

성장균열 형상에 대한 기초적 프랙탈 특성연구

권 오 현*

A Fundamental Study of Fractal Characteristics for a Crack Growth Profile

O.H.Kwon

Key words : Fractal Characteristics(프랙탈 특성), Fractal Dimension(프랙탈차원), Measuring scaling(측정 척도), Box Counting Method(박스카운팅법), Fractal Fracture Energy(프랙탈 파괴에너지)

Abstract

This paper presents a fundamental fractal characteristics of the growing crack that has an irregularity producing a zigzag crack contour. This irregularity is analysed by a fractal geometry in a box counting method that is a very simple technique. First, the fractal dimensions and actual fractal extensive crack length are obtained. Also a fractal fracture energy relation with a fractal dimension is found so as to get fractal crack behaviors. Thus, it can be shown that the fractal dimension has a possibility as a fracture parameter in a real crack growth length meaning.

1. 서 론

각종 재해원인을 해석하고 그 구체적 방지대책을 수립하는 안전공학의 대상인 대부분의 기계구조물의 사고에는 그 원인, 과정 및 결과에서 파괴현상이 깊이 관여된다. 따라서 파괴현상을 정량적으로 분석하는 것은 구조물의 안전성을 평가하는데 대단히 중요하며 파단면 및 균열생성, 성장거동에 관한 많은 연구가 수행되어져 오고 있다. 지

금까지 파괴기구를 정량적으로 나타내기 위한 많은 수법이 제시되어 유용히 활용되고 있으나, 파단면 및 균열면 형상의 성질은 본질적으로 일반적인 유클리드 기하학을 만족하지 않음이 전혀 고려되지 않고 있다. Mandelbrot¹⁾가 처음으로 제안한 프랙탈 기하학은 최근 들어 여러 자연현상에 응용되고 있으며 파괴현상에 정량적 해석기법으로도 입되기 시작했다. 프랙탈은 매우 복잡한 불규칙 형태의 비유클리드 기하학을 만족하며 미분되지

* 부경대학교 산업시스템안전공학부(원고접수일 : 98년 4월)

않는 특성을 지니고, 프랙탈차원(Fractal dimension)이라는 비정수 차원을 가진다. 이러한 성질을 이용하여 보다 정확한 파괴현상을 설명하고 균열의 수명을 예측하기 위하여 균열면형상에 대한 프랙탈차원을 구하고 균열의 성장거동과의 관계를 파악 검토할 필요성이 있다.

2. 프랙탈 차원의 정의와 측정방법

프랙탈이라는 단어는 최근 Mandelbrot²⁾가 파 단면 특성을 얻기 위한 실험적 수법으로 프랙탈차원을 사용한 후 여러 분야에 응용이 되어 왔으나 프랙탈 기하학 자체는 새로운 것이 아니다. 프랙탈 차원은 때때로 하우스도르프(hausdorff) 차원으로도 불리어지는 차원이며, 여러 가지 정의를 가질 수 있다. 또한 프랙탈차원의 측정방법에 따라서도 차이가 발생한다. 여기에서는 본 논문에서 사용된 정의와 프랙탈차원의 측정수법에 대하여 간략히 설명한다.

2.1 균열길이에 대한 프랙탈차원의 정의 및 특성

일반적으로 차원은 공간내 점의 위치를 나타내기 위하여 필요한 좌표의 개수를 말하며, 주어진 형상이 상사형의 구성요소로 분할될 때 자기상사성이 성립된다. 즉, 선 및 면을 길이 1/3로 분할하면 3¹, 3²개의 같은 형상이 얻어진다. 이때 지수가 차원을 나타낸다. 이처럼 임의의 형상을 1/r의 크기로 분할하여 생기는 부분의 총 개수가 r^D에 비례할 때, 지수 D는 차원을 나타내는 것으로 간주할 수 있다. 따라서 D가 자연수일 필요성은 없다. 점의 집합 또는 선, 면의 차원이 0,1,2 사이의 비정수 값을 가질 때 선,면은 프랙탈 거동특성을 나타내며 프랙탈차원을 가진다. 프랙탈거동의 분명한 특성은 자연에서 관찰되는 여러 성질들이 스케일의 변화에 대하여 불변이라는 것이다. 세부를 확대해보아도 전체의 축소형이 나타나 전체의 형상과 구별이 되지 않는다. 또한 프랙탈의 특성을 지닌 곡선은 연속적이지만 어느 곳에서도 미분되지 않는 성질을 지닌다. 따라서 정수값만으로 프랙탈곡선을 표현할 수 없다. 해안선의 길이에 대한

Richardson의 측정³⁾결과에 의하면, 측정길이가 측정척도에 의존하며 자기상사성의 특성을 지닐 수 있다. Richardson의 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$L=L_0\eta^{1-D} \tag{1}$$

여기서 L, L₀는 각각 윤곽선길이 및 상수이다. 또한 η는 측정 단위척도이며 무차원길이값을 가진다. D는 프랙탈차원을 의미한다. 이런 성질을 균열전파경로에 대하여 적용하면 Fig.1과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 X₀는 균열전파경로의 측정 구간 길이가 되며 실제길이는 각 구간에 대하여 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$X(\eta)=X_0\eta^{1-D} \tag{2}$$

따라서 프랙탈균열길이 a_f는 다음과 같이 표현된다.

$$a_f=a_0r^{1-D} \tag{3}$$

여기서 r=η · a₀이다.

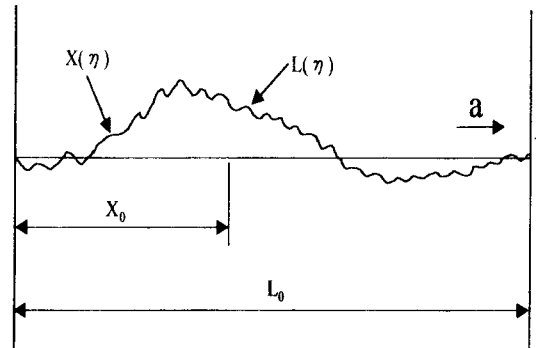


Fig.1 Fractal crack propagation path.

2.2 프랙탈차원의 측정수법

본 논문에서 사용된 방법은 Mandelbrot가 강의 파단면에 대한 프랙탈차원과 충격에너지와의 관계를 구하기 위하여 제시한 Box counting 법²⁾을 이용하였다. 불규칙 곡선을 가지는 프랙탈차원의 형상에 대하여 N으로 전체 형상을 구성하기 위한

조건이 $N=b^D$ 를 만족시키는 기준길이 b 가 주어지면, 상사법칙에 의하여

$$r(N) = 1/N^{1/D} \tag{4}$$

가 성립되고, 다음 식(5)가 얻어진다.

$$D_s = \log(N)/\log(1/r) \tag{5}$$

여기서 N 은 격자 형상이 구성될 때 직선 격자간격의 수를 나타내며, r 은 수축비의 의미를 가진다. 수축비는 프랙탈곡선형성 반복 초기단계에서의 단위 구간을 의미하며 측정척도로서의 격자간격에 대응한다. 따라서 Fig.2 에서 나타내는 것처럼 측정하고자 하는 균열곡선에 있어서 정방형의 격자를 형성하여 얻어지는 N 을 r 에 대하여 $\log - \log$ 좌표에서 곡선의 기울기를 구하면 된다.

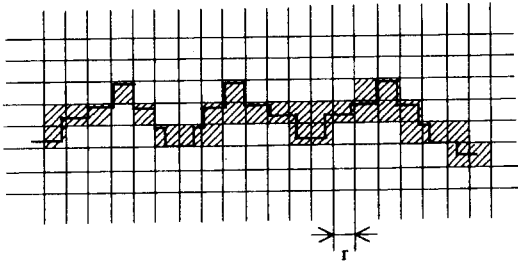


Fig.2 Schematic illustration of box counting method for fractal dimension.

여기에서 얻어지는 차원 D_s 는 자기상사차원에 해당하나 실제적으로 균일한 자기상사곡선일 경우에는 프랙탈차원 D 와 동일한 값을 얻는다. 만일 균열곡선의 형태가 Koch 삼각곡선⁽⁴⁾의 형태를 따른다면 $N=4$, $r=1/3$ 으로 프랙탈차원 $D=1.2619$ 가 얻어진다. 통상적인 직선의 균열곡선형태가 되면 $D=1$ 이 되며 유클리드기하학을 만족하게 된다.

3. 실험편 및 실험방법

본 실험에 사용된 실험재료는 구상흑연주철 DC45(KS)로서 항복강도 $\sigma_y=33.59\text{Mpa}$ 이며 Table 1 에 그 화학적 성분을 나타낸다.

Table 1 Chemical composition of the material(wt%)

Material	C	Si	Mn	P	S	Mg
DC45	3.67	2.75	0.16	0.022	0.011	0.038

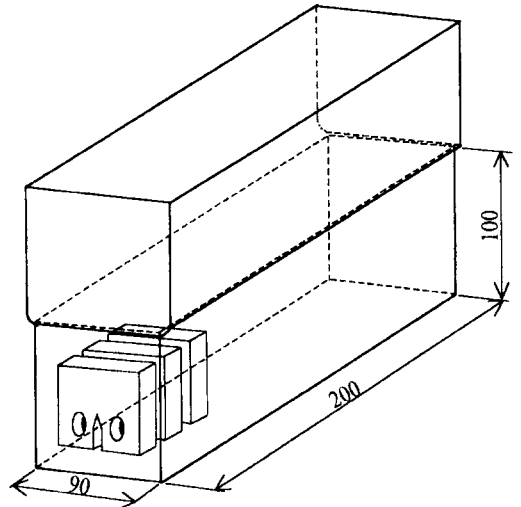


Fig.3 Sampling position for CT specimens.

실험에 사용한 시험편은 Fig.3 에 나타내는 형상으로 주조한 시험블록의 중앙부에서 셰브론노치가 삽입된 1/2" CT시험편(두께 12.2mm 및 폭 50mm)을 $a_0/W=0.45$ 로 기계가공 제작하였다. 여기서 a_0 는 초기노치의 길이이며 W 는 시험편 폭이다. 제작된 시험편은 900℃에서 1시간 아닐링한 후 ASTM E399⁽⁵⁾에 따라 2~3mm의 피로 예균열을 삽입하였다. 피로시험은 용량 10ton의 Instron2490을 사용하여, 정현파의 하중제어에 의하여 실온대기중에서 행하였다. 응력비 $R=0.1$, 반복속도는 10Hz로 피로균열길이를 실현한 후 $K_{max}=23.53\text{Mpa}\sqrt{m}$ 에서 최종 5Hz로 마무리하였다. 균열길이는 스트로보 스코우프와 이동식 현미경을 이용하여 정도 0.01mm로 측정하였다. 또 균열성장파괴실험은 인장속도 0.2mm/min로 행하였다. 파괴실험에 의하여 얻어진 파괴인성치 K_{Ic} 는 $61.87\text{Mpa}\sqrt{m}$ 로 E399 의 조건을 만족하였다. 균열성장길이와 균열면 형상을 얻기 위하여서는 레프리카수법을 채용하여 광학현미경으로 0.01mm의 정도로 측정하고 40배로 균열면을 촬



Photo.1 Example of a optical micrograph for extension crack surface.

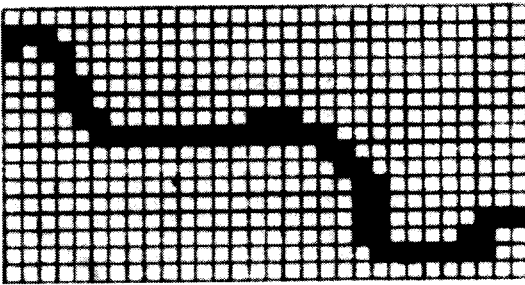


Fig.4 Implementation of fractal dimension using box counting method.

영하였다. 촬영된 균열면 형상사진의 예를 Photo. 1에 나타낸다. 이러한 균열면 형상사진을 트레이싱한 후 box counting법을 적용하기 위해 균열성장 길이구간을 10등분하였다. 각 구간에 대하여 수축비 r 은 측정척도로서 $3.98 \times 10 \mu\text{m} \sim 2 \times 10^2 \mu\text{m}$ 로 취하여 격자를 형성한 후 $N(r)$ 의 개수를 얻었다. Fig.4에 $r = 3.98 \times 10 \mu\text{m}$ 인 경우의 box counting 법 격자 형성예를 나타낸다. Fig.4에서 헛칭된 부분의 격자수가 $N(r)$ 이다.

4. 결과 및 고찰

4.1 균열면형상의 프랙탈 특성

Fig.5(a),(b),(c)는 각각 균열성장길이가 약 2.99, 12, 21mm가 되었을 때, 구간별로 균열면형상의 프랙탈차원을 조사한 결과를 나타낸다. Fig.5의

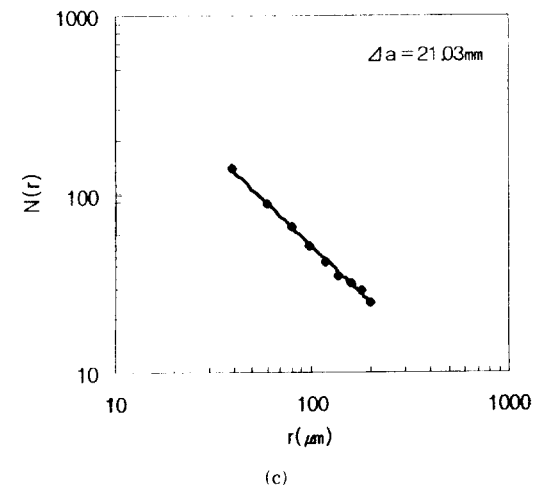
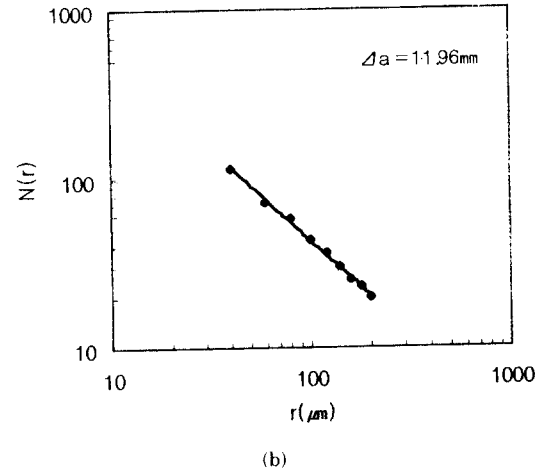
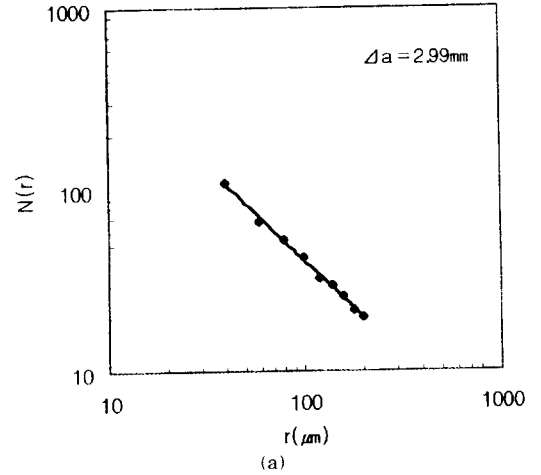


Fig.5 Logarithmic fractal dimension through linear regression line for (a) $\Delta a = 2.99$ mm, (b) $\Delta a = 11.96$ mm, (c) $\Delta a = 21.03$ mm.

종축은 $\text{box}N(r)$, 횡축은 측정척도를 나타내며, 최소자승법으로 직선회귀하여 양대수좌표계에서 기울기를 구하였다. 균열이 성장함에 따라 어느 경우에도 거의 직선성이 보존되어 식(2)가 성립됨을 알 수 있다. 따라서 구상흑연주철에서의 성장 균열면 형상은 프랙탈특성을 지님을 알 수 있다. 기울기에서 얻어지는 프랙탈차원 D 는 각각 1.0396, 1.0822 및 1.0569가 주어진다.

Fig.6은 균열진전에 따른 프랙탈차원의 변화를 나타낸 것이다. D 의 값은 평균 1.0647이다.

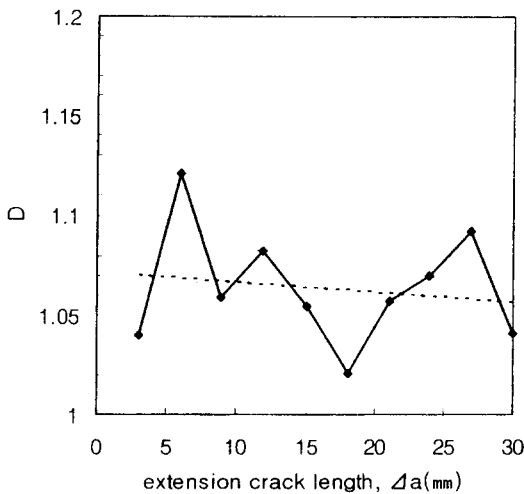


Fig.6 Plot of fractal dimension D as a function of extension crack length.

Fig.6에서 알 수 있듯이 구상흑연주철에서 균열이 성장하여 진전후 최후 파단면에 이르기까지 프랙탈특성을 보존하며, 프랙탈차원의 흠어짐은 프랙탈 본래의 성질로 여겨진다. 즉 프랙탈차원은 $Le^{1.61}$ 에 의하면 식(6)으로 표현된다.

$$D = \frac{-\sum_1^N \frac{1}{N} \cdot \log\left(\frac{1}{N}\right)}{\log\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (6)$$

따라서 프랙탈차원은 엔트로피변화의 척도의 의미를 포함하므로 균열진전과정동안에 프랙탈차원은 일정한 값을 유지하지 못할 것임을 알 수 있다. 프랙탈차원은 파면 또는 균열면 윤곽형상이 복

잡하면 할수록 커진다. 현재의 조사범위에 있어서는 균열진전에 따른 프랙탈 차원의 변화는 그다지 크지 않다고 할 수 있으므로 균열면 윤곽형상은 균열진전에 따라 거의 유사함을 알 수 있다.

4.2 프랙탈 균열길이와 파괴 역학파라미터 표현

식(3)에 주어진 방법에 의거하여 계산되어진 프랙탈 균열성장길이와 직선균열길이와의 관계를 Fig.7에 나타낸다.

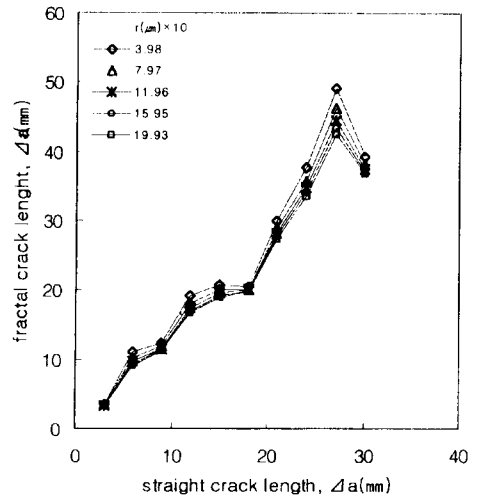


Fig.7 Variation of fractal crack length and conventional straight crack length.

Fig.7에서 보여지는 것처럼 각 r 에 있어서 직선 균열길이에 비하여 프랙탈균열길이 a_f 가 더 큰 값을 가지고 있다. a_f 와 a 의 편차는 r 의 값이 커질수록 감소하고 있으며 균열이 진전됨에 따라 r 의 영향이 커지고 있음을 알 수 있다. Fig.8에서도 알 수 있듯이 a_f 와 a 의 비는 프랙탈차원의 변화에 따라 1.113~1.824의 비율로 증가한다. 이것은 실제 균열길이를 프랙탈균열길이를 통상적인 직선균열길이 대신 사용함으로써, 재료와 파괴양식 및 파단면 형태에 기준한 보다 더 정확한 균열수명을 예측할 수 있는 가능성을 나타낸다. 일반적으로 연성파괴 균열면이 취성파괴의 경우보다 더 불규칙성이 크며 따라서 프랙탈차원이 더 큰 값을 가지게 될 것으로 간주된다. 또한 평면변형을 파괴양

식과 평면응력의 파괴양식에 따라 파면의 형태가 변화하여 균열진전거동이 다르게 된다. 이러한 특성을 고려한 균열수명을 구하여, 프랙탈차원에 의한 구조물의 안전성진단에 이용될 수 있을 것으로 여겨진다.

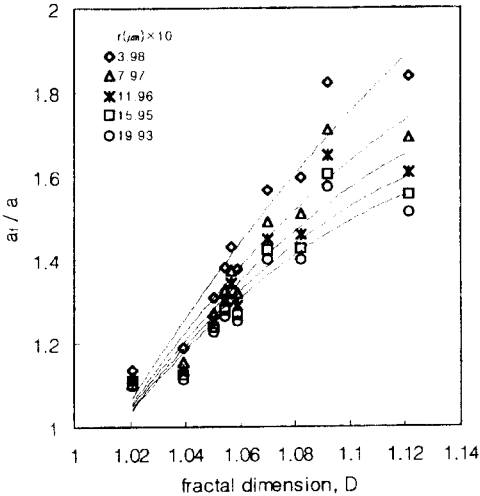


Fig.8 Relations between the ratio of fractal and the straight crack length according to the fractal dimension.

프랙탈균열길이와 파괴파라미터와의 관계를 검토하기 위하여 파괴에너지소산에 대한 가정을 도입한다. 통상의 응력확대계수 K_0 와 프랙탈 응력확대계수 K_f 는 다음식(7)과 같이 형식적으로 쓸 수 있으나 아직 프랙탈균열에 대한 균열단 근방의 응력장이 명확히 정립되어 있지 않는 상태이므로 사용을 배제하고 대신 파괴에너지의 소산과 에너지해방율의 량을 사용한다.

$$K_f = K_0 \left(\frac{1}{r}\right)^{D-1/2} \quad (7)$$

프랙탈균열의 실제길이는 측정척도에 따라 무한히 커질 수 있으므로 통상의 파괴에너지를 사용하는 것은 어렵다. 따라서 Mosolov⁽⁷⁾가 제시한 프랙탈 파괴에너지를 사용하여 프랙탈차원과 관계를 구한다. 프랙탈균열에 의하여 소산된 에너지를 W_f 라고 할 때, 프랙탈파괴에너지 G_{df} 와의 관계는 다음식으로 주어진다⁽⁸⁾.

$$W_f/b = G_{df} a^D \quad (8)$$

식(8)을 a에 대하여 미분하면 에너지소산율

$$\epsilon = \min(G_{df} \cdot D \cdot a^{D-1}, G_d) \quad (9)$$

을 얻는다. 따라서 식(8),(9)을 이용하여 식(10)을 구하고, 식(10)을 정리하면 프랙탈차원과 프랙탈 파괴에너지 G_{df} 와의 관계가 식(11)과 같이 표현된다.

$$a_f = (G_d/G_{df}D)^{1/(D-1)} \quad (10)$$

$$\frac{G_d}{G_{df}} = a_f^{D(D-1)} \quad (11)$$

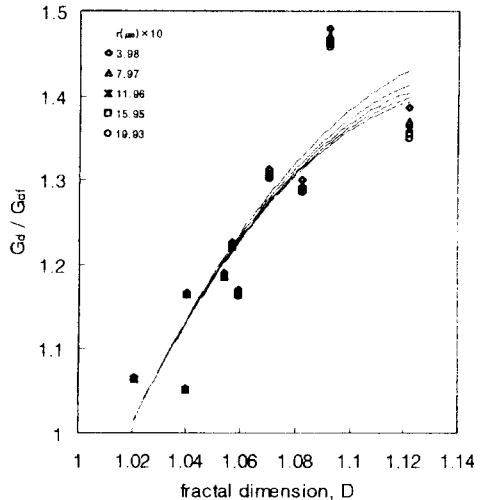


Fig.9 Normalized fractal fracture energy characteristics according to the fractal dimension.

Fig.9 에 프랙탈차원과 프랙탈파괴에너지와의 관계를 나타낸다. 직선균열의 파괴에너지 G_d 에 대한 프랙탈파괴에너지의 비는 프랙탈차원에 따라 편차가 보이나 1.1에서 1.4정도로 증가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 이는 보다 복잡한 균열면을 형성하기 위하여서는 보다 많은 에너지가 필요한 것과 연관이 있는 것처럼 여겨진다. 만일 프랙탈차원이 1.06정도의 복잡성을 가지는 프랙탈균열의 경우에는 직선균열에 비하여 약 20%의 에너지가 더 소요됨을 나타낸다. 따라서 균열의 프랙탈차원은 균열면 형성과 관련이 지어져 프랙탈균

열의 파괴파라미터로서의 역할이 기대되어질 수 있다.

5. 결 론

구상흑연주철 DC45를 이용하여 성장균열면의 프랙탈특성을 Box counting 수법을 이용하여 관찰, 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에 사용된 구상흑연주철의 균열면은 프랙탈특성을 나타내었다. 또 균열면의 프랙탈차원은 Box counting 수법에서 균열이 성장함에 따라 1.0206에서 1.0922사이에서 변화하였다.
- (2) 무차원화 프랙탈균열비는 프랙탈차원에 따라 1.113에서 1.824의 비율로 증가하였다.
- (3) 프랙탈파괴에너지와 프랙탈차원과의 관계식이 주어져, 프랙탈차원에 따라 1.1~1.4정도로 변화하였다. 따라서 프랙탈균열에 대한 프랙탈차원의 파괴파라미터로서의 가능성을 주는 것으로 판단된다.

참고문헌

- (1) B.B.Mandelbrot, The fractal geometry of Nature, Freeman, NY(1983).
- (2) B.B.Mandelbrot, D.E.Passoja and A.J.Paully, Nature, 308, p.721(1984).
- (3) L.F. Richardson, quouted in B.B.Mandelbrot, Fractals: Chance and dimension, Freeman, p.32(1977).
- (4) 西川利男, 初めてのフラクタル, 丸善, p.29 (1996).
- (5) ASTM E399, Annual book of ASTM standards, part 10, p.505(1977).
- (6) W.Lei, B.chen, Engng. Fracture mechanics, 50(2), p.149(1995).
- (7) A.B.Mosolov and F.M.Borodich, Doklady Akddemii Nauk, 324(3), p.546(1992).
- (8) P.Zdenek, Int. J. of Fracture, 83, p.19(1997).

저 자 소 개



권오현(權五憲)

1958년 5월생. 1981년 경북대학교 공과대학 기계공학과 졸업. 1983년 동대학원 기계공학과 졸업(석사). 1991년 동경대학 공학계연구과 기계공학전공 졸업(박사). 1984년 - 1986년 금성사 연구소. 1993년 - 현재 부경대학교 산업시스템안전공학부 조교수.