⊠ 연구논문

장비 가용도를 고려한 최적 수리부품 재고수준 결정
- Determining the Optimal Spare Parts Level Considering Equipment Availability -

우 제 웅*
Woo, Je Woong
강 맹 규**
Kang, Maing Kyu

Abstract

This study is concerned with a problem of determining the optimal requirements level of the spare parts, especially Concurrent Spare Parts(CSP). CSP is supplied with the procurement of new equipment system, and is used to sustain the equipment without resupply during the initial coverage period.

We consider this situation as a multiechelon inventory model with several bases and one depot. And we assume a equipment system which consists of many types of parts would grounded if one of the parts fail. Also this multiechelon CSP problem is considering a time-varing(dynamic) environment.

We develop a computational procedure to find the optimal number of spare parts minimizing the total expected cost, while achieving the required system availability. Finally we present a simple example of suggested method.

1. 서론

현대 산업기술은 다양한 기능적 욕구를 충족시키기 위하여 고유영역별로 분화되고 전문화되는 추세이며 이에 의해 생산되는 장비는 점점 복잡해지고 첨단화되고 있다. 이러한 첨단 장비가 제반기능을 잘 수행할 수 있도록 하기 위해서는 운영유지 측면의 투자가 필수적이고 이에 따라 전체 수명주기비용에서 운영유지비가 차지하는 비율도 점점 커지고 있다. 최근 몇 년간 각 기업에서 산업생산성 향상을 위한 장비체계의 획득비가 크게 증가하였고 이는 신규 장비체계 운용임무의 원활한 수행을 위한 정비, 보급 등 운영유지관련 비용의 상당한 증가를 유발하였다. 아울러 물가상승과 투자예산의 감소는 각 기업의 운영유지비 재원확보에 큰 부담이 되고 있으며 이런 현실에서 각 기업의 당면한 과제중의 하나는 주어진 자원을 보다 효율적으로 사용하고 관리하여 운영유지분야에 대한 투자의 낭비 및 비효율적 측면을 축소하는 것이다.

기업 자원의 효율적 운영측면에서 수명주기 전체기간 동안에 기존의 장비체계가 목표기능을 경제적으로 수행하도록 관리하는 것도 중요하지만, 그렇게 될 수 있도록 고가의 신규 장비

* 한양대학교 산업공학과 박사과정
** 한양대학교 산업공학과

체계 도입시 정상보급과의 연계가 원활하도록 고장현상이 집중될 수 있는 초기 일정기간 동안의 운영관리가 더욱 중요하다. 이처럼 초기에 장비체계의 목표 가용도를 보장하고 효율적인 운영유지를 위한 수리부속의 구매 및 보급은 기업 자원관리의 중요한 문제 중 하나라고 생각된다. 이와 같이 신규장비체계 배치시 장비와 함께 보급되는 수리 및 예비부속품을 초도소요수리부속(CSP: Concurrent Spare Parts)이라고 하며, 이는 배치후 초기 일정기간 동안 재보급 없이 장비체계의 주어진 운용임무를 수행하기 위하여 사용되는 지원품목이다.

본 연구는 이러한 초도소요수리부속 소요를 산출하는 문제로서 다단계(multi-echelon) 정비/보급 체계 하에서 운용 유지되고 있는 장비체계가 목표수준의 운용가용도를 만족시키기 위해 필요한 적정 초도 보급량을 산정하고자 한다.

대부분의 CSP관련 기법과 모형들은 고장율 자료를 근거로 대상 품목의 수요를 예측하고 수학적인 기법을 적용하여 비용이나 운용가용도를 척도로 최적 보급 수준을 결정하고 있다.

Richards and McMasters [10]의 모형은 미 해군에 적용되었던 것으로 완제품을 수리하는데 필요한 1차 예비부품만을 CSP 대상품목으로 선정/분석하였으며, CSP 운용 기간동안에 정비가 불가능한 것으로 간주하여 재고량을 결정하였다. 따라서 장비배치 시점에 이미 어느 정도의 정비까지는 가능한 점을 전혀 고려할 수 없게 되어 장비 운용시 정비를 통하여 재사용될 수 있는 예비부품인 경우에는 실 소요보다 상당히 많은 재고량을 할당하게 된다.

또한 국방대학원 정책연구 보고서에 수록된 김 [1]의 CSP 적정소요 산출 모형은 개별 구성품의 운용가용도를 중심으로 모형이 구성되어 전체 시스템의 운용가용도를 분석할 수 없으며, 다단계 개념을 적용하지 않았고, 초도 보급량이 운용되는 기간에서의 총 수요량과 배치된 장비를 지원하는 정비/보급체계의 지원능력을 반영할 수 없도록 설계되었다.

기존의 CSP 관련 이론들은 대부분 초기 불확실한 상황을 고려한 동적 확률개념을 반영하지 않거나, CSP 개념에 적절히 부합하지 못하는 모형들로서 실제 소요보다 많거나 적은 소요를 반영함으로써 경제적으로 또는 장비가용도 측면에서 상당한 손실을 초래한다.

CSP 소요산정 문제에 앞서 이러한 문제에 적용할 수 있는 기존의 다단계 수리부품 재고문제를 살펴보면 먼저 Sherbrook [11]의 METRIC 모형은 장비에 고장이 발생하였을 때 여유부품이 존재하면 즉시 교체하고, 존재하지 않으면 부재고가 되며, 부품 발주방식이 (s-1, s)에 의할 때 기지와 창에서 보유하고 있어야 할 여유부품수를 결정하였다. Muckstadt [9]의 MOD-METRIC과 Sherbrook [12]의 Vari-METRIC 모형은 더욱 발전된 개념으로 계층적 부품구조를 갖는 모형을 제시하였으나 이들 모두는 평형상태의 모형들이다. 그밖에 박 [2], Cohen et al. [5], Graves [6], Kaplan and Orr [8], Smith et al. [13] 등은 장비 가용도나 서비스 수준을 고려한 재고모형을 제시하였으며 이들 역시 평형상태를 가정한 모형들이다. 한편 Abboud [3], Albright [4] 등은 기지와 창에 병렬로 존재하는 한정된 수리능력과 일정 시점에서 고장이 발생할 수 있는 부품이 한정되어 있을 때 전통적 기계-수리 대기모형을 다단계 모형으로 일반화 시켰다.

이와 같이 기존의 문제들은 대부분 평형상태 수요를 가정하고 있으며 이는 동적인 부품수요를 고려해야 하는 CSP 문제의 특징을 정확하게 반영하지 못하고 있다. 따라서 본 연구는 Hillestadt [7]의 연구를 중심으로 우발적인 부품수요를 반영할 수 있는 동적 상황 묘사에 중점을 두고 내용을 전개하고자 한다.

먼저 2절에서는 3절에서 사용될 가용도 함수를 표현하기 위한 모수의 특성치들을 유도한다. 즉, 확률분포 함수의 묘사를 위해 각 정비단계 및 보급선 상의 평균 수리대기소요의 특성치들을 유도한다. 또한 최적 CSP 소요산정을 위한 가용도 중심의 보급기법을 제시한다. 3절에서는 장비의 목표 운용가용도를 충족시킬 수 있도록 각 품목의 단가와 각 품목이 체계의 운용가용도에 미치는 효과의 절충분석을 통하여 품목들간의 재고수량을 결정하는 최적 해법을 제시하고, 4절에서 예제를 이용하여 이 과정들을 설명한다.

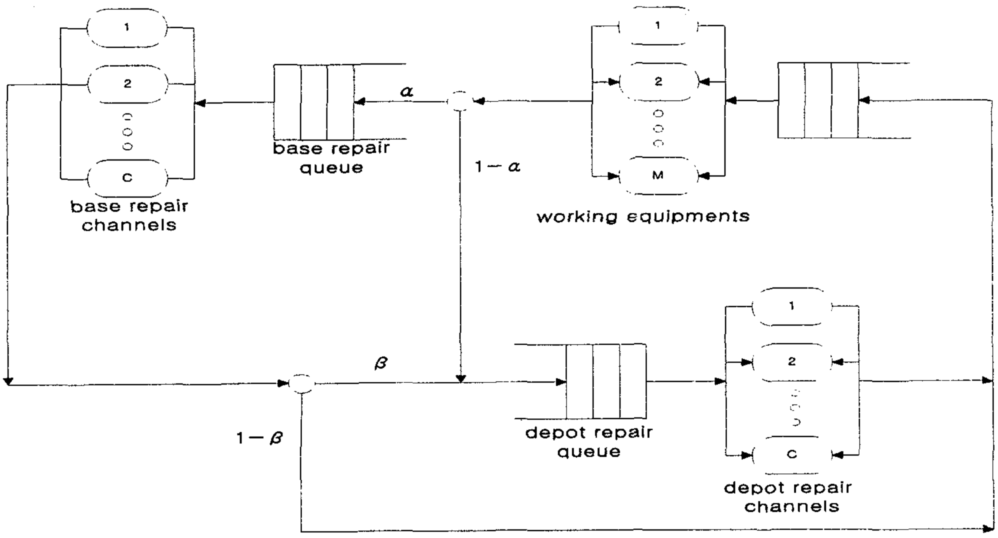
2. 모형의 설계

CSP 소요산정을 위해서는 CSP가 운용되는 기간에서의 총수요량과 배치된 장비를 지원하는 정비/보급체계의 지원능력을 정확히 반영하여야 한다. 미래에 발생될 수요량을 예측하는 것은 불확실성을 내포하고 있으므로 확률분포함수를 이용하는 것이 바람직하며 분포함수식에 필요한 모수는 부품의 특성, 운용조건 등을 이용하여 추정한 값을 사용한다. 이 모수중에 대표적인 것이 고장율이다. 그 외에 중요하게 고려될 사항은 지원체계의 지원능력이라 할 수 있는데, 이는 한 번 고장이 발생한 부품은 다시 수리하여 사용할 수 있다는 점과 각 정비계단에서 소요발생시 가지고 있는 재고가 부족할 경우 상위계단에 요청하여 수요를 충족시킬 수 있다는 점이다. 다시 말하면, 각 정비계단에서 확보해야 할 재고수준은 고장난 부품 수리에 소요되는 시간과 재고가 부족하여 상위부대에 요청할 때 재고획득에 소요되는 시간이 얼마인가를 고려하여 결정하여야 한다는 것이다.

모형의 최적해 산정을 위해 각 품목의 단가와 각 품목이 체계의 운용가용도에 미치는 효과의 절충분석을 통하여 품목들간의 재고수량을 결정하는 한계분석법(marginal analysis)을 사용하여 장비의 목표 운용가용도를 충족시킬 수 있도록 하며 최종적으로 이를 이용한 경제적인 최적 해법을 제시한다.

정비/보급체계는 일반적으로 다단계 형태로 이루어지고 있으며, CSP 소요는 각 계단별로 할당되어야 하는데, 본 연구의 경우는 그림 1처럼 기지(base)와 창(depot)의 2단계로 α의 확률로 기지수리가 발생하며, β의 확률로 기지수리에 들어갔던 부품이 다시 창에서 수리 받는다고 가정한다. 기지와 창 각각에 대해 수리소요가 발생하며, 그 밖의 주요 가정사항은 다음과 같다.

1) 부품고장은 시점 t에 강도(intensity) $\lambda(t)$인 비평형 포아송 과정(nonhomogeneous poisson process)을 따른다.
2) 정비계단에서의 보급요청은 상위 정비계단에만 가능하다.
3) 일반기지에서의 재고정책은 수요량 발주(s-1,s)를 하고 창에서의 재보급은 초도보급 운영기간이 끝나는 시점에서 이루어진다.
4) 부품수요를 유발하는 장비운용시간이나 운용횟수가 시간에 따라 변화한다.



<그림 1> 2단계 수리가능 부품체계의 Block Diagram

2.1 기호정의

본 연구에서 사용될 기호들을 정의하면 다음과 같다.

i : 부품형태를 나타내는 지표(index), $i=1, 2, ..., N$
j : 수리 위치를 나타내는 지표, (창: $j=0$, 기지: $j=1, 2, ..., J$)
t : 시점을 나타내는 지표, $t=1, 2, ..., T$
$S_i(t)$: 시점 t에서 주어진 가용도를 만족시키기 위한 부품 i의 총 재고수준
$B_{ij}(t)$: 시점 t에 기지 j에서 수리 중에 있는 부품 i의 수
$O_i(t)$: 창과 기지간 이동(order and ship) 중에 존재하는 부품 i의 수
$D_{i0}(t)$: 시점 t에서 창 수리 중에 있는 부품 i의 수
$V_{ij}(t)$: 시점 t에서 부품 i에 대한 기지 j에서의 부재고 수
$V_{i0}(t)$: 시점 t에서 부품 i에 대한 창 부재고 수
$W_{ij}(t)$: 시점 t에 기지 j에 재보급 되어야 할 부품 i의 총 수
$R_{ij}(t)$: 시점 t에서 부품 i에 대한 기지 j에서의 수리시간
$R_{i0}(t)$: 시점 t에서 부품 i에 대한 창 수리시간
$Z_i(t)$: 시점 t에서 부품 i에 대한 창과 기지간 이동시간
$\alpha_i(t)$: 부품 i가 시점 t에 기지에서 수리될 확률
$\beta_i(t)$: 부품 i가 시점 t에 기지에서 서비스가 끝난 후 창에서 수리될 확률
$\lambda_{ij}(t)$: 시점 t에 기지 j에서 발생하는 부품 i에 대한 평균 고장 강도
$\Lambda_i(t)$: 시점 t에서 존재하는 부품 i의 평균 수리대기 소요
c_i : 부품 i의 단가
$d_i(t)$: 부품 i에 대한 시점 t에서의 단위시간당 고장율
$h(t)$: 시점 t에서의 장비 운용시간
π : 희망 신뢰수준 (예 : 95%의 신뢰수준이면 $\pi=0.95$)
A : 목표 운용가용도 (예 : 90% 이면 $A=0.9$)
q_i : 장비 한대 당 부품 i의 구성수
$M(t)$: 시점 t에서의 장비 대수

2.2 수리대기소요

CSP 소요는 CSP 운용기간 동안 배치되는 장비 전체 대수의 구성품 중 1회 이상 소요가 예상되는 수요품목이 대부분을 차지하므로 이들 품목의 고장현상과 정비능력에 따른 수리회송 시간 등을 고려하여 수리대기 현상을 먼저 분석해야 한다. 일반적으로 부품의 고장간격 시간이 지수분포(exponential distribution)를 따른다고 할 때 임의의 시점에 k개의 수리대기 소요가 발생할 확률은 포아송 분포로부터 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Pr(k\text{개의 수리대기소요}) = \frac{e^{-\Lambda(t)}\Lambda(t)^k}{k!} \tag{1}$$

여기서 $\Lambda(t) =$ 평균 수리대기소요

이때 평균 수리대기 소요는 시점에 따라 변화할 수 있으며 따라서 가용도 계산을 위한 첫 번째 단계는 시변량 수리대기소요 즉 재보급 보급선재고(pipeline)의 확률분포를 유도하는 것이다. 부품 수요가 평형상태를 가정한 기존의 연구와 달리 본 연구에서는 비평형 포아송 과정을 가정한다. 시점 t에 대한 가용도 계산을 위해서는 그 시점에 영향을 미칠 수 있는 이전 조건들을 고려해야 한다. 먼저 수리시간과 재보급시간이 변하지 않을 때를 가정해 보면 기지에 재보

급되어야 할 부품들은 기지에서 수리중이거나 창과 기지간 이동중(order & ship)인 보급선 상에 있거나, 창에서 부재고 상태로 존재한다. 재보급 보급선 상의 이 세 가지 상황은 확률과정이고, 시간 t에서의 임의의 재보급 보급선재고량은 확률변수이다. $Z_i(t)$를 상수라고 가정하면 식 (2)와 같이 부품 i의 기지 재보급 보급선재고 수준을 상호 독립적인 세 변수의 합으로 표현할 수 있다.

$$W_{ij}(t) = B_{ij}(t) + O_i(t) + V_{i0}(t - Z_i(t)) \tag{2}$$

$\lambda_{ij}(t)$를 시점 t에 기지 j에서 발생하는 부품 i의 수요강도(intensity)라 할 때 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda_{ij}(t) \;=\; d_i(t) \;\times\; h(t) \;\times\; q_i \tag{3}$$

다단계 재고관리 개념을 반영하기 위해 창과 기지에서의 수요를 분리하여 생각하면 기지수리 수요는 평균 $\lambda_{ij}(t)\alpha_i(t)$인 비평형 포아송과정을 따른다. $B_{ij}(t)$는 $[t-R_{ij}(t), t]$에 기지수리 수요이고 이는 평균과 분산이 식 (4)와 같은 포아송 확률변수이다.

$$\Phi_i(t) \;=\; \int_{t-R_{ij}(t)}^{t} \lambda_{ij}(t)\alpha_i(t)dt. \tag{4}$$

식 (4)는 수요강도와 $\alpha_i(t)$가 연속적이 아니고 이산적일 경우 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\Phi_i(t) \;=\; \sum_{t-R_{ij}(t)+1}^{t} \lambda_{ij}(t)\alpha_i(t)$$

또한 창수리 수요는 평균 $\lambda_{ij}(t) \cdot [1-\alpha_i(t)+\alpha_i(t)\beta_i(t)]$인 비평형 포아송과정을 따르고, $O_i(t)$는 $[t-Z_i(t), t]$에서의 창 수요이므로 평균과 분산이 식 (5)와 같은 포아송 확률변수이다.

$$\Psi_i(t) \;=\; \int_{t-Z_i(t)}^{t} \lambda_{ij}(t)\;[1-\alpha_i(t)+\alpha_i(t)\beta_i(t)]dt. \tag{5}$$

$V_{i0}(t-Z_i(t))$의 분포를 얻기 위해서는 $t-Z_i(t)$에서 창수리 보급선의 분포를 계산할 필요가 있다. $D_{i0}(t-Z_i(t))$는 $(t-Z_i(t)-R_{i0}(t),\ t-Z_i(t))$에서의 창 수요이고, 따라서 창에서의 수요는 평균 $\lambda_i(t) \cdot [1-\alpha_i(t)+\alpha_i(t)\beta_i(t)]$인 비평형 포아송과정을 따른다는 사실로써 $D_{i0}(t-Z_i(t))$는 평균과 분산이 식 (6)과 같은 포아송 확률변수라는 것을 알 수 있다.

$$\Omega_i(t) = \int_{t-Z_i(t)-R_{i0}(t)}^{t-Z_i(t)} \lambda_{ij}(t)\;[1-\alpha_i(t)+\alpha_i(t)\beta_i(t)]dt. \tag{6}$$

그러므로 $V_{i0}(t)$의 분포는 다음과 같다.

$$\Pr(V_{i0}(t)=0) \;=\; \sum_{k=0}^{s_{i0}} \frac{[\Omega_i(t)]^k e^{-\Omega_i(t)}}{k!} \tag{7}$$

$$\Pr(V_{i0}(t)=k) = \frac{[\Omega_i(t)]^{s_{i0}(t)+k} e^{-\Omega_i(t)}}{(s_{i0}(t)+k)!}, \quad k>0. \tag{8}$$

식 (2)의 우변 확률변수들은 각각 독립이고, 또한 위의 식들로부터 계산될 수 있으므로 보급선 상의 3 요소들을 합성(convolution)하여 기지 재보급 보급선재고 $W_i(t)$의 분포를 계산할 수 있다. 그러나 분포의 합성은 계산적으로 복잡한 면이 있으므로 본 연구에서는 보다 편리한 방법을 제시하여 계산의 편의를 제공하고자 한다. 평균과 분산을 이용하여 분포에 근사화하는 방법이다. 앞에서 $B_{ij}(t)$와 $O_i(t)$의 평균과 분산을 알 수 있었고 $V_{i0}(t-Z_i(t))$ 분포의 평균과 분산을 식 (9), (10), (11)과 같이 직접 구할 수 있다.

$$E(V_{i0}(t-Z_i(t))) = \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{[\Omega_i(t)]^{s_{i0}(t)+k} e^{-\Omega_i(t)}}{(s_{i0}(t)+k)!} \tag{9}$$

$$E[(V_{i0}(t-Z_i(t)))^2] \;=\; \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \frac{[\Omega_i(t)]^{s_{i0}(t)+k} e^{-\Omega_i(t)}}{(s_{i0}(t)+k)!} \tag{10}$$

$$Var(V_{i0}(t-Z_i(t)))=E[(V_{i0}(t-Z_i(t)))^2]-[E(V_{i0}(t-Z_i(t)))]^2 \tag{11}$$

시점 t에서의 기지 재보급 보급선의 세 요소는 서로 독립인 확률변수라는 것을 알 수 있고 따라서 식(12), (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(W_{ij}(t))=E(B_{ij}(t))+E(O_i(t))+E(V_{i0}(t-Z_i(t))) \tag{12}$$

$$Var(W_{ij}(t))=Var(B_{ij}(t))+Var(O_i(t))+Var(V_{i0}(t-Z_i(t))). \tag{13}$$

이상에서와 같이 시점 t에서 기지 재보급 보급선재고 분포의 평균과 분산을 알 수 있지만 밀도함수 형태는 알 수 없다. 따라서 VMR(Variance to Mean Ratio)을 이용하여 밀도함수 형태를 알아본다. VMR을 계산하여 정확하게 1인 경우, 식(12)에서 얻어진 평균을 갖는 포아송 분포로 근사화시킬 수 있으나 창 재고수준에 따라 오차가 발생할 수 있다. 즉 창 재고수준이 0이 아닌 경우 창부재고 분포는 포아송이 될 수 없다. 이는 기존의 연구 [12]에서도 증명된 바 있다. 이러한 경우 음이항(Negative binomial) 밀도함수로 기지재보급 보급선재고 분포를 근사화하면 더 적은 오차의 분포를 얻을 수 있으며 다음과 같이 적용할 수 있다.

$$\Lambda_i(t) = E(W_{ij}(t)), \tag{14}$$

$$\sigma_i^2(t) = Var(W_{ij}(t)), \tag{15}$$

$$VMR_i(t) = \frac{\sigma_i^2(t)}{\Lambda_i(t)}. \tag{16}$$

위 식을 이용하여 시점 t에서 기지재보급 보급선 분포를 근사화하면 다음과 같다.

$$\Pr(W_{ij}(t)=k)=\frac{\Gamma\left[k+\dfrac{\Lambda_i(t)}{VMR_i(t)-1}\right]}{k!\,\Gamma\left[\dfrac{\Lambda_i(t)}{VMR_i(t)-1}\right]}\left[\frac{VMR_i(t)-1}{VMR_i(t)}\right]^k VMR_i(t)^{\frac{-\Lambda_i(t)}{VMR_i(t)-1}},\quad VMR_i(t)\neq 1$$

$$\Pr(W_{ij}(t)=k) = \frac{e^{-\Lambda_i(t)}\Lambda_i(t)^k}{k!},\quad VMR_i(t) = 1. \tag{17}$$

따라서 식 (14), (15), (16), (17)을 이용하여 장비 가용도 판단에 사용될 수리 보급선의 확률분포함수를 표현할 수 있다.

2.3 재고수준과 운용가용도

수리대기 소요는 분석하고자 하는 부품의 고장현상과 정비능력을 복합적으로 반영하고 있는데 개별 부품의 부족 및 가용상태를 판단하기 위해서는 수리대기 소요와 재고수준과의 관계를 분석하여야 한다. 부품 단위의 운용가용도를 판단하는 것은 장비 시스템 전체의 임무수행능력을 평가하는 지표로는 미흡하지만 전체 시스템에 영향을 주는 주요 관리대상 부품을 식별하는데 유용하고 전체 시스템의 운용가용도를 산정하기 위한 기반이 된다.

임의의 시점에 수리 중인 부품과 이동중인 부품의 총량인 수리대기 소요가 그 시점의 재고수준($S_i(t)$)을 초과하면 재고부족 상태에 놓이게 되어 운용가용도를 저하시키는데 재고수준과 수리대기소요 발생 확률과의 관계를 통해 아래와 같은 분석지표들을 구할 수 있다.

$$\Pr(\text{임의의 시점에 재고부족 없이 가용})=\sum_{k=0}^{S_i(t)}\Pr(k/\Lambda_i(t)) \tag{18}$$

부품 단위의 운용가용도 및 재고부족량을 산출하는 것도 의미 있는 일이지만 CSP 소요를 산정하는 궁극적인 목적은 장비 전체시스템의 초기 일정기간 동안의 목표 운용가용도를 유지하는데 있으므로 고장, 정비 및 재고수준의 관계분석을 통한 전체시스템의 운용가용도를 산출

해야 한다. 시스템의 목표 운용가용도는 보유하고 있는 장비 중 임무수행이 가능한 장비의 비율로 산출할 수 있다. 시스템의 부품에 고장이 발생하게 되어 이를 교환하거나 정비해야 하는 경우 같은 기능을 하는 부품간의 동류전용(cannibalization)을 허용하는지의 여부에 따라 임무수행이 가능한 장비 대수와 이와 관련된 CSP 소요는 크게 달라진다.

CSP 소요산정시 동류전용의 허용여부는 정책적인 결정이지만 일반적으로 CSP가 운영기간동안 배치되는 전체 장비를 공통적으로 지원한다는 개념에서 볼 때 동류전용을 허용하는 조건에서 소요를 산정하는 것이 합리적이다. 동류전용 허용정책과 임의의 시점에 CSP로 지원되어야 할 장비의 대수가 결정된 후, 장비의 임무수행에 영향을 미치는 N개의 주요 부품 중 부품 i가 부족한 경우 임무수행이 불가한 장비의 평균대수를 구한다. 장비 대당 부품 i가 1개뿐인 경우, 임의의 시점에 부품 i가 y개 이하로 부족할 확률을 $Pr^i(y(t))$라고 하면 수리대기 소요의 발생 확률과 부품 i의 재고수준($S_i(t)$)과의 관계로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Pr{}^i(y(t)) = \sum_{k=0}^{S_i(t)+y} \Pr(k/\Lambda_i(t)) \tag{19}$$

임의의 시점에서 임무수행이 불가능한 장비의 대수가 y(t) 이하일 확률(Pr(y(t)))은 부품이 y개 이하로 부족할 확률들의 곱으로 쉽게 구할 수 있으며 이것은 임무수행 불가능 장비의 분포함수(cdf : cumulative density function)에 해당한다.

$$\Pr(y(t)) = \prod_{i=1}^{N} \Pr{}^i(y(t)) \tag{20}$$

분포함수 Pr(y(t))는 확률들의 곱이므로 비음(nonnegative)함수이고 비음함수의 기대값은 이 함수의 보수(complement)의 합으로 쉽게 구할 수 있으므로 동류전용 허용 하에서의 임무수행 불가 장비의 평균대수는 다음과 같다.

$$E(y(t)) = \sum_{y(t)=0}^{M(t)-1} \left(1 - \prod_{i=1}^{N} \Pr{}^i(y(t))\right) \tag{21}$$

장비 대당 부품 개수가 1개 이상으로 i부품이 q_i개 있는 경우 부품 수가 q_i개인 i부품은 1개 부족한 경우나 q_i개 부족한 경우 모두 1대의 장비가 불가동상태에 놓이게 되고 임무수행을 할 수 없는 장비의 대수가 y(t)대 이하라면 재고수준을 초과하여 $y(t)q_i$개까지 부족이 일어날 수 있으므로 i부품이 y개 이하로 부족할 확률은 다음과 같다.

$$\Pr{}^i(y(t)) = \sum_{k=0}^{S_i(t)+y(t)q_i} \Pr(k/\Lambda_i(t)) \tag{22}$$

임무수행 불가능 장비의 분포함수와 기대값을 구하는 과정은 부품의 개수가 기껏해야 1개인 경우와 동일하다.

$$\Pr(y(t)) = \prod_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{S_i(t)+y(t)q_i} \Pr(k/\Lambda_i(t)) \tag{23}$$

$$E(y(t)) = \sum_{y(t)=0}^{M(t)-1} (1 - \Pr(y(t))) \tag{24}$$

3. 최적 해법

3.1 정형화

부품들의 수리대기 소요가 장비 전체 시스템의 운용가용도에 미치는 영향을 분석하고 장비의 목표 운용가용도를 충족시킬 수 있는 가용도 중심의 보급개념을 모형에 적용한다. 수리대기

소요가 포아송 분포를 따를 경우 장비의 목표 운용가용도, CSP 운용기간 동안의 평균 배치 대수를 기반으로 고장율, 구성수, 수리기간 등의 입력요소들을 고려한 CSP 적정 소요산정 모형은 (P1)과 같다.

$$(P1) \quad Min \quad \sum_{i=1}^{N} c_i S_i(t)$$

$$s.t \quad \Pr(S(t), y(t)) \geq \pi$$

$$\Pr(S(t), y(t)) = \prod_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{S_i(t)+y(t)q_i} \frac{e^{-\Lambda_i(t)} \Lambda_i(t)^k}{k!}$$

$$S_i(t) = 1, 2, 3, \ldots$$

$$S(t) = (S_1(t), S_2(t), \ldots S_i(t), \ldots S_N(t))$$

$$y(t) = (1-A)M(t)$$

(P1)형태의 식을 풀기 위해 각 부품별로 가능해를 나열하여 이들 중에서 해를 찾기 위한 0-1 정수계획법 형태로 정형화하면 다음과 같다.

$$(IP2) \quad MIN \quad \sum_{S_i(t)=1}^{U_i} \sum_{i=1}^{N} c_i S_i(t) X_{iS_i(t)}$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{N} \sum_{S_i(t)=1}^{U_i} (\ln P_{iS_i(t)}) X_{iS_i(t)} \geq \ln \pi$$

$$\sum_{S_i(t)=0}^{U_i} X_{iS_i(t)} = 1, \quad \text{for } i = 1, \cdots, N$$

$$X_{iS_i(t)} = 0 \text{ or } 1$$

$$L_i(t) \leq S_i(t) \leq U_i(t)$$

여기서

$$P_{iS_i(t)} = \prod_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{S_i(t)+y(t)Q_i} \frac{e^{-\Lambda_i(t)} \Lambda_i(t)^k}{k!}$$

$$L_i(t) = \min[S_i(t)]$$

$$U_i(t) = \max[S_i(t)]$$

(IP2)에 제시된 $S_i(t)$의 범위는 다음에 설명될 초기 값 구하는 절차와 포아송 확률분포의 성질을 이용하여 구할 수 있다. 즉 각 부품의 초기값을 하한으로 하고 각 부품이 가용도를 만족하기 위한 신뢰수준 증가에 기여하는 정도가 무시할 정도로 될 때를 상한으로 한다.

3.2 최적해 산정 절차

CSP 품목선정은 부품들의 수리대기 소요 발생확률에 근거하여 선정하고 CSP 적정 소요를 산정하기 위한 품목들간의 재고수량 할당은 각 품목의 단가와 각 품목이 시스템의 운용가용도에 미치는 효과의 절충분석을 통해 결정한다. CSP 적정 소요산정 모형의 최적해를 구하는 과정은 목표가용도를 만족하는 초기가능해 탐색 단계[단계 1, 2, 3]와 이 초기해를 이용하여 분지한계법을 수행하는 단계[단계 4, 5, 6, 7, 8]로 구성된다.

[단계 1] : CSP 품목의 선정

각 부품에 대한 고장율, 정비계단, 수리기간 등의 입력에 근거한 수리대기 소요의 발생 확률을 기준으로 CSP 운용기간 동안 적어도 1개 이상의 수리대기 소요가 발생할 품목들을 선택하여 CSP 수요품목으로 선정한다. 부품의 수리대기 소요의 발생 확률이 포아송 분포를 따를 때, CSP 품목선정 기준인 적어도 1개 이상의 소요가 발생할 확률은 다음과 같다.

$$1 - e^{-\Lambda_i(t)} > 0$$

[단계 2] : 초기 CSP 소요 산정

모형의 조건식은 시스템 운용가용도에 영향을 주는 각 부품들의 확률 곱으로 표현되기 때문에 필수적으로 각 부품에 대한 시스템 운용가용도를 만족할 확률이 희망 신뢰수준 이상 되어야 한다는 것이 초기 CSP 소요를 산정하는 기준이 된다. 이 조건을 만족하는 각 CSP 품목의 소요($S_i(t)$)들로 구성된 집합 S(t)가 초기 CSP 소요가 된다.

$$\text{초기 } CSP \text{ 소요 필수조건 : } \ln\left(\sum_{k=0}^{S_i(t)+y(t)q_i} \frac{e^{-\Lambda_i(t)}\Lambda_i(t)^k}{k!}\right) > \ln(\pi)$$

[단계 3] : 탐색과정 및 초기 가능해 선정

초기 CSP 소요를 출발점으로 최소의 구매비용으로 시스템의 목표 운용가용도를 만족할 수 있는 집합 S(t)를 찾으면 그 집합이 모형의 초기가능해가 된다. 해를 개선하는 탐색과정은 초기 CSP 소요로부터 각 부품들의 상호작용 하에서 전체 시스템 운용가용도에 영향을 주는 정도와 구매단가와의 절충분석을 통하여 해를 개선하며, 이 탐색과정을 계속하여 주어진 목표 운용가용도에 도달하는 최초의 집합 S(t)가 초기 가능해가 된다. 이 탐색방법은 투입된 비용대비 가용도 증가에 대한 기여도가 가장 큰 부품을 하나씩 증가시키는 것으로 간단하고 편리하게 가능해를 찾을 수 있는 방법이다.

$$\text{탐색조건} \quad \max_i \ \frac{\ln[\Pr(S^i(t), y(t))/\Pr(S(t), y(t))\ ]}{c_i}$$

$$\text{여기서 } S^i(t) = (S(t)_1, S(t)_2, \ldots, S(t)_i+1, \ldots S(t)_N)$$

$$\text{초기가능해 선정조건: } \ln(\Pr(S(t), y(t))) = \ln\left(\prod_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{S_i(t)+y(t)q_i} \frac{e^{-\Lambda_i(t)}\Lambda_i(t)^k}{k!}\right) > \ln(\pi)$$

[단계 4] : IP2를 계산

단계 3에서 구한 각 부품의 초기 가능해를 이용하여 IP2 문제의 변수를 설정하며, 그때의 총비용 Z_0를 상한값으로 하고, 단계 5로 간다.

[단계 5] : IP2 문제의 선형계획 이완문제를 계산

IP2 문제의 선형계획 이완문제를 계산하여 만약 최적해가 정수조건을 만족하면 이때의 해가 최적해이며 끝낸다. 그렇지 않으면 UB = Z_0로 한 후 단계 6으로 간다.

[단계 6] : 변수선택

정수조건을 만족하지 않는 변수중 MIN c_i인 X_{isi}를 선택하여 X_{isi} = 0과 X_{isi} = 1로 할당한 후 단계 7로 간다.

[단계 7] : 선형계획 이완문제 최적해를 구함

선형계획 이완문제의 목적식 값을 Z_{LP}라 하면

(i) 최적해가 정수조건을 만족하는 경우

① Z_{LP} < UB일 경우

UB ← Z_{LP}

현재의 노드는 분지끝이며 이대 X^*는 후보해

② $Z_{LP} \geq UB$일 경우
현재의 노드는 분지끝
(ii) 실행불가능 문제일 경우
현재의 노드는 분지끝
(iii) 최적해가 정수조건을 만족하지 않는 경우
$Z_{LP} \geq UB$일 경우 현재 노드는 분지끝
$Z_{LP} < UB$일 경우 단계 8로 간다.
[단계 8] : 탐색
분지끝이 되지 않은 하위 문제들 중 최선한계 규칙에 의해 분지할 노드를 생성한 후 단계 6으로 간다. 만약 남은 문제들이 모두 분지 끝이 되었다면 끝낸다.

4. 예제

본 예제는 항공기를 예로 들어 동적 상황을 가정한 임의의 시점에 대해 부재고 확률분포와 보급선재고 계산 방법 및 최적 부품수 산정 방법을 설명한다.

먼저 부재고 확률분포와 보급선재고 계산하는 방법을 설명하기 위해 재보급 시간과 비행시간당 고장율은 상수로 가정한다. 모든 계산은 각 일자별 끝시점의 비행 활동으로 정의된다. CSP 운용기간 동안에 40대의 항공기가 배치된다고 가정한다. 평상시는 25대로 평균 일간 2회의 비행임무를 수행하고, 1회 비행에 2시간이 소요된다. 또한 우발시에는 40대의 항공기로 평균 일간 5회, 1회 비행에 3시간 소요된다. 일간 비행시간은 표 1과 같이 5일 동안의 우발 상황을 가정하며, 이때 총 비행시간은 평시의 6배, 6일째는 4배가 된다.

<표 1> 비행시간 프로그램

일(t)	0	1	2	3	4	5	6
일간 비행시간(h(t))	100	600	600	600	600	600	400

수요는 비평형 포아송과정을 따르며, 하부부품 구조가 없는 임의 부품으로 폐기는 없는 것으로 가정한다. 그 밖의 부품 정보는 표 2와 같다.

<표 2> 부품 정보

품목 (i)	단가 (c_i)	고장율 ($d_i(t)$)	기지수리 가능확률 ($\alpha_i(t)$)	창수리 확률 ($\beta_i(t)$)	기지수리 기간 ($R_{ii}(t)$)	창수리 기간 ($R_{i0}(t)$)	이동시간 ($Z_i(t)$)	구성 부품수 (q_i)
1	867	0.00100	0.50	0.00	5	10	3	1
2	355	0.00050	0.17	0.00	10	20	3	1
3	884	0.00014	1.00	0.00	20	30	3	1
4	1789	0.00020	0.70	0.00	30	40	3	1

먼저 부품 1에 대한 기지수리 보급선재고를 계산해 보면 다음과 같다.

$$E[B_1(t)] = \sum_{k=t-R_{1i}+1}^{t} \lambda_1(k)\alpha_1(k)$$

$$E[B_1(0)] = \sum_{k=0-5+1}^{0} [d_1(k) \times h(k) \times q_1][0.5]$$

$$= \sum_{k=-4}^{0} (0.001 \times 100 \times 1)(0.5) = 5 \times (0.001 \times 100) \times 0.5 = 0.25$$

유사한 방법으로 다음과 같이 6일째의 수리대기 소요를 구할 수 있다.

$$E[B_1(6)] = \sum_{k=6-5+1}^{6} [d_1(k) \times h(k) \times q_1](0.5)$$
$$= (0.6\times 0.5+0.6\times 0.5+0.6\times 0.5+0.6\times 0.5+0.4\times 0.5) = 1.4$$

$$Var[B_1(6)] = E[B_1(6)] = 1.4$$

$$E[O_1(6)] = \sum_{k=6-3+1}^{6} d_1(k) \times h(k) \times (1-\alpha_1(k)+\alpha_1(k)\beta_1(k))$$
$$= 0.6\times 0.5+0.6\times 0.5+0.4\times 0.5 = 0.8$$

$$E[D_1(t-Z_{10})] = E[D_1(3)] = \sum_{k=3-10+1}^{6-3} d_1(k) \times h(k) \times (1-\alpha_1(k)+\alpha_1(k)\beta_1(k)) = 1.25$$

창의 재고수준이 0일 때 창 부재고의 평균과 분산은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E[V_{10}(t-Z_{10})] = E[V_{10}(3)] = E[D_{10}(3)] = 1.25$$

$$Var[V_{10}(t-Z_{10})] = Var[V_{10}(3)] = E[V_{10}(3)] = E[D_{10}(3)] = 1.25$$

최종적으로 수리대기소요 분포의 평균과 분산은 위의 3 요소를 합하여 다음과 같이 구할 수 있고, 분포를 설정하기 위해 이를 이용하여 VMR을 계산한다.

$$E[W_1(6)] = E[B_1(6)] + E[O_1(6)] + E[V_{10}(3)] = 1.4+0.8+1.25 = 3.45$$

$$Var[W_1(6)] = Var[B_1(6)] + Var[O_1(6)] + Var[V_{10}(3)] = 1.4+0.8+1.25 = 3.45$$

$$VMR_1(6) = \frac{\sigma_1^2(6)}{\Lambda_1(6)} = \frac{3.45}{3.45} = 1$$

평균과 분산을 이용하여 부품 1에 대해 VMR을 구한 결과 1이므로 수리대기소요 분포를 다음과 같이 포아송 분포에 근사화한다.

$$\Pr(W_1(6)=k) = \frac{e^{-\Lambda_1(6)}\,\Lambda_1(6)^k}{k!} = \frac{e^{-3.45}(3.45)^k}{k!}$$

위와 같은 방법으로 나머지 부품에 대해서도 수리대기소요 분포를 구하고 이것을 최적해 산정 알고리듬에 의해 다음과 같이 전개해 나갈 수 있다. 항공기의 목표 운용가용도를 100%로 유지하기 위한 신뢰수준을 80% 이상 요구한다고 할 때 최적 부품 수를 산정해 보기로 한다. 먼저 초기가능해를 탐색하여 다음과 같이 초기 기본소요를 할당한다.

[부품1]:.sum(0.0317646)..sum(0.141268)..sum(0.330194)..sum(0.547459)..sum(0.734851)
..sum(0.864151) ==> stock(5)
[부품2]:.sum(0.08248)..sum(0.300046)..sum(0.559553)..sum(0.770533)..sum(0.899177)==> stock(4)
[부품3] :.sum(0.510686)..sum(0.853867) ==> stock(1)
[부품4] :.sum(0.256148)..sum(0.605022)..sum(0.842604) ==> stock(2)

즉, 신뢰수준 0.8을 만족할 때까지 각 부품별로 소요를 1개씩 증가시켜 최소요구 수준을 정하는 과정을 보여준다. 부품 1의 경우 최소요구 수준은 5개가 된다는 것을 의미한다.

다음 단계로 탐색에 의한 해를 개선하는 절차를 제시한다.

품목	기본소요	현 부품 신뢰수준	소요 한 개 증가시			소요	변화된 부품 신뢰수준
			부품신뢰수준	체계신뢰수준②	ΔP_i(②/①)/c_i		
1	5	0.864151	0.938498	0.607145	9.52×10^{-5}	5	0.864151
2	4	0.899177	0.961930	0.598063	*1.9×10^{-4}	5	*0.961930
3	1	0.853867	0.969176	0.634546	1.43×10^{-4}	1	0.853867
4	2	0.842604	0.950467	0.630612	6.73×10^{-5}	2	0.842604
체계신뢰수준		①0.559048					③0.598063

* 표시는 비용대비 신뢰수준 증가가 가장 큰 것으로 선택되어 소요를 한 개 증가시킨다는 의미이다. 즉 부품 2를 한 개 증가시킨다. 부품 2를 한 개 증가시켜 계산된 시스템 전체의 신뢰수준은 ③이 된다. 신뢰수준(③)이 0.8이상 될 때까지 반복하면 최종적으로 다음과 같이 소요를 산정할 수 있다.

품목	현소요	현 부품 신뢰수준	소요 1개 증가시			소요	변화된 부품 신뢰수준
			부품신뢰수준	체계신뢰수준⑤	ΔP_i(⑤/④)/c_i		
1	6	0.938498	0.975141	0.786329	4.42×10^{-5}	6	0.938498
2	6	0.987439	0.996327	0.763593	2.52×10^{-5}	6	0.987439
3	2	0.969176	0.995005	0.776950	2.98×10^{-5}	2	0.969176
4	2	0.842604	0.950467	0.853657	*6.73×10^{-5}	3	0.950467
체계신뢰수준		④0.756781					⑥0.853657

①→③→④→⑥은 전체 시스템 신뢰수준의 증가 과정을 보여준다. 이렇게 하여 계산한 총비용은 $867\times6+355\times6+884\times2+1789\times3$ = 14,467이 되며, 이것이 초기 가능해이다.

전 단계에서 구한 초기 가능해를 이용하여 분지한계법을 실시한다. 최적해 산정절차의 단계 4에서 단계 8을 반복하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

품목	현소요	현 부품 신뢰수준	최적 소요	조정된 신뢰수준
1	6	0.938498	6	0.938498
2	6	0.987439	5	0.961930
3	2	0.969176	2	0.969176
4	3	0.950467	3	0.950467
		0.853657		0.831604

따라서 최적 부품구매 총비용은 14,112로 부품 1, 2, 3, 4를 각각 6, 5, 2, 3개씩 구매한다.

5. 결론

본 연구에서는 수리대기 소요와 장비배치 시점의 정비능력을 고려하여 다단계 정비/보급체계 형태를 반영한 다단계 재고모형을 수립하고, 또한 장비의 목표 운용가용도를 충족시킬 수 있는 가용도 중심의 보급개념을 적용하여, 각 품목의 단가와 각 품목이 체계의 운용가용도에 미치는 효과의 절충분석을 통하여 품목들간의 재고수량을 결정하는 최적 해법을 제시하였다.

본 연구의 특징은 고장율이 시간에 의존적일 때 확률분포를 이용하여 수리대기 소요 함수를 유도하였고, 이것으로부터 부재고, 가용도 간의 관계를 규명하고 수식화하였다. 동적 확률모형으로 접근하여 기존 연구들을 일반화 시켰으며, 아울러 최적해의 도출을 위한 효율적인 해법 개발로 더욱 정확하게 소요를 산정할 수 있었다.

본 연구는 군 특히 공군의 항공기 수리부속 관리에 대해 효과적인 투자로 경제적 군 운영

에 기여할 수 있는 유용한 도구로 활용할 수 있을 것이다. 또한 민간 항공기, 반도체 장비 등 적정 가용도 유지가 필수적이며 고장발생시 수리부속 부족으로 인한 치명적인 손실을 가져올 가능성이 있는 고가 장비체계의 수리부속에 대한 효과적인 관리기법으로 널리 사용될 수 있을 것으로 판단한다.

참 고 문 헌

1. 김철환, "CSP 적정소요 산출 방법," 국방대학원 안보문제연구소, 정책연구보고서 90-2, 1990.
2. 박창범, 강성진, "가용도를 고려한 장비의 최적 예비부품수 결정에 관한 연구," 한국군사운영분석학회지, Vol. 16, No. 2, pp. 83-95, 1990.
3. Abboud, N. E., "The Markovian Two-Echelon Repairable Item Provisioning Problem," *J. Opl. Res. Soc.*, Vol. 47, No. 2, pp. 284-296, 1996.
4. Albright, S. C. and A. Soni, "Markovian Multiechelon Repairable Inventory System," *Naval Research Logistics*, Vol. 35, pp. 49-61, 1988.
5. Cohen, M. A., P. R. Kleindorfer, H. L. Lee, and D. F. Pyke, "Multi-Item Service Constrained (s, S) Policies for Spare Parts Logistics Systems," *Naval Research Logistics*, Vol. 39, pp. 561-577, 1992.
6. Graves, S. C., "A Multiple-Item Inventory Model with a Job Completion Criterion," *Management Science*, Vol. 28, No. 11, pp. 1334-1337, 1982.
7. Hillestad, R. J., "Dyna-METRIC : Dynamic Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control," R-2785-AF, Rand, Santa Monica, CA 90406, 1982.
8. Kaplan, A., and D. Orr, "An Optimum Multiechelon Repair Policy and Stockage Model," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 32, pp. 551-566, 1985.
9. Muckstadt, J. A., "A Model for Multi-Echelon Multi-Indenture Inventory System," *Management Science*, Vol. 20, No. 4, pp. 472-481, 1973.
10. Richards, F. R. and A. W. McMasters, "Wholesale Provisioning Models: Model Development," NPS 55-83-026, Naval Postgraduate School, Sep., 1983.
11. Sherbrooke, C. C., "METRIC: A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control," *Operations Research*, Vol. 16, pp. 122-141, 1968.
12. Sherbrooke, C. C., "VARI-METRIC: Improved Approximations for Multi-Indenture, Multi-Echelon Availability Models," *Operations Research*, Vol. 34, No. 2, pp. 311-319, 1986.
13. Smith, S. A., J. C. Chambers, and E. Shlifer, "Optimal Inventory Based on Job Completion Rate for Repairs Requiring Multiple Items," *Management Science*, Vol. 28, No. 8, pp. 849-852, 1980.