{n_0 n_1 (n_0 + 2n_1)}{(n_1 - n_2)^2} u_0^2 - \frac{n_1 n_2 (2n_1 + n_2)}{(n_2 - n_1)^2} u_2^2 \right\} u_1 + \left\{ \frac{n_1^2 n_2}{(n_2 - n_1)^2} - \frac{n_2 n_3^2}{(n_3 - n_2)^2} \right\} u_2^3 + \frac{n_2 n_3 (n_2 + 2n_3)}{(n_3 - n_2)^2} u_3 u_2^2 - \frac{n_2 n_3 (2n_2 + n_3)}{(n_3 - n_2)^2} u_3^2 u_2 + \frac{n_2^2 n_3}{(n_3 - n_2)^2} u_3^3 u_2 - \frac{n_0 n_1^2}{(n_1 - n_0)^2} u_0^3 \right] \quad (20)$$

$$S_H = H \left[ \left\{ \frac{n_1 (n_2 - n_0)}{(n_1 - n_0)(n_2 - n_1)} \right\} u_1^2 - \left\{ \frac{(n_2 + n_1)}{(n_2 - n_1)} u_2 + \frac{(n_1 + n_0)}{(n_1 - n_0)} u_0 \right\} u_1 + \frac{n_2 (n_3 - n_1)}{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)} u_2^2 \right]$$

$$-\frac{(n_3+n_2)}{(n_3-n_2)}u_2u_3 + \frac{n_2}{(n_3-n_2)}u_3^2 + \frac{n_1}{(n_1-n_0)}u_0^2 \quad (21)$$

$$S_{III} = \frac{H^2}{h} \left\{ \frac{u_3}{n_3} - \frac{u_0}{n_0} \right\} \quad (22)$$

$$S_{IV} = \frac{H^2}{h} \left\{ \left( \frac{1}{n_0} - \frac{1}{n_2} \right) u_1 + \left( \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_3} \right) u_2 + \frac{1}{n_2} u_3 - \frac{1}{n_1} u_0 \right\} \quad (23)$$

$$S_V = \frac{H^3}{h^2} \left\{ \frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n_3^2} \right\} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} C_L = h & \left[ \left\{ \frac{n_0 n_1 (\gamma_1 - \gamma_0)}{(n_1 - n_0)} - \frac{n_1 n_2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{(n_2 - n_1)} \right\} u_1 \right. \\ & + \left\{ \frac{n_1 n_2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{(n_2 - n_1)} - \frac{n_2 n_3 (\gamma_3 - \gamma_2)}{(n_3 - n_2)} \right\} u_2 \\ & \left. + \frac{n_2 n_3 (\gamma_3 - \gamma_2)}{(n_3 - n_2)} u_3 - \frac{n_0 n_1 (\gamma_1 - \gamma_0)}{(n_1 - n_0)} u_0 \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$C_T = H(\gamma_3 - \gamma_0) \quad (26)$$

얇은 2매 접합렌즈계의 F-수, 초점거리, 횡배율이 주어지면 (20)~(26)식에서  $h$ ,  $u_0$ ,  $u_3$ 가 결정되며, 3차수차는  $(u_1, u_2)$ 의 함수로 주어지게 된다. (20)~(26)식에서 구면수차  $S_I$ 는  $(u_1, u_2)$ 의 3차식,  $S_{II}$ 는 2차식,  $S_{IV}$ ,  $C_L$ 은 1차식으로 주어지며,  $S_{III}$ 와  $S_V$ ,  $C_T$ 는 렌즈계의 재질과 형태에는 무관하고 상축 매질과 물체 축 매질의 특성에만 관련된다. 조리개가 렌즈면에 있는 공기 중의 얇은 렌즈계에서는  $S_V$ 와  $C_T$ 는 0이 되며,  $S_{III}$ 는 렌즈계와는 무관하게 일정한 값을 갖게된다.

### III. 얇은 2매 접합렌즈계의 3차수차 해석

#### 3.1. 설계 조건

본 연구에서는 F/8이고, 반시계각이 2°인 망원경용 대물렌즈를 설계하였다. 편의상 유효 초점거리  $f'$ 을 1로 규격화하였다. 2매 렌즈계는 형태에 따라 Fraunhofer type, Gauss type, Steinheil type으로 나뉘어지며,<sup>[10]</sup> Gauss type의 경우 렌즈계의 중간에 공기층이 있어 굴절면이 4개가 되므로 본 연구에서는 제외하였다. 설계조건에서 이 광학계의 입사고와 근축각은 다음과 같이 주어진다.

$$h_1 = 0.0625 (= h_2 = h_3 = h^*)$$

$$u_0 = 0 \text{ (무한물 채점)}$$

$$u_3 = 0.0625$$

Fraunhofer type의 경우에는 앞의 렌즈는 crown 계열의 유리가, 뒤의 렌즈는 flint 계열의 유리가 사용되며, Steinheil type은 flint 계열의 유리가 앞의 렌즈에, crown 계열의 유리가 뒤의 렌즈에 사용되고 있다. 본 연구에서 crown 유리로

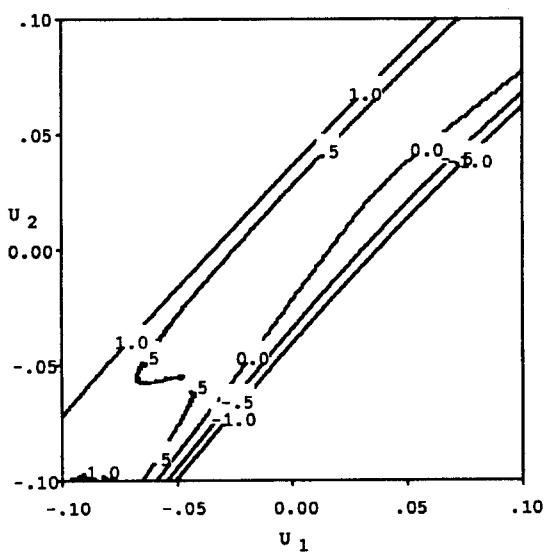
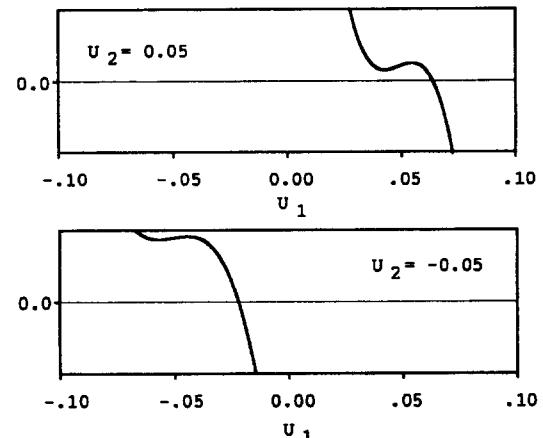
Table 1. Optical characteristic of the materials

name	refraction index	dispersion constant	maker	remarks
BaK-2	1.53996	59.7	Schott	Crown
SF-2	1.64768	33.8	Schott	Flint

는 Schott사의 BaK-2를 사용하였고, flint유리로는 Schott사의 SF-2를 사용하였으며, 재질의 특성은 Table 1에 정리하였다.

#### 3.2. 얇은 2매 접합렌즈계의 3차수차특성 분석

구면수차  $S_I$ 은 (20)식에서  $(u_1, u_2)$ 의 3차식으로 주어진다. Fig. 2(a)에는 Fraunhofer type의 설계에서  $(u_1, u_2)$ 의 변화에 따른 구면수차의 변화가 나타나 있고, Fig. 2(b)에는 주어진  $u_2$ 에 대하여  $u_1$ 의 변화에 따른 구면수차의 변화가 나타나 있다.

(a) Contour map of  $S_I$ 

(b) Variation of  $S_I$  for a fixed  $u_2$   
Fig. 2. Variation of the third order spherical aberration as a function of  $(u_1, u_2)$  for the case of Fraunhofer design ( $\times 1000$ ).

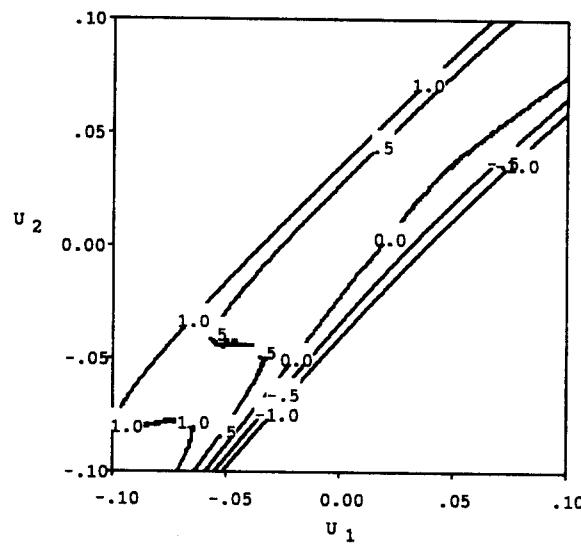
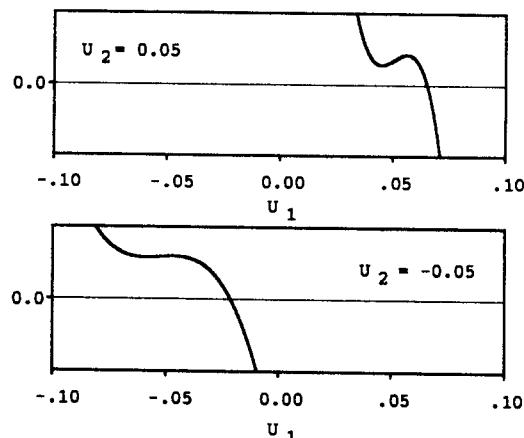
(a) Contour map of  $S_I$ (b) Variation of  $S_I$  for a fixed  $u_2$ 

Fig. 3. Variation of the third order spherical aberration as a function of  $(u_1, u_2)$  for the case of Steinheil design ( $\times 1000$ ).

Fig. 2(b)에서 구면수차가 보정되는 해는 주어진  $u_2$ 에 대하여 1개가 있으며, Fig. 2(a)에서 해는 실선으로 나타나고 있다.

Fig. 3(a)와 (b)에 Steinheil type 설계에 대한 구면수차의 변화가 나타나 있다. Steinheil type에서 구면수차의 변화는 Fraunhofer type의 경우와 유사하며, 주어진  $u_2$ 에 대하여 구면수차가 보정되는 해가 1개 존재한다.

코마  $S_{II}$ 는 (21)식에서  $(u_1, u_2)$ 의 2차식으로 주어지며, 주어진  $u_2$ 에 따라  $S_{II} = 0$  되는 해는 2개까지 가능하다. Fraunhofer type에서  $(u_1, u_2)$ 의 변화에 따른 코마의 변화가 Fig. 4(a)에 나타나 있으며, Fig. 4(b)에는 주어진  $u_2$ 에 대하여  $u_1$ 의 변화에 따른 코마의 변화가 나타나 있다. Fig. 5(a)와 (b)에는 Steinheil type의 설계에서  $(u_1, u_2)$ 의 변화에 따른 코마의 변화와 주어진  $u_2$ 에 대하여  $u_1$ 의 변화에 따른 코마의 변화가 나타나 있다. Fig. 5(a)와 (b)의 Steinheil type의 설계에서 코마 수차는 Fraunhofer type과 비교하여 반대방향의 부호를 가지

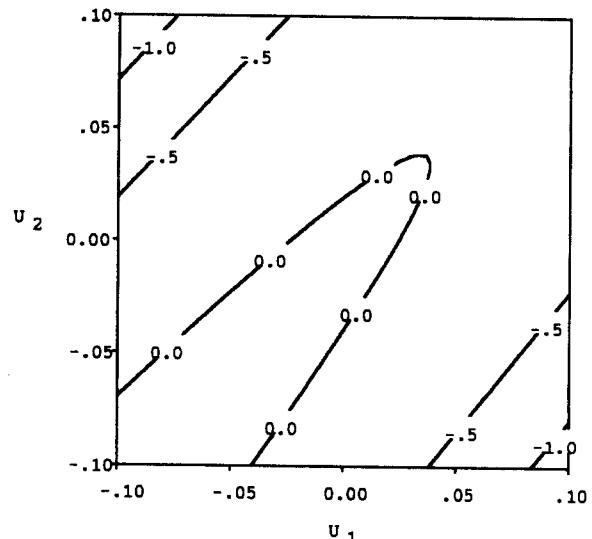
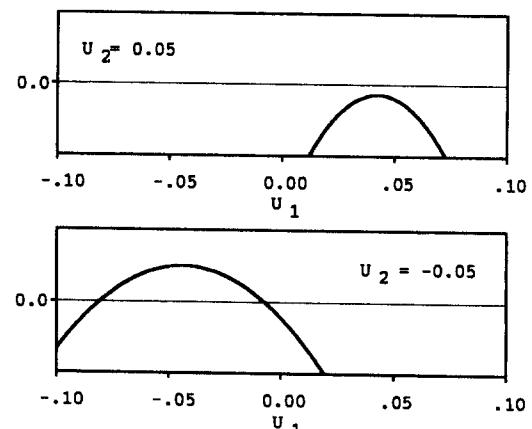
(a) Contour map of  $S_{II}$ (b) Variation of  $S_{II}$  for a fixed  $u_2$ 

Fig. 4. Variation of the third order coma as a function of  $(u_1, u_2)$  for the case of Fraunhofer design ( $\times 1000$ ).

는 경향이 있음을 볼 수 있다.

상축과 물체측의 굴절률이 같은 경우 얇은 렌즈계의 비점수차는 (22)식에서 렌즈계의 재질과 형상에 무관하게 일정한 값을 가지게 된다. 본 연구에서 주어진 설계조건과 재질을 사용하는 경우

$$S_{III} = 4.76e - 06$$

로 주어진다. Petzval sum이 보정되는 해는 (23)식에서  $(u_1, u_2)$ 에 대해 일차함수로 주어지며

$$u_2 = a_1 u_1 + a_2 \quad (27)$$

$$a_1 = -\frac{n_1 n_3 (n_2 - n_0)}{n_0 n_2 (n_3 - n_1)}$$

$$a_2 = \frac{n_3}{(n_3 - n_1)} u_0 - \frac{n_1 n_3}{n_2 (n_3 - n_1)} u_3$$

가 된다. Fraunhofer type의 경우에  $S_{IV}$ 가 보정되는 조건은

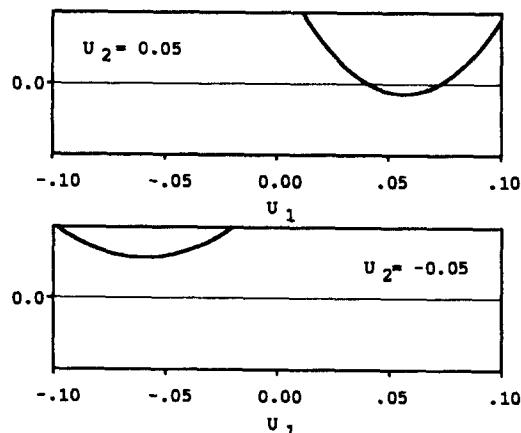
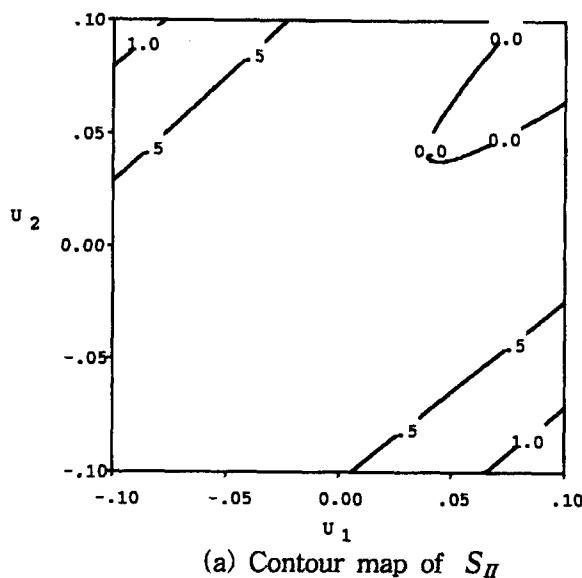


Fig. 5. Variation of the third order coma as a function of  $(u_1, u_2)$  for the case of Steinheil design ( $\times 1000$ ).

$$u_2 = 1.12107707 u_1 + 0.108181998 \quad (28)$$

로 주어지며, Steinheil type의 경우에  $S_{IV}$ 가 보정되는 조건은

$$u_2 = 0.89199934 u_1 + 0.103248321 \quad (29)$$

가 된다. 공기중의 얇은 2배 접합렌즈계에서 조리개가 렌즈의 정점에 있는 경우에 왜곡수차는 (24)식에서  $n_0 = n_3 = 1.00$ 으로 항상 0이 된다. 종색수차가 보정되는 해는 (25)식에서  $(u_1, u_2)$ 에 대해 일차함수이며, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_2 = (b_2 u_1 + b_3) / b_1 \quad (30)$$

$$b_1 = \frac{n_0 n_1 (\gamma_1 - \gamma_0)}{(n_1 - n_0)} - \frac{n_1 n_2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{(n_2 - n_1)}$$

$$b_2 = \frac{n_2 n_3 (\gamma_3 - \gamma_2)}{(n_3 - n_2)} - \frac{n_1 n_2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{(n_2 - n_1)}$$

$$b_3 = \frac{n_0 n_1 (\gamma_1 - \gamma_0)}{(n_1 - n_0)} u_0 - \frac{n_2 n_3 (\gamma_3 - \gamma_2)}{(n_3 - n_2)} u_3$$

본 설계의 예에서 Fraunhofer type의 경우에 종색수차의 보정조건은

$$u_2 = 0.89199934 u_1 - 0.013636945 \quad (31)$$

으로 주어지며, Steinheil type에서 종색수차의 보정조건은

$$u_2 = 1.12107707 u_1 - 0.007720749 \quad (32)$$

가 된다. 횡색수차의 경우 조리개가 정점에 있는 공기중의 얇은 렌즈계에서는 (26)식에서  $\gamma_0 = \gamma_3 = 0^\circ$ 으로 항상 0이 된다.

#### IV. 등가렌즈 변환을 이용한 접합렌즈계의 설계 및 분석

앞 절에서 Fraunhofer type과 Steinheil type의 2매 접합렌즈계에서  $(u_1, u_2)$ 의 변화에 따른 3차수차의 변화를 살펴보았다. 구면수차, 코마, Petzval sum 그리고 종색수차의 경우에는 수차가 보정되는 영역이 존재하였다. 반면에 공기중의 얇은 렌즈계에서 조리개가 렌즈면에 있기 때문에 비점수차는 상수로 주어지며, 왜곡수차와 횡색수차는 0이 되었다. Fig. 2~Fig. 5를 보면  $-0.1 \leq u_1 \leq 0.1$ ,  $-0.1 \leq u_2 \leq 0.1$ 인 범위에서 각 설계 구조에 대한 3차수차 특성이 분석되었고, 3차수차가 0인 곡선의 교점을 구하면 얇은 2매 접합렌즈계에서 2종의 수차가 보정된 해를 얻을 수 있다.

##### 4.1. Fraunhofer type의 설계의 예

Fig. 6(a)에는 Fraunhofer type의 설계구조에서 구면수차  $S_I$ , 코마  $S_{II}$ , Petzval sum  $S_{IV}$ , 종색수차  $C_L$ 이 각각 0이 되는 해가 나타나 있다. Fig. 6(a)에서  $S_{IV}$ 는 해가 보정되는 영역이 다른 수차들과 다름을 알 수 있고, 종색수차와 구면수차가 동시에 보정되는 해는 2개, 구면수차와 코마가 보정되는 해는 1개가 존재함을 알 수 있다. Fig. 6(b)에는 구면수차와 종색수차가 동시에 보정되는 해를 나타내었으며, Fig. 6(c)에는 구면수차와 코마가 동시에 보정되는 해를 나타내었다.

Table 2에는 Fig. 6(b), (c)에서 2종의 3차수차가 동시에 보정된 A, B, C의 얇은 렌즈계를 첫 번째 렌즈의 축상 두께를

Table 2. Design data of the Fraunhofer type doublets (efl=1.0, F/8, half field angle=2.0°)

##### (a) Achromatic doublet A (solution A)

c	d	n
1.01242283	0.010	1.53996
-3.26804884	0.005	1.64768
-1.24670066		

##### (b) Achromatic doublet B (solution B)

c	d	n
2.07492324	0.010	1.53996
-2.21002597	0.005	1.64768
-0.18083429		

##### (c) Aplanatic doublet C (solution C)

c	d	n
1.61316020	0.010	1.53996
-2.40440892	0.005	1.64768
-0.60125932		

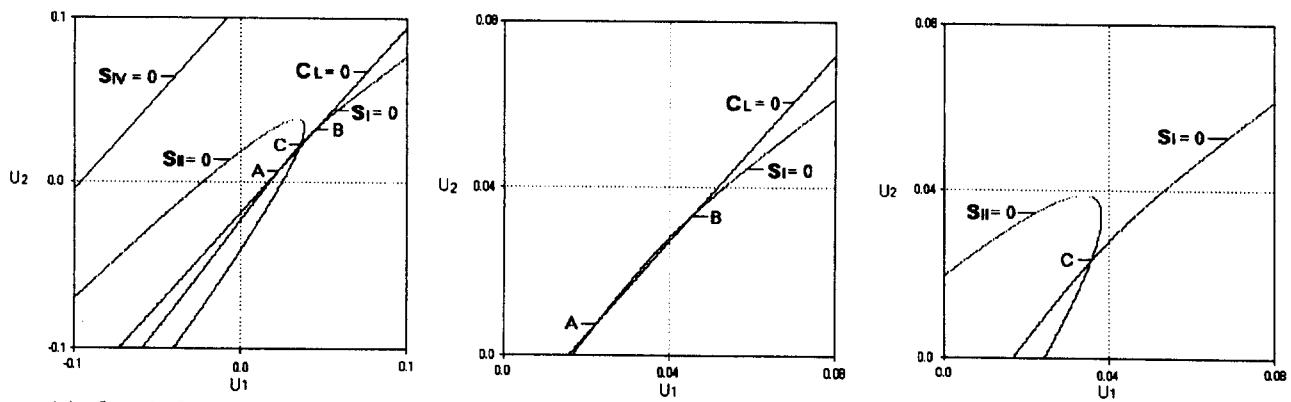


Fig. 6. The Fraunhofer type solutions corrected for the third order aberrations.

Table 3. The third order aberrations of the Fraunhofer type doublets (efl=1.0, F/8, half field angle=2.0°)

	$S_I$	$S_{II}$	$S_{III}$	$S_{IV}$	$S_V$	$C_L$	$C_T$
Achromat A	-2.94855e-08	8.12514e-06	4.64522e-06	3.36451e-06	-5.88179e-08	2.19246e-08	-8.87748e-08
Achromat B	1.87425e-07	-7.12128e-06	4.75873e-06	3.35730e-06	-1.25689e-08	2.02642e-07	8.17612e-08
Aplanat C	2.64339e-08	1.77509e-09	4.71481e-06	3.33397e-06	-3.20361e-08	7.20530e-06	-1.49363e-08

0.01로, 두 번째 렌즈의 축상 두께를 0.005로 부여하여 두꺼운 렌즈계로 변환한 제원이 나타나 있다. 원래의 얇은 렌즈계 설계에서는 achromatic doublet A, B의 구면수차와 종색수차, 그리고 aplanatic doublet C의 구면수차와 코마는 모두 0이지만, 두꺼운 렌즈계로 변환되면서 약간의 수차가 발생하였다. 그러나 수차량이 작기 때문에 두꺼운 렌즈계로 변환하여도 3차수차가 잘 보정되어 있는 것을 볼 수 있다. Table 3(b)에서

achromatic doublet A, B의 경우의 두꺼운 렌즈계의 구면수차와 종색수차, 그리고 Table 3(c)에서 aplanatic doublet C의 경우의 두꺼운 렌즈계의 구면수차와 코마가 잘 보정되어 있음을 볼 수 있다.

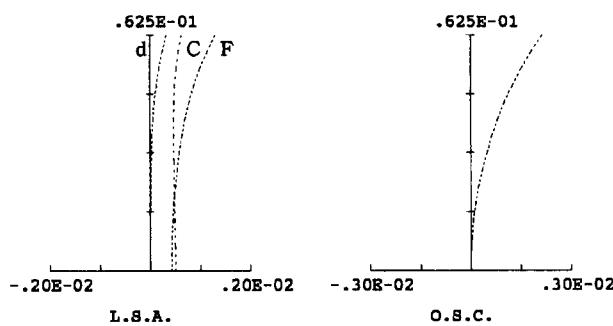
Fig. 7에는 Fraunhofer type의 설계에서 achromatic doublet A, B와 aplanatic doublet C의 유한광선수차가 나타나 있다. Fig. 7(a)에서 유한광선의 입사고가 낮은 영역에서 d-선의 종구면수차(LSA)가 잘 보정되어 있고 C-선과 F-선의 구면수차곡선이 서로 근접해 있어 종색수차가 잘 보정되어 있음을 볼 수 있으며, 얇은 2매 접합렌즈에서 수차를 보정하고 이를 두꺼운 렌즈계로 변환하여도 두꺼운 렌즈계에서 3차수차가 잘 보정된 해를 얻을 수 있음을 알 수 있다. Fig. 7(a), (b)의 A와 B의 해에서 3차 구면수차와 종색수차특성은 A와 B가 서로 유사하지만 B의 경우가 OSC(offense against sine condition)가 적어 더 좋은 해로 보인다. Fig. 7(c)은 aplanatic doublet C의 유한광선수차이며, 종색수차는 잘 보정되어 있지 않지만 d-선의 구면수차와 OSC는 잘 보정되어 있음을 볼 수 있다.

Table 4. Design data of the Steinheil type doublets (efl=1.0, F/8, half field angle=20°)

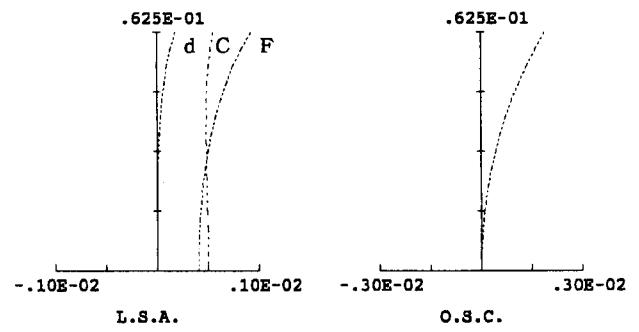
(a) Achromatic doublet D (solution D)		
c	d	n
1.75236514	0.005	1.64768
3.78029876	0.010	1.53996
-0.50572803		
(b) Achromatic doublet E (solution E)		
c	d	n
2.49823615	0.005	1.64768
4.53541925	0.010	1.53996
0.24731148		
(c) Aplanatic doublet F (solution F)		
c	d	n
2.22677257	0.005	1.64768
4.16034595	0.010	1.53996
-0.00740499		

Table 5. The third order aberrations of the Steinheil type doublets (efl=1.0, F/8, half field angle=2.0°)

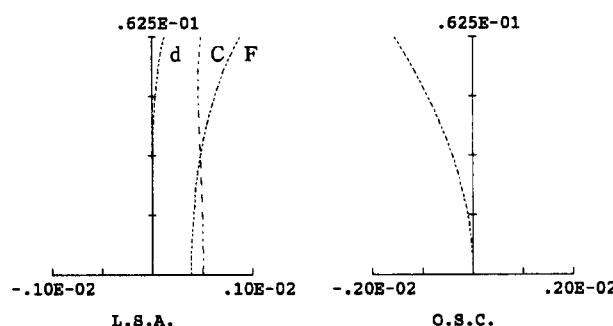
	$S_I$	$S_{II}$	$S_{III}$	$S_{IV}$	$S_V$	$C_L$	$C_T$
Achromat D	-4.53505e-08	7.34894e-06	4.67793e-06	3.36146e-06	-2.68640e-08	1.11063e-07	9.82900e-09
Achromat E	2.45213e-07	-3.35864e-06	4.73518e-06	3.34762e-06	6.09236e-09	4.29819e-07	1.29427e-07
Aplanat F	1.17829e-07	3.55236e-08	4.72054e-06	3.34060e-06	-5.39180e-09	3.51179e-06	8.20724e-08



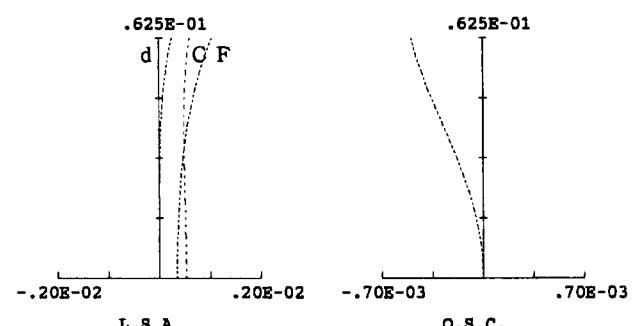
(a) Achromatic doublet A (solution A)



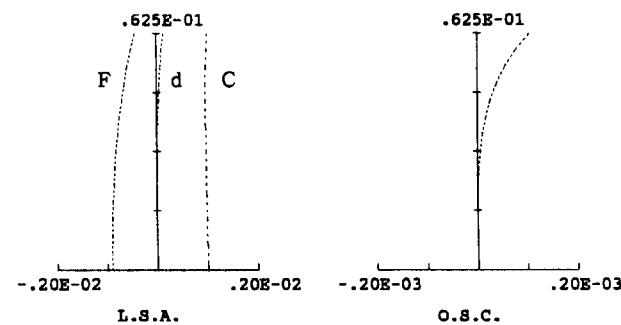
(a) Achromatic doublet D (solution D)



(b) Achromatic doublet B (solution B)

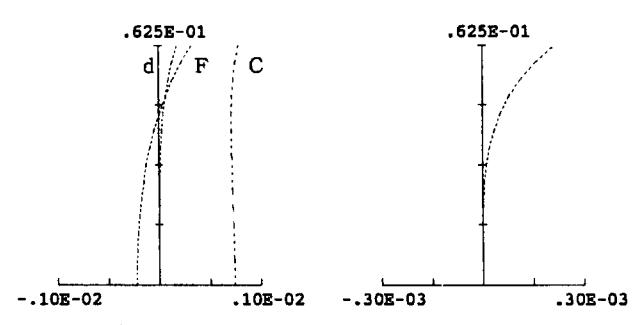


(b) Achromatic doublet E (solution E)



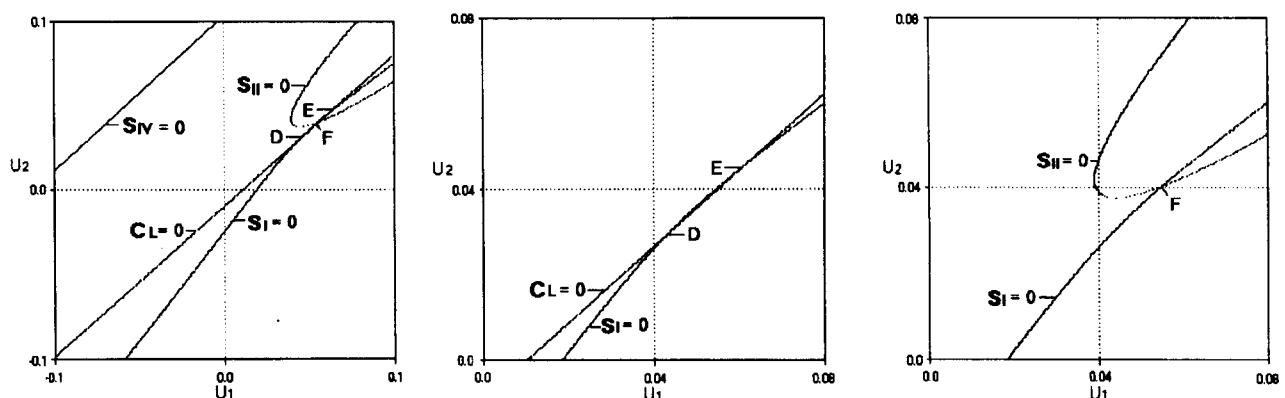
(c) Aplanatic doublet C (solution C)

Fig. 7. Finite ray aberrations of the Fraunhofer type doublets.



(c) Aplanatic doublet F (solution F)

Fig. 9. Finite ray aberrations of the Steinheil type doublets.



(a)  $S_I = 0, S_{II} = 0, S_{IV} = 0, C_L = 0$  (b) Achromatic solutions ( $S_I = C_L = 0$ ) (c) Aplanatic solution ( $S_I = S_{II} = 0$ )

Fig. 8. The Steinheil type solutions corrected for third order aberrations.

정되는 해는 2개, 구면수차와 코마가 보정되는 해는 1개가 존재함을 알 수 있다. Fig. 8(b)에는 구면수차와 종색수차가 동시에 보정되는 해를 나타내었으며, Fig. 8(c)에는 구면수차와 코마가 동시에 보정되는 해를 나타내었다.

Table 4에는 Fig. 8(b),(c)에서 2종의 3차수차가 동시에 보정된 D, E, F의 얇은 렌즈계에 대해 첫 번째 렌즈의 축상 두께를 0.005로, 두 번째 렌즈의 축상 두께를 0.01로 부여하여 두꺼운 렌즈계로 변환한 제원이 나타나 있다. 원래의 얇은 렌즈계 설계에서는 achromatic doublet D, E의 구면수차와 종색수차, 그리고 aplanatic doublet F의 구면수차와 코마가 모두 0이지만, 두꺼운 렌즈계로 변환되면서 약간의 수차가 발생하며 그 값이 Table 5에 나타나 있다.

Fig. 9에는 Steinheil type의 설계에서 achromatic doublet D, E와 aplanatic doublet F의 유한광선수차가 나타나 있다. Fig. 9(a)에서 유한광선의 입사각과 낮은 영역에서는 d-선의 종구면수차(LSA)가 잘 보정되어 있고 C-선과 F-선의 수차곡선이 서로 근접해 있어 종색수차가 잘 보정되어 있음을 볼 수 있다. Fig. 9(c)는 aplanatic doublet F의 유한광선수차이며, 종색수차는 잘 보정되어 있지 않지만 d-선의 구면수차와 OSC는 잘 보정되어 있음을 볼 수 있다.

본 연구에서 설계한 Fraunhofer type과 Steinheil type에서 achromatic doublet 2개와 aplanatic doublet의 수차특성을 살펴보면 Fraunhofer type이 더 작은 수차값을 가지고 있음을 알 수 있다. Fig. 6(a)에서 Fraunhofer type의 해 A, B, C의 위치가 Fig. 8(a)에서 나타나 있는 Steinheil type의 해 D, E, F보다 근축각( $u_1, u_2$ )의 절대값이 작은 영역에 분포해 있음을 볼 수 있다. 근축각이 0에 가까운 것은 면의 굴절능이 작다는 것을 나타내고 있으며, 면의 굴절능이 작은 Fraunhofer type의 설계가 Steinheil type의 설계보다 더 좋은 수차특성을 가지는 것으로 이해된다.

## VI. 결 론

본 연구에서는 먼저 렌즈계 전체를 얇은 렌즈계로 가정하고 3차수차를 보정한 후, 이를 등가렌즈 변환을 통해 두꺼운 렌즈계로 변환하여 3차수차가 근사적으로 보정된 광학계를 설계하는 방법을 연구하였다. 본 연구에서 설계의 예로서 F/8, f'=1인 2매 접합렌즈계를 설계하였으며, 얇은 2매 접합렌즈계의 3차수차식을 해석적으로 유도하고, 굴절후 근축각의 변화에 따른 수차의 변화를 분석하여, achromatic doublet과 aplanatic doublet을 설계하였다.

공기중의 얇은 2매 렌즈계에서 굴절후의 근축각( $u_1, u_2$ )에 대하여 구면수차는 3차함수, 코마는 2차함수로 주어지며,

Petzval sum, 종색수차는 1차함수로 주어진다. 그리고 비점수차는 렌즈계의 재질과 형상에 무관하게 상수로 주어지며, 왜곡수차, 횡색수차는 렌즈계의 두께가 0이고 상축과 물체축이 모두 공기중에 있기 때문에 항상 0이 된다. 본 연구에서는 Fraunhofer type과 Steinheil type의 접합렌즈계에서 각 면에서의 굴절후의 근축각( $u_1, u_2$ )를 변화시키면서 3차수차가 보정되는 해를 조사하였다. 물체가 무한대에 있고 접합렌즈계의 재질을 BaK-2, SF-2로 사용하는 경우에 Fraunhofer type과 Steinheil type의 두 경우 모두에서 구면수차와 종색수차가 동시에 보정되는 해는 2개가 존재하였고, 구면수차와 코마가 동시에 보정되는 해는 1개가 존재하였다.

3차수차가 보정된 얇은 2매 접합렌즈계를 등가렌즈 변환을 이용해 두꺼운 렌즈계로 변환하여 2종의 3차수차가 근사적으로 보정된 2매 접합렌즈계를 설계하였다. 등가렌즈 변환에 따른 3차수차의 변화가 크지 않기 때문에 변환된 두꺼운 렌즈계의 3차수차가 잘 보정되어 있었으며, 유한광선수차 분석에서도 이를 확인 할 수 있었다. 본 연구에서 동일한 재질(BaK-2, SF-2)을 사용하여 Fraunhofer type과 Steinheil type의 렌즈계를 설계하여 비교한 결과, 2매 접합렌즈계의 경우에는 Fraunhofer type이 Steinheil type보다 약간 더 좋은 수차특성을 보임을 알 수 있었다.

## 참고문헌

- [1] Orsetes N. Stavroudis, Modular Optical Design, Springer Series in Optical Sciences Vol. 28, (Springer-Verlag, Berlin, 1982).
- [2] A. E. Conrady, Applied Optics and Optical Design (Dover., New York, 1957) pp. 92-113.
- [3] 三宅和夫, レンズ設計の原理(講談社, 東京, 1970) pp. 99-107.
- [4] 이종웅, 김진수, “등가렌즈 변환의 일반화와 일반화된 등가렌즈의 3차수차식”, 한국광학회지, 7(4), 305(1996).
- [5] 이종웅, 박성찬, “렌즈군의 일반화된 등가렌즈 변환”, 한국광학회지, 9(4), 251(1998).
- [6] 임천석, 조영민, 김종태, 이상수, “Aplanat 조건과 Achromat 조건의 Gauss 팔호 표현과 Telephoto형 망원경 대물렌즈의 설계”, 한국광학회지, 4(3), 243(1993).
- [7] 松居吉哉, レンズ設計法(共立出版株, 동경, 1972) pp. 114-128.
- [8] 이상수, 기하광학(교학 연구사, 서울, 1985) Chap. 4.
- [9] H. H. Hopkins, Wave Theory of Aberration(Oxford, London, 1950) pp. 76-105.
- [10] A. Cox, A System of Optical Design(The focal press, London, 1967) pp. 442.

## Optical Design of Cemented Doublets by Using Equivalent Lens System

Young Se Chun, Hyung Su Kim and Jong Ung Lee

*Department of Optical Engineering, Chongju University, Chongju 360-764, Korea*

Sung Chan Park

*Department of Physics, Dankook University, Cheonan 330-714, Korea*

(Received August 27, 1998, Revised manuscript received September 26, 1998)

The equivalent lens conversion technique is applied to design achromatic doublet and aplanatic doublet. A thin doublet which has zero axial thicknesses, are corrected for the third order aberrations at first, and the thin doublet is converted into thick lens system by using the equivalent lens conversion. Two types of cemented doublets, the Fraunhofer type and the Steinheil type, are designed by using a crown glass BaK-2 and a flint glass SF-2. In the thin doublet design, there are two achromatic solutions and a aplanatic solution for the both types.