한국퍼지 및 지능 시스템학회 논문지 1998, Vol. 8, No. 5. (1998) 21~28

비선형 퍼지 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기의 설계

Design of a Variable Structure Controller with Nonlinear Fuzzy Sliding Surfaces

이희진 · 강형진* · 김정환* · 박민용*

Heejin Lee, Hyungjin Kang*, Junghwan Kim* and Mignon Park*

국립안성산업대학교 제어계측공학과, *연세대학교 전자공학과

요 약

본 논문은 고정 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기의 단점인 도달영역에서의 파라미터 불확실성과 외부 외란에 대한 민감성을 감소시키는 방안으로 고정 슬라이딩면 대신 비선형 퍼지 슬라이딩면을 제시한다. 비선형 퍼지 슬라이딩면을 통하여 시스템 상태 궤적이 초기 위치에서부터 평형점에 이르기까지 외란과 파라미터의 불확실성에 강인하게 되며 아울러 고정 슬라이딩면까지의 도달시간 뿐만 아니라 평형점까지의 도달시간도 감소하게 되는 특성을 보이고자 한다. 본 논문은 회전 역진자을 이용한 시뮬레이션을 통해 제안된 알고리즘을 적용하여 타당성을 입증하였다.

ABSTRACT

This study develops a variable structure controller using the time-varying nonlinear sliding surface instead of the fixed sliding surface, which has been the robustness against parameter variations and extraneous disturbance during the reaching phase. By appling TS fuzzy algorithm to the regulation of the nonlinear sliding surface, the reaching time of the system trajectory is faster than the fixed method. This proposed scheme has better performance than the conventional method in reaching time, parameter variation and extraneous disturbance. To demonstrate its performance, the proposed control algorithm is applied to a rotational inverted pendulum.

1. 서 론

가변 구조 제어기(Variable Structure Controller)[12]는 시스템 상태에 따라 변화하는 구조를 갖는 비선형 피드백 제어기로써 그 특징은 스위칭면을 동반한 슬라이딩 모드(Sliding Mode)[6,8]라 할 수 있다. 이러한 면은 제어 입력이 두 구조사이를 스위칭하는 다변수 시스템의 상태 공간상에서 불연속면들을 경계로 하고 있으며 슬라이딩 모드 동안에는 설계 대상에 따라 안정성, 비선형의 선형화, 차수 감소 등의 시스템 성능을 만족시키게 되나 시스템이 도달 영역(Reaching Phase)에 있을 때에는 파라미터의 변동과 외부 외란에 민감한 특성을 갖게 된다. 시스템 상태 궤적의 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 갖게 함으로서는 상기된 문제점들을 해결하고자 하는 시도가[7,9,10] 있었으나 이러한 방법들은 초기 위치에 제한을 주거나[10], 시스템의 도달시간(Reaching Time)은 빨라지나 평형점(Equilibrium Point)까지의 시간은 느려지며[9] 시스템 제어기에 슬라이딩면의 변화 성분을 제외하고 제어하는 문제점[7]을 갖고 있다. 따라서 본 논문은 시스템 상태 궤적의 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 도입하여 시스템이 동작하는 전 범위에서 파라미터 변화와 외부 외란에 강인하도록 한다.

퍼지 이론[17]에 기초한 제어의 한 종류인 퍼지 제어를 가변 구조 제어에 적용한 여러 방법[11,15,16,18-20]들이 제시되어 왔으며 이러한 퍼지 제어는 복잡하고 모델링이 어려운 시스템을 다루는 데 사용되어져 왔다. 대부분의 퍼지 제어 시스템에서, 퍼지 규칙들은 전문가의 지식과 전통 제어 알고리즘[3,13]에 바탕을 둔 전문가들로부터 이루어져왔다.

본 논문에서, 퍼지 모델의 하나인 TS 퍼지 모델[14]을 이용하여 비선형 슬라이딩면을 형성시키며 이러한 비선형 슬라이딩면을 이용함으로서 시스템 상태 궤적의 임의의 초기 위치에서부터 최종 스위칭면까지의 도달시간뿐만 아니라 평형점까지의 도달시간도 줄일 수 있게 된다.

본 논문은 현대 제어의 유효성과 새로운 제어이론의 증명을 위해 널리 사용되고 있는 전형적인 불안정

비선형 시스템인 역진자 시스템[21]을 도입하여 제안된 알고리즘의 타당성을 입증하고자 한다. 2장에서는 가변 구조 제어기에 대하여 설명하며 3장에서는 제시한 비선형 퍼지 슬라이딩면에 대해 기술한 후 4장에서 시뮬레이션을 통해 기존의 고정 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기와 제안한 비선형 퍼지 슬라이딩면을 동반한 가변 구조 제어기의 특성을 비교한다. 마지막으로 5장에서는 결론에 대해 기술한다.

2. 가변 구조 제어기

가변 구조 제어기는 스위칭면에서 구조를 변화시킴으로써 로버스트한 특성[1,2,4]을 갖도록 하는 비선형 제어기이다.

n차의 비선형 시스템을 나타내면 다음과 같다.

$$\text{플랜트: } x^{(n)}(t)=f(\boldsymbol{x},t)+b(\boldsymbol{x},t)u(t)+d(t) \tag{1}$$

$$\text{모 델: } x^{(n)}(t)=\hat{f}(\boldsymbol{x},t)+\hat{b}(\boldsymbol{x},t)u(t) \tag{2}$$

여기서, $\boldsymbol{x}$는 상태 벡터, $u(t)$는 제어 입력, $d(t)$는 외란이며 $f(\boldsymbol{x},t)$와 $d(t)$는 정확히 알지 못하나 $|\Delta f|$와 $|\Delta d|$ 범위 안에서 움직인다고 한다[6]. 이 때 발생되는 $|\Delta f|$와 $|\Delta d|$ 범위는 각각 (3), (4)과 같다.

$$|\Delta f| = |f(\boldsymbol{x},t)-\hat{f}(\boldsymbol{x},t)| \le F(\boldsymbol{x},t) \tag{3}$$

$$|\Delta d| = |d(t)| \le D(\boldsymbol{x},t) \tag{4}$$

상태 변수 x를 임의의 특정한 상태 변수 x_d를 따라 움직이도록 하는 것이 필요하다. 여기서 추적 오차 $\tilde{x}$는 $\tilde{x}=x-x_d$로 표현되며 이 때 추적 오차 벡터는 다음과 같다.

$$\tilde{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_d=[\tilde{x}\ \dot{\tilde{x}}\cdots\tilde{x}^{(n-1)}]^T \tag{5}$$

상태 공간 $R^{(n)}$상에서 슬라이딩면은 $s(\boldsymbol{x},t)=0$를 만족하며 이 때 $s(\boldsymbol{x},t)$는 (6)과 같다.

$$s(\boldsymbol{x},t)=(\frac{d}{dt}+\lambda)^{(n-1)}\tilde{x},\quad \lambda>0 \tag{6}$$

슬라이딩면을 갖고 있는 가변 구조 시스템의 상태 궤적은 초기 위치에서 출발하여 (7)의 도달 조건에 의해 슬라이딩면에 도달하게 되며 이 후에는 슬라이딩면을 따라 평형점에 도달하게 된다[3].

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s^2(\boldsymbol{x},t)\le-\eta|s|,\quad \eta>0 \tag{7}$$

도달 조건(7)을 만족하는 제어기 $u(t)$는 다음과 같다[6].

$$\hat{u}(t)=\hat{b}(\boldsymbol{x},t)\left[-\hat{f}(\boldsymbol{x},t)-\left\{\sum_{p=1}^{n-1}\begin{bmatrix}n-1\\p\end{bmatrix}\lambda^p\tilde{x}^{(n-p)}(t)-x_d^{(n)}(t)\right\}\right] \tag{8}$$

$$u(t)=\hat{u}(t)-\hat{b}^{-1}(\boldsymbol{x},t)\ k(\boldsymbol{x},t)\,sgn(s) \tag{9}$$

$$sgn(s)=\begin{cases}+1 & \text{for } s>0\\ -1 & \text{for } s<0\end{cases} \tag{10}$$

여기서, $0<b_{min}\le b(\boldsymbol{x},t)\le b_{max}$, $\hat{b}(\boldsymbol{x},t)=(b_{min}\,b_{max})^{1/2}$,

$$\begin{bmatrix}n-1\\p\end{bmatrix}=\frac{n!}{p!(n-p)!}\quad \text{for } n\le p,$$

$$k(\boldsymbol{x},t)=\hat{b}(\boldsymbol{x},t)b^{-1}(\boldsymbol{x},t)(F(\boldsymbol{x},t)+D(\boldsymbol{x},t)+\eta)+|\hat{b}(\boldsymbol{x},t)b^{-1}(\boldsymbol{x},t)-1||\hat{u}(t)| \tag{11}$$

3. 새로운 비선형 슬라이딩 제어

3.1 새로운 비선형 슬라이딩면

비선형 시스템이 2차인 경우의 시스템 방정식은 (12), (13)과 같이 표현된다.

$$\text{플랜트: } \ddot{x}(t)=f(\boldsymbol{x},t)+b(\boldsymbol{x},t)u(t)+d(t) \tag{12}$$

$$\text{모 델: } \ddot{x}(t)=\hat{f}(\boldsymbol{x},t)+\hat{b}(\boldsymbol{x},t)u(t) \tag{13}$$

슬라이딩면이 가변하는 경우 (6)의 슬라이딩면은 (14)로 변경되며 제어 입력 $u(t)$는 (17)과 같게 된다.

$$s(\boldsymbol{x},t)=[\frac{d}{dt}+\lambda(t)]\tilde{x}(t)=\ddot{\tilde{x}}(t)+\lambda(t)\dot{\tilde{x}}(t) \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\dot{s}(\boldsymbol{x},t)&=\ddot{\tilde{x}}(t)+\lambda(t)\ddot{\tilde{x}}(t)+\dot{\lambda}(t)\dot{\tilde{x}}(t)\\&=\ddot{x}(t)-\ddot{x}_d(t)+\lambda(t)\ddot{\tilde{x}}(t)+\dot{\lambda}(t)\dot{\tilde{x}}(t)\\&=f(\boldsymbol{x},t)+b(\boldsymbol{x},t)u(t)+d(t)-\ddot{x}_d(t)+\lambda(t)\ddot{\tilde{x}}(t)\\&\quad+\dot{\lambda}(t)\dot{\tilde{x}}(t)\end{aligned} \tag{15}$$

$$\hat{u}(t)=\hat{b}^{-1}(\boldsymbol{x},t)[-\hat{f}(\boldsymbol{x},t)+\ddot{x}_d(t)-\lambda(t)\ddot{\tilde{x}}(t)-\dot{\lambda}(t)\dot{\tilde{x}}(t)] \tag{16}$$

$$u(t)=\hat{u}(t)-\hat{b}^{-1}(\boldsymbol{x},t)k(\boldsymbol{x},t)sgn(s) \tag{17}$$

가변 구조 제어기가 임의의 초기 조건에서부터 강인성을 갖고 동작하기 위해선 시스템 상태 궤적이 초기 위치에서부터 슬라이딩면 위에서 움직여야 한다. 따라서 슬라이딩면을 비선형적으로 가변시킴으로서 시스템 상태 궤적을 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 따라 움직이게 할 수 있다. 이러한 비선형 슬라이딩면은 정리 1과 정리 2를 통해 구현되며 시스템은 비선형 슬라이딩면을 따라 움직이면서 안정하게 평형점에 도달할 수 있다.

정리 1 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (b) 또는 (d)

에 있을 때 λ가 (18)과 (19)를 만족하면 시스템 상태 궤적은 비선형 슬라이딩면을 따라 움직이면서 평형점에 도달하기 위한 안정 조건을 갖는다(λ_f는 λ의 최종값).

1) $\lambda > 0$이고 $1+\lambda^2 > \dot{\lambda}$ (18)

2) $\lambda < \lambda_f$이면 $\dot{\lambda} > 0$

$\lambda > \lambda_f$이면 $\dot{\lambda} < 0$

$\lambda = \lambda_f$이면 $\dot{\lambda} = 0$ (19)

(증명) 시스템 상태 궤적이 비선형 슬라이딩면을 따라 움직이면서 평형점에 도달하려면 Lyapunov 함수 $V(\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \lambda)$가 양의 한정(positive definite)이고 $\dot{V}(\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \lambda)$이 음의 한정(negative definite)이어야 한다 [3,5,13].

$$V(\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \lambda) = \frac{1}{2}\tilde{x}^2 + \frac{1}{2}\dot{\tilde{x}}^2 + \frac{1}{2}(\lambda - \lambda_f)^2 \geq 0$$

단, $\tilde{x} = \dot{\tilde{x}} = 0$이면 $\lambda = \lambda_f$ 및 $V=0$이고, 시스템의 상태 궤적이 임의의 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 따라 움직인다면 (14)로부터 $\dot{\tilde{x}}(t)$은 $-\lambda(t)\tilde{x}(t)$으로 표현될 수 있으며, $\lambda(t)$는 시스템이 안정하기 위한 조건 (20)으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V}(\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \lambda) &= \tilde{x}(-\lambda\tilde{x}) + (-\lambda\tilde{x})(-\lambda\dot{\tilde{x}} - \dot{\lambda}\tilde{x}) + (\lambda - \lambda_f)\dot{\lambda} \\ &= -\lambda\tilde{x}^2 + (-\lambda\tilde{x})(-\lambda(-\lambda\tilde{x}) - \dot{\lambda}\tilde{x}) + (\lambda - \lambda_f)\dot{\lambda} \\ &= -\lambda\tilde{x}^2 + (-\lambda)^3\tilde{x}^2 + \lambda\dot{\lambda}\tilde{x}^2 + (\lambda - \lambda_f)\dot{\lambda} \\ &= -\lambda\tilde{x}^2(1 + \lambda^2 - \dot{\lambda}) + (\lambda - \lambda_f)\dot{\lambda} < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

LaSalle 정리[13]로부터 상태 궤적이 평형점에 있을 때에만 시스템 상태 변수 $\tilde{x}$, $\dot{\tilde{x}}$은 영($\tilde{x}=\dot{\tilde{x}}=0$)이 된다. 따라서, 시스템 상태 궤적은 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 따라 움직이다가 평형점으로 수렴하게 된다(증명 끝).

그림 2는 λ_f에 이르기까지의 선형 시변 슬라이딩면의 변화를 나타내고 있는 것으로 시스템 상태 궤적의 초기 위치에서의 λ, 즉 λ_0로부터 λ_f에 이르는 슬라이딩면의 변화이다.

시스템 상태 궤적의 시작점이 그림 1의 (a)나 (c) 영역에 있으면 정리 1을 이용할 수 없게 되어 새로운 슬라이딩면의 도입이 필요하게 된다. 이 때 새로운 슬라이딩면을 $\tilde{x}$(t)에 수평인 비선형 함수 $v(t)$라고 정의하며 정리 2를 만족하는 비선형 슬라이딩면을 적용하여 새로운 가변 구조 제어기를 구현한다.

정리 2 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (a) 또는 (c)에 있을 때 시스템 $\tilde{x}$(t)에 수평인 새로운 비선형 함수 $v(t)$가 다음 조건을 만족하면 상태 궤적은 비선형 슬라이딩면 위에서 움직인다(v_f는 v의 최종값으로 영이다).

1) $v > 0$이고 $\dot{v} < 0$

2) $v < 0$이고 $\dot{v} > 0$

3) $v=0$이면 $v = v_f = 0$

(증명) 정리 1의 증명과 유사하다.

정리 2의 새로운 함수 $v(t)$를 적용한 슬라이딩면은 (14)로부터 (21)과 같이 나타내어지며 $\dot{s}(\boldsymbol{x}, t)$는 (22)로 $\hat{u}(t)$는 (23)으로 표현된다. 또한 제어 입력 $u(t)$는 (17)과 동일하게 표현된다.

$$s(\boldsymbol{x}, v, t) = \dot{\tilde{x}}(t) - v(t) \quad (21)$$

$$\begin{aligned}\dot{s}(\boldsymbol{x}, v, t) &= \ddot{\tilde{x}}(t) - \dot{v}(t) \\ &= \ddot{x}(t) - \ddot{x}_d(t) - \dot{v}(t) \\ &= f(\boldsymbol{x}, t) + b(\boldsymbol{x}, t)u(t) + d(t) - \ddot{x}_d(t) - \dot{v}(t)\end{aligned} \quad (22)$$

$$\hat{u}(t) = \hat{b}^{-1}(\boldsymbol{x}, t)[-\hat{f}(\boldsymbol{x}, t) + \ddot{x}_d(t) + \dot{v}(t)] \quad (23)$$

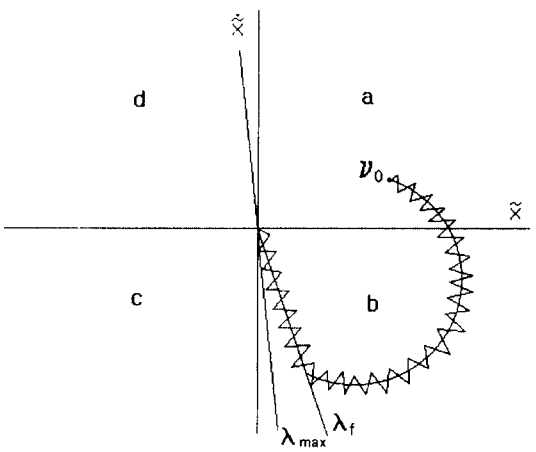


그림 1. 비선형 슬라이딩면을 갖는 시스템 상태 궤적.

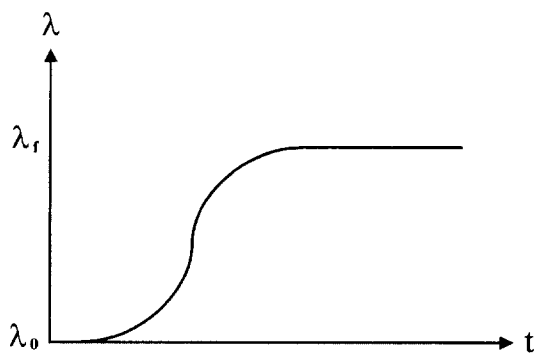


그림 2. λ의 변화.

시스템 상태 궤적은 정리 1과 정리 2를 사용함으로서 초기 위치에서부터 비선형 슬라이딩면을 따라 움직이며 그 때 상태 궤적은 Decarlo 정의[22]의 슬라이딩 모드 영역 안에 존재하게 된다.

제안된 알고리즘은 시스템의 초기 위치에 따라 정리 1과 정리 2를 적용함으로서 최종 λ 즉, λ_f에 이르기까지의 도달시간을 단축할 수 있으며 따라서 평형점까지의 시간도 줄일 수 있게 된다. 그림 1은 정리 1과 정리 2에 따르는 비선형 슬라이딩면을 갖는 가변구조 제어 시스템의 상태 궤적 변화를 보이고 있는 것으로 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 따라 움직이면서 최종점인 평형점에 이르고 있으며 λ_{max}는 고정 슬라이딩면의 최대 기울기값[3]이다.

3.2 TS 퍼지 알고리즘

본 논문에서는 가변 슬라이딩면을 비선형적으로 설정하기 위하여 Takagi와 Sugeno의 TS 퍼지 모델[14]을 사용하였으며 TS 퍼지 모델은 (24)와 같다.

$$L^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i, \cdots, x_m \text{ is } A_m^i$$
$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_i + \cdots + a_m^i x_m \tag{24}$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n} w^i y^i}{\sum_{i=1}^{n} w^i}, \text{ 여기서 } w^i = \prod_{j=1}^{m} A_j^i(x_j^0) \tag{25}$$

여기서 $L^i(i=1, 2, \cdots, n)$는 i번째 퍼지 규칙, $x_i(i=1, 2, \cdots, m)$는 입력 변수, y^i는 i번째 퍼지 규칙으로부터의 출력, a_j^i는 후건부 파라미터, A_1^i, A_2^i, $\cdots$, A_m^i는 퍼지 소속 함수이다.

비선형 슬라이딩면을 구현하기 위한 퍼지 규칙은 (26)과 같으며 전건부 소속 함수는 그림 3, 4로 표현되며 후건부 식은 표 1로 나타내어진다. 여기서 input1은 시간을 의미한다.

L^1: *If* input1 is zr then $y^1=a_0^1$
L^2: *If* input1 is ss then $y^2=a_0^2+a_1^2 \cdot$ input1

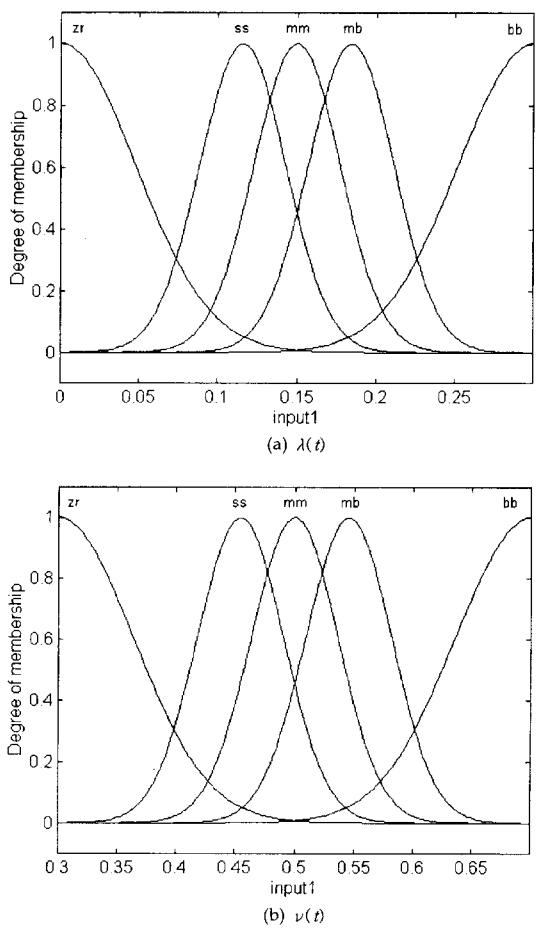


그림 3. $\lambda(t)$, $\nu(t)$에 대한 전건부 소속 함수.

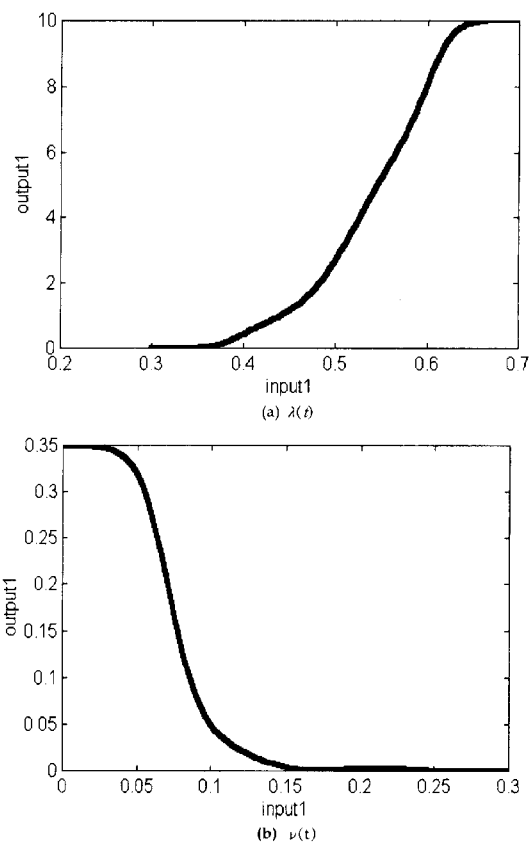


그림 4. $\lambda(t)$와 $\nu(t)$에 대한 최종 출력.

표 1. $\lambda(t)$, $v(t)$에 대한 후건부 식.

	$\lambda(t)$	$v(t)$
L^1	y^1=0	y^1=0.3491
L^2	y^2=-0.8+input1	y^2=0.33-0.005 · input1
L^3	y^3=-1.5+3 · input1	y^3=0.225-0.05 · input1
L^4	y^4=9.5+input1	y^4=0.026-0.001 · input1
L^5	y^5=10	y^5=0

L^3: *If* input1 is mm then $y^3=a_0{}^3+a_1{}^3$ · input1
L^4: *If* input1 is mb then $y^4=a_0{}^4+a_1{}^4$ · input1
L^5: *If* input1 is bb then $y^5=a_0{}^5$ (26)

$\lambda(t)$와 $v(t)$에 대한 최종 출력 (25)은 (26)을 이용하여 그림 4와 같이 구현된다. 여기서 $\lambda(t)$와 $v(t)$의 퍼지 규칙을 적절히 조정함으로서 곡선의 불연속 상태를 발생시키지 않도록 하여야 한다. 또한, 곡선의 변화도를 약, 강, 약으로 변화시킴으로서 초기 위치에서의 상태 궤적, $\lambda(t)$와 $v(t)$의 절환 및 평형점까지의 상태 궤적의 움직임을 유연하게 할 수 있다.

4. 시뮬레이션

회전 역진자의 동역학 방정식은 아래와 같은 비선형으로 표현된다[21].

$$(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)\ddot{\theta}_1-l_1ML_e\cos\theta_2\ddot{\theta}_2 +(B_1+ML_e{}^2\sin2\theta_2\dot{\theta}_2)\dot{\theta}_1+l_1ML_e\sin\theta_2\dot{\theta}_2^2=\tau \quad (27)$$

$$l_1ML_e\cos\theta_2\ddot{\theta}_1-(J_2+ML_e{}^2)\ddot{\theta}_2+ML_e g\sin\theta_2 +ML_e{}^2\sin2\theta_2\cos\theta_2\dot{\theta}_1^2-B_2\dot{\theta}_2=0 \quad (28)$$

$$(M_e=m_2+m_\tau,ML_e=m_2l_{c2}+m_\tau l_2,ML_e{}^2=m_2l_{c2}^2+m_\tau l_2^2)$$

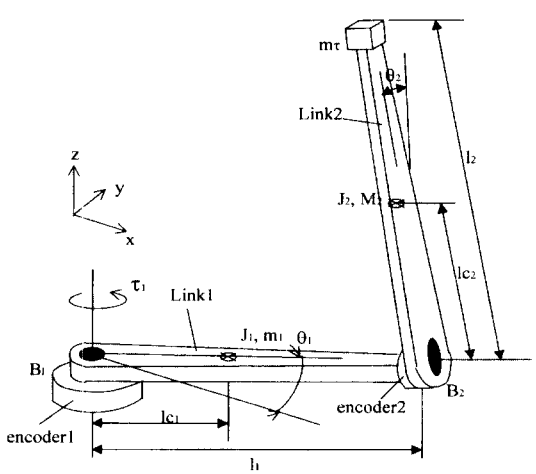


그림 5. 회전 역진자.

여기서 τ는 모터의 토크이고, 각 θ_i는 I번째 링크의 각 위치를 가리킨다. 그리고, l_{c2}는 링크 2의 회전축과 무게중심사이의 거리이며, J_i, m_i, l_i, B_i는 각각 i번째 링크의 관성질량 모멘트, 질량, 길이, 회전 댐핑 계수이다. 표 2는 시뮬레이션에 쓰인 상수값이다.

(27)과 (28)로부터 $\ddot{\theta}_1$는 (29)와 같으며 외부 외란이 고려되었을 때의 $\ddot{\theta}_2$는 (30)으로 표현된다. 이것으로부터 모토 토크 τ는 (31)과 같이 주어진다.

$$\ddot{\theta}_1=\frac{(J_2+ML_e{}^2)\ddot{\theta}_2-ML_e g\sin\theta_2-ML_e{}^2\sin2\theta_2\cos\theta_2\dot{\theta}_1^2+B_2\dot{\theta}_2}{l_1ML_e\cos\theta_2}+d_1 \quad (29)$$

$$\ddot{\theta}_2=\frac{(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)(B_2\dot{\theta}_2-ML_e g\sin\theta_2-ML_e{}^2\sin2\theta_2\cos\theta_2\dot{\theta}_1^2)}{(l_1ML_e\cos\theta_2)^2-(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)(J_2+ML_e{}^2)} +\frac{(l_1ML_e\cos\theta_2)\{(B_1+ML_e{}^2\sin2\theta_2\dot{\theta}_2)\dot{\theta}_1+l_1ML_e\sin\theta_2\dot{\theta}_2^2\}}{(l_1ML_e\cos\theta_2)^2-(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)(J_2+ML_e{}^2)} -\frac{(l_1ML_e\cos\theta_2)}{(l_1ML_e\cos\theta_2)^2-(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)(J_2+ML_e{}^2)}\tau+d_2 \quad (30)$$

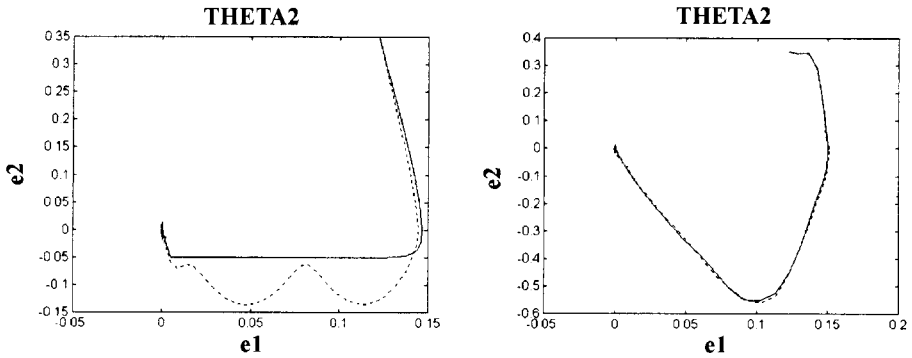
$$\tau=\frac{(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)(B_2\dot{\theta}_2-ML_e g\sin\theta_2-ML_e{}^2\sin2\theta_2\cos\theta_2\dot{\theta}_1^2)}{l_1ML_e\cos\theta_2} +(B_1+ML_e{}^2\sin2\theta_2\dot{\theta}_2)\dot{\theta}_1+l_1ML_e\sin\theta_2\dot{\theta}_2^2 -\frac{(l_1ML_e\cos\theta_2)^2-(J_1+M_e l_1^2+ML_e{}^2\sin\theta_2)(J_2+ML_e{}^2)}{l_1ML_e\cos\theta_2} \{-\lambda_2\tilde{\theta}_2-\lambda_2\dot{\tilde{\theta}}_2-K_2 sgn(s)\} \quad (31)$$

여기서 $d_1=d_2=0.5\sin(3\pi)$, $\eta=0.5$, $\{\theta_1(0), \theta_2(0), \dot{\theta}_1(0), \dot{\theta}_2(0)\}=\{0, 0.1222, 0, 0.3491\}$, $\theta_{d2}=0$(rad) 이며 θ_1, θ_2의 단위는 rad이다. 또한 제안된 방법의 비교 대상으로는 λ=10인 고정 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기를 기존 방법[3,8,10,12]으로 사용한다.

그림 6(e_1은 $\tilde{\theta}_2$, e_2는 $\dot{\tilde{\theta}}_2$)에서 알 수 있듯이 기존 방법은 도달 영역에서 외부 외란에 민감하게 반응하여 다른 양상의 그래프를 그리고 있으나 슬라이딩 모드에 접어든 후부터는 강인한 특성을 지닌 동일한 모양의 궤적을 형성하고 있다. 그러나 제안된 방법은 상태 궤적이 초기 위치에서부터 슬라이딩 모드에 존재함

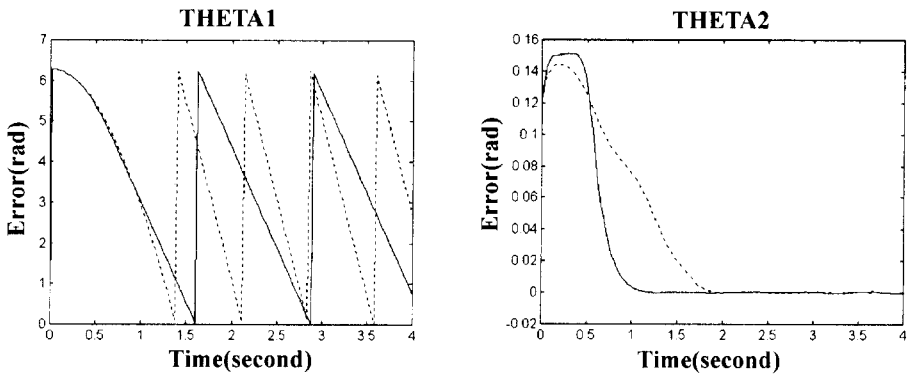
표 2. 회전 역진자 상수값.

l_1	0.22 m	J_2	1.98×10^{-4} kg·m^2
l_2	0.12 m	B_1	0.118 N·m·s
m_2	0.055 kg	B_2	8.3×10^{-5} N·m·s
J_1	0.0175 kg·m^2	l_{c2}	0.06 m
m_τ	0.01 kg		



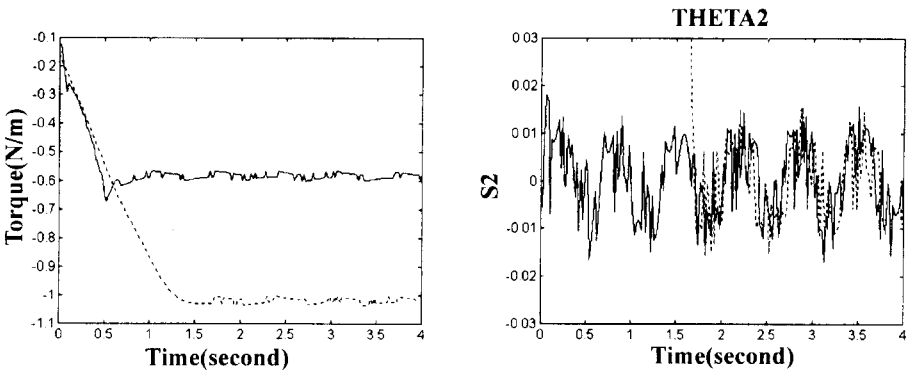
(a) 기존 방법 (b) 제안된 방법

그림 6. $\tilde{\theta}_2$의 시스템 상태 궤적(외란이 없는 경우: solid, 외란이 있는 경우: dash).



(a) $\tilde{\theta}_1$ (b) $\tilde{\theta}_2$

그림 7. 시간 대 $\tilde{\theta}$의 변화(제안된 방법: solid, 기존 방법: dash).



(a) 토크(Torque) (b) s

그림 8. 토크, s (제안된 방법: solid, 기존 방법: dash).

으로서 동일 궤적을 따라 움직이고 있으며 이는 시스템이 전체 동작 영역에서 외부 외란에 강인한 특성을 지니고 있음을 의미하는 것이다. 그림 7의 제안된 방법의 θ_2는 기존 방법보다 추적 오차를 빠르게 감소시킴으로서 평형점까지의 도달 시간을 줄이고 있다. 즉, 시스템 상태궤적이 최종 슬라이딩면까지 도달하는데 제안된 방법은 0.7초, 기존 방법은 1.65초이며 평형점까지의 도달 시간은 기존 방법은 1.9초이며 제안된

방법은 1.2초가 소모되고 있다. 회전 역진자의 제어 입력 u는 그림 8의 (a)에서처럼 최대 토크가 감소되었고 특히 최종 슬라이딩 근방에서부터는 작은 제어 입력으로 안정된 제어를 행하고 있음을 알 수 있다. 그림 8의 (b)는 슬라이딩 모드에서의 상태 궤적의 움직임을 보이고 있는 것으로 점선 부분은 고정 슬라이딩면을 사용한 기존 방법으로 고정 슬라이딩면에 도달한 후부터 슬라이딩면을 따라 평형점으로 이동하고 있는 반면, 실선인 제안된 방법은 슬라이딩 모드 영역을 벗어나지 않으면서 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 따라 평형점을 향해 움직이고 있다.

5. 결 론

본 논문은 고정된 슬라이딩면 대신에 시간에 따라 가변하는 비선형 슬라이딩면을 퍼지 알고리즘을 이용하여 도입함으로서 도달 영역에서 외부 외란에 민감한 특성을 지닌 가변 구조 제어기의 단점을 보완하여 전체 동작 영역에서 강인하도록 하였으며 최종 슬라이딩면까지 뿐만 아니라 평형점까지의 도달 시간도 줄이는 특성을 지니게 되었다. 또한 제안된 알고리즘은 파라미터 불확실성에도 강인한 특성을 지니면서 도달 시간을 효과적으로 감소시킬 수 있을 것으로 기대된다. 그러나 본 논문은 2차 시스템의 비선형 슬라이딩면을 제어하기 위한 것으로 θ_1을 임의의 위치에 고정시키면서 θ_2를 제어하기 위해선 계층적 비선형 슬라이딩면에 대한 연구가 이루어져야 될 것으로 본다.

참고문헌

[1] W. Gao and J. C. Hung, "Variable structure control of nonlinear systems: a new approach," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 40, No. 1, pp. 45-55, Feb. 1993.

[2] J. Y. Hung, W. Gao and J. C. Gao, "Variable structure control: a survey," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 40, No. 1, pp. 2-22, Feb. 1993.

[3] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1991.

[4] R. A. Decarlo, S. H. Zak and G. P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial," *Proceeding of the IEEE*, Vol. 76, No.3, pp. 212-232, March 1988.

[5] W. C. Su, S. Y. Drakunov and U. Ozguner, "Constructing discontinuity surfaces for variable structure systems: a Lyaupunov approach," *Automatica*, Vol. 32, No. 6, pp. 925-928, 1996.

[6] J. J. Slotine, "The robust control of robot manipulators," *The Inter. Journ. of Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 49-64, 1985.

[7] S. Choi, C. Cheon and D. Park, "Moving switching surfaces for robust control of second order variable structure systems," *The Inter. Journ. of Control*, Vol. 58, No. 1, pp. 229-245, 1993.

[8] V. I. Utkin, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, Moscow: MIR Publishers, 1978.

[9] 김성태, 한종일, 임규만, 함운철, "비선형 스위칭 평면을 이용한 슬라이딩 모드 제어기 설계," 1997년 제어 · 계측 · 자동화 · 로보틱스 연구회 합동 학술발표회 논문집, pp. 36-41, 1997년 3월.

[10] J. J. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators," *The Inter. Journ. of Control*, Vol. 38, No. 2, pp. 465-492, 1983.

[11] 이희진, 김은태, 조영환, 김승우, 박민용, "퍼지 가변 경계층에 의한 슬라이딩 모드 제어기 설계," 1997년 제어 · 계측 · 자동화 · 로보틱스 연구회 합동 학술 발표회 논문집, pp. 19-23, 1997년 3월.

[12] U. Itks, *Control Systems of Variable Structure*, New York: John Willy & Sons, 1976.

[13] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 1978.

[14] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of system and its applications to modeling and control," *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-15, No.1, pp. 116-132, 1985.

[15] A. Ishigame, T. Furukawa and S.Kawamoto, "Sliding mode controller design based on fuzzy inference for nonlinear systems," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 40, No.1, pp. 64-70, Feb. 1993.

[16] Y. R. Hwang and M. Tomizuka, "Fuzzy smoothing algorithms for variable structure systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 2, No.4, pp. 277-285, Nov. 1994.

[17] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.

[18] R. Palm, "Sliding mode fuzzy control," *IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems*, pp. 519-526, March, 1992.

[19] M. B. Ghalia and A. T. Alouani, "Sliding mode control systhesis using fuzzy logic," *Proceeding of the American Control Conference*, Seattle, Washington, pp. 1528-1532, 1995.

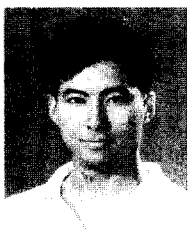
[20] S. Kawaji and N. Matsunaga, "Fuzzy control of VSS type and its robustness," in *Proc IFSA World Congress*, Engineering, pp. 81-84, 1991.

[21] Y. K. Hai and A. Tomizuka, "Fuzzy global and local motion control of an inverted pendulum using mutiple rule bases," *Proc. of Asian Control Conf.*, pp. 27-30, July, 1994.

[22] R. A. Decarlo, "Variable structure system with sliding modes," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. AC-22, No. 2, pp. 212-222, 1977.

이 희 진(Heejin Lee)

1987년 2월 : 연세대 전자공학과 졸업
1989년, 1988년 : 동대학원 전자공학과 졸업(석사, 박사)
1989~1993년 : 대우통신(주) 종합연구소 연구원
1993~1995년 : 에스원 종합연구소 연구원
1998년~현재 : 국립안성산업대학교 제어계측공학과 교수
주관심분야 : 퍼지 제어, 로봇 제어, 적응 제어 및 로버스트 제어 등



강 형 진(Hyung-Jin Kang)

1992년 2월 : 연세대 전자공학과 졸업
1994년 2월 : 동대학원 졸업(석사)
1994년~현재 : 동대학원 박사 과정 수학중
주관심분야 : 비선형 제어, 강인 제어 및 로봇 비젼 시스템 등

김 정 환(JungHwan Kim)

1984년 : 충남대 전자공학과 졸업
1996년 : 연세대 산업대학원 졸업(석사)
1996년 : 현재 연세대 대학원 박사 과정 수학중
주관심분야 : 전산 시스템 설계, 의용 전자 공학 등

박 민 용(Mignon Park)

1973년 : 연세대 전자공학과 졸업
1977년 : 동대학원 졸업(석사)
1982년 : 동경대 대학원 졸업(박사)
1982년~현재 : 연세대 전자공학과 교수
주관심분야 : 퍼지 시스템, 의용 전자 공학 등