

중앙값을 움직인 부호를 바탕으로 한 비모수 검파기: 점근 성능과 유한 표본 성능

정희원 김 홍 길*, 박 소 령*, 윤 석 호*, 이 주 식*, 송 익 호*

A Nonparametric Detector Based on Median-Shift Sign: Asymptotic and Finite Sample-Size Performance

Hong Gil Kim*, So Ryoung Park*, Seok Ho Yoon*, Jooshik Lee*,
Iickho Song* *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 중앙값을 움직인 부호를 바탕으로 한 검파기를 제안하고 그 점근 성능과 유한 표본 성능을 살펴본다. 이 검파기를 중앙값을 움직인 부호 검파기라 부르는데, 이는 고전적인 부호 검파기를 확장한 것이다. 먼저, 점근 최적 이동 중앙값들과 그들의 특성을 알아보고, 이 검파기의 점근 상대효율을 생각한다. 확률밀도함수를 알고 있는 잡음 환경에서 알려진 신호를 검파하는 문제와 분포를 거의 알 수 없는 잡음에서 알려진 신호를 검파하는 문제를 다룬다.

ABSTRACT

In this paper, we propose a new detector based on the median-shift sign, and then investigate its asymptotic and finite sample-size performance. We call it the median-shift sign (MSS) detector, which is an extension of the classical sign detector. First, we consider the asymptotic optimum median shift values and their characteristics. Next, we consider the asymptotic relative efficiency of the MSS detectors. We then consider the problem of detecting known signals in noise of known probability density function, and the problem of detecting known signals when only partial information is available on the noise.

I. 머리말

신호 검파 문제는 대립가설에 대한 귀무가설의 매

개변수 검정 문제로 생각할 수 있다 [1-4]. 따라서, 가설 검정 문제를 세우려면 매개변수에 대한 사전 정보가 필요한데, 매개변수의 값을 정확하게 추정하는 것은 실제로 매우 어려운 일이다. 어떤 때에는 매개변수들을 추정할 수 있지만, 실제 환경에서 이 추정값이 조금 바뀌면 최적 매개변수를 가정하고 만든 검

* 한국과학기술원 전기 및 전자공학과
論文番號:97398-1104
接受日字:1997年 11月 4日

파기의 성능이 뚜렷하게 떨어진다. 이러한 때에는 비모수 검파기가 필요하게 된다 [5-9].

이 논문에서는 고전적인 부호 검파기를 고쳐 얻은 새로운 비모수 검파기를 제안한다. 제안한 검파기는 구현하기 쉽고, 정규 잡음에서 부호 검파기보다 성능이 뛰어나며, 잡음이 충격성일 때 대부분의 신호 크기에서 순위 검파기나 부호 검파기보다 나은 성능을 나타낸다.

다음과 같은 이진 가설 검정 문제를 생각해 보자: 관측 벡터가 $\underline{X}_n = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 일 때, 아래와 같이 정의된 귀무가설 H 와 대립가설 K 가운데 하나를 고르게 된다.

$$\begin{aligned} H: X_i &= N_i, & i &= 1, 2, \dots, n, \\ K: X_i &= N_i + S, & i &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, n 은 표본 크기이고, $S > 0$ 은 신호를 나타내는 상수이며, N_i 는 잡음 성분을 나타내는 서로 독립이고 분포가 같은 확률변수인데, 각 성분의 평균은 0이고 그 확률밀도함수 f 는 대칭이다.

II. 제안한 검파기의 검정 통계량

이제, 이 논문에서 제안한 검파기의 검정 통계량을 생각해 보자.

$$T_{MSS}(\underline{X}_n) = \sum_{i=1}^n U(X_i + V). \quad (2)$$

여기서,

$$U(z) = \begin{cases} 1, & z > 0 \text{ 일 때} \\ 0, & z < 0 \text{ 일 때} \end{cases} \quad (3)$$

이고, V 는 이동 중앙값이라 부른다. 검정 통계량 (2)를 바탕으로 한 검파기를 중앙값을 움직인 부호 (Median-Shift Sign, MSS; 줄여서, 중음부) 검파기라 부른다.

먼저, 중음부 검파기의 검파 확률을 얻어 보자. 대립가설 아래에서, 입력 자료와 이동 중앙값을 더한 값이 0보다 클 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_0^\infty f(x - (S + V)) dx \\ &= F(S + V). \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, F 는 f 의 누적분포함수이다. 귀무가설 아래에서 입력 자료와 이동 중앙값을 더한 값이 0보다 클 확률은 다음과 같다.

$$P_0 = F(V). \quad (5)$$

이제, 문턱값 λ 는 다음 식을 만족시키는 가장 작은 정수이다.

$$\sum_{k=\lambda+1}^n \binom{n}{k} P_0^k (1 - P_0)^{n-k} \leq \alpha. \quad (6)$$

여기서, $1 \leq \lambda \leq n$ 이고, α 는 오경보 확률이다. 다음으로, 확률화 (randomization) 매개변수 γ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\gamma = \frac{\alpha - \sum_{k=\lambda+1}^n \binom{n}{k} P_0^k (1 - P_0)^{n-k}}{\binom{n}{\lambda} P_0^\lambda (1 - P_0)^{n-\lambda}}, \quad 0 \leq \gamma < 1. \quad (7)$$

그러면, λ 와 γ 를 써서 검파 확률을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_D &= Pr\{T_{MSS}(\underline{X}_n) > \lambda | K\} + \gamma Pr\{T_{MSS}(\underline{X}_n) = \lambda | K\} \\ &= \sum_{k=\lambda+1}^n \binom{n}{k} P_1^k (1 - P_1)^{n-k} + \gamma \binom{n}{\lambda} P_1^\lambda (1 - P_1)^{n-\lambda}. \end{aligned} \quad (8)$$

끝으로, 최적 이동 중앙값은 다음 식으로 얻을 수 있다.

$$V_{op} = \arg \max_V P_D. \quad (9)$$

곧, 최적 이동 중앙값 V_{op} 는 표본 크기, 오경보 확률, 신호 세기, 잡음의 확률분포가 주어지면, 중음부 검파기의 검파 확률을 가장 크게 하는 값으로 얻을 수 있다. $V = V_{op}$ 일 때의 중음부 검파기를 최적 중음부 검파기라 부르고, 이동 중앙값이 V 인 중음부 검파기를 중음부 (V) 검파기라 나타낸다: 곧, 중음부 (0) 검파기는 고전적인 부호 검파기이다.

이제까지는 알려진 신호를 상수로 두었다. 신호 성

분이 상수가 아닐 때, 곧, (1)에서 S 를 e_i 로 둘 때, (8)과 (9)를 얻으려면 훨씬 더 복잡한 과정을 거쳐야 한다. 다만, 복잡한 과정 없이 이동 중앙값을 고르는 몇 가지 간단한 방법들로는 $V_A = V_{op}(\sum_{i=1}^n e_i/n)$ 와 $V_B = \{V_{op}(e_L) + V_{op}(e_H)\}/2$ 를 생각할 수 있다. 여기서, 최적 이동 중앙값이 신호 세기에 의존함을 보이고자 $V_{op}(S)$ 로 표시했다. e_L 과 e_H 는 $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 가운데 각각 가장 작은 값과 가장 큰 값이다.

이제, 최적 이동 중앙값의 몇 가지 성질을 살펴보자. 확률밀도함수가 아래와 같은 정규, 라플라스 (Laplace), 코오시 (Cauchy) 분포를 생각하자.

$$f_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_G} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_G^2}\right), \quad (10)$$

$$f_L(x) = \frac{1}{2\sigma_L} \exp\left(-\frac{|x|}{\sigma_L}\right), \quad (11)$$

$$f_C(x) = \frac{1}{\pi\sigma_C} \frac{1}{1+(\frac{x}{\sigma_C})^2}. \quad (12)$$

여기서, $\sigma_G = \sigma$, $\sigma_L = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma$, $\sigma_C = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma$ 이고, σ 는 $f_G(0) = f_L(0) = f_C(0) = f(0)$ 를 만족시키는 매개 변수이다.

III. 접근 최적 이동 중앙값

표본 크기가 매우 클 때를 생각해보자. 정규화된 검정 통계량 $T'_{MSS} = (T_{MSS} - E\{T_{MSS}\})/\sqrt{Var\{T_{MSS}\}}$ 의 분포는 드무아브르-라플라스 (DeMoivre-Laplace) 정리 또는 중심극한 정리를 쓰면, $n \rightarrow \infty$ 일 때, 표준 정규 분포 $N(0,1)$ 로 수렴함을 쉽게 보일 수 있다. 이 성질을 써서 표본 크기가 클 때, 검파 확률을 계산할 수 있다. 먼저,

$$\alpha = \Pr(T_{MSS} > \lambda H) \approx 1 - \Phi\left(\frac{\lambda - nP_0}{\sqrt{nP_0(1-P_0)}}\right) \quad (13)$$

에서 문턱값을 얻으면 다음과 같다.

$$\lambda \approx nP_0 + \sqrt{nP_0(1-P_0)} \Phi^{-1}(1-\alpha). \quad (14)$$

여기서, Φ 는 표준 정규 누적분포함수이다. 뒷식에서 접근 검파 확률을 얻을 수 있다 [10].

$$P_D = \Pr(T_{MSS} > \lambda K) \approx \Phi\left(-\frac{\sqrt{n(P_0-P_1)} + \sqrt{P_0(1-P_0)} \Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{P_1(1-P_1)}}\right). \quad (15)$$

식 (8)과 (15)를 견주어보면 근사값이 정확한 값과의 차이가 작음을 알 수 있다.

이제, $n \rightarrow \infty$ 이면, 다음 식이 성립한다.

$$\arg \max_V P_D = \arg \max_V D(S, V). \quad (16)$$

여기서, 함수

$$D(S, V) = \frac{\{F(S+V) - F(V)\}^2}{F(S+V)\{1 - F(S+V)\}} \quad (17)$$

은 $\lim_{V \rightarrow \infty} D(S, V) = 0$ 을 만족시키고 그 값이 늘 같지 않으므로, 최대값을 가지고 있다. 이제, 접근 최적 중앙값을 $V_{as} = \lim_{n \rightarrow \infty} V_{op}$ 로 두고 (17)을 미분하면, V 가 접근 최적 중앙값이 되는 필요조건이

$$2F(S+V) \{f(S+V) - f(V)\} \{1 - F(S+V)\} = f(S+V) \{F(S+V) - F(V)\} \{1 - 2F(S+V)\} \quad (18)$$

임을 쉽게 알 수 있다. 여기서, $S > 0$ 일 때, 누적분포함수가 $F(-x) = 1 - F(x)$ 를 만족시키면, $V_{as} \geq -\frac{S}{2}$ 임을 보일 수 있다.

이제, $S \rightarrow 0$ 과 $S \rightarrow \infty$ 일 때 V_{as} 의 값을 살펴보자. $S \rightarrow 0$ 과 $S \rightarrow \infty$ 일 때의 V_{as} 값을 각각 V_I 와 V_F 로 쓰기로 하자. 여기서, $S \rightarrow 0$ 일 때의 결과는 국소 최적 검파 문제와 관련지을 수 있음을 눈여겨 볼 필요가 있다. 먼저, (18)로부터 몇 가지 계산을 거치면 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{2f(V_F)}{1 - F(V_F)} = g_{LO}(\infty). \quad (19)$$

여기서, $g_{LO}(x) = -\frac{f'(x)}{f(x)}$ 는 잡음 확률밀도함수 f 의 국소 최적 비선형성이다. 값 $g_{LO}(\infty)$ 가 유한하면, f 가 봉우리가 하나인 (unimodal) 확률밀도함수일 때, (19)를 만족시키는 V_F 는 하나뿐이다. 로피탈 정리를 쓰면, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{1-F(x)} = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{1-F(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} g_{LO}(x)$ 이고, $x < 0$ 일 때와 $x > 0$ 일 때 $\frac{f(x)}{1-F(x)}$ 가 단조함수이기 때문이다. 한편, $g_{LO}(\infty) \rightarrow \infty$ 이면, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{1-F(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{f'(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} g_{LO}(x)$ 이므로 $V_F \rightarrow \infty$ 이다.

다음에, V_I 를 생각해보자. V_I 는 $\frac{\partial^2 D(S, V)}{\partial S^2} \Big|_{S=0} = \frac{2f^2(V)}{F(V)\{1-F(V)\}}$ 를 가장 크게 함으로써, 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$V_I = \arg \max_V \frac{f^2(V)}{F(V)\{1-F(V)\}}. \quad (20)$$

일반적으로 $f'(0)=0$ 과 $F(0)=0.5$ 를 만족시키면 $V_I=0$ 일 수 있다. 보기를 들면, 정규, 라플라스, 코시 확률밀도함수를 포함하는 몇몇 전형적인 봉우리가 하나인 대칭 확률밀도함수에서 $V_I=0$ 이다. 그러나, 아래에 보인 바와 같이 봉우리가 하나인 다른 대칭 확률밀도함수들과 봉우리가 여럿인 (multimodal) 확률밀도함수들에서는 $V_I \neq 0$ 이다.

$$f_1(x) = \frac{1}{2}(f_G(x-1)+f_G(x+1)), \quad (21)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{2}|x|e^{-|x|}, \quad (22)$$

$$f_3(x) = \begin{cases} f_3(-x), & x < 0 \text{ 일 때} \\ -\frac{5}{6264}x^4 + \frac{35}{232}, & 0 \leq x < 3 \text{ 일 때} \\ \frac{5}{58}e^{-(x-3)}, & 3 \leq x \text{ 일 때} \end{cases} \quad (23)$$

$$f_4(x) = \begin{cases} f_4(-x), & x < 0 \text{ 일 때} \\ -\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{12}, & 0 \leq x < 1 \text{ 일 때} \\ \frac{1}{4}e^{-2(x-1)}, & 1 \leq x \text{ 일 때} \end{cases} \quad (24)$$

$$f_5(x) = \begin{cases} f_5(-x), & x < 0 \text{ 일 때} \\ -0.02x + 0.265, & 0 \leq x < 1 \text{ 일 때} \\ 0.245e^{-(x-1)}, & 1 \leq x \text{ 일 때} \end{cases} \quad (25)$$

여기서, 확률밀도함수 f_i , $i=1, 2, \dots, 5$ 는 모두 대칭이고, f_1 과 f_2 는 봉우리가 둘, f_3 과 f_4 는 봉우리가 하나이고 미분할 수 있으며, f_5 는 봉우리가 하나이지만 늘 미분할 수 있지는 않다. 이들 확률밀도함수에서 V_I 의 값은 각각 1.1601, 1.1483, 2.352, 0.6201, 1이다. 앞의 결과들을 쉽게 볼 수 있도록, 표 1에 이들 확률밀도함수에서 V_I 와 V_F 의 값들을 보였다.

표 1. V_I 와 V_F 의 값들

	V_I	V_F
정규	0	∞
라플라스	0	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \ln \frac{2}{3}$
코오시	0	$-\infty$
$f_1(x)$	1.1601	∞
$f_2(x)$	1.1483	1
$f_3(x)$	2.352	1.3548
$f_4(x)$	0.6201	0.2035
$f_5(x)$	1	$\frac{\sqrt{3673}-61}{4} \approx 0.09868$

그림 1은 $\sigma=3.0$ 일 때, 신호 세기와 접근 최적 이동 중앙값을 보여주고 있다. 이 그림에서 뚜렷이 볼 수 있듯이 $f'(0)=0$ 과 $F(0)=0.5$ 를 만족시키더라도, $f_i(x)$, $i=1, 2, \dots, 5$ 에서 V_I 는 0이 아니다.

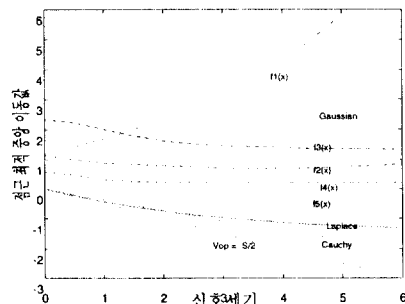


그림 1. $n \rightarrow \infty$ 이고, $\sigma=3.0$ 일 때, 신호세기와 접근 최적 이동 중앙값

거듭, 봉우리가 하나인 대칭 확률밀도함수라도 $V_I \neq 0$ 일 수 있음을 새겨두어야 할 것이다.

IV. 중음부 검파기의 성능

4.1 점근 성능

이제 중음부 검파기의 점근 상대효율 (Asymptotic Relative Efficiency: ARE) 생각하자. 중음부 (V_1) 검파기와 중음부 (V_2) 검파기의 검파 확률은 각각의 표본 크기 n_1 과 n_2 가 충분히 크다면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{D1} \approx \Phi \left[\frac{\sqrt{F(V_1)}(1-F(V_1))\phi^{-1}(1-\alpha) - \sqrt{n_1}(F(S+V_1) - F(V_1))}{\sqrt{F(S+V_1)(1-F(S+V_1))}} \right],$$

$$P_{D2} \approx \Phi \left[\frac{\sqrt{F(V_2)}(1-F(V_2))\phi^{-1}(1-\alpha) - \sqrt{n_2}(F(S+V_2) - F(V_2))}{\sqrt{F(S+V_2)(1-F(S+V_2))}} \right].$$

이로부터, 점근 상대효율은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} ARE_{1,2} &= \lim_{n_1 \rightarrow \infty, n_2 \rightarrow \infty, S \rightarrow 0} \frac{n_2}{n_1} \Big|_{P_{D1} = P_{D2}} \\ &= \frac{E(V_1)}{E(V_2)}. \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,

$$E(V) = \frac{f^2(V)}{F(V)(1-F(V))} \quad (27)$$

이다. 그런데, $E(0) = 4f^2(0)$ 은 잡음의 확률밀도함수가 대칭일 때 부호 검파기의 효능임 (efficacy) 눈여겨 보아야 한다. 곧, (27)은 중음부 검파기의 효능을 간단하게 나타낸 것으로 생각할 수 있다. 식 (20), (26), (27)에서 볼 수 있는 것처럼, $E(V)$ 는 $V = V_I$ 일 때 가장 크고, 그런 까닭에 부호 검파기와 최적 중음부 검파기 사이에 $ARE_{opt, sign} \geq 1$ 이 성립한다. 이 때, 등호는 봉우리가 하나이고, 대칭인 확률밀도함수들에서와 같이, $V_I = 0$ 일 때 성립한다.

이동 중앙값과 점근 상대효율을 그림 2에 보였다. 여기서, f_2 일 때, $E(0) = 0$ 이고, 따라서 $V \neq 0$ 이면 $ARE_{MSS, sign} \rightarrow \infty$ 이므로 이 그림에 f_2 의 결과는 보

이지 않았다. 먼저, $V_I = 0$ 이면 $ARE_{MSS, sign} \leq 1$ 이다. 그러나, $V_I \neq 0$ 이면 $ARE_{MSS, sign}$ 은 1보다 더 큰 값을 가질 수도 있다. 다시 말해, 어떤 잡음 분포에서는 부호 검파기에 대한 몇몇 비최적 중음부 검파기의 점근 상대효율이 1보다 클 수 있다는 것을 눈여겨 볼만하다. 보기를 들어, 확률밀도함수가 (21)과 같을 때, V 의 값이 구간 (0, 1.7)에 있는 중음부 검파기는 부호 검파기보다 점근적으로 성능이 더 좋다. 이와 비슷하게, 잡음의 확률밀도함수가 봉우리가 하나인 대칭 확률밀도함수 f_4 일 때, V 의 값이 구간 (0, 0.8)에 있는 중음부 검파기는 점근적으로 부호 검파기보다 더 좋은 성능을 보일 것이다.

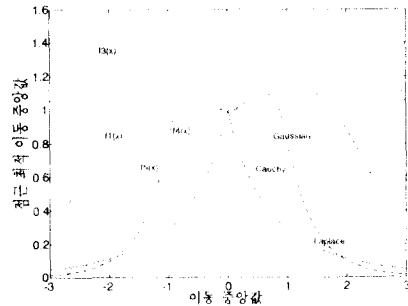


그림 2. 여러 잡음 분포에서의 이동 중앙값과 점근 상대효율

4.2 표본 크기가 유한한 때의 성능

이제, 몬테-카를로 (Monte-Carlo) 방법을 써서 표본 크기가 유한할 때 여러 검파기의 성능을 견주어본 모의 실험을 다루어 보자. 이 논문의 모의 실험에서 다루는 검파기는 선형 검파기, 부호 검파기, 그리고 원각산 검파기인데, 이들의 검정 통계량은 다음과 같다.

$$T_l(\underline{X}_n) = \sum_{i=1}^n X_i,$$

$$T_s(\underline{X}_n) = \sum_{i=1}^n U(X_i),$$

$$T_w(\underline{X}_n) = \sum_{i=1}^n Q_i U(X_i).$$

여기서, Q_i 는 집합 $\{|X_{i1}|, |X_{i2}|, \dots, |X_{in}|\}$ 에서 X_i 의 순위, 곧, 크기 순위이다 [11].

먼저, 잡음의 확률밀도함수를 알고 있을 때, 알려

진 신호를 검파하는 문제를 생각해 보자. 그림 3과 4는 $n=50$, $\alpha=0.01$, $\sigma=1.0$ 일 때, 각각 정규 잡음과 코오시 잡음에서 여러 검파기의 검파 확률을 신호 세기의 함수로 보여주고 있다. 정규 잡음일 때에는 선형 검파기가 최적이고, 윌락슨 검파기도 거의 최적인 성능을 보여주며, 최적 중음부 검파기는 부호 검파기보다 조금 낮게 동작한다. 코오시 잡음일 때에는 선형 검파기가 가장 성능이 떨어지는 한편, 최적 중음부 검파기가 가장 나은 성능을 보여준다. 또한, 이동 중앙값을 고정한 중음부 검파기도 뛰어난 성능을 보인다는 것이 흥미로운 관찰이다.

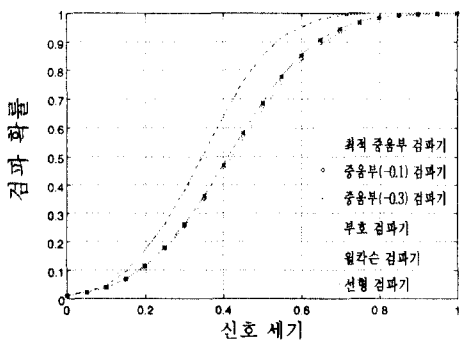


그림 3. $n=50$, $\alpha=0.01$, $\sigma=1.0$ 일 때, 정규 잡음에서의 검파 확률 (알려진 잡음일 때)

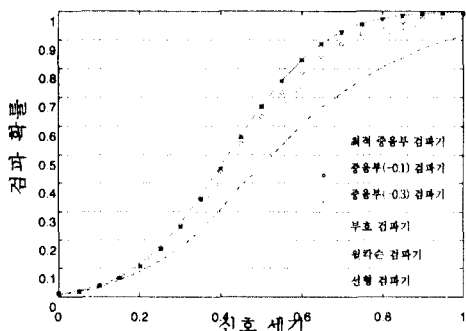


그림 4. $n=50$, $\alpha=0.01$, $\sigma=1.0$ 일 때, 코오시 잡음에서의 검파 확률 (알려진 잡음일 때)

다음으로 분포를 거의 알 수 없는 잡음에서 신호 검파 문제를 생각해 보자: 우리에게 알려진 것은 어떤 상수 z 가 주어졌고, z 에서의 잡음 누적분포함수 값 $F(z) = \int_{-\infty}^z f(x)dx$ 가 일정하다는 것뿐이라고 하자.

(곧, 잡음 밀도함수의 정확한 꼴은 모른다고 두자.) 이 때, 중음부(z) 검파기의 오경보 확률은 상수이다: 곧, 중음부(z) 검파기는 비모수 검파기이다. 그림 5에 $n=50$, $\alpha=0.01$, $z=-0.1$, $F(-0.1)=0.46017$ 일 때, 코오시 잡음에서의 검파 확률을 신호 세기의 함수로 보여주고 있다. (그 밖의 결과를 보여주는 그림은 [10]에서 찾아볼 수 있다.) 중음부(-0.1) 검파기와 중음부(-0.3) 검파기가 대부분의 신호 세기에서 부호 검파기나 윌락슨 검파기보다 성능이 뛰어나다. 여기서, 선형 검파기의 성능을 얻을 때에는 주어진 오경보 확률을 만족시킬 수 있도록 잡음의 확률밀도함수가 알려져 있다고 두었다.

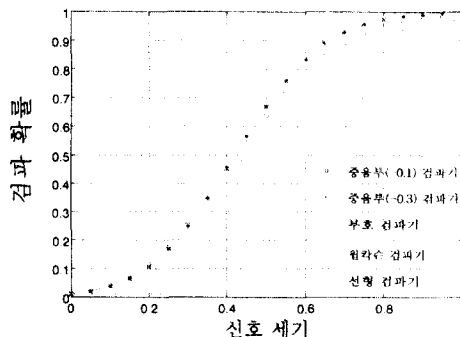


그림 5. $F(-0.1)=0.46017$, $n=50$, $\alpha=0.01$, $z=-0.1$ 일 때 코오시 잡음에서의 검파 확률 (거의 알려지지 않은 잡음일 때)

V. 맺음말

이 논문에서는 중앙값을 움직인 부호를 바탕으로 하는 검파기를 제안하였다. 이 검파기는 고전적인 부호 검파기의 열거를 고쳐 이를 확장한 것이다. 이 검파기의 여러 특성을 살펴보았으며, 표본 크기가 유한할 때 여러 검파기의 성능을 견주어 보았다. 이동 중앙값을 작은 상수값만큼 움직인 중음부 검파기는 열거가 간단하면서, 잡음이 충격성일 때 대부분의 신호 크기 영역에서 부호 검파기나 윌락슨 검파기보다 뛰어난 성능을 나타내는 것은 눈여겨볼 만 하다.

참고 문헌

1. S. A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian*

