

☒ 응용논문

베벨기어의 설계 및 해석을 위한 PC용 형상제원 산출 S/W 개발  
 - Development of a S/W calculating design parameters  
 automatically for bevel gears -

유 우 식\*  
 Yoo, Woo Sik

Abstract

Bevel gears are suitable for transmitting power between shafts at practically any angle or speed. However, the particular type of gear best suited for a specific application is depends upon the mountings, available space, and operating conditions. Therefore it is important in any general design employing gears to first make a study of all the conditions under which the gear must operate.

Presented in this paper is a S/W calculating design parameters automatically for bevel gears. This S/W provides the Standards for the design of straight bevel, zerol bevel, spiral bevel and hypoid gears. Topics include preliminary design parameters, blank design including standard taper, uniform depth, duplex taper and tilted root so that Gleason, Klingelnberg and Oerlikon machine tools are covered.

1. 서론

기어는 기계문명의 발달과 더불어 그이용이 더욱 증가되고 있는 기계부품으로 특히 베벨기어는 산업기계중에서도 특히 중장비등의 동력전달요소로서 필수 불가결하면서도 그 기하학적인 형상,특성해석,강도평가등이 매우 어려운 기계요소중의 하나이다. 일반적인 기어의 종류로는 스피어기어,헬리칼기어,워엄기어,베벨기어등이 있는데<sup>[6]</sup> 본 연구에서는 직선베벨기어, 스피어럴 베벨기어, 제롤 베벨기어,하이포이드 베벨기어등을 연구대상으로 하였다. 베벨기어의 형상 및 특성, 강도등은 글리슨같은 제작회사의 경험에 의한 자료들이나 AGMA(American Gear Manufacturers Association) 규격에 발표되어 있다. 그러나 각 자료들에 고려된 인자들이 복잡하기 때문에 실제로 생산현장이나 기업체 설계실등에서 해석하여 적용하기에는 많은 시간과 노력이 필요하며 설계사항이 변경될 때마다 다시 해석하고 적용하는 번거로운 과정을 거치게 되어 베벨기어의 설계나 강도평가지 인적,시간적 부담이 매우 크다. 이와같은 어려움을 해결하기 위하여 베벨기어의 설계 및 해석을 위한 PC용 형상제원 산출 소프트웨어를 개발하게 되었다. 본 소프트웨어는 베벨기어의 설계나 강도평가지에 필요한 제원을 일목요연하게 산출하는 기능을 수행하는데 AGMA규격에 의거하여 기하학적인 형상제원을 정리하고 전산화함으로써 설계항목중 어느한가지가 변경되었을 때 실제로 베벨기어를 제작하지 않고서도 형상제원의 변화를 쉽게 평가할수 있는 전산 프로그램이다.

\* : 인천대학교 산업공학과

## 2. 베벨기어의 형상

베벨기어는 피치면이 원뿔형태이고 서로 교차하는 축 사이에서 동력을 전달하는 기어로서 이(tooth)의 형상 및 축의 배열상태에 따라 직선 베벨기어,스파이럴 베벨기어,제롤베벨기어,하이포이드 기어의 네종류로 구분된다. 직선 베벨기어(Straight bevel gear)는 평치차와 유사한 직선의 이를 가지고 있으며 치면을 따라 원뿔면 접촉을 하지만, 평치차와는 달리 원뿔 꼭지점으로부터 멀어지려는 축방향 트러스트가 존재한다. 이 기어는 자동차의 차동 피니언 및 피치가 크고 저속으로 운전되는 기어를 포함하여 산업기계의 구동장치에 사용된다.<sup>[1]</sup> 스파이럴 베벨기어(Spiral bevel gear)는 이의 모양이 곡선이고 경사진 이를 가지고 있는데 이의 스파이럴형태는 사용되는 절삭법에 의해 좌우된다. 또한 축방향 트러스트는 스파이럴 각도와 회전방향에 의해 원뿔 꼭지점을 향하거나 멀어지는 방향으로 작용할수 있다. 이 기어의 두드러진 장점으로는 헬릭컬기어와 같이 오버랩(Overlap) 반응을 하기 때문에 직선베벨기어에 비해 물림성능이 좋아서 소음,진동이 문제가되는 응용분야에 널리 사용될수 있다.<sup>[1]</sup> 제롤베벨기어(Zerol bevel gear)는 스파이럴 베벨기어와 유사한 곡선의 이를 가지고 있지만 스파이럴 각도가 0도이며 직선 베벨기어와 같은 방향을 갖는다. 이 기어는 스파이럴 베벨기어보다 강도가 좀더 강한 이를 얻을수 있다.<sup>[2]</sup> 하이포이드 기어(Hypoid gear)는 외견상 스파이럴 베벨기어와 유사하지만 기어와 피니언의 축이 서로 교차하지 않는다.

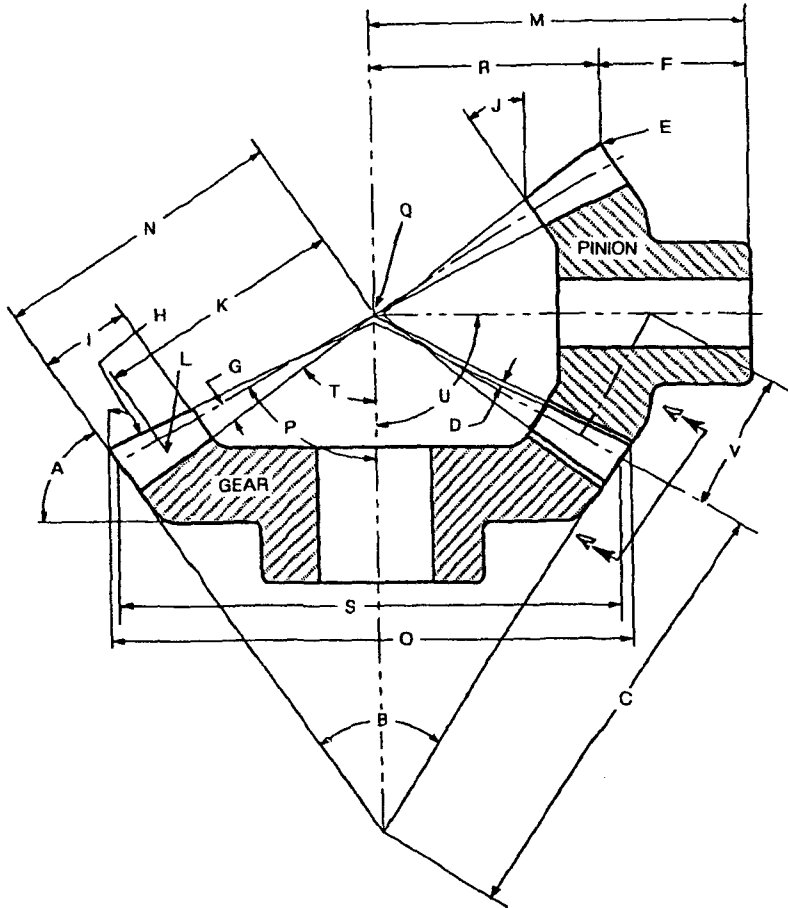
따라서 구동축의 축이 차축(axel)의 아래에 있을수 있는 대부분의 차량의 뒷차축에 많이 사용된다. 이 기어는 스파이럴 베벨기어를 절삭하는데 사용하는것과 동일한 공구로 절삭할수 있다. 또한 잇수 비가 동일한 스파이럴 베벨기어보다 더 큰지름의 피니언을 가지고 있는데 이것은 이의 절손에 대한 피니언의 저항을 증가시키는 효과를 얻을수 있다.<sup>[1][2]</sup>

본 논문에서 해석한 4종류의 베벨기어 형상제원은 잇수,지름피치등과 같이 모든종류의 기어에 공통인 제원과 각 기어마다 특징이 있는 형상으로 대별된다. 세부적으로는 이에관한 제원 치차 몸체에 관한 제원 피니언과 기어의 조립시 고려할 제원등으로 분류된다.

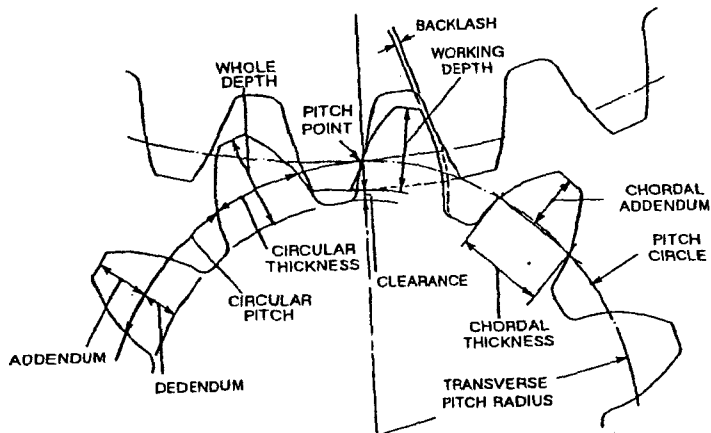
### 2.1 공통 형상제원

공통 형상제원은 직선 베벨기어의 형상제원을 모두 포함하며 스파이럴,제롤,하이포이드 기어의 형상제원중 직선베벨기어와 공통된 항목을 포함하는데 [그림 1]은 이에 관련된 각제원의 형상을 나타내며 세부내용은 다음과 같다. 제원명칭은 오해를 방지하기 위해서 원어를 그대로 표기하였다. 피니언 잇수(n)와 기어 잇수(N)는 대소문자로 구분하며 지름피치(Pd)는 단위피치 지름당 잇수로서 기어의 잇수(N)를 피치원의 지름(inch)으로 나누어 구하고 정수일 필요는 없다. 인치식 기어는 지름피치로 표현하나 미터 단위로 기어를 표현하는데는 모듈(M)로 표시하는데 이 한때에 상당하는 피치원의 지름을 mm로 표시한 것이다. 치폭(F)는 피치 원추면을 따라 측정되는 이의 길이로서 직선베벨기어의 경우 원추의 cone distance의 30%를 초과해서는 안된다. 제롤의 경우는 25%이내이며 하이포이드의 경우 outer cone distance의 30% 또는 10/지름피치를 초과하지 않아야 한다. 입력각(Pressure angle, $\phi$ )은 보편적으로 20도가 사용되며 피니언의 잇수에 따라 언더컷을 피하기 위한 입력각의 범위는 다음과 같다.

직선베벨의 경우 피니언 잇수가 14-16인 경우 20도 혹은 그 이상을 잇수가 12,13인 경우는 25도를 사용한다. 제롤의 경우 적은 잇수 혹은 높은 잇수비에서는 22.5도나 25도를 14-16 피니언 잇수에서는 22.5도 13 피니언 잇수에서는 25도를 사용한다. 12보다 작은 피니언 잇수에서 스파이럴 베벨과 하이포이드에서 공히 20도를 사용한다. 잇수비(Gear ratio  $m_G$ )는 피니언 잇수에 대한 기어 잇수의 비를 나타내며 원주피치(Circular pitch,p)등과 같이 [표1]에 공식이 설명되어 있다



- |                      |                       |                            |
|----------------------|-----------------------|----------------------------|
| A Back Angle         | H Face Angle          | P Pitch Angle              |
| B Back Cone          | I Face Width          | Q Pitch Cone Apex          |
| C Back Cone Distance | J Front Angle         | R Pitch Cone Apex to Crown |
| D Clearance          | K Mean Cone Distance  | S Pitch Diameter           |
| E Crown Point        | L Midface             | T Root Angle               |
| F Crown to Back      | M Mounting Distance   | U Shaft Angle              |
| G Dedendum Angle     | N Outer Cone Distance | V Transverse Pitch Radius  |
|                      | O Outside Diameter    |                            |



[그림 1] 베벨기어의 이에 관한 제원 형상



이(tooth) 테이퍼의 양은 최종적인 tooth proportion과 blank의 크기, 형상에 영향을 미친다. Tooth taper는 depth taper, point with taper, space width taper, thickness taper로 분류되는데 본 연구에서는 [그림2]에 표시된 바와 같이 depth taper를 고려하였으며 이는 테이퍼를 형성하는 방법에 따라 그림과 같이 Standard depth taper, Uniform depth taper, Duplex depth taper, TRL(Tilted Root Line) taper등의 4가지로 나눌수 있다. Pitch diameter는 기어 blank의 outside에서 pitch cone의 지름을 말하며 Outer cone distance는 콘의 꼭지점에서 outer end까지의 거리를 말한다. 기타 공통형상제원을 계산하는 요소와 계산공식이 [표1]에 설명되어 있다. [표1]에서 도출된 형상제원 산출식은 본 논문에서 구현한 시스템 개발을 위하여 기존 참고문헌에서 단편적으로 제시된 관계식과 순환적으로 정의된 식들을 정리하여 프로그램이 가능하도록 입력자료로부터 구조적으로 정의된 관계식이다. 스파이럴 베벨기어와 제롤 베벨기어의 경우 직선 베벨기어와 대부분의 형상제원이 일치하고 일부분만이 다르므로 형상산출표는 생략한다.

## 2.2 하이포이드 기어 형상제원

하이포이드기어는 스파이럴 베벨기어와 유사하지만 실제로는 기하학적인 형상이 좀더 복잡하여 각제원의 계산방법도 다르다. [표 2]에서 설명된 제원들은 공통형상제원들과 같은 제원이지만 하이포이드의 경우 그 계산식이 상이함을 알 수 있다.

## 3. 형상제원 산출 소프트웨어

베벨기어의 형상제원 산출 소프트웨어는 4종류의 베벨기어 제원을 자동적으로 계산하는데 사용자의 편의성을 위하여 대화형식으로 입력 및 출력을 행할수 있도록 구성하였다. 프로그램은 비주얼 베이직5.0 언어를 사용하여 윈도우즈 환경의 PC에서 구동될수 있도록 하였다. [그림 3]은 초기 결정사항을 입력하는 다이알로그박스인데 기어종류와 이(tooth)의 수치들, Blank 수치 그리고 조립관련 각도등을 입력한후 출력 단위를 선택한다. 본 프로그램은 추후 강도평가를 고려하여 구성하였다. 본 입력자료는 파일로 저장이 가능하고 저장된 파일로부터 초기 결정 자료를 입력할수 있는 구조로 되어 있다. 내부의 메인 모듈은 베벨기어 종류별로 형상을 산출한후 베벨기어의 간섭유무를 판정한다. 베벨기어의 잇수, 입력각, 이높이, 어텐덤등은 언더컷이 발생하지 않도록 결정해야 한다. 그러나 3차원적인 형상과 여러 가지 tooth taper의 조합으로 인하여 피니언 이(tooth)의 inner end와 낮은 축각으로 창성된 기어에서 언더컷이 발생할 우려가 있다. 본 논문에서는 AGMA규격에 의하여 limit inner dedendum이 inner dedendum보다 적을 때 언더컷이 발생하는 것으로 하였다.

## 4. 출력 예 및 결론

앞의 [그림3]과 같은 초기값에 대하여 본 프로그램이 자동 생성한 스파이럴 베벨기어의 형상제원은 [그림4]와 같다. 그리고 언더컷은 없는 것으로 판정되어 베벨기어의 간섭은 없는 설계로 판정되었다. 지금까지 본 논문에서 설명한 소프트웨어의 활용으로 현장에서 수작업으로 행해지던 복잡한 인자의 베벨기어 형상제원 산출을 인적 시간적 노력없이 자동으로 수행하여 줌으로서 설계사항이 변경될 때마다 다시 해석하고 적용하는 번거로운 과정을 단순화시킬수 있었다. 또한 강도평가에 필요한 제원을 일목요연하게 산출하여 강도평가 자동화 프로그램의 개발도 쉽게 되었다.

[표1] 직선 베벨기어 형상산출표

STRAIGHT		
(1) 길이에 관한 제원		
1. Gear ratio ( $m_G$ )	$m_G = \frac{N}{n}$	
2. Pitch diameter (d, D)	$d = \frac{n}{P_d} \quad D = \frac{N}{P_d}$	
3. Circular pitch (P)	$p = \frac{\pi \times d}{n}$	
4. Outer con distance ( $A_o$ )	$A_o = \frac{0.5D}{\sin \Gamma}$	
5. Mean cone distance ( $A_m$ )	$A_m = A_o - 0.5F$	
6. Mean working depth (h)	$h = \frac{k_1}{P_d} \left( \frac{A_m}{A_o} \right) \cos \Psi$	
7. Mean whole depth ( $h_m$ )	$h_m = h + c$	
8. Outer working depth ( $h_k$ )	$h_k = a_{oP} + a_{oG}$	
9. Mean addendum ( $a_p, a_g$ )	$a_p = h - a_g \quad a_g = c_1 h$	
10. Mean dedendum ( $b_p, b_g$ )	$b_p = h_m - a_p \quad b_g = h_m - a_g$	
11. Outer addendum ( $a_{oP}, a_{oG}$ )	$a_{oP} = a_p + 0.5F \tan \delta_G$ $a_{oG} = a_g + 0.5F \tan \delta_P$	
12. Outer dedendum ( $b_{oP}, b_{oG}$ )	$b_{oP} = b_p + 0.5F \tan \delta_P$ $b_{oG} = b_g + 0.5F \tan \delta_G$	
13. Pitch apex to crown ( $x_o, X_o$ )	$x_o = A_o + \cos \gamma - a_{oP} \sin \gamma$ $X_o = A_o \sin \Gamma - a_{oG} \sin \Gamma$	
14. Outer circular thickness	$t_G = \frac{P}{2} (a_{oP} - a_{oG}) \tan \phi - \frac{k_2}{P_d}$	
15. Outer chordal thickness	$t_{cP} = t_P - \frac{t_P^3}{6d^2} - \frac{B}{2}$ $t_{cG} = t_G - \frac{t_G^3}{6D^2} - \frac{B}{2}$	
16. Outer chordal addendum ( $a_{cP}, a_{cG}$ )	$a_{cP} = a_{oP} + \frac{t_P^2 \cos \gamma}{4d}$ $a_{cG} = a_{oG} + \frac{t_G^2 \cos \Gamma}{4D}$	
17. Transverse contact ratio ( $m_p$ )	$m_p = \frac{Z_N}{P_2}$ $Z_N = Z_P' + Z_G'$ $Z_P' = \sqrt{r_{oN}^2 + r_{bN}^2} - R_N \sin \phi$ $Z_G' = \sqrt{R_{oN}^2 + R_{bN}^2} - R_N \sin \phi$	
18. Face contact ratio ( $m_F$ )	$m_F = \frac{A_o}{A} \left( \frac{F \tan \Psi}{P} \right)$ $A = A_o - 0.5F$	
19. Modified contact ratio ( $m_o$ )	$m_o = \sqrt{m_p^2 + m_F^2}$	
20. Mean normal profile radius of curvature ( $\rho_P, \rho_G$ )	$\rho_P = \frac{r \sin \phi}{\cos^2 \Psi_b}$ $\rho_G = \frac{R \sin \phi}{\cos^2 \Psi_b}$ $r = \left( \frac{A}{A_o} \right) \frac{d}{2 \cos \gamma}$ $R = \left( \frac{A}{A_o} \right) \frac{D}{2 \cos \Gamma}$ $\Psi_b = \cos^{-1} \cos \phi \sqrt{\cos^2 \psi^2 + \tan^2 \phi^2}$	
21. Tooth fillet radius at root circle ( $r_{FP}, r_{FG}$ )	$r_{FP} = \frac{(b_p - r_{TP})^2}{r_N + b_p - r_{TP}} + r_{TP}$ $r_{FG} = \frac{(b_g - r_{TG})^2}{R_N + b_g - r_{TG}} + r_{TG}$ $r_N = \frac{r}{\cos \Psi^2}, \quad R_N = \frac{R}{\cos \Psi^2}$	
22. Outside diameter ( $d_o, D_o$ )	$d_o = d + 2a_{oP} \cos \gamma$ $D_o = D + 2a_{oG} \cos \Gamma$	
23. Face angle distance ( $L_{FP}, L_{FG}$ )	$L_{FP} = 0.5d_o \cos \gamma_o + L_{rP} \sin \gamma_o$ $L_{FG} = 0.5D_o \cos \Gamma_o + L_{rG} \sin \Gamma_o$	
24. Back angle distance ( $L_{BP}, L_{BG}$ )	$L_{BP} = \frac{0.5d_o}{\sin \gamma_o}, \quad L_{BG} = \frac{0.5D_o}{\sin \Gamma_o}$	

[표1] 직선 베벨기어 형상산출표 ( 계속 )

25. Clearance ( $c$ )	$c = k_2 h$	-Standard $\delta_P = \tan\left(\frac{b_P}{A_{MG}}\right)$ $\delta_G = \Sigma\delta_s - \delta_P$ $\Sigma\delta_s = \tan^{-1}\left(\frac{b_P}{A_{mG}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b_G}{A_{mG}}\right)$ -Uniform $\delta_P = \delta_G = 0$ $\Sigma\delta_u = 0$ -Duplex $\delta_P = \Sigma\delta_D\left(\frac{a_G}{h}\right)$ $\delta_G = \Sigma\delta_D - \delta_P$ $\Sigma\delta_D = \left(\frac{90.0}{P - dA_{oc}\tan\phi\cos\phi}\right)$ $\left(1 - \frac{A_{mc}\sin\phi}{r_c}\right)$ -TRL $\delta_P = \Sigma\delta_T\left(\frac{a_G}{h}\right)$ $\Sigma\delta_T = \Sigma\delta_D$ or $1.3\Sigma\delta_s$ (더 작은 쪽) $\delta_G = \Sigma\delta_T - \delta_P$
26. Backlash ( $B$ )	AGMA Quality NO. 에 의해 결정	
27. Mounting distance( $md, MD$ )	$md = x_o + L_{xP}$ $MD = X_o + L_{xG}$	
28. Mean circular pitch( $P_m$ )	$P_m = \frac{\pi}{P_d} \left(\frac{A_m}{A_o}\right)$	
29. Mean diametral pitch( $P_{dm}$ )	$P_{dm} = P_d \left(\frac{A_o}{A_m}\right)$	
30. Mean pitch diameter ( $d_m, D_m$ )	$d_m = \frac{n}{P_{dm}}$ $D_m = \frac{N}{P_{dm}}$	
31. Mean normal circular thickness ( $t_n, T_n$ )	$t_n = P_n \cos\psi - T_n$ $T_n = (0.5P_n \cos\psi) - (a_p - a_G)\tan\phi + \frac{k_3 \cos\psi}{P_{dm}}$ $k_3 = -0.088 + 0.092m_c - 0.004m_c^2$ $+ 0.0016(n-30)(m_c-1)$	
32. Mean normal chordal thickness ( $t_{nc}, T_{nc}$ )	$t_{nc} = t_n - \left[\frac{t_n^3}{6d_m^2}\right] - 0.5B \left[\frac{\frac{A_m}{A_o}}{\cos\phi - \frac{\cos\psi}{\cos\psi_{oc}}}\right]$ $T_{nc} = T_n - \left[\frac{T_n^3}{6D_m^2}\right] - 0.5B \left[\frac{\frac{A_o}{A_m}}{\cos\phi - \frac{\cos\psi}{\cos\psi_{oc}}}\right]$	
33. Mean chordal addendum( $a_{cP}, a_{cG}$ )	$a_{cP} = a_p + 0.25 \frac{t_n^2 \cos\gamma}{d_m}$ $a_{cG} = a_G + 0.25 \frac{T_n^2 \cos\Gamma}{D_m}$	
(2) 각에 관한 제원		
1. Pitch angle ( $\gamma, \Gamma$ )	$\gamma = \tan^{-1} \frac{\sin\Sigma}{\frac{N}{n} + \cos\Sigma}$ $\Gamma = \Sigma - \gamma$	
2. Addendum angle ( $\alpha_P, \alpha_G$ )	$\alpha_P = \gamma_o - \gamma$ $\alpha_G = \Gamma_o - \Gamma$	
3. Dedendum angle ( $\delta_P, \delta_G$ )		
4. Root angle ( $\gamma_R, \Gamma_R$ )	$\gamma_R = \gamma - \delta_P$ $\Gamma_R = \Gamma - \delta_G$	
5. Face angle ( $\gamma_o, \Gamma_o$ )	$\gamma_o = \gamma + \delta_G$ $\Gamma_o = \Gamma + \delta_P$	
6. Back angle( $ba, BA$ )	$ba = \gamma$ $BA = \Gamma$	
7. Tooth angle ( $\beta_P, \beta_G$ )	$\beta_P = \frac{57.30}{A_o} \left[ \frac{1}{2} t_p + (h_t - a_{oP}) \tan\phi \right]$ $\beta_G = \frac{57.30}{A_o} \left[ \frac{1}{2} t_G + (h_t - a_{oG}) \tan\phi \right]$	

[표2] 하이포이드 베벨기어 형상산출표

HYPOID		
(1) 길이에 관한 제원		
1. Gear ratio ( $m_G$ )	$m_G = \frac{N}{n}$	$A_{mP} = \frac{R_{2P} + \Delta R_P}{\sin \gamma}$
2. Circular pitch ( $P$ )	$P = \frac{\pi \times d}{n}$	$A_{mG} = \frac{R}{\sin \gamma}$
3. Mean circular pitch ( $P_m$ )	$P_m = \frac{\pi}{P_d} \left( \frac{A_{mG}}{A_o} \right)$	$\Delta R_P = \left( \frac{\Delta K}{m_G} \right) R$
4. Mean diametral pitch ( $P_{dm}$ )	$P_{dm} = P_d \left[ \frac{A_o}{A_{mG}} \right]$	$R_{2P} = \frac{RK_1}{m_G}$
5. Mean working depth ( $h$ )	$h = \frac{2k_1 R \cos \Psi_G}{N}$ $\Psi_G = \Psi_P - \varepsilon_1$	$\Delta K = \sin \varepsilon_2' (\tan \Psi_{oP} - \tan \Psi_{2P})$
6. mean whole depth ( $h_m$ )	$h_m = a_G + b_G$	$m_G = \frac{N}{n}$
7. Outer working depth ( $h_k$ )	$h_k = h_{kG} + c$	$R = \frac{D - F \sin \Gamma_i}{2}$
8. Outer whole depth ( $h_{kG}, h_{iG}$ )	$h_{oP} = \frac{(x_o + G) \sin(\gamma_o - \gamma)}{\cos \gamma_o} \sin \gamma_k (G_k - G_o)$ $h_{kG} = a_{oG} + b_{oG}$	$\varepsilon_2' = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \varepsilon_2 \cos \Delta \Sigma}{\cos \gamma - 2} \right)$
10. Pitch diameter ( $d, D$ )	$d = 2(A_{mP} + 0.5F_P) \sin \gamma$ $D = \frac{N}{P_d}$ $F_P = \frac{x_o - x_i}{\cos \gamma_o}$	$\Psi_{oP} = \Psi_P$
11. Mean pitch diameter ( $d_m, D_m$ )	$d_m = 2A_{mP} \sin \gamma$ $D_m = 2A_{mG} \sin \Gamma$	9. Mean cone distance ( $A_{mP}, A_{mG}$ ) $\tan \Psi_{2P} = \frac{K_1 - \cos \varepsilon_2'}{\sin \varepsilon_2'}$
12. Mean addendum ( $a_P, a_G$ )	$a_P = h - a_G$ $a_G = c_1 h$	$D = \frac{N}{P_d}$
13. Mean dedendum ( $b_P, b_G$ )	$b_P = b_G + a_G - a_P$ $b_G = h(1 + k_2 - c_1)$	$\Gamma_i = \tan^{-1} \left( \frac{m_G (\cos \Delta \Sigma)}{1.2(1 - m_G \sin \Delta \Sigma)} \right)$
14. Mean normal circular thickness ( $t_n, T_n$ )	$t_n = P_m \cos \Psi - T_n$ $T_n = 0.5 P_m \cos \Psi - (a_P - a_G) \tan \phi - \frac{k_2 \cos \Psi_G}{P_{dm}}$	$\varepsilon_2 = \sin^{-1} \left( \frac{E - R_{2P} \sin \eta}{R} \right)$
15. Mean normal chordal thickness ( $t_{nc}, T_{nc}$ )	$t_{nc} = t_n - \left[ \frac{t_n^3}{6 d_m^2} \right] - 0.5B \left[ \frac{A_{mG}}{A_o} \frac{\cos \phi \cos \Psi}{\cos \Psi_G} \right]$ $T_{nc} = T_n - \left[ \frac{T_n^3}{6 D_m^2} \right] - 0.5B \left[ \frac{A_{mG}}{A_o} \frac{\cos \phi \cos \Psi}{\cos \Psi_G} \right]$	$\Delta \Sigma = \Sigma - 90$
		$\Psi_P = 25 + 5\sqrt{\frac{N}{n}} + 90 \frac{E}{D}$
		$\eta = \tan^{-1} \left( \sin \frac{\eta}{\tan \varepsilon_1 \cos \Delta \Sigma} + \tan \Delta \Sigma \cos \eta \right)$
		$K_1 = \tan \Psi_{oP} \sin \varepsilon_1' + \cos \varepsilon_1'$
		$R_{2P} = \frac{RK_1}{m_G}$
		$\eta = \tan^{-1} \left( \frac{E}{R(\tan \Gamma_i \cos \Delta \Sigma - \sin \Delta \Sigma)} + R_{2P} \right)$
		$\varepsilon_1' = \sin^{-1} \left( \frac{E \sin \Gamma_i}{R} \right)$
		16. Mean chordal addendum ( $a_{cP}, a_{cG}$ ) $a_{cP} = a_P + 0.25 \frac{t_n^2 \cos \gamma}{d_m}$ $a_{cG} = a_G + 0.25 \frac{T_n^2 \cos \Gamma}{D_m}$



[표2] 하이포이드 베벨기어 형상산출표 ( 계속 )

17. Outer addendum gear( $a_{oG}$ )	$a_{oG} = a_G + \Delta F_o \sin a_G$	27. Gear pitch cone apex to crown( $X_o$ )	$X_o = Z_o + \Delta F_o \cos \Gamma - A_{oG} \sin \Gamma$
18. Outer dedendum gear( $b_{oG}$ )	$b_{oG} = b_G + \Delta F_o \sin \delta_G$ $\Delta F_o = A_o - A_{mG}$	28. Crossing point to mean point along pinion axis( $Z_P$ )	$Z_P = A_{mP} \tan \gamma \sin \Gamma - \frac{E \tan \Delta \Sigma}{\tan \epsilon_1}$ $\Delta \Sigma = \Sigma - 90$
19. Clearance( $c$ )	$c = k_2 h$	29. Outside diameter ( $d_o, D_o$ )	$d_o = 2 \tan \Gamma_o (x_o + G_o)$ $D_o = D + 2 a_{oG} \cos \Gamma$
20. Backlash( $B$ )	AGMA Quality NO. 에 의해 결정	30. Limit curvature radius( $r_{c1}$ )	$r_{c1} = \frac{\sec \phi_s (\tan \Psi_P - \tan \Psi_o)}{(-\tan \phi_s)}$ $\left[ \frac{\tan \Psi_P}{A_{mP} \tan \gamma} + \frac{\tan \Psi_o}{A_{mG} \tan \Gamma} \right] + \frac{1}{A_{mP} \tan \Psi} - \frac{1}{A_{mG} \tan \Psi}$
21. Mounting distance( $md, MD$ )	$md = x_o + L_{XP}$ $MD = X_o + L_{XG}$	31. Mean radius of curvature( $\rho$ )	$\rho = A_{mG} \cos \Psi \left[ \tan \Psi + \frac{\tan \eta_1}{1 + \tan u (\tan \Psi + \tan \eta_1)} \right]$ $u = \sin^{-1} \left( \frac{A_{mG} N_s}{r_c N_c} \cos \Psi \right)$ $\eta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{A_{mG} \cos \Psi}{S_1 N_c} (N_c + N_s) \right)$ $N_c = \frac{N}{\sin \Gamma}$
22. Face apex beyond crossing point ( $G_o, Z_o$ )	$G_o = \frac{E \sin \epsilon_R \cos \Gamma_R - Z_R \sin \Gamma_R - c}{\sin \gamma_o}$ $Z_o = Z - \frac{A_{mG} \sin a_G - a_G}{\sin \Gamma_o}$ $\Gamma_R = \Gamma - \delta_G$ $\delta_G = 2005 - B889$ Table 6-4 $Z_R = Z + \left( \frac{A_{mG} \sin \delta_G - b_G}{\sin \Gamma_R} \right)$ $\epsilon_R = \sin^{-1} \left( \frac{E \cos \zeta_R \sin \Gamma_R}{A_{mG} \cos \delta_G - Z \cos \Gamma_R} \right) - \zeta_R$ $\zeta_R = \tan^{-1} \left( \frac{E \tan \Delta \Sigma \cos \Gamma_R}{A_{mG} \cos \delta_G - Z \cos \Gamma_R} \right)$	32. Face angle distance( $L_{FP}, L_{FG}$ )	$L_{FP} = 0.5 d_o \cos \gamma_o + L_{XP} \sin \gamma_o$ $L_{FG} = 0.5 D_o \cos \Gamma_o + L_{XG} \sin \Gamma_o$
23. Root apex beyond crossing point ( $G_R, Z_R$ )	$G_R = \frac{E \sin \epsilon \cos \Gamma_o - Z_o \sin \Gamma_o - c}{\sin \gamma_R}$ $Z_R = Z - \frac{A_{mG} \sin \delta_G - b_G}{\sin \Gamma_R}$	33. Back angle distance( $L_{BP}, L_{BG}$ )	$L_{BP} = \frac{0.5 d_o}{\sin \gamma_o}$ $L_{BG} = \frac{0.5 D_o}{\sin \Gamma_o}$
24. Crown to crossing point( $x_o$ )	$x_o = \frac{E}{\tan \epsilon_1 \cos \Delta \Sigma} - R_P \tan \gamma + \Delta B_o$ $\Delta B_o = \frac{F_{oP} \cos \gamma_o}{\cos \alpha_P} + \Delta F_{oP} - (b_c - c) \sin \gamma$ $\Delta F_{oP} = h \sin \epsilon_R \left( 1 - \frac{1}{m_G} \right)$	(2) 각에 관한 제원	
25. Front crown to crossing point( $x_i$ )	$x_i = \frac{E}{\tan \epsilon_1 \cos \Delta \Sigma} - R_P \tan \gamma + \Delta B_i$ $\epsilon_1 = \sin^{-1} \left( \sin \epsilon_2 - \frac{\Delta R_P}{R} \sin \eta \right)$ $\Delta B_i = \frac{F_{iP} \cos \gamma_o}{\cos \alpha_P} + \Delta F_{oP} + (b_c - c) \sin \gamma$ $F_{iP} = \frac{\Delta \cos \lambda'}{\cos (\epsilon_1' - \lambda')}$	1. Pitch angle( $\gamma, \Gamma$ )	$\gamma = \tan^{-1} \frac{\sin \eta}{\tan \epsilon_1 \cos \Delta \Sigma} + \tan \Delta \Sigma \cos \eta$ $\Gamma = \tan^{-1} \frac{\sin \epsilon_1}{\tan \eta \cos \Delta \Sigma} + \tan \Delta \Sigma \cos \epsilon_1$ $\eta = \tan^{-1} \left( \frac{E}{R (\tan \Gamma \cos \Delta \Sigma - \sin \Delta \Sigma) + R_{SP}} \right)$ $\Gamma_i = \tan^{-1} \left( \frac{m_G \cos \Delta \Sigma}{1.2 (1 - m_G \sin \Delta \Sigma)} \right)$
26. Pitch apex beyond crossing point( $Z$ )	$Z = \frac{R}{\tan \Gamma} - Z_P$	2. Root angle ( $\gamma_R, \Gamma_R$ )	$\gamma_R = \sin^{-1} (\sin \Delta \Sigma \sin \Gamma_o + \cos \Delta \Sigma \cos \Gamma_o \cos \epsilon_s)$ $\Gamma_R = \Gamma - \delta_G$

Spiral				
Item	Pinion	Both	Gear	
NO. of teeth		14		39
Gear ratio			2.7857	
Diametral pitch			5.6	
Pitch diameter		63.5		176.8929
Outer cone distance			93.9725	
Mean cone distance			81.2725	
Mean working depth			6.4266	
Mean whole depth			7.23	
Circular pitch			14.2494	
Mean addendum	4.8369			1.5898
Mean dedendum	2.3931			5.6402
Outer addendum	6.2824			2.063
Outer dedendum	2.8664			7.0857
Outer working depth			8.3454	
Outer whole depth			9.1488	
Pitch apex to crown	86.3238			29.8083
Face width			25.4	
Transverse contact ratio			1.1584	
Face contact ratio			1.4432	
Modified contact ratio			1.8506	
Mean normal profile radius of curvature	9.9784			77.434
Tooth fillet radius	6194			.6198
Hand of spiral		Left Hand		
Tooth taper		Duplex		
Mean circular pitch			12.3236	
Mean diametral pitch			164.467	
Mean pitch diameter	54.9182			152.9865
Mean normal circular thickness	5.9352			4.1597
Mean normal chordal thickness	5.8665			4.1021
Mean chordal addendum	4.9878			1.5993
Pitch angle	19.7468			70.2532
Addendum angle	6.4935			2.1342
Dedendum angle	2.1342			6.4935
Root angle	17.6126			63.7597
Pressure angle			20.	
Spiral angle			35.	
Face angle	26.2403			72.3874
Back angle	19.7468			70.2532
Face angle distance	89.9331			132.4428
Back angle distance	85.1838			93.5276
Outside diameter	75.3259			178.2869
Crown to back	127.			22.
Bore diameter			76.2	
Shank diameter			63.5	
Back cone distance	29.1747			226.402
Shaft angle			90.	
Clearance			8033	
Backlash			.127	

[그림 4] 형상제원산출 결과화면

참고문헌

- [1] H.J.Watson, Mordern Gear Production, pergamon press Ltd., 1970.
- [2] E.paul Degarmo, J.T.Black, R.Kohser, Material and processes in Manufacturing, macmillan pub.Co., 1988.
- [3] ANSI/AGMA 2005-B88, Design Manual for Bevel Gears, 1988.
- [4] ANSI/AGMA 6010-E88, Standard for Spur ,Helical, Herringbone, and Bevel Enclosed Drives, 1988.
- [5] D.W.Dudley, Handbook of Practical Gear Design McGraw-Hill, 1984.
- [6] 염영하, 신편기계공작법, 동명사, 1996.