

## ICAI에서 구조화된 퍼지 학습 모델

최성혜\* 김강\*\*

### Structured Fuzzy Learning Model in ICAI

Soung-Hea Choi\* Kang Kim\*\*

#### 요 약

CAI(Computer Aided Instruction)에서 학습의 데이터가 되는 교재의 학습 순서는 쉬운 항목에서 어려운 항목의 순번으로 나열되어 있다. 학습자는 반드시 이 순서대로 학습하는 것은 아니다. 실제로는 항목간의 전후를 시행착오 하면서 학습을 하고 있다. 본 논문에서는 지적 CAI(Intelligent CAI : ICAI) 학습으로 항목에 대한 이해도를 퍼지성의 시행착오로 학습시켜 구조화된 학습을 퍼지 추론에 의해 모델화 한다. 방법으로는 각 항목간의 순서관계에 의해 학습과 이해의 차이를 고려하여 퍼지 추론 규칙에 의해 학습의 모델을 정식화 했다. 추론 규칙을 간략화하여 CAL 시스템의 처리로 시행착오의 학습을 제안 한다.

#### Abstract

The learning order of teaching materials to be a learning data in CAI is arranged from an easy item to a difficult one. A learning in not necessary to be learned arranged this order. Actually the learning is done by the rules of trial and error on the sequences of an arrangement among items. In this papers, the constructed is modelled by the fuzzy inference after leaning the understanding on items by the intelligent CAI through the rule of trial and error of fuzziness. Given the difference of leaning and understanding, the leaning model is quantified by the order relationship among items and by the rules of fuzzy inference. The rule of trial and error of learning is restricted to the treatment of CAL system minimizing the rules of inference.

---

\* 태성대학 컴퓨터정보과 전임강사

\*\* 태성대학 컴퓨터정보과 전임강사

논문접수:98.8.26. 심사완료:98.10.28.

## I. 서 론

기초적 항목에서 응용적 항목으로 순서가 붙여진 교재를 학습하는 경우 그 순서대로 습득하는 것이 이상적이다. 그러나 현실에서는 항목간의 전후를 반복해서 시행착오를 하면서 학습을 하고 있다. 이러한 학습에 대한 시행착오는 복잡하지만 대단히 흥미 깊게 학습을 한다. 본 논문에서는 교재에 대한 이해정도를 퍼지성의 시행착오라는 학습에 결부시켜 교재의 학습시 퍼지 추론에 의해 모델화하고, CAL(Computer Assisted Learning)시스템에 응용했다.

## II. 구조화된 학습

### 1. 교재의 구조화

학습하기 위한 교재는 학습 항목을 분할해서, 그 항목간의 순서관계를 정할 수 있다. 본 논문에서는 이 학습 항목을 프레임이라 한다. 프레임간의 순서관계는 [그림 1]과 같이 구성된다. 또, 교재 전체의 최종적인 학습 목표가 되는 프레임을 정하고 최종 목표 프레임을 학습하기 전에 이해할 필요가 있는 프레임을 1개 이상 정한다. 또, 이러한 프레임에 대한 학습의 시작 전제가 되는 프레임을 정한다. 전제가 되는 프레임이 끝나지 반복하면 [그림 1]에 제시하는 구조화된 교재 구조를 얻을 수 있다. 전제가 되는 프레임이 복수 개 있을 때는 그 모드를 이해할 필요가 있는 연언분기(◆ : and)이고, 적어도 하나를 이해할 필요가 있는 것은 선언분기(◇ : or)로 나타낸다.

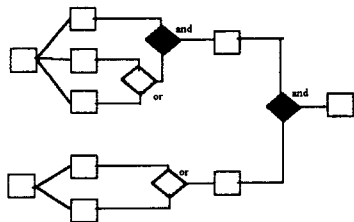


그림. 1. 구조화된 교재  
Fig.1. structured teaching materials

이와 같은 방법으로 구조화된 교재는 순서에 따라 하

나씩의 프레임을 확실히 이해하는 것이 이상적이다. 그러나 실제의 학습에서는 이해했거나, 이해하지 못한 것에 따라 프레임을 전,후로 움직이면서 교재에 대한 이해를 반복할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 학습을 시행착오형의 학습이라 한다.

### 2. 시행착오형의 학습

학습시의 시행착오 예는 책을 읽을 때 에 문제가 발생한다. 책은 한 단락이 한 프레임에 해당하는 구조화된 교재로 보여진다. 하나 하나의 문장을 완전히 이해하면서 차례로 읽어 나가도록 엄격히 정해져 있지 않다. 실제 책을 읽을 때는 이해가 불충실한 것도 차례로 읽어 나가면 앞에서 읽은 문장을 다시 읽는 경우도 있다. 이러한 것을 본 논문에서는 시행착오라 고려하지 않는다. 책을 읽을 때의 전,후의 판단은 문장에 대한 이해도를 기준으로 한다. 그리스프한 임계치에 대한 임계값 이상의 이해도 라면 전진, 이하라면 후퇴라고 한다면 책을 읽는 것은 극히 부자연스럽다. 전진, 후퇴를 나눌 수 있는 임계치가 존재한다면 그것은 퍼지성 이다. 한 권을 전체의 이해는 상황에 따라 변화한다. 그러므로 이해도를 퍼지로 생각한다면 자연스런 시행착오형 학습의 모델화가 유효하다.

## III. 퍼지 이해도와 국소적인 학습

### 1. 이해도의 측정

프레임마다 이해도는 테스트 점수로써 객관적으로 측정할 수 있다. 그러나 테스트 점수가 1점으로 정해지면 1점을 나누므로 잘 이해하고 있다고는 생각되지 않는다. 그래서 객관적인 이해도 측정의 경우에도 그 결과에 퍼지성을 부여할 필요가 있다. 프레임마다의 이해도를 학습자의 주관에 의해 자기 신고로 정해지는 경우, 이해도에 퍼지성이 내재하고 있다고는 말할 수 없다. 본 논문에서는 이해도를 실수 구간  $[0, 1]$ 로 측정하고, 전혀 이해도가 없으면 0, 완전히 이해하고 있으면 1로 각각 대응한다. 그래서 특정 프레임  $f_i$ 의 이해도는 [그림 2]와 같이 구간  $[0, 1]$ 상에서 정의되는 삼각형 퍼지

수  $M_i = (a_i, b_i, c_i)$ 로 주어진다. 단, 최대 레벨의 대응치  $b_i$ 에 대한  $a_i, c_i$ 는 각각 다음과 같다.

$$a_i = (1 - w)b_i, c_i = (1 - w)b_i + w \quad (1)$$

는 퍼지 수의 범위 ( $0 \leq w \leq 1$ )를 나타내는 정수이다.

### 2. 인접 프레임에 대한 학습

프레임의 전, 후를 판단하는 것은 단독 프레임의 이해도 만으로는 되지 않고 그 직전, 직후의 프레임의 이해도와 무엇인가를 비교할 필요가 있다. 순서 관계에서 직접 연관되는 2개의 프레임을 선택해서 어느 쪽의 프레임을 학습할 지를 각각의 이해도에 의해 판단하는 학습을 고려한다. 이 판단은 실수 구간  $[-1, +1]$ 으로 주어진다. 선행 측의 프레임을 학습하는 것을 -1, 후행 측의 프레임을 학습하는 것을 +1로 각각 대응된다. 이와 같은 프레임에 대한 학습은 사상

$S : [0,1] * [0,1] \rightarrow [-1,+1]$ 로 결정한다. 이 정의의 구역은 선행 측 프레임의 이해도의 집합과 후행 측의 프레임의 이해도의 집합과의 카티션프로덕트이고, 치역은 판단 값의 집합이다. 사상 S는 이해도가 경계값을 갖는 경우, 판단값  $S(0,0), S(0,1), S(1,0), S(1,1)$ 을 보간으로 하는 함수로써 다음과 같다.

$$S(m_i, m_j) = \sum_{p_i=0}^1 \sum_{p_j=0}^1 S(p_i, p_j) \delta(m_i - p_i, m_j - p_j) \quad (2)$$

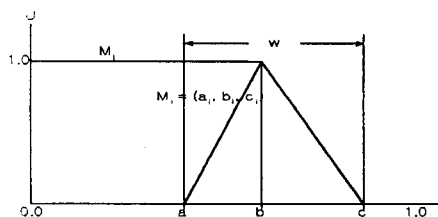


그림 73. 이해도 프레임의 퍼지 수  
Fig. 2. Fuzzy number of understanding frame

프레임마다 이해도는 구간  $[0,1]$ 상의 퍼지 수이므로 사상 (2)에 대해 Zadeh의 확장원리를 적용하므로써 프레임에 대한 판단 값은 구간  $[-1, +1]$ 상의 퍼지 수로써 얻어진다. 이 학습은 이해도가 경계 값을 갖는 경우의 4개의 판단 값이 얻어진다. 이것은 교재 전체에 대한

학습 모델에 의한다. <표 1>은 교재 전체의 학습 행동을 2개의 모델에 의존한 4개의 판단 값을 제시하고 있다.

표 1. 학습의 판단 값  
table 1. decision value of learning

$m_i, m_j$	$S(m_i, m_j)$	$m_i, m_j$	$S(m_i, m_j)$
0 0	- 0.5	0 0	0.0
0 1	- 1.0	0 1	- 1.0
1 0	+ 1.0	1 0	+ 1.0
1 1	+ 0.5	1 1	0.0

(a) 경로추적 모델 (b) 반사탐색 모델

여기서  $m_i$ 는 선행 측 프레임의 이해도,  $m_j$ 은 후행 측 프레임의 이해도이고 함수  $\delta$ 는 다음과 같다.

$$\delta(x, y) = (1 - |x|)(1 - |y|) \dots \dots \dots (3)$$

$(-1 \leq x, y \leq +1)$

## IV. 퍼지 추론에 의한 학습 모델

### 1. 국소적인 학습의 평가

프레임에 분할되는 구조화된 교재에 대한 학습으로는 프레임마다 이해도에 따라 학습할 프레임을 탐색한다. 학습에 대한 판단 값은 학습 프레임을 탐색할 때 중요한 지표가 된다. 프레임에 대한 판단 값을 탐색지표라 하고, 이것을 기초로 학습의 모델을 구성한다. 결정되는 탐색지표는 교재 전체의 이해의 상황에 따라 평가가 변동된다. 예를 들면, 학습의 초기단계에서는 이해되지 않은 프레임이 많으므로 교재 전체의 탐색지표는 -1이 가까운 쪽으로 많이 분포한다. 또 학습이 종료에 가까우면 이해하고 있는 프레임이 많으므로 탐색지표는 +1에 가까운 쪽으로 많이 분포하고 있다. 여기서 탐색지표의 집합  $[-1, +1]$ 에 대해 선행 측 프레임을 학습하는 것을 나타내는 퍼지 부분집합  $S_-$ , 후행측 프레임을 학습하는 것을 나타내는 퍼지부분 집합  $S_+$ 를 정의한다. 각각의 멤버십 함수는 [그림 3]과 같이 정의한다. [그림

3)에서  $S_{min}, S_{max}$ 는 학습의 진행에 따라 멤버십 함수가 적절히 변화한다. 이러한 퍼지 집합을 이용하므로써 탐색지표의 평가에 교재 전체의 학습 상황을 반영시킬 수 있다. 그러나  $S_{min}$ 은 선행 측을 학습하는 것이 명확한 경우와 명확하지 않는 경우의 한계가 있다. 또  $S_{max}$ 는 후행 측을 학습하는 것이 명확한 경우와 명확하지 않는 경우의 경계이다. 그러므로 학습 목표에 대해 요구되는 귀속도를 주는 정수로써 합격점  $m_{pass}$ 와 프레임마다의 이해도를 나타내는 퍼지 수의 최대 레벨 대응치의 최소값  $m_{min}$ 을 도입한다.(단, 선언분기에서는 그 중에서 최대 레벨의 대응치를 비교 대상으로 한다) 이때 후행 측 프레임의 이해도가  $m_{pass}$ 이상이고, 선행 측 프레임의 이해도가  $m_{min}$ 이하인 경우는 선행 측을 학습하는 것이 명확하다. 같은 방법으로 선행 프레임의 이해도가  $m_{pass}$ 이상이고, 후행 프레임의 이해도가  $m_{min}$ 이하인 경우는 후행 측을 학습하는 것이 명확하다. 그러므로  $S_{min}, S_{max}$ 은 각각 다음과 같다.

$$S_{min} = S(m_{min}, m_{pass}), S_{max} = S(m_{pass}, m_{min}) \quad (4)$$

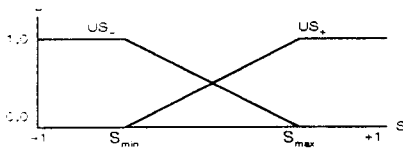


그림. 74. 퍼지 집합  $S_-, S_+$   
Fig. 3. Fuzzy set  $S_-, S_+$

프레임마다 이해도는 구간  $[0,1]$ 상의 퍼지 수이므로 사상 (2)에 대해 Zadeh의 확장원리를 적용하므로써 프레임에 대한 판단 값은 구간  $[-1,+1]$ 상의 퍼지 수로써 얻어진다. 이 학습은 이해도가 경계 값을 갖는 경우의 4개의 판단 값이 얻어진다. 이것은 교재 전체에 대한 학습 모델에 의존한다. <표 1>은 교재 전체의 학습 행동을 2개의 모델에 의존한 4개의 판단 값을 제시하고 있다.

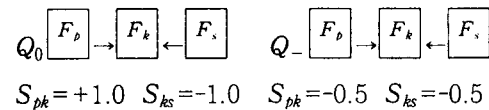
## 2. 순서관계에 따른 학습

프레임간의 순서관계에서 구조화되어 있는 교재에 대한 순서관계에 따라 학습 프레임을 탐색하는 학습을

경로추적에 의한 탐색이라 하고, 그것을 모델화 한다. 어떤 프레임  $F_k$ (이해도  $m_k$ )일 때 그 선행 프레임  $F_p$ (이해도  $m_p$ )와의 탐색지표  $S(m_p, m_k) = S_{pk}$ 와 후행 프레임  $F_s$ (이해도  $m_s$ )와의 탐색지표  $S(m_k, m_s) = S_{ks}$ 는 <표 1>의 (a)값을 참조해서 식 (2)에 의해 산출한다. 2개의 탐색지표는 각각의 선행 측, 후행 측의 어느 쪽을 학습할 것인지 각각 주어지므로 그 조합은 4개의 경우이다. 각각의 전형적인 예와 경로추적에 의한 탐색 행동을 (그림 4)에 나타낸다.

(a)  $m_p=1 \rightarrow m_k=0 \rightarrow m_s=1$

(b)  $m_p=0 \rightarrow m_k=0 \rightarrow m_s=0$



(c)  $m_p=1 \rightarrow m_k=1 \rightarrow m_s=1$  (d)  $m_p=0 \rightarrow m_k=1 \rightarrow m_s=0$

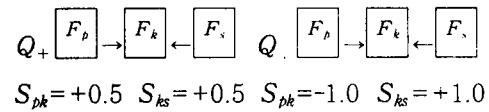


그림. 4. 경로에 의한 탐색  
Fig. 4. Search by path

- (a) : 이해되지 않는 프레임  $F_k$ 의 전후 프레임은 이해되는 경우에서 2개의 탐색 지표는 어느 쪽이라도  $F_k$ 를 학습함을 나타내고,  $F_k$ 를 학습 프레임으로써 결정한다. ( $Q_0$ )
- (b) : 이해되지 않은 프레임의 전,후의 프레임도 이해되지 않는 경우는 이러한 전,후의 프레임도 이해되지 않는 것으로 보지 않고 탐색지표를 -0.5로써 선행 프레임  $F_p$ 에 대해서 탐색을 반복한다. ( $Q_-$ )
- (c) : 이해되는 프레임의 전,후의 프레임도 이해되지 않는 경우 이전의 프레임도 이해되지 않는다고 보지 않고 탐색지표를 +0.5 후행 프레임  $F_s$ 에 대해서 탐색을 반복한다. ( $Q_+$ )
- (d) : 이해되는 프레임의 전,후의 프레임도 이해되지 않는 경우 탐색지표에서 학습 프레임의 방향을 정해지지 않고 경로추적에 의해 탐색을 중지한다. ( $Q_.$ )

이상에서 다음과 같은 경로 추적 모델에 대한 퍼지 추론 규칙이 구성된다.

- if  $S_{pk}$  is  $S_+$  and  $S_{ks}$  is  $S_-$  then  $q_k$  is  $Q_0$
- if  $S_{pk}$  is  $S_-$  and  $S_{ks}$  is  $S_-$  then  $q_k$  is  $Q_-$
- if  $S_{pk}$  is  $S_+$  and  $S_{ks}$  is  $S_+$  then  $q_k$  is  $Q_+$
- if  $S_{pk}$  is  $S_-$  and  $S_{ks}$  is  $S_+$  then  $q_k$  is  $Q$ .

여기서  $q_k$ 는 프레임  $f_k$ 일 때 탐색이다. [그림 5]에 퍼지 추론의 과정을 나타낸다. 4개의 탐색  $Q_0, Q_-, Q_+, Q$ 은 크리스프 하지만 각 각의 멤버십 함수는 [그림 5]의 좌측과 같이 나타난다.  $q_k$ 의 추론 결과는 최대 레벨의 대응 값([그림 5]의  $\Delta$ )를 갖는 비퍼지화이다. 경로 추적 모델의 학습은 다음과 같다. 마지막에 학습한 프레임을 기점으로  $Q_-$  또는  $Q_+$ 가 선택되고 위의 규칙을 재귀적으로 적용한다.  $Q_0$ 가 선택된 시점에서 학습 프레임이 결정된다.  $Q$ 가 선택된 때는 반사 탐색 모델로 이동한다.

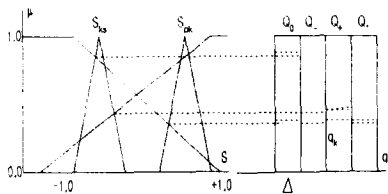


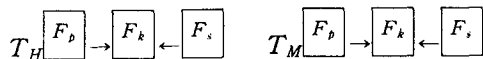
그림 5. 경로 모델에 의한 퍼지 추론  
Fig. 5. Fuzzy inference by path model

### 3. 반사 탐색 모델

경로 추적에 의한 탐색이 불가능한 경우에 인접 프레임과의 이해 오차를 교재 전체에 대해 동시에 구하고 그것에서 학습 프레임을 결정하는 학습을 반사 탐색이라 하고, 그것을 모델화를 한다.

프레임  $F_k$ 에 관한 2개의 탐색지표는 <표 1>의(b)의 값을 참조해서 식(2)로 계산한다. 경로 추적의 경우와 같이 4개의 전형적인 예와 반사 탐색에서 프레임  $F_k$ 가 학습 프레임으로서 선택될 가능성을 <그림 6>에 나타낸다.

- (a)  $m_p=1 \rightarrow m_k=0 \rightarrow m_s=1$  (b)  $m_p=0 \rightarrow m_k=0 \rightarrow m_s=0$



- $S_{pk}=+1.0 \quad S_{ks}=-1.0 \quad S_{pk}=0.0 \quad S_{ks}=0.0$
- (c)  $m_p=1 \rightarrow m_k=1 \rightarrow m_s=1$  (d)  $m_p=0 \rightarrow m_k=1 \rightarrow m_s=0$
- $T_M$   $T_L$
- $S_{pk}=0.0 \quad S_{ks}=0.0 \quad S_{pk}=-1.0 \quad S_{ks}=+1.0$

그림 6. 반사 탐색의 학습모델  
Fig. 6. Learning model of reflexive search

- (a) : 인접 프레임과의 이해를 낙차가 큰 경우는 2개의 탐색지표는  $F_k$ 를 학습 함을 나타내고  $F_k$ 가 학습 프레임으로서 선택될 가능성은 높다. ( $T_H$ )
- (b) : 인접 프레임과의 이해의 오차가 없는 경우는 탐색지표를 0으로 하고,  $F_k$ 가 학습 프레임으로 선택될 가능성도 (a)와 (d) 중간으로 한다. ( $T_M$ ).
- (c) : 인접 프레임과의 이해의 오차가 없다는 점에서 (b)와 똑같다. ( $T_M$ )
- (d) : 인접 프레임보다도 이해하고 있는 프레임  $F_k$ 가 학습 프레임으로써 선택 될 가능성은 낮다. ( $T_L$ )

이상의 고찰을 기본으로 다음과 같은 반사탐색 모델에 대한 퍼지 추론 규칙을 구성한다.

- if  $S_{pk}$  is  $S_+$  and  $S_{ks}$  is  $S_-$  then  $t_k$  is  $T_H$
- if  $S_{pk}$  is  $S_-$  and  $S_{ks}$  is  $S_-$  then  $t_k$  is  $T_M$
- if  $S_{pk}$  is  $S_+$  and  $S_{ks}$  is  $S_+$  then  $t_k$  is  $T_M$
- if  $S_{pk}$  is  $S_-$  and  $S_{ks}$  is  $S_+$  then  $t_k$  is  $T_L$

$t_k$ 는 프레임  $F_k$ 가 학습 프레임으로써 선택될 가능성이 있다. [그림 7]에 퍼지 추론의 과정을 나타낸다. 가능성의 교저는 실수 값의 대소로 나타내고 3종류의 가능성  $T_H, T_M, T_L$ 은 각각 [그림 7]우측에 나타나는 멤버십 함수로 정의되는 퍼지 집합이고,  $t_k$ 의 추론 결과는 중심([그림 7]의  $\blacktriangle$ )을 갖는 비퍼지화이다.

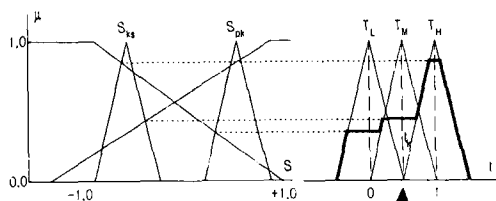


그림 7. 반사탐색 모델에 의한 퍼지 추론  
Fig. 7. Fuzzy inference by reflexive search model

반사 탐색 모델에서는 교재의 모든 프레임에 대해서 동시에 프레임에 있을 가능성을 계산하고, 그 중심이 최대 프레임에 결정 한다.

#### 4. CAL시스템

학습 모델의 응용으로써 CAL시스템은 추론 규칙은 prolog언어로 기술하였으며, 수치계산은 C언어로 사용하였다. 단순한 직렬형의 교재로써 퍼지한 이해도에 대해 CAL시스템의 일례를 (그림 8)에 나타낸다. 그림 중에서 괄호내의 수치는 이해도를 나타내는 퍼지 수의 최대 레벨의 대응 값이고, 우측상단의 \*는 합격점  $m_{pass} = 0.60$ 에 달하지 않는 것을 나타낸다. 제 5스텝에서 프레임  $f_6$ 의 이해도는 합격점에 달하지 않지만 학습 행동 모델은 다음 프레임을 선택했다. 제 8스텝에서 프레임  $F_3$ 의 이해도는 극히 낮고, 학습 모델은 전진 불가능이라고 판단하고  $F_6$ 의 재학습을 선택했다. 여기서 합격점을 얻으면 학습 모델은  $F_3$ 의 재학습을 선택했다. 최초의 학습에서 합격점에 달하지 않았던 프레임  $F_3$ 이나  $F_6$ 에도 같은 모양으로 전진, 후퇴를 반복하여 시행착오를 한다. (그림 8)의 예는 퍼지 추론에 의해 시행착오라는 복잡한 학습의 모델화가 실현될 수 있음을 나타낸다. 분기를 포함하는 교재에서는 연연, 선언, 각각의 복잡한 거동을 나타내지만 여기서는 생략한다.

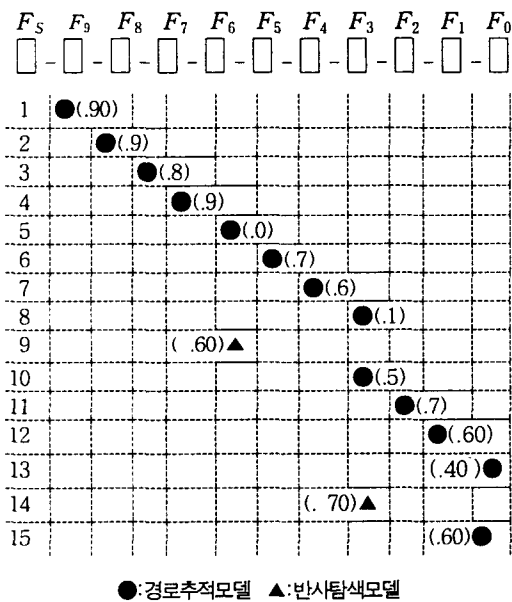


그림. 8. 교재에 대한 CAL시스템  
Fig. 8. CAL system by teaching materials

#### V. 결 론

본 논문에서는 시행착오라는 복잡한 학습 이해도의 퍼지성을 고려하여 구조화된 교재를 대상으로하는 학습자의 행동 모델을 퍼지 추론에 의해 구성했다. 퍼지 추론의 규칙 수는 8개로 간단한 CAL시스템을 제안했다. 기존의 연구에서 교재의 구조는 크리스프 했지만 본 논문에서는 CAI(Computer Aided Instruction)에서 항목간의 전후를 시행착오 하면서 학습을 하여 CAI(Intelligent CAI : ICAI) 학습으로 항목에 대한 이해도를 퍼지성의 시행착오로 학습시켜 구조화된 학습을 퍼지 추론에 의해 모델화 했다. 각 항목간의 순서관계에 의해 학습과 이해의 차이를 착안하여 퍼지 추론 규칙에 의해 학습의 모델을 정식화 했다. 추론 규칙을 간략화하여 CAL 시스템의 처리로 시행착오의 학습을 제한했다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Kaufmann A. and Gupta M. M. : Fuzzy Number Model', oumsa,1992.
- [2] Bryniarski. E., "A Proposal of the Approximation theory of Sets", Norte Dame Journal of Formal Logic, 1991
- [3] Gao,J.M. Makamura, A. "A semantic Decision
- [4] Method for the Logic of isceribility Relation",Fundermanta In formaticase, 1991
- [5] Rauszer. c.m., "Reduct innformation Systems",Fundamenta Informaticae,1990
- [6] Skowrin. A. and Stepaniuk, J."Approximation of relations", Proc. of the International Workshop on RSKD, 1993

저자 소개



최 성 혜  
1989년 경일대학교 전산과졸업  
(공학사)  
1993년 대구 효성가톨릭대학교  
대학원전산과 졸업(이학석사)  
1997년 대구효성가톨릭대학교 대학  
원 전산과수료  
1997-현재 태성대학 컴퓨터정보과  
전임강사



김 강  
1990년 숭실대학교 대학원 전산과  
졸업(이학석사)  
1998년 숭실대학교 대학원 전산  
과 박사과정 재학중  
1996-현재 태성대학 컴퓨터정보  
과 전임강사