

한계전단응력형태의 Bair & Winer 리올로지 모델을 사용한 선접촉 탄성유체윤활해석

이희성 · 양진승*
한국철도기술연구원, *명지대학교 기계공학과

Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts Incorporating Bair & Winer's Limiting Shear Stress Rheological Model

Hisung Lee and Jinseung Yang*
Korea Railroad Research Institute, *Myong Ji University

Abstract—The Bair & Winer's limiting shear stress rheological model is incorporated into the Reynolds equation to successfully predict the traction and film thickness for an isothermal line contact using the primary rheological properties. The modified WLF viscosity model and Barus viscosity model are also adapted for the realistic prediction of EHD tractional behavior. The influences of the limiting shear stress and slide-roll ratio on the pressure spike, film thickness, distribution of shear stress and nonlinear variation of traction are examined. A good agreement between the disc machine experiments and numerical traction prediction has been established. The film thickness due to non-Newtonian effects does not deviate significantly from the film thickness with Newtonian lubricant.

Key words—elastohydrodynamic lubrication, limiting shear stress, slide-roll ratio, rheology, elastic shear modulus, low shear stress viscosity.

1. 개 요

탄성접촉조건하에서의 윤활유의 전단 리올로지 거동은 오랫동안 중요한 연구과제였으며 지금까지 탄성유체윤활 접촉조건에서 뉴우튼 리올로지 모델을 사용한 탄성유체윤활해석은 실제 마찰력을 잘 예측하지 못하기 때문에 마찰력 및 유막두께를 보다 정확히 예측하기 위해서 실제 윤활유의 전단거동을 나타내는 비뉴우튼 리올로지 모델을 제시해야 할 필요가 있었다. 이에 따라 Bair & Winer[1]는 소위 "Primary properties"에 근거한 비선형 점소성 리올로지 모델(Nonlinear visco-plastic rheological model)을 제안하였다. 그들은 모델에서 윤활유가 고압에서 유리질 전이(Glass transition)와 관련된 점소성 또는 탄소성 전이의 결과로써 한계전단응력에 도달하고 있으며 실제로 몇가지 윤활유를 사용하여 탄성유체윤활 조건과 동일한 압력과 온도

조건에서 윤활유가 한계전단응력에 도달하는 비선형 점소성 리올로지 특성을 보여주고 있음을 입증했다 [2]. 위의 관점에서 Gecim & Winer[3]는 Bair & Winer 리올로지 모델의 다른 수학적 형태를 사용하여 Grubin 형태의 윤활유 유입지역(Inlet zone)해석을 하였으며 이에 따라 공칭유막두께가 30% 감소하는 한계전단응력(Limiting shear stress) 및 상대속도비(Slide-roll ratio)의 효과를 입증하였다. 따라서 본 해석에서는 Grubin 형태의 해석이 아닌 Bair & Winer 모델을 사용한 새로운 형태의 변형된 레이놀즈 방정식을 유도한 후에 등온조건하에서 유막형상방정식, 하중방정식들과 연성하여 유한차분법 및 뉴우튼-랩스방법으로 수치해를 얻는다. 이에 따라 한계전단응력 및 상대속도비의 변화에 따른 압력 스파이크, 유막두께, 전단응력분포, 마찰력의 비선형특성의 영향이 조사되며 특히 Primary properties만을 사용한 마찰력 계산결과를

문헌에 나타난 Disc machine 마찰력 측정결과와 비교한다.

2. 기본방정식

일반적으로 실험에서 얻어진 탄성유체유회환거동은 선형탄성항과 비선형점소성항의 합, $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_p$ 으로 표시되는데 Bair & Winer는 탄성유체 유회환거동을 보다 정확히 예측하기 위해서 다음과 같은 리올로지 모델을 제안하였다.

$$\dot{\gamma} = \frac{d(\tau/G_\infty)}{dt} - \frac{\tau_L}{\mu} \ln\left(1 - \frac{\tau}{\tau_L}\right), \dot{\gamma} \geq 0$$

이 모델은 탄성유체유회환형태의 Disc machine 실험과 무관한 저전단응력 점성계수(Low Shear Stress Viscosity) μ , 탄성전단계수(Elastic Shear Modulus) G_∞ , 한계전단응력 τ_L 등 3개의 "Primary properties"만을 사용한다. 위식에서 점탄성 Relaxation time, $\mu(p, T)/G_\infty(p, T)$ 이 작은 경우나 G_∞ 가 매우 큰 경우에는 탄성효과를 무시할 수 있으므로 이때에 유회환유의 전단 리올로지 거동은 $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_p = F(\tau, \tau_L, \mu)$ 와 같이 한계전단응력형태의 비선형 점소성항만으로 나타낼수 있다. 이때 한계전단응력, $\tau_L = \tau_{L0} + m p$ 의 τ_{L0} 와 m 은 실험적으로 결정되는 상수들로서 압력과 온도에 따라 변화한다. 이에 따라 본 연구에서는 Bair & Winer 리올로지 모델을 사용하여 변형된 레이놀즈방정식을 유도하여 점소성 유체유회환해석에 사용한다. 먼저 Bair & Winer 리올로지모델,

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dz} = -\text{sgn}(\tau) \frac{\tau_L}{\mu} \ln\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_L}\right)$$

단, $\text{sgn}(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{if } \tau > 0 \\ -1, & \text{if } \tau < 0 \end{cases}$ 에 x방향 운동량 방정식 $\frac{dp}{dx} = \frac{d\tau}{dz}$ 를 적분하여 얻어진 전단력분포 $\tau = \tau_1 + z\left(\frac{dp}{dx}\right)$ 를 적용한 후에 z방향으로 적분하고 벽 경계조건, $u_{(z=0)} = u_1$ 을 적용하면 아래의 속도분포를 얻는다.

$$u(x, z) = u_1 + \frac{\tau_L}{\mu} \left(\frac{\tau_L}{\left(\frac{dp}{dx}\right)}\right) \left[\left(1 - \frac{|\tau_1 + z\left(\frac{dp}{dx}\right)|}{\tau_L}\right) \ln\left(1 - \frac{|\tau_1 + z\left(\frac{dp}{dx}\right)|}{\tau_L}\right) - 1 \right]$$

$$-(1 - \frac{|\tau_1|}{\tau_L}) \left\{ \ln\left(1 - \frac{|\tau_1|}{\tau_L}\right) - 1 \right\} \quad (1)$$

이때 얻어진 속도분포에 무차원변수 $X = \frac{x}{b}$, $Z = \frac{z}{h}$, $H = \frac{hR}{b^2}$, $P = \frac{p}{P_H}$, $\varepsilon = \frac{u_2 - u_1}{u}$, $\bar{\tau}_L = \frac{\tau_L}{P_H}$, $\bar{\tau}_1 = \frac{\tau_1}{\tau_L}$, $S = \left(\frac{\pi U E'}{8 W P_H}\right) \left(\frac{\bar{\mu}}{H \tau}\right)$, $P' = \sqrt{\frac{8 W}{\pi}} \left(\frac{H}{\tau_L}\right) \left(\frac{dP}{dX}\right)$, $U = \frac{\mu_0 u}{E' R}$, $G = \alpha E'$, $W = \frac{w}{E' R}$ 을 적용하면 아래의 무차원속도분포식을 얻는다.

$$\frac{u}{u} = 1 - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{S P'} \left[(1 - |\bar{\tau}_1 + Z P'|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_1 + Z P'|) - 1 \right\} - (1 - |\bar{\tau}_1|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_1|) - 1 \right\} \right] \quad (2)$$

이를 $\dot{q} = \int_0^h \rho u dz = \rho h \int_0^1 u dZ$ 식에 대입하여 Z방향으로 적분하면 다음과 같다.

$$\rho h \int_0^1 u dZ = \rho h \bar{u} \left[1 + \frac{1}{2 S P'^2} \left\{ -\text{sgn}(\bar{\tau}_2) [(1 - |\bar{\tau}_2|)^2 \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_2|) - \frac{3}{2} \right\}] + \text{sgn}(\bar{\tau}_1) [(1 - |\bar{\tau}_1|)^2 \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_1|) - \frac{3}{2} \right\}] - P' [(1 - |\bar{\tau}_2|) \{ \ln(1 - |\bar{\tau}_2|) - 1 \}] - P' [(1 - |\bar{\tau}_1|) \{ \ln(1 - |\bar{\tau}_1|) - 1 \}] \right\} + x \right] \quad (3)$$

$$\text{단, } x = \begin{cases} 3, & \text{if } \bar{\tau}_2 > 0, \bar{\tau}_1 < 0 \\ -3, & \text{if } \bar{\tau}_2 < 0, \bar{\tau}_1 > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

위의 식을 연속방정식 $\rho, h, \bar{u} = \rho h \int_0^1 u dZ$ 에 적용하면 변형된 레이놀즈방정식이 얻어진다.

$$f = H^3 \left(\frac{dP}{dX} \right) + \lambda \frac{\bar{\mu}}{\Phi} P'^3 (H_c - H) = 0 \quad (4)$$

단, $\lambda = \pi^2 U / 8 W^2$,

$$\Phi = \text{sgn}(\bar{\tau}_2) [(1 - |\bar{\tau}_2|)^2 \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_2|) - \frac{3}{2} \right\}]$$

$$\begin{aligned}
 & -sgn(\bar{\tau}_1)[(1 - |\bar{\tau}_1|)^2 \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_1|) - \frac{3}{2} \right\}] \\
 & + P' [(1 - |\bar{\tau}_2|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_2|) - 1 \right\}] \\
 & + P' [(1 - |\bar{\tau}_1|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_1|) - 1 \right\}] + \kappa
 \end{aligned}$$

또한 두개의 로올러 사이의 탄성변형 및 기하학적 형상을 고려한 무차원 유막두께방정식 및 무차원 하중방정식은 각각 다음과 같다[4].

$$H = H_o + \frac{1}{2}X^2 + \bar{\alpha}(X) \tag{5}$$

$$\text{단, } \bar{\alpha}(X) = -\frac{1}{2\pi} \int_{x_{in}}^{x_c} P(X') \ln(X - X')^2 dX'$$

$$\int_{x_{in}}^{x_c} P(X) dX - \frac{\pi}{2} = 0 \tag{6}$$

위의 식 (4), (5), (6)을 유한차분형으로 나타내면 각각 다음의 (7), (8), (9)와 같다.

$$f_i = H_i^3 \left(\frac{dP}{dX} \right)_i + \lambda \frac{\bar{\mu}_i}{\Phi_i} P_i^3 (H_o - H_i) = 0 \tag{7}$$

$$H_i = H_o + \frac{1}{2}X_i^2 + \bar{\delta}_i \tag{8}$$

여기서 $\bar{\delta}_i = \sum_{j=1}^M D_{ij} P_j$ ($i = 1, 2, \dots, N$)이며 M 은 캐비테이션이 발생하는 출구 직전의 절점, N 은 전체절점의 갯수, H_o 는 계산에 사용되는 무차원 상수, D_{ij} 는 단위 압력이 절점 j 에 작용할 때 절점 i 의 변형을 나타내는 영향계수(Influence coefficients)이다[4].

$$\sum_{j=1}^M C_j P_j - \frac{\pi}{2} = 0 \tag{9}$$

여기에서 C_j 는 압력분포를 적분하기 위한 절점 j 에서의 가중치(Weighting factor)이다[4].

한편 본 연구에서는 Barus 점성식과 Yasutomi, Bair & Winer[5,6]에 의해서 제안된 변형된 WLF 점성식이 적용된다. Barus식 즉, $\mu = \mu_o e^{\alpha p}$ 는 제한된 압력범위 내에서만 윤활유의 점성변화를 예측할 수 있으므로 보다 실제적인 점성변화를 예측할 수 있는 압력-점성관계식을 얻기 위해서 Bair & Winer[7]는 Yasutomi, Bair & Winer 점성식이 유리질 천이온도를 넘는 압력에 대

해서는 점성을 과대평가를 하므로 다음과 같이 구분하여 제안하였다.

$$\mu = \begin{cases} \mu_g e^{-2.3 \left\{ \frac{c_1(T - T_g(p))F(p)}{c_2 + (T - T_g(p))F(p)} \right\}}, & p \leq p_g \\ \mu_g e^{\alpha(p - p_g)}, & p > p_g \end{cases} \tag{10}$$

단, $T_g(p) = T_{g0} + A_1 \ln(1 + A_2 p)$

$$F(p) = 1 - B_1 \ln(1 + B_2 p)$$

$$p_g = \frac{1}{A_2} \left[e^{\frac{(T - T_{g0})}{A_1}} - 1 \right]$$

여기에서 $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ 는 온도 및 압력에 무관한 상수이며 T_{g0} 는 대기압에서의 유리질 천이온도이다.

또한 위의 점성식들에 무차원변수 $\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_o}$, $\bar{\alpha} = \alpha$ p_H , $\bar{\mu}_g = \frac{\mu_g}{\mu_o}$, $\bar{\alpha}_g = \alpha_g p_H$, $P_g = \frac{p_g}{p_H}$ 를 적용한 무차원 Barus 및 변형된 WLF 점성식의 유한차분형은 각각 다음과 같다.

$$\bar{\mu}_i = e^{\alpha P_i} \tag{11}$$

$$\bar{\mu}_i = \begin{cases} \bar{\mu}_g e^{-2.3 \left\{ \frac{c_1(T - T_g(P_i))F(P_i)}{c_2 + (T - T_g(P_i))F(P_i)} \right\}}, & P_i \leq P_g \\ \bar{\mu}_g e^{\alpha_g (P_i - P_g)}, & P_i > P_g \end{cases} \tag{12}$$

단, $T_g(P_i) = T_{g0} + A_1 \ln(1 + A_2 p_H P_i)$

$$F(P_i) = 1 - B_1 \ln(1 + B_2 p_H P_i)$$

$$P_g = \frac{1}{A_2 p_H} \left[e^{\frac{(T - T_{g0})}{A_1}} - 1 \right]$$

마지막으로 본 연구에 적용되는 Bair & Winer 비선형 점소성 리올로지 모델이 탄성유체유헌 문제에 적용될 때 밀판의 전단응력, τ_i 을 계산하기 위한 다른 하나의 방정식이 필요하다. 즉, 속도분포식(2)에 벽 경계조건, $u_{(z=0)} = u_2$ 를 적용후에 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & -\epsilon S_i P'_i - (1 - |\bar{\tau}_{li}|) \{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{li}|) - 1 \} \\
 & + (1 - |\bar{\tau}_{li} + P'_i|) \{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{li} + P'_i|) - 1 \}
 \end{aligned} \tag{13}$$

위의 방정식 (13)에서 각각의 절점에서의 $\bar{\tau}_{li}$ 를 수치해석으로 계산하며 $\bar{\tau}_2$ 는 $\bar{\tau}_2 = \bar{\tau}_1 + P'_1$ 에서 계산한다.

3. 계산방법

압력과 유막두께사이의 모든 관계식 (7), (8), (9),

(11), (12), (13)들을 연성하여 비선형방정식계를 구성한 후에 선형화하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$[A]\{u\} = \{B\} \tag{14}$$

$$\{u\} = (H_c, P_2, \dots, P_{N-1}, H_o)^T{}^{(i+1)}$$

$$[A] = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_c} & \frac{\partial f_1}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial P_{N-1}} & \frac{\partial f_1}{\partial H_o} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_c} & \frac{\partial f_2}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial P_{N-1}} & \frac{\partial f_2}{\partial H_o} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{N-1}}{\partial H_c} & \frac{\partial f_{N-1}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_{N-1}}{\partial P_{N-1}} & \frac{\partial f_{N-1}}{\partial H_o} \\ 0 & C_2 & \dots & C_{N-1} & 0 \end{pmatrix}{}^{(i)}$$

$$[B] = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_c} H_c + \sum_{j=2}^{N-1} \frac{\partial f_1}{\partial P_j} P_j + \frac{\partial f_1}{\partial H_o} H_o - f_1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_c} H_c + \sum_{j=2}^{N-1} \frac{\partial f_2}{\partial P_j} P_j + \frac{\partial f_2}{\partial H_o} H_o - f_2 \\ \vdots \\ \frac{\partial f_{N-1}}{\partial H_c} H_c + \sum_{j=2}^{N-1} \frac{\partial f_{N-1}}{\partial P_j} P_j + \frac{\partial f_{N-1}}{\partial H_o} H_o - f_{N-1} \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}{}^{(i)}$$

이며 자코비안행렬(Jacobian matrix)의 요소들은 부록에 제시된다. 위 방정식 (14)의 수치해는 뉴우튼-랩슨법의 빠른수렴성(Quadratic convergence)을 확보하기 위해서 고체접촉조건에서의 헤르츠압력분포, h_c =뉴우튼 유체의 접촉부 중앙의 유막두께, h_e =뉴우튼유체의 최소 유막두께의 수치들을 초기값으로 사용하여 수렴기준들을 만족할 때까지 반복적으로 계산된다.

이때 수치해의 수렴기준은 $\frac{\sum |a^i - a^{i-1}|}{\sum a^i} < 1 \times 10^{-6}$

이며 수치해의 수렴을 가속시키기 위해서 완화인자(Relaxation factor)를 사용하며 초기값은 0.01~0.2가 사용된다. 또한 마지막 수렴과정에서는 하중조건

$$\frac{|\sum_{j=1}^M C_j P_j - \pi/2|}{\pi/2} < 1 \times 10^{-4} \text{도 만족되어야 한다. 위의}$$

수렴조건들하에서 컴퓨터 프로그램의 알고리즘은 Fig. 1과 같이 요약된다.

4. 결과 및 고찰

4-1. 입력자료

먼저 Barus 점성식이 사용되며 이때에 $U=1.0 \times 10^{-11}$, $G=3480$, $W=2.0 \times 10^{-5}$, $\tau_{in}=20 \times 10^6$ Pa, $m=0.075$ 변수들이 사용되는 경우(case 1)와 변형된 WLF 점성식을 사용하여 유막두께 및 마찰력을 예측하기 위해서 5P4E를 선택하는 경우이다(case 2~case 5). 본 연구에서 5P4E가 선택된 이유는 관련문헌[1,2,7]에서 리올로지 특성결과가 많이 제시되기 때문이며 5P4E의 리올로지 특성 및 변형된 WLF 점성식의 SCHEME II($\mu_k=10$ MPa·s) 경우에 대한 6가지 변수가 Table 1 및 Table 2에 제시된다. 지름 4 cm의 강철 로울러($R=0.02$ m, $E=220$ GPa)가 모든 경우(case 1~case 5)에 공통적으로 사용된다.

4-2. 압력분포, 전단응력, 전단변형을

Fig. 2, 3 & 4는 다른 상대속도비조건하에서 Case

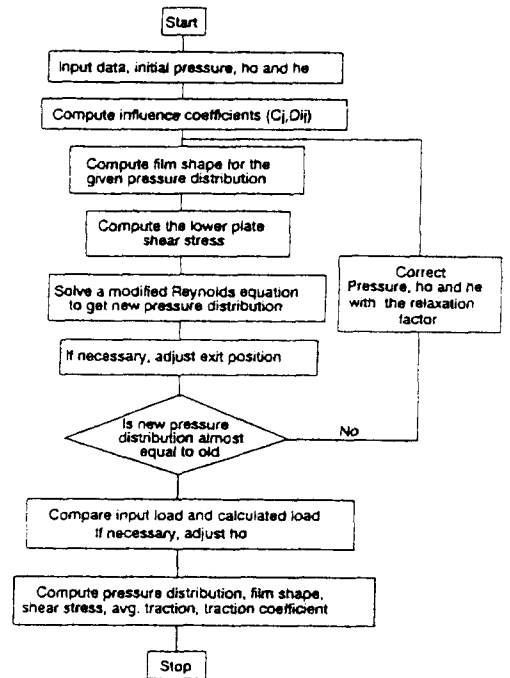


Fig. 1. Computational algorithm.

Table 1. Rheological properties of 5P4E

Lubricant	T (°C)	τ_{Lo} (MPa)	m	P_8 (GPa)	α_8 (GPa ⁻¹)
case 2	90	15.45	0.0635	0.602	40
case 3	100	2	0.0610	0.680	40
case 4	108	2	0.0572	0.745	40
case 5	110	2	0.0565	0.762	40

Table 2. Values of six parameters of 5P4E

T_{so} (°C)	A_1 (°C)	A_2 (GPa ⁻¹)	B_1	B_2 (GPa ⁻¹)	C_1	C_2 (°C)
-18.2	169.8	1.480	1.485	0.600	11.19	30.89

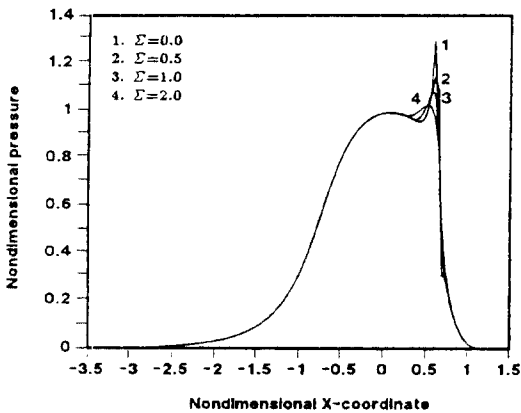


Fig. 2. Influence of slide-roll ratio on non dimensional pressure distribution for case 1.

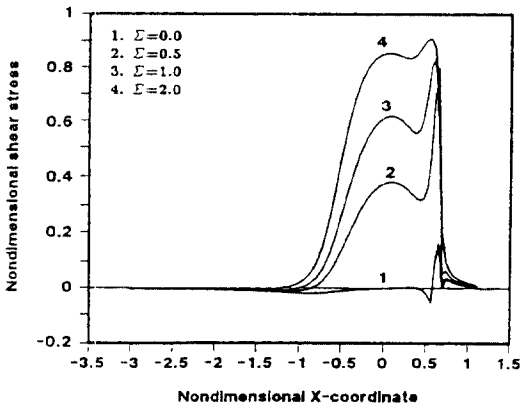


Fig. 3. Influence of slide-roll ratio on non dimensional shear stress distribution for case 1.

1에 대한 압력분포, 전단력분포 및 전단변형율분포를 제시한다. Fig. 2은 상대속도비가 증가함에 따라 압력

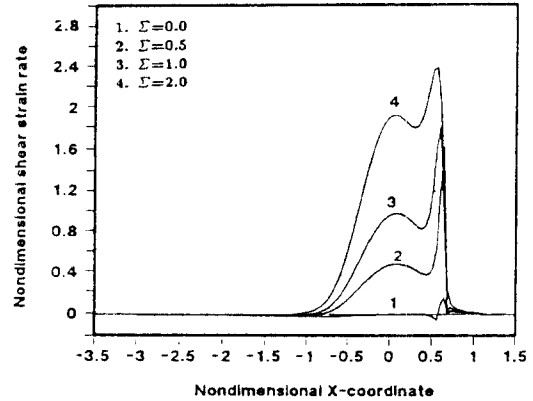


Fig. 4. Influence of slide-roll ratio on non dimensional shear strain rate distribution for case 1.

스파이크가 완화되며 헤르츠접촉 중심방향으로 이동하면서 소멸하고 있다. Fig. 3는 윤활유 유입지역에서의 전단응력은 모든 상대속도비에 대해서 매우 낮으나 헤르츠접촉지역에서는 상대속도비의 증가에 따라 전단응력은 증가하나 한계전단응력 이내로 제한되고 있다. Fig. 4의 전단변형율 결과는 선형접성에서 소성점성거동으로의 천이 과정을 보여주고 있으며 무차원 전단변형율은 1를 넘어서 증가하고 있으나 무차원 전단응력은 1에 접근선적으로 접근하고 있다. 즉, 윤활유는 높은 전단변형율에서 소성 전단거동을 하므로 상대속도비의 증가에 따라 접촉지역내에 소성지역은 확대되고 있으며 이와 같은 소성역 확대는 마찰력의 비선형 변화를 암시하고 있다.

4-3. 마찰력

마찰력은 접촉지역내의 전단응력 분포로부터 계산되지만 매우 한정된 문헌[8,9]만이 마찰력을 예측하고 있으며 특히 Disc machine에 의한 마찰력 측정자료를 사용하지 않고 마찰력을 예측하는 자료는 거의 존재하지 않는다. 이에 따라 본 연구에서는 마찰력을 예측하기 위해서 Disc machine data를 사용하지 않고 Rheometric data만을 사용하여 마찰력을 예측한다. 이를 위해서 리올로지 특성이 잘 파악된 5P4E를 선정하여 마찰력을 계산하며 이 결과를 Evans & Johnson [10]에 의해서 측정된 5P4E에 대한 Disc machine 등온 측정결과와 비교한다. Fig. 5에서 (*)는 구름속도 0.5 m/sec, 평균압력 0.47 GPa, 유막온도 100°C 조건에서 측정한 수치들이다. 4가지 종류의 유막온도(90°C,

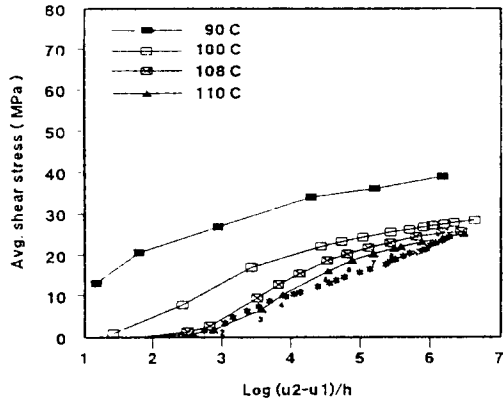


Fig. 5. Isothermal traction for 5P4E at a rolling speed 0.5 m/sec and 0.47 GPa (* from Evans & Johnson [10]).

100°C, 108°C, 110°C), 구름속도 0.5 m/sec, 평균압력 0.47 GPa 조건에 대한 수치해석 결과도 Fig. 5에 함께 제시된다. 이 해석에 사용된 5P4E의 모든 리올로지 수치들은 모두 Table 1 & 2에서 제시되어 있다. τ_{ij} 및 m 변수의 값들은 한계전단응력 및 압력과의 관계식 [1,2,7]에서 얻어진다. Fig. 5에 나타난 것처럼 측정결과와 가장 잘 일치하는 해석결과는 100°C가 아닌 110°C의 유막온도이다. 그러나 Nagaraj, Sanborn & Winer[11]는 단순 구름접촉조건에서 접촉 표면온도가 8°C~10°C 정도 증가한다는 것을 보여주었다. 이와같은 온도 상승은 윤활유 유입지역에서의 Compressional heating의 결과이므로 Evans & Johnson의 측정결과는 8°C~10°C 정도 과소평가된 것으로 예측된다. 따라서 수치해석결과와 측정결과를 비교해보면 유막온도 θ 의 Disc machine 마찰력 측정결과와 유막온도 θ , +8°C~10°C의 수치해석결과를 비교하는 것이 합리적이다. 즉, Fig. 5에서 나타나는 것처럼 평균전단응력의 차이가 매우 작으므로 이와 같은 수정은 마찰력의 비선형 변화를 잘 예측한다. 즉, 등온 마찰력은 Bair & Winer 모델 및 변형된 WLF 점성모델을 사용해서 잘 예측됨을 보여주고 있다. Fig. 6에 사용된 숫자들은 Fig. 5의 Data points 옆의 숫자들과 동일하며 접촉지역내의 윤활유가 한계전단응력을 가진 점소성거동을 하므로 상대속도비의 증가에 따라 소성역이 확대된다. 접촉지역내의 소성역의 성장은 Fig. 5의 마찰력의 대수적 증가와 관련된다. 상대속도비의 증가 및 온도의 감소에 따른 마찰계수의 변화가 Fig. 7에 표시되는데 상대속도비의 증가에 따라 마찰계수는 점근선적으

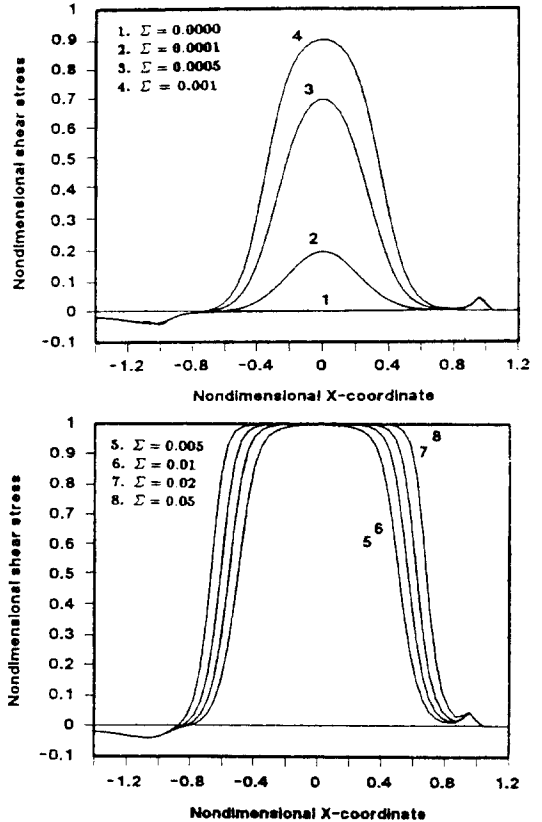


Fig. 6. Nondimensional shear stress distribution for 5P4E at a rolling speed 0.5 m/sec and 0.47GPa.

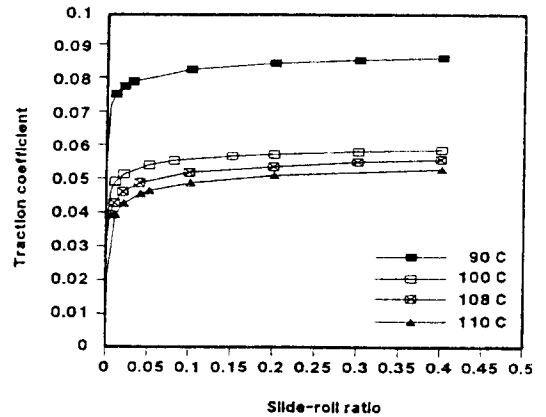


Fig. 7. Traction Coefficient for 5P4E as a slide-roll ratio at 0.5 m/sec and 0.47 GPa.

로 특정수치에 접근한다. Disc machine data와 수치해석 결과의 비교에 한개의 윤활유 5P4E가 적용되었지만 점소성 리올로지 모델 및 변형된 WLF 점성모델을

사용해서 마찰력이 예측될 수 있음을 보여주고 있다. 즉 "Primary data"가 상대속도비의 변화에 따른 마찰력의 비선형변화를 자신있게 예측하는데 사용될 수 있다. 마찰력은 주로 헤르쯔 접촉지역내에 윤활유의 리올로지 특성에 좌우되므로 마찰력을 성공적으로 예측하기 위해서는 탄성유체윤활 접촉조건내에 존재하는 온도 및 압력에 대한 리올로지 특성이 조사되어야 한다.

4-4. 유막두께

Case 1의 경우에 다른 상대속도비에 대한 유막두께 형상변화가 Barus 점성모델을 사용하여 Fig. 8에 제시되며 최소유막두께는 상대속도비의 증가에 따라

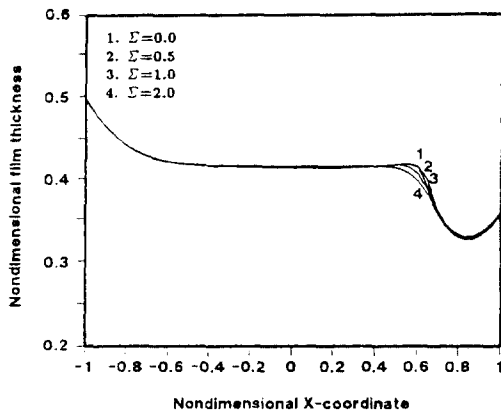


Fig. 8. Influence of slide-roll ratio on non dimensional film thickness profile for case 1.

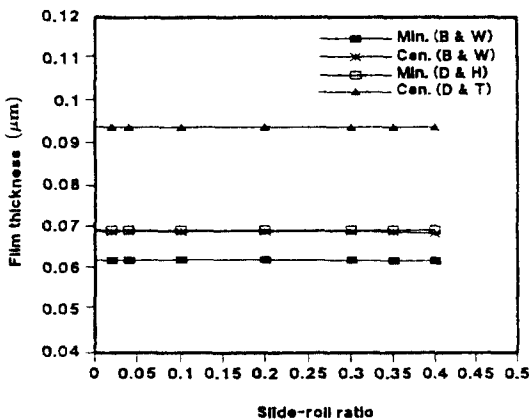


Fig. 9. Comparison of numerical film thickness with the Newtonian film thickness for case 5.

감소한다. 이는 한계전단응력에 의해서 제한되는 압력분포의 변형에 의해서 설명된다. Case 5에 대한 수치해석결과는 변형된 WLF 점성식에 의해서 Fig. 9에 제시되며 이때 계산된 접촉부의 중앙유막두께 및 최소유막두께가 Dowson & Higginson[12]과 Dowson & Toyoda[13]에 의해서 주어질 뉴우튼 유막두께와 비교된다. 여기에서는 $\alpha_0 = \frac{1}{\mu} \left[\frac{d\mu}{dp} \right]_{p=0}$ 대신에 $\alpha^* =$

$\left[\int_0^\infty \frac{\mu(T, 0)}{\mu(T, P)} dP \right]^{-1}$ 가 사용된다. 일반적으로 뉴우튼 유막 두께식을 사용하여 유막두께를 예측하는 경우는 α_0 가 사용되었지만 α^* 를 사용하는 것이 광학간섭법 (Optical Interferometry Technique)를 사용하여 유막두께를 측정된 실험결과와 매우 잘 일치한다. 즉, 변형된 WLF 점성모델에 근거한 α^* 를 사용함으로써 Case 5에 대해서 무차원변수 $U=1.364 \times 10^{-11}$, $G=2992$, $W=4.649 \times 10^5$ 를 적용한다. 뉴우튼 유막두께와의 비교에서 유막두께의 계산값과의 차이가 Fig. 9에 나타난다. 제시된 조건에서 접촉부에서 윤활유의 점성은 매우 높으며 이에 따라 윤활유의 유입지역에서 한계전단응력에 빨리 도달하며 이로 인해서 유막형성을 방해한다. 즉 유막두께의 차이는 비뉴우튼 리올로지특성에 기인한다. Case 5의 작동조건에서 뉴우튼 유막 두께식의 결과와 비교해보면 비뉴우튼 효과로 인해서 최소 및 중앙유막두께가 각각 10%, 30% 감소한다.

5. 결 론

Bair & Winer 리올로지 모델과 Barus 점성 및 변형된 WLF 점성모델을 적용하여 다음과 같은 연구결과를 얻을수 있다.

1. 뉴우튼 모델과는 달리 상대속도비가 증가함에 따라 압력 스파이크의 크기가 감소하고 소멸하는 경향이 있는데 이는 윤활유의 비뉴우튼 리올로지 특성으로 인해서 윤활유가 견딜 수 있는 전단응력의 한계가 있기 때문이다.

2. 5P4E의 리올로지 특성에 근거한 Primary data를 사용하여 계산한 수치해석결과는 Disc machine 측정결과와 잘 일치하고 있다. 즉 Primary data에 근거한 한계전단응력 형태의 Bair & Winer 점성성 리올로지 모델 및 변형된 WLF 점성모델이 실질적인 마찰력 예측에 적용될 수 있다. 마찰력 및 마찰계수는 상대속도

비 및 한계전단응력의 함수이며 상대속도비 및 τ_w , m 의 증가에 따라 증가한다.

3. 유막두께는 상대속도비의 증가에 따라 약간 감소하며 뉴우튼 유막두께식과의 비교에서 유막두께는 비뉴우튼 효과에 의해서 10%~30% 정도 감소한다.

참 고 문 헌

1. Bair, S. and Winer, W. O., "A Rheological Model Elastohydrodynamic Contacts based on Primary Laboratory Data," *Journal of Lubrication Technology*, Vol.101, 1979, pp.258-265.
2. Bair, S. and Winer, W. O., "Shear Strength Measurements of Lubricants at High Pressures," *Transactions of the ASME*, 78-Lub-8, pp.1-4.
3. Gccim, B. and Winer, W. O., "Lubricant Limiting Shear Stress Effect on the Film Thickness," *Jour. of Lub. Tech.*, Vol.102, April 1980, pp.213-221.
4. Houpert, L. G. and Hamrock, B. J., "Fast Approach for Calculation Film Thickness and Pressure in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High Loads," *Journal of Tribology*, Vol.108, Jul. 1986, pp. 411-420.
5. Yasutomi, S., Bair, S. and Winer, W. O., "An Application of a Free Volume Model to Lubricant Rheology 1-Dependence of Viscosity on Temperature and Pressure," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 106, April 1984, pp.291-303.
6. Yasutomi, S., Bair, S. and Winer, W. O., "An Application of a Free Volume Model to Lubricant Rheology 1-Variation in Viscosity of Binary Blended Lubricants," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 106, April 1984, pp.304-312.
7. Bair, S. "High Shear Stress Rheology of Liquid Lubricants," Ph.D. Thesis, G.I.T.
8. Wang, S. H. and Zhang, H. H., "Comboned Effects of Thermal and Non-Newtonian Character of Lubricant on Pressure, Film Profile, Temperature Rise and Shear Stress in E.H.L.," *Journal of Tribology*, Vol.109, Oct. 1987, pp.666-670.
9. Sui, P. C. and Sadeghi, F., "Non-Newtonian Thermal Elastohydrodynamic Lubrication," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol.113, April 1991, pp. 390-397.
10. Evans, C. R. and Johnson, K. L., "Regimes of Trac-

tion in Elastohydrodynamic Lubrication," *Proc. Instrn. Mech. Engrs.* Vol.200, No.C5, 1986. pp.313-325.

11. Nagaraj, H. S., Sanborn, D. M. and Winer, W. O., "Surface Temperature Measurements in Rolling and Sliding EHD Contacts," *ASLE Transactions* Vol.22, pp.277-285.
12. Dowson, D. and Higginson, G. R., "Elasto-Hydrodynamic Lubrication," Pergamon Press. 1966.
13. Dowson, D. and Toyoda, S., "A Central Film Thickness Formula for Elastohydro dynamic Line Contacts," *Proceedings of the 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 1978. pp.60-65.

부 록 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial P_j} &= 3H_i^2 D_{ij} \left(\frac{dP}{dX} \right)_i + H_i^3 \frac{\partial \left(\frac{dP}{dX} \right)_i}{\partial P_j} - \lambda \frac{\bar{\mu}_i}{\Phi_i} P_i^3 D_{ij} \\ &+ \lambda \frac{1}{\Phi_i^2} \left(\frac{\partial \bar{\mu}_i}{\partial P_j} \Phi_i - \bar{\mu}_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial P_j} \right) P_i^3 (H_e - H_i) \\ &+ 3\lambda \frac{\bar{\mu}_i}{\Phi_i} P_i^2 \frac{\partial P_i}{\partial P_j} (H_e - H_i) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_o} = 3H_i^2 \left(\frac{dP}{dX} \right)_i - \lambda \frac{\bar{\mu}_i}{\Phi_i} P_i^3$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_e} = \lambda \frac{\bar{\mu}_i}{\Phi_i} P_i^3$$

$$D_{ij} = \frac{\partial H_i}{\partial P_j}, \left(\frac{dP}{dX} \right)_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{X_{i+1} - X_i}$$

$$P_i = \sqrt{\frac{8W}{\pi}} \left(\frac{H_i}{\tau_{li}} \right) \left(\frac{dP}{dX} \right)_i$$

$$\Phi_i = \text{sgn}(\bar{\tau}_{2i}) [(1 - |\bar{\tau}_{2i}|)^2 \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{2i}|) - \frac{3}{2} \right\}]$$

$$- \text{sgn}(\bar{\tau}_{1i}) [(1 - |\bar{\tau}_{1i}|)^2 \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{1i}|) - \frac{3}{2} \right\}]$$

$$+ P_i [(1 - |\bar{\tau}_{2i}|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{2i}|) - 1 \right\}]$$

$$+ \frac{\partial P_i}{\partial P_j} [(1 - |\bar{\tau}_{2i}|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{2i}|) - 1 \right\}]$$

$$+ P_i [(1 - |\bar{\tau}_{1i}|) \left\{ \ln(1 - |\bar{\tau}_{1i}|) - 1 \right\}] + \kappa$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial P_j} =$$

$$\begin{aligned} & \operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{2i})[-2|\frac{\partial \bar{\tau}_{2i}}{\partial P_j}|(1-|\bar{\tau}_{2i}|)\{\ln(1-|\bar{\tau}_{2i}|)-1\}] \\ & -\operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{1i})[-2|\frac{\partial \bar{\tau}_{1i}}{\partial P_j}|(1-|\bar{\tau}_{1i}|)\{\ln(1-|\bar{\tau}_{1i}|)-1\}] \\ & +[(1-|\bar{\tau}_{1i}|)\{\ln(1-|\bar{\tau}_{1i}|)-1\}] \\ & -P_i[|\frac{\partial \bar{\tau}_{2i}}{\partial P_j}|\ln(1-|\bar{\tau}_{2i}|)+|\frac{\partial \bar{\tau}_{1i}}{\partial P_j}|\ln(1-|\bar{\tau}_{1i}|)] \\ \frac{\partial \bar{\tau}_{1i}}{\partial P_j} = & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\epsilon(\frac{\partial S_i}{\partial P_j}P_i + S_i \frac{\partial P_i}{\partial P_j}) + \operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{2i})\frac{\partial P_i}{\partial P_j} \ln(1-\operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{2i})\bar{\tau}_{2i})}{\{-\operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{2i})\ln(1-\operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{2i})\bar{\tau}_{2i}) - \operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{1i})\ln(1-\operatorname{sgn}(\bar{\tau}_{1i})\bar{\tau}_{1i})\}} \\ \frac{\partial \bar{\tau}_{2i}}{\partial P_j} = & \frac{\partial P_i}{\partial P_j} + \frac{\partial \bar{\tau}_{1i}}{\partial P_j} \\ \frac{\partial P_i}{\partial P_j} = & \sqrt{\frac{8W}{\pi}} \frac{(D_{ij}(\frac{dP}{dX})_i + H_i \frac{\partial(\frac{dP}{dX})_i}{\partial P_j})\bar{\tau}_{Li} - H_i(\frac{dP}{dX})_i \frac{\partial \bar{\tau}_{Li}}{\partial P_j}}{\bar{\tau}_{Li}^2} \\ \frac{\partial S_i}{\partial P_j} = & \left(\frac{\pi UE'}{8Wp_H}\right) \frac{\frac{\partial \bar{\mu}_i}{\partial P_j} H_i \bar{\tau}_{Li} - \bar{\mu}_i (D_{ij} \bar{\tau}_{Li} + H_i \frac{\partial \bar{\tau}_{Li}}{\partial P_j})}{(H_i \bar{\tau}_{Li})^2} \end{aligned}$$