

재료의 비선형성을 고려한 후육 정사각튜브의 좌굴에 관한 연구

A Study on the Buckling Analysis of the Thick-walled Square Tubes

한 병 기*, 박 봉 현**, 정 태 은***, 홍 승 준***
B. G. Han, B. H. Park, T. E. Jeong, S. J. Hong

ABSTRACT

The buckling is one of the major two nonlinear problems. One is the material non-linearity and other is the geometrical nonlinear. Material non-linearity has occurred when the buckling stress exceeded the yield stress of material. The material non-linearity is clearly encountered when the thickness is thick. Therefore, the material non-linearity must be taken into account when the buckling analysis of thick plate is performed. In this study, inelastic modulus that is used to calculate the buckling strength is taken to account for the material non-linearity. The results from experiments are used to formulate the semi-theoretical formula. The analysis results generated by the use of semi-theoretical formula are close to the experimental data.

주요기술용어 : Material non-linearity(재료 비선형), Crippling(붕괴), Thick-walled square tube (후육정사각튜브), Inelastic modulus(비탄성계수), Local buckling(국부좌굴)

1. 서 론

최근 들어 자동차의 고성능화와 함께 사용자의 인식 변화로 인하여 차의 안전은 상당히 중

요한 관심사이다. 자동차의 충돌시 그 에너지의 대부분을 에너지 흡수 부재가 흡수해야 하기 때문에, 이 부재에 대한 축방향 압괴해석의 중요성은 크다. 또한 최근에는 이들 충돌부재의 선정에 있어서 재료와 단면의 다양화를 꾀하고 있다. 그러나 이러한 여러 가지 변화를 주기 위해서는 각 경우에 대한 정확한 해석방법이 필요하다.

* 정회원, 홍익대학교 기계공학과

** 정회원, 홍익대학교 대학원

*** 정회원, 고등기술연구원

에너지 흡수 부재의 압괴해석은 여러 방법이 있다. 그러나 대형차량이나 철도차량등에 사용되고 있는 에너지 흡수부재는 상당히 두꺼운 편이고, 이러한 판의 압괴해석은 얇은 두께의 판 해석과는 달리 좀더 많은 변수를 도입해야 한다. 그러나 많은 변수를 도입한 해석은 해를 구하는데 있어 한계가 있으므로, 실제의 문제를 해결하는데는 그다지 도움이 되지 않는다. 때문에 본 연구에서는 이러한 판에 대한 이론적 해석은 제외하였다.

축방향 압괴해석은 두가지의 비선형성, 즉, 재료의 비선형성과 기하학적 비선형성이 포함되어 있는 문제이므로 정확한 해석을 하여 실제의 거동을 대변하기란 여간 어려운 것이 아니다.²⁾ 그러나 해석에 일정한 제한만 주면 보다 쉽게 해석을 해낼 수 있다. 정사각튜브의 축방향 압축문제에서 이론적인 국부좌굴하중은 재료의 항복강도를 훨씬 넘어서며, 이현상은 부재 단면의 두께가 두꺼울수록 더 심해진다.³⁾ 그러나 부재의 항복강도 이후는 대부분의 재료가 비선형거동을 시작하므로, 국부좌굴거동이 비선형거동에 영향을 받기 시작한다. 물론 완전히 재료의 비선형성에만 영향을 받고 있다고는 볼 수 없지만, 지배적인 영향을 받고 있다고 볼 수는 있다.

본 연구에서는 부재의 두께가 상당히 두꺼운 부재의 최대압괴응력을 산정하는데 초점을 맞추었다. 최대압괴하중에 대한 이론식은 재료의 비선형성을 고려하여 구하였다. 또한 상당히 두꺼운 단면으로 된 정사각튜브의 좌굴실험을 수행하여 해석결과와 비교하였다.

2. 이 론

2.1 단성 국부 좌굴

두께가 얇은 정 4각 튜브가 Fig.2.2와 같이 압축응력을 받을 때, 모서리가 단순지지 조건을 만족한다고 생각하는 것이 일반적이다.¹⁾ 때문에 Fig.2.3와 같은 평판으로 이상화시킬 수 있다.

Fig.2와 같이 축방향 압축하중을 받고 있는 얇은 판의 지배 방정식은 다음과 같다.²⁾

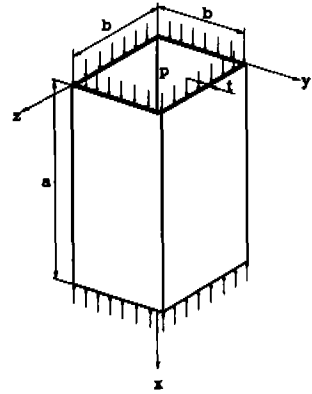


Fig.1 A thin-walled square tube subjected to uniform compressive stress.

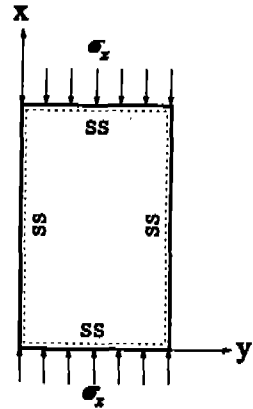


Fig.2 Plate under axial compression

$$\nabla^4 w = -\frac{\sigma \cdot t}{D} \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \quad (1)$$

식(1)의 해를 구하고 양단 단순지지의 경계조건에 대입하면 이 조건에 대한 특성방정식을 구할 수 있으며, 이것을 수치해석하면 최소좌굴계수 'K=4'를 구할 수 있다.²⁾ 따라서 국부좌굴응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{cr} = \frac{K\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2)$$

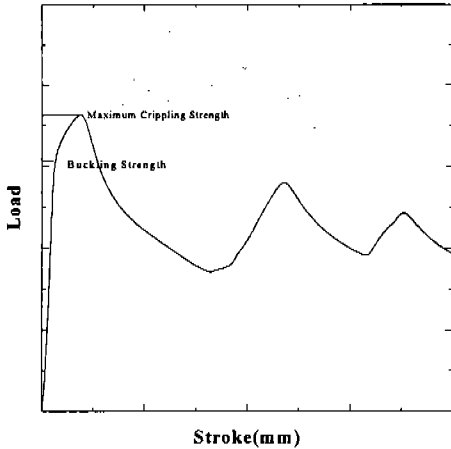


Fig. 3 Typical load-displacement curve for a square tube

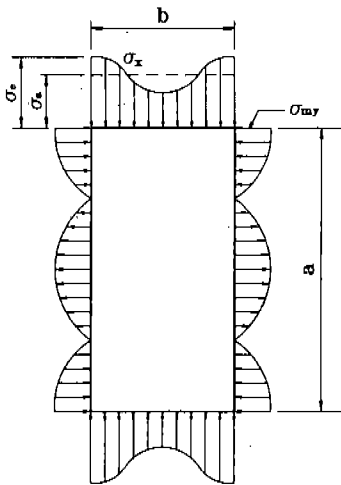


Fig. 4 Post buckling stress distribution in a simply supported flat plate³⁾

2.2 최대 압괴

압축하중을 받는 4각튜브는 좌굴판이 좌굴된 후에도 계속 하중을 받을 수 있으며, 판의 수직 방향 처짐량이 급속히 증대하여 대변형에 의한 좌굴 거동이 일어난다.³⁾ 그리고 구속판에서도 좌굴 거동이 일어나면서 압축응력은 증가하고 재료의 가공경화현상에 의해 압괴강도에 도달하게

된다. 이러한 과정을 Fig.3의 응력-변위 선도에 나타내었다.

이러한 좌굴거동 시 대변형에 의해 4각판의 양단의 응력분포는 Fig.4에서 보여지는 것처럼 모서리부가 최대가 되는 곡선분포를 가진다.

Fig.4에서 σ_a 는 평균압축응력으로서 하중이 가해지는 변에 작용하는 압축응력의 평균값이다. 좌굴된 판의 실질적 붕괴는 하중이 가해지는 변의 모서리부 끝단 응력값이 항복응력 σ_y 에 도달할 때 발생한다. Gerard³⁾는 4각판의 좌굴 거동에 대하여 평균압축응력 σ_a 와 끝단응력 σ_e 의 관계식을 다음과 같이 제시하고 실험적으로 계수들을 결정하였다.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{cr}} = \alpha \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{cr}} \right)^{c_1} \quad (3)$$

여기서 α 와 c_1 은 판의 좌굴계수로서 판이 얇을 경우의 값을 다음과 같이 제시하였다.

$$\alpha = 0.82, \quad c_1 = 0.57$$

판의 끝단응력이 항복응력에 도달하여 붕괴를 일으키면 평균압축응력이 최대좌굴하중에 도달하므로, 식(3)는 다음과 같이 변형된다.

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} \right)^n \quad (4)$$

이때 지수 n 은 c_1 과 다음의 관계를 가진다.

$$n = 1 - c_1 \quad (5)$$

한편 Kim^{5),6)} 등은 4각튜브의 압괴실험을 통하여 α 와 n 값을 제시하였으며 각각 다음과 같다.

$$\alpha = 0.79, \quad n = 0.40 \quad (6)$$

식(6)을 식(4)에 대입하면 4각튜브의 최대압괴

하중에 대한 실험식을 얻을 수 있으며, 다음과 같다.

$$\sigma_{\max} = 0.73 \cdot \sigma_y \left[\frac{K \cdot E}{(1 - \nu^2) \sigma_y} \right]^{0.40} \quad (7)$$

2.3 비탄성 거동을 고려한 국부좌굴

Ramberg-Osgood⁴⁾은 재료의 응력-변형률 선도를 해석하기 위하여 세 가지의 변수 즉, 탄성계수(Young's Modulus)와 비탄성계수(Tangent Modulus), 그리고 접선항복강도(Secant Yield Strength)를 도입하여 간단한 공식을 제안 하였다. 특히, 재료의 응력-변형률 선도와 비탄성 계수를 표현하기 위하여 소성좌굴의 이론적 연구에 적합한 응력-변형률 선도에 대한 이론적 표현을 한 Nadai⁴⁾의 연구결과를 기초로 하였다. 새로운 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$e = s + \frac{1 - m_1}{m_1} s^n \quad (8)$$

여기서 e 와 s 는 무차원화한 변형률과 응력으로 $e = \epsilon E / \sigma_1$, $s = \sigma / \sigma_1$ 이다

따라서 재료의 인장실험 결과에서 변형률은

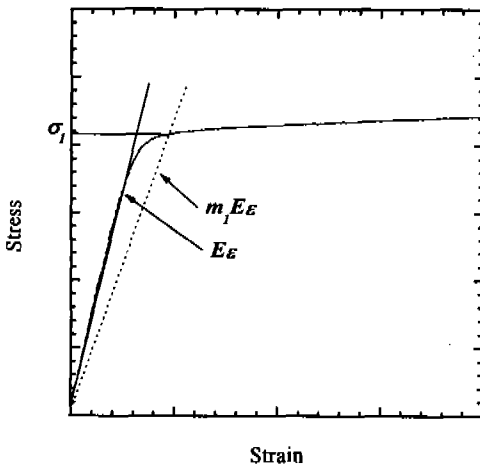


Fig.5 Determination of secant yield strength

σ_1/E 으로, 응력은 σ_1 으로 무차원화 시키고 식 (8)을 이용하여 n 값을 결정한다.

Fig.5는 재료의 응력-변형률 선도를 선도이며 이때의 기울기로 그은 선과 응력-변형률 선도와 만나는 점의 종축의 값을 비탄성 응력, σ_1 으로 정한다.

Fig.6는 $m_1 = 0.7$ 일 때, n 값의 변화에 따른 선도들을 보여준다. 비탄성 계수는 응력-변형률 선도에 접선의 주어진 응력에 해당되는 점의 기울기로써 정의된다. 비탄성 계수에 대한 관계식을 국부좌굴응력에 적용하면 다음과 같다.⁸⁾

$$\sigma_{cr} = \frac{K p l^2 E_t}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (9)$$

여기서 E_t 는 비탄성 계수로서 다음과 같다.

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{n(1 - m_1)}{m_1} \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \right)^{n-1}} \quad (10)$$

여기서 σ_1 는 비탄성 응력, σ_{cr} 는 튜브의 국부좌굴응력이다.

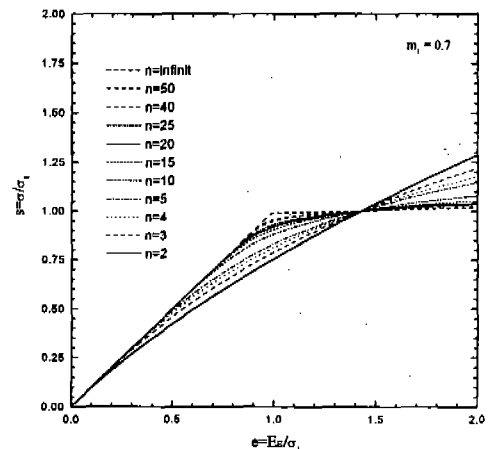


Fig.6 Normalized stress-strain curve.⁴⁾

Table 1 Dimensions of specimen

Specimen	Width (mm)	Thickness (mm)	t/b
A16061#1	50	2	0.04
A16061#2	50	3	0.06
A16063#1	45	1.2	0.027
A16063#2	45	1.8	0.04
A16063#3	50	2	0.04
A16063#4	50	4	0.08

Table 2 Tensile test results

Specimen	E(Gpa)	σ_v (Mpa)
A16061	65.6	208
A16063	71.6	199

3. 실험결과 및 고찰

본 연구에서는 두 가지 종류의 알루미늄으로 된 정사각튜브를 후폭비(t/b)의 변화에 따라 좌굴실험을 하였다. 시험편의 주요 치수들은 Table 1과 같다.

재료의 기계적 성질과 비선형 거동에 대한 계수들의 정확한 예측을 위해서는 인장실험으로부터 비탄성계수들을 결정해야 한다. 실험 결과로부터 두 가지 종류의 알루미늄재에 대한 무차원화시킨 응력-변형률선도와 실험결과는 다음의 Fig.7, Fig.8에 나타내었다.

Table 3 Buckling test results

Specimen	b (mm)	t (mm)	Material	σ_{max}	Specimen	b (mm)	t (mm)	Material	σ_{max}
S0101	45	1.2	6063	172.93	S0801	50	4.0	6063	198.8
S0202	45	1.2	6063	139.6	S0802	50	4.0	6063	193.2
S0203	45	1.2	6063	156	S0803	50	4.0	6061	206
S0301	45	1.7	6063	170.74	S0601	50	2.0	6061	175.2
S0302	45	1.75	6063	171.72	S0602	50	2.0	6061	161.9
S0303	45	1.75	6063	174.47	S0603	50	2.0	6061	169.1
S0501	50	2.0	6063	206.08	S0701	50	3.0	6061	231.9
S0502	50	2.0	6063	167.8	S0702	50	3.0	6061	213.72
S0503	50	2.0	6063	152.9	S0703	50	3.0	6061	213.2

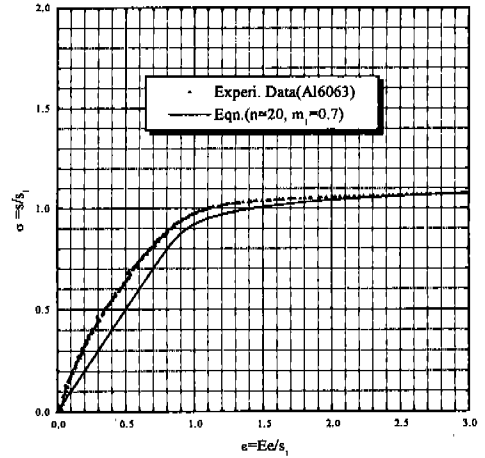


Fig.7 An experimental and computed stress-stain curve for A16063 specimen

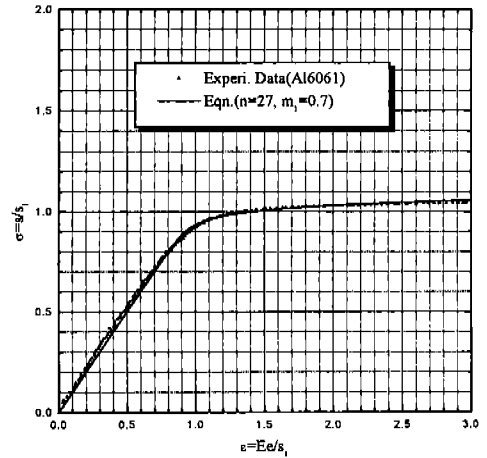


Fig.8 An experimental and computed stress-stain curve for A16061 specimen

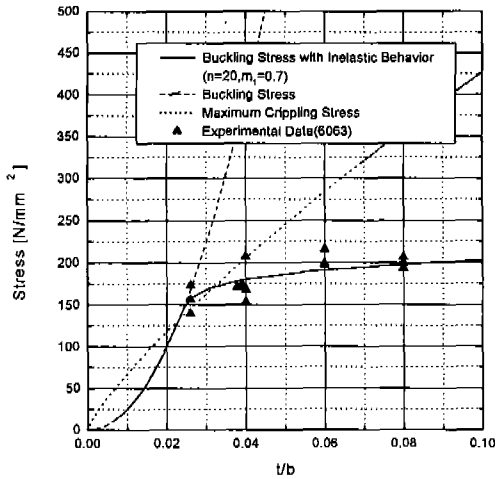


Fig.9 The maximum crippling stress to width to thickness ratio for Al6063 specimen

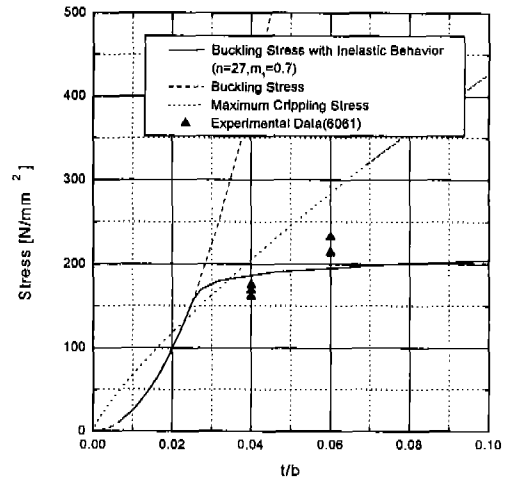


Fig.10 The maximum crippling stress to width to thickness ratio for Al6061 specimen

좌굴실험은 정적인 상태를 만족하기 위하여 변위속도를 10mm/min으로 하였다. 인장실험결과와 Table 2, 국부좌굴실험결과는 Table 3에 정리하였다.

Fig.9, Fig.10은 식(2), 식(7), 식(9)에 의하여 그린 그림과 실험결과를 표시한 것들이다. 즉, 단면의 후폭비의 변화에 따른 탄성좌굴응력의 변화, 최대압괴응력의 변화, 그리고 재료의 비선형성을 고려한 좌굴응력의 변화, 그리고 실험결과를 그린 것들이다. 그림에서 보듯이, 부재의 후폭비가 두꺼워질수록 재료의 비선형성이 심화됨을 알 수 있고, 따라서 후폭비가 클수록 재료의 비선형성을 고려해야 한다. 또한 서론에서 언급한 바와 같이 재료의 비선형성만을 고려하여도 실험결과와 어느정도 일치한다.

4. 결 론

본 연구를 진행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 두꺼운 판으로 된 정사각튜브의 좌굴에 대한 준실험식을 세웠다.
- 2) 얇은 판으로 된 정사각튜브의 좌굴과는 달리 판의 두께가 두꺼워지면 재료의 비선

형 거동을 고려해야 함을 확인하였다.

- 3) 후속 정사각튜브의 최대압괴하중산정은 본 연구에서 제시한 좌굴식을 이용하는 것이 타당함을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. Timoshenko, S. P. and Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability", McGRAW-HILL, 1988.
2. H. G. Allen, P. S. Bulson, "Back-ground to Buckling", McGRAW-HILL, 1980.
3. Gerald, G., "Introduction to Structural Stability Theory", McGraw-HILL, 1952.
4. W. Ramberg and W. R. Osgood, "Description of stress-strain curves by three para-meters", NACA TN 902, 1943
5. Kim, C. W., Han, B. K. and Lim, C. H., "Effect of Initial Imperfection on the Collapse Mode of Rectangular Tube", Proceeding of the KSME Solid Mechanics Division, pp. 7~11, 1994.
6. Kim, C. W., Han, B. K. and Lim, C. H., "Collapse Mechanism Analysis of Thin-

- walled Rectangular Tube*", *Proceeding of the KSME Spring Annual Meeting*, No.1, pp. 615~620, 1995.
7. Han, B. K. and Park, B. H., "An Experimental Analysis of Local and Overall Buckling of Square Tubes", *Proceeding of the KSME Spring Annual Meeting*, No.1, pp. 242~247, 1996.
8. Han, B. K. and Park, B. H., "A Study on the Relationship between Local and Overall Buckling of Square Tubes", *Proceeding of the KSME Autumn Annual Meeting*, No.1, pp. 429~434, 1996.