

J적분을 첨가한 mongrel 특이요소 개발 및 Al 7075-T6 wing spar 파괴인성 실험

The development of mongrel singular element
with J-integral and the toughness test
for Al 7075-T6 wing spar

강 치 행

군사과학대학원 항공우주공학과

요 약

본 논문에서는 Mongrel원리를 적용한 6절점 삼각형 특이 요소와 8절점 사각형 요소를 사용하여 등방성 재료의 평면균열문제에 대한 응력확대계수를 직,간접적으로 구함으로서 그 수렴성을 입증하였다. 평면균열문제의 경우, 전 영역의 균열크기에 걸쳐 동일한 분할 형태와 요소 수에서 Mongrel 특이요소를 균열끝 요소로 사용하여 직접 구한 응력확대계수가 J-적분을 통해 간접 계산된 응력확대계수에 비해 정해에 잘 일치하였다. 또한 항공기 수명관리의 핵심이라 할 수 있는 피로균열 성장해석을 위한 기초실험으로서 F-5 날개 스파 Al 7075-T6의 CT시편을 채취하여 파괴인성실험을 수행한 결과 L-T방향 파괴인성치는 $31.06 \text{ ksi} \cdot \text{inch}^{1/2}$ 이었다.

ABSTRACT

In this paper, the mongrel singular element with 6 node triangle and 8 node quadrilateral element with J-integral are developed and applied to the various plane crack problems for the isotropic material. The convergence nature is excellent for various crack size with even coarse mesh using the direct method. But the results of the mongrel element with J-integral are worse than the former's ones. Fracture tests were conducted on precracked CT specimens. Results show that, for 7075-T6 aluminum wing spar materials, the fracture toughness is $31.06 \text{ ksi} \cdot \text{inch}^{1/2}$ in the L-T direction.

1. 서 론

구조 재료의 균열에 의한 파괴현상은 공학 구조물의 설계 및 해석시 안전과 관련된 직접적인 요소이다. 특히 항공기 구조물은 대부분 얇은 판(thin plate or shell)을 리벳으로 연결하기 때문에 미세 균열이 존재하며, 항공기 운용시 변화하는 반복하중으로 인한 피로(fatigue) 현상이 균열을 불안정한 상태로 성장시켜 임계길이에 이르게 되면 항공기는 치명적인 손상을 입게 된다. 따라서 1974년 이후 항공기 설계에서는 반드시 재료의 파괴인성치 이내의 안전영역에서 설계값을 설정하고 균열이 일정길이까지 성장하더라도 구조물의 기능을 수행하는 '손상허용 설계방법'을 적용한다^[1].

재료 또는 구조물의 균열선단(crack tip)에서의 응력장과 변형도장(stress and strain field)은 균열끝에서부터의 거리 r 의 제곱근에 반비례하여 균열끝에서 그 값이 무한대로 발산하게 되는 특이성(singularity)을 갖고 있으며, 이러한 균열끝 부분에서의 응력장 및 변형도장은 응력확대계수(stress intensity factor) K 와 위치각의 함수로 표현된다. 따라서 응력확대계수는 응력 및 변형도장의 해석뿐만 아니라 하중과 균열성장의 관계를 규명하는데 사용되는 중요한 요소이다^[2].

항공기 구조물은 그 형태나 하중은 물론 재료의 특성 또한 매우 다양하므로 응력확대계수의 계산에 있어서 이론적 계산법보다는 유한요소법(finite element method)이 주로 사용된다. 유한요소법으로 응력확대계수를 구하는 방법은 여러 가지가 제안되었으나, 그 각각은 주어진 문제의 성격에 따라 제각기 장단점을 가지고 있으며, 그 효율성은 빠른 시간내에 적은 수의 분할을 가지고 얼마나 정확한 응력확대계수를 계산할 수 있

느냐에 달려 있다.

유한요소법을 파괴역학분야에 적용한 초기의 학자들은 재래식 정상응력요소(constventional constant stress element)를 사용하였다. 그러나 균열 끝부분의 응력장과 변형도장의 특이성을 나타내는 데에는 매우 세밀한 분할이 필요하며, 이에 따라 정해(exact solution)에 수렴하는 시간이 많이 소요되어 균열끝 특이성(crack tip singularity)을 직접 요소 자체에서 발생시키는 특수요소(special element) 모델을 개발하게 되었다. Barsoum 등은 Jacobian 행렬의 행렬식(determinent)을 이용하는 방법으로 등계수 요소(isoparametric element)의 가운데 절점을 1/4 지점으로 이동함으로써 변형도의 특이성을 만족시켜주는 방법을 제안하였다^[3]. De Saxce와 Dang은 이 방법을 확장하여 절점 변위값으로부터 직접 응력확대계수를 구하는 공식을 제안하였으나, 복합재료와 같이 응력분포가 각 층(layer)마다 달라지는 재료에 적용하는 데는 한계가 있다. 이 한계를 극복하는 방법은 응력장과 변위장을 각각 독립변수로 갖는 혼합법을 사용하는 것이다.

Dang은 혼혈요소(mongrel element) 모델이라는 유한요소법 원리를 제시하였는데, 이는 변위법에서 사용하는 순수변위(pure displacement) 모델과 혼합 응력요소의 응력평형(stress equilibrium) 모델을 결합한 독자적인 유한요소 원리로, 종래의 혼합요소(hybrid element)에 비하여 에너지 단조 수렴성을 보증하고 응력합수를 요소 내에서 정의하기 때문에 적분방법이 용이한 장점을 갖고 있다^[5]. Kang과 De Saxce^[4,6]는 mongrel element를 등방성재료와 복합재료의 균열문제에 적용하였다.

또한, Rice에 의해 제안된 J-적분 방법은 균열 주위의 선적분 경로에 관계없이 독립적인 값을

갖는 에너지 매개변수(energy parameter)로서 응력확대계수를 구하는 데에 사용될 수 있다. 에너지 매개변수를 사용하는 간접 접근방법들은 균열끝의 응력 및 변위장에 대한 정확한 모델링을 할 필요가 없고, 상대적으로 단순한 분할(coarse mesh)로도 일반적으로 정확한 해를 구할 수 있으며, 균열 끝의 소성변형이 크게 확대된 재료에 대해서도 적용할 수 있다는 장점을 갖고 있다^[7].

본 연구에서는 등방성 재료의 평면균열문제의 해석을 위하여 hybrid mongrel 원리를 6절점 삼각형 요소와 8절점 사각형 요소에 적용하였다. 개발된 요소의 성능은 이론적인 정해가 알려진 모드-I 상태의 평판균열 문제의 해석결과를 정해와 비교하여 검증하였다. 응력확대계수의 계산에는 균열끝 특이요소(singular element)로부터 직접 구하는 방법과, 정상요소(regular element)를 이용하여 구한 요소내 응력과 변위값으로부터 J-적분을 계산하여 간접적으로 응력확대계수를 구하는 방법을 제시하였다. 그리고 항공기 날개구조물에서 취약부위로 선정된 F-5 항공기의 Wing 44% Spar 재료인 Al 7075-T6 CT-시편의 파괴인성 실험 결과와 수치해석적 결과를 비교하였다.

항공기는 설계 당시 수요자의 요구에 따라 이론적인 계산과 각종 시험을 통해 안전이 보장된 설계 수명(design life)을 갖지만 사용국가, 사용방법등의 운영환경에 따라 항공기 구조물이 받는 피로의 정도는 상이 할 것이므로 실제 사용수명(service life)은 변하게 된다. 그러므로 항공기 수명의 정확한 예측을 위해서는 계속적인 개별항공기 추적을 통하여 응력스펙트럼을 개정하고 취약부위에 대한 파괴역학적 해석을 통해 구조 건전성을 점검해야 한다. 이를 위해서는 실험과 수치해석이 병행해야 한다. 일반적인 균열성장식에는 부위의 기하와 하중조건에 따라 실험으로만

계산할 수 있는 상수들이 있다. 본 논문에서는 F-5 항공기의 피로 취약부위인 wing spar의 44% 부위에 대한 파괴인성 실험 결과를 제시하고자 한다.

이러한 응력확대계수의 계산방법과 파괴인성 실험은 균열성장과 하중의 관계를 예측하는데 필요한 자료를 제공할 수 있을뿐만 아니라 파괴역학적 실험을 실제 항공기 수명관리 프로그램의 기반 기술로 정립할수 있을 것이다.

2. 이론적 배경

2.1 Mongrel 변위요소 모델

평면 탄성문제에서 외력을 받고 있는 균열 평판의 응력확대계수(stress intensity factor)를 계산하기 위한 mongrel displacement element의 변분 공식은 다음과 같은 행렬식 형태의 함수로 표현할 수 있다^[4].

$$\Pi_{MD} = \sum_{m=1}^N \left\{ \int_{V_m} \frac{1}{2} \sigma^T B \delta v - \int_{\partial V_m} T^T u \delta S + \int_{S_m} \overline{T^T} u \delta S \right\} \quad (1)$$

균열에 의한 특이응력분포를 고려해 주기 위해 응력장 σ 는 다음과 같이 가정한다.

$$\sigma = \sigma^R + \sigma^S = S_1 b_1 + S_2 b_2 \quad (2)$$

여기서 미지의 계수(undetermined parameter) b_1 과 함께 함수 S_1 은 정상부분(regular parts) 응력의 함수 행렬로서 다루는 문제의 성질에 따라 Airy 응력함수 또는 특수 방법에 의해 정의된다. 여기서는 Kang^[4]의 경우와 같이 다음과 같은 Airy 응력함수를 사용한다.

$$A(x, y) = \sum_{m=0}^{k+2} \sum_{n=0}^m b_{mn} x^m y^n \quad (3)$$

또한 연속적인 변위장 u 는 mongrel 변위모델의 개념에 의해 순수 변위모델에서와 같이 정의된다.

$$u = Nq \quad (4)$$

여기서 N 은 변위장의 형상함수, q 는 요소의 절점에서 정의되는 미지의 절점 변위벡터이다.

2.2 J-적분의 수치계산식

Rice는 J-적분을 균열 끝을 포함하는 경로 독립적(path independent) 선적분 값으로서 평면 균열문제에서 다음과 같이 정의하였다.

$$J = \int_{\Gamma} \left(Udy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \quad (5)$$

$$(i) U = U(\epsilon_{ij}) = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$$

$$(ii) T_i = \sigma_{ij} n_j$$

$$(iii) \epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$

U 는 변형을 에너지밀도(strain energy density),

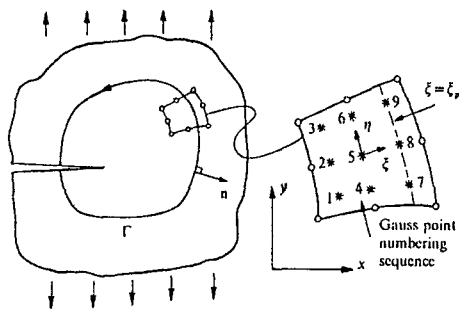


그림 1. J-적분의 경로

T 는 표면력, u 는 변위벡터이며, ds 는 경로상의 미소요소이다.

J-적분이 경로 독립적인 값이므로, $\xi = \xi_p = constant$ 인 적분 경로에서 단위법선 벡터인 n 을 정의 $\eta = constant$ 한다. 벡터A와 B가 각각 $\xi = constant$, 인 선의 접선벡터라고 하면 다음과 같이 주어진다.

$$A^T = \left[\frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \eta}, 0 \right], \quad B^T = \left[\frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \xi}, 0 \right]$$

요소의 평면에 수직한 벡터 C 는

$$C^T = (A \times B)^T = \left[0, 0, \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \right]$$

이며, $\xi = \xi_p$ 인 선에 수직한 벡터 D 는 다음과 같다.

$$D = (C \times A) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

결국 단위법선벡터는

$$n^T = [n_1, n_2, 0] = \left[\frac{D_1}{N}, \frac{D_2}{N}, 0 \right] \quad (6)$$

$$N = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}$$

이다. 또한 $\xi = \xi_p$ 선 위에서

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2} d\eta \quad (7)$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta \quad (8)$$

평면문제에서 변형도 에너지밀도와 traction 벡터는 아래와 같다.

$$U = \frac{1}{2} [\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + 2\sigma_{xy}\epsilon_{xy} + \sigma_{yy}\epsilon_{yy}] \quad (9)$$

$$T = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}n_1 + \sigma_{xy}n_2 \\ \sigma_{xy}n_1 + \sigma_{yy}n_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

결국, 식(6)에서 식(10) 까지를 식(5)에 대입하면 수치계산에 적합한 J-적분식을 얻는다.

$$J = \int_{-1}^{+1} \left\{ \frac{1}{2} (\sigma_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_{xy} (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) + \sigma_{yy} \frac{\partial v}{\partial y}) \frac{\partial y}{\partial \eta} - [(\sigma_{xx}n_1 + \sigma_{xy}n_2) \frac{\partial u}{\partial x} + (\sigma_{xy}n_1 + \sigma_{yy}n_2) \frac{\partial v}{\partial x}] \sqrt{(\frac{\partial x}{\partial \eta})^2 + (\frac{\partial y}{\partial \eta})^2} \right\} d\eta = \int_{-1}^{+1} I d\eta \quad (11)$$

여기서, 변위요소들의 편미분값은

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^e}{\partial x} (u_i, v_i), \quad \frac{\partial(u, v)}{\partial y} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^e}{\partial y} (u_i, v_i)$$

이며, N은 형상함수, n은 요소의 절점수이다. J-적분값은, 균열끝을 포함한 폐적분경로를 구성하는 모든 요소들에서 (11)식의 값을 각각 구하여 더함으로써 구해지며, 다음과 같은 관계식을 통하여 응력확대계수를 구한다.

$$J = \frac{\eta}{E} (K_I^2 + K_{II}^2), \quad \eta = \begin{cases} 1 & \text{plane stress} \\ 1 - \nu^2 & \text{plane strain} \end{cases} \quad (12)$$

4. 균열문제 해석

Mongrel 변위요소의 성능평가를 위하여 해를 알고 있는 중앙균열 및 양가장자리 균열문제를와

항공기용 소재로 널리 사용되는 Al7075-T6 CT-시편에 대한 균열해석을 시도하였다. 계산에 사용된 장비는 Hewlett-Packard Workstation Model 755이며, 유한요소 프로그램은 프랑스 Framasoft/CSI사의 MEF Code 와 본 연구에서 개발한 Mongrel 요소 프로그램을 링크하여 사용하였다.

4.1 인장 하중하의 중앙균열(center crack) 문제

단위 인장 하중을 받는 평판의 중앙균열문제(그림 2)를 해석하기 위해 정상요소는 8절점 사각형(Q8) 요소와 6절점 삼각형(T6) 요소를 사용하고, 균열 끝의 특이요소는 2개의 T6 요소를 사용하였다(그림3). 재료의 물성치는 정해가 제시된 Blanford와 Ingraffea^[16]의 예제와 같이 E=5250 v=0.3을 택하였으며 평면응력 상태로 가정하였다.

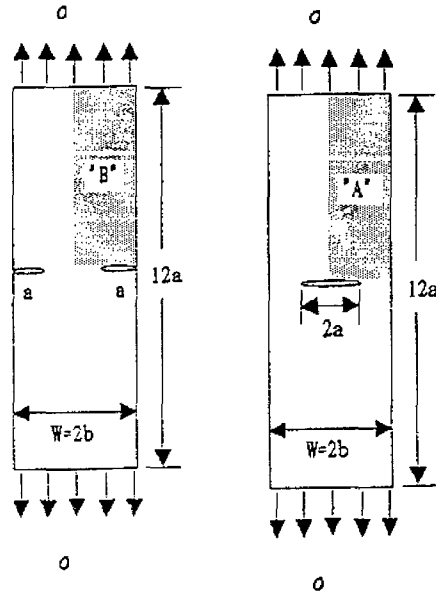


그림 2. 단위 인장하중하의 중앙균열 및 가장자리 균열 판

예 1 : $a/b=0.5, a=1.8$ 인 경우

문제의 대칭성을 고려하여 전체의 1/4부분 ("A")만을 대상으로 그림3 에서와 같이 세가지의 분할(mesh)형태에서 해석하였다. S는 특이요소를 의미한다.

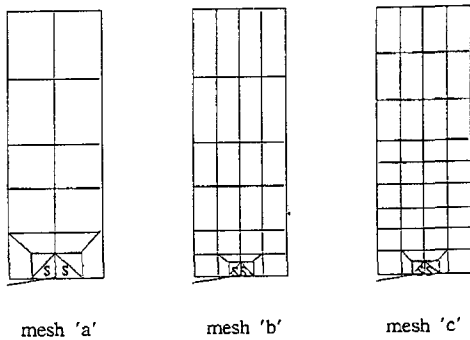


그림 3. 해석영역의 분할(mesh)

응력확대계수의 계산은 다음과 같이 세가지 방법으로 구한다.

- ① 균열 끝의 mongrel 특이요소에서 직접 구하는 방법,
- ② mongrel 변위요소로 응력 및 변위장을 해석하고, 그 결과치로 부터 J-적분과 K를 구하는 방법
- ③ 순수변위요소로 응력 및 변위장을 해석하여 J-적분과 K를 구하는 방법

표 1과 그림 4에는 계산된 응력확대계수를 Bowie and Neal^[10]의 정해와 함께 나타내었다. 균열끝 요소로 T6 요소를 사용한 경우 (방법 ①), 최소 16개의 요소만으로 오차 1% 이내로 정해와 가까운 값을 얻었다. J-적분으로 계산된 값은 최대 42개의 요소를 사용한 경우에도 정해

와 5% 이상의 오차를 보이고 있다.

표 1. 중앙균열 판의 KI 결과

mesh	요소 수	K _{I,exa}	KI-①		KI-②		KI-③	
			값	오차 (%)	값	오차 (%)	값	오차 (%)
'a'	16	2.83	2.85	0.9%	2.57	-9.0%	2.56	-9.4%
'b'	30		2.83	0.1%	2.65	-6.1%	2.68	-5.3%
'c'	42		2.83	0.0%	2.65	-6.1%	2.68	-5.2%

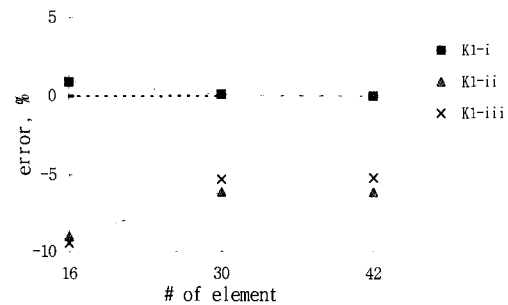


그림 4. 중앙 균열 판의 KI 수렴성

예 2 : $0.1 < a/b < 0.7$ 일 경우

그림 2의 문제에서 균열 길이 a를 변화시켜 응력확대계수를 구하였다. 사용된 분할 형태는 그림 3의 mesh 'b'이며, 앞에서 제시된 (방법-①)과 (방법-②)를 사용하여 그 결과를 다음의 식에서 구한 이론해와 비교하였다.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[1.0 + 0.128 \left(\frac{a}{b} \right) - 0.288 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1.523 \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right] \quad (13)$$

$$0 < \frac{a}{b} < 0.7$$

Mongrel 요소로부터 직접 구한 K 값은 이론해와 3% 이내의 오차를 보이고 있으며, 5% 이상의 차이를 갖는 J-적분을 통해 계산된 값에 비하여 이론해에 잘 근사함을 볼 수 있다.

표 2. 0.1 < a/b < 0.7 의 결과

a	b	a/b	KI 식(13)	방법-①		방법-②	
				KI-H ME	오차	KI-J	오차
0.45	3.60	0.125	1.206	1.238	2.7%	-	-
0.90	3.60	0.250	1.745	1.781	2.1%	1.647	-5.6%
1.35	3.60	0.375	2.240	2.278	1.7%	2.111	-5.8%
1.80	3.60	0.500	2.812	2.832	0.7%	2.657	-5.5%
2.25	3.60	0.625	3.561	3.570	0.3%	3.287	-7.7%
2.70	3.60	0.750	4.592	4.676	1.8%	4.474	-2.6%

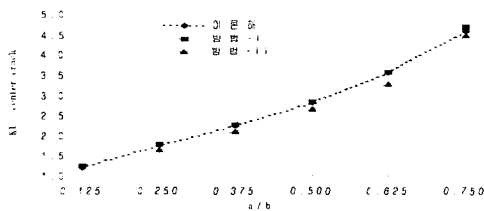


그림 5. 0.1 < a/b < 0.7 의 결과

4.2 단위 인장하중하의 양 가장자리 균열 (Double Edge Crack) 문제

예 3 : a/b=0.5, a=1.8 인 경우

중앙균열 문제와 마찬가지로, 그림 2의 양가장자리 균열 평판의 1/4부분("B") 만을 그림3과 같은 세가지의 분할 형태로 각각 해석하였다. 정상요소로는 Q8 요소와 T6 요소, 균열 끝 특이 요소는 2개의 T6 요소를 사용하였다. 재료의 물성

치는 정해가 제시된 Matinez와 Dominguez [17]의 예제와 같이 E=5250 v=0.2을 택하였으며 평면응력 상태로 가정하였다. 4.1절에 제시된 ①-③의 세가지 해석방법에 따른 결과는 표 3과 그림6에 나타내었다. 역시 동일한 분할 형태에서 mongrel 특이요소로 부터 직접 구한 응력확대계수 값(방법-①)이 1% 정도의 오차로 정해와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. J-적분으로 구한 값은 42개의 요소로 분할된 경우에도 5% 이상의 오차를 보이며, mongrel 정상요소로 해석한 경우(방법-②) 보다 순수변위모델로 해석한 경우(방법-③)에 정해에 가까운 값을 얻었다.

표 3. 양 가장자리 균열 판 문제의 계산결과

mesh	요소 수	Kl _{exact}	KI-①		KI-②		KI-③	
			값	오차	값	오차	값	오차
'a'	16	2.787	2.744	-1.5%	2.581	-7.4%	2.605	-6.5%
'b'	30		2.758	-1.0%	2.611	-6.3%	2.643	-5.2%
'c'	42		2.758	-1.0%	2.611	-6.3%	2.644	-5.2%

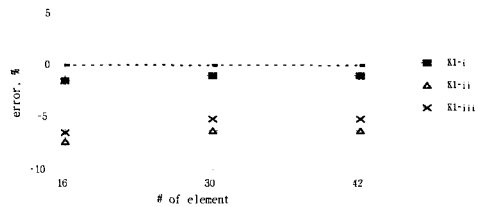


그림 6. 양 가장자리 균열 판의 KI 수렴성

예 4 : 0.1 < a/b < 0.7 일 경우

다양한 균열길이 a 에서 (방법-①)과 (방법-②)를 사용하여 그 결과를 다음의 식(14)에서 구한 이론해와 비교하였다. 그림3 의 mesh 'b' 의 분할 형태를 사용하였다.

$$K_I = \sigma \sqrt{a} \left[1.99 + 0.38 \left(\frac{a}{b} \right) - 2.12 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 3.42 \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right] \quad (14)$$

$$0 < \frac{a}{b} < 0.7$$

표 4. 0.1 < a/b < 0.7 의 경우

a	b	a/b	KI 식(14)	방법-①		방법-②	
				KI-H ME	오차	KI-J	오차
0.45	3.60	0.125	1.349	1.265	-6.2%	-	-
0.90	3.60	0.250	1.903	1.830	-3.8%	1.762	-7.4%
1.35	3.60	0.375	2.341	2.203	-5.9%	2.211	-5.5%
1.80	3.60	0.500	2.787	2.758	-1.0%	2.611	-6.3%
2.25	3.60	0.625	3.352	3.339	-0.4%	3.252	-3.0%
2.70	3.60	0.750	4.150	4.212	1.5%	3.946	-4.9%

Mongrel 특이요소를 사용한 결과가 대체로 J-적분의 결과에 비해 이론해에 가까운 것을 표 4 와 그림 7에서 볼 수 있다.

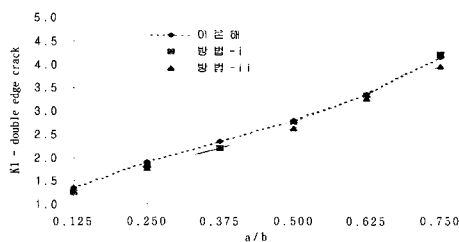


그림 7. 0.1 < a/b < 0.7의 결과

4.3 CT-시편의 유한요소 해석

실제 항공기 날개의 응력해석결과 피로취약부

위로 선정된 알루미늄 7075-T6 재질의 44% Spar의 균열 특성을 해석하기 위해 그림 8과 같은 형상의 CT-시편을 고려하였다. 시편의 대칭성을 감안하여 1/2 부분을 해석대상으로 선정하였으며, 수렴 양상을 점검하기 위해 그림 9와 같이 3가지의 분할 형태로 해석하고 Satec 피로시험기 및 UTM 장비를 이용한 실험결과(5절참조)와 비교하였다.

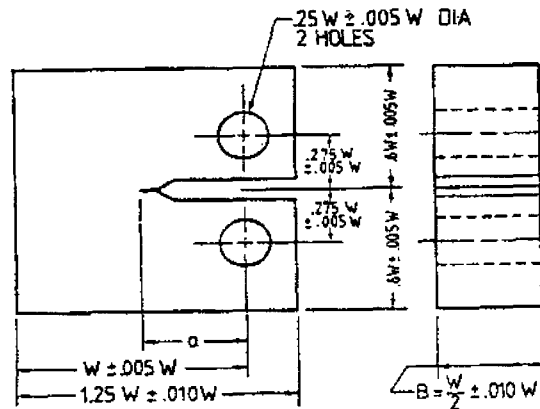


그림 8. ASTM 규격의 C-T Specimen

예 5 : CT 시편의 유한요소 해석

CT 시편의 유한요소 해석을 위하여평면 변형도 문제로 가정하고 그림 9 와 같이 6절점 삼각형(T6) 요소로 분할 하였다. 4절에서 논의된 (방법-①)과 (방법-②)에 의하여 균열 끝 특이요소인 mongrel 요소로 부터 응력확대계수를 직접 구하였다. 요소의 크기에 따른 응력확대계수 값의 변화를 보기 위하여 그림9와 같이 3가지 크기의 균열끝 특이요소를 가지고 각각 계산하였다. S는 특이요소를 의미하며, 그외의 요소는 T6 정상요소이다.

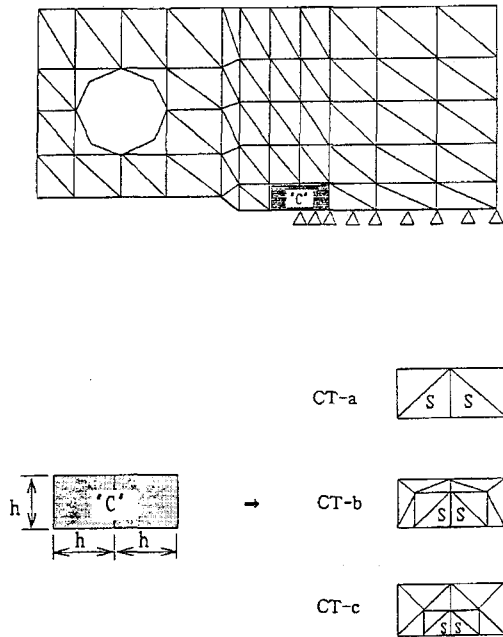


그림 9. CT 시편의 분할 형태

해석 결과인 그림 10을 보면 균열 끝 요소의 분할 크기가 작아질수록 실험치와 가까워지는 경향을 볼 수 있으며, 균열 끝 요소의 절점변위를 이용하는 방법-②보다는 방법-①의 경우가 해에 수렴해 가는 기울기가 상대적으로 우수하다.

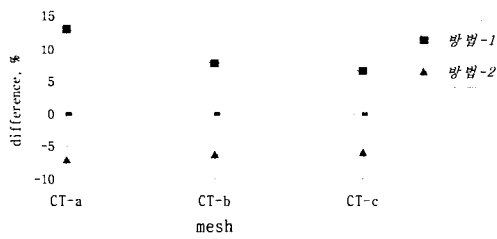


그림 10. CT-시편 계산결과

예 6 : J-적분을 이용한 해석

표 5. mongrel 요소를 이용한 CT-시편의 해석결과

mesh	요소#	절점#	특이요소 의 크기	KI 실험치	KI			
					방법-①	방법-②		
CT-a	97	229	h	31.06	35.12	13.1%	28.87	-7.0%
CT-b	105	247	3h/4		33.50	7.9%	29.10	-6.3%
CT-c	105	247	h/2		33.14	6.7%	29.21	-6.0%

J-적분 계산이 용이하도록, 그림11과 같이 8절점 사각형(Q8)요소를 사용하여, 총 179개의 절점과 49개의 요소로 분할하였다. 응력 및 변위장의 해석은 ① Hybrid Mongrel 변위 모델을 사용하여 해석 ② 순수변위모델을 사용하여 해석하였으며, 그 결과를 가지고 그림11에 점선으로 표시된 3개의 적분경로를 따라서 J-적분을 수행하여 응력 확대계수를 구하였다.

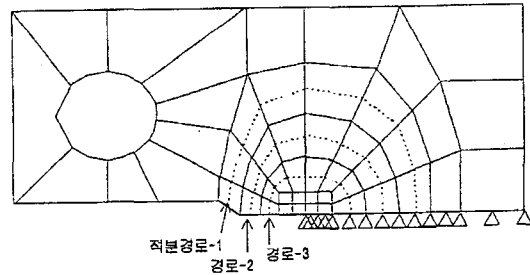


그림 11. CT시편의 분할과 J 적분경로

표 6. J-적분에 의한 CT-시편의 해석 결과

해석 모델	KI 실험치	KI			평균 (diff.)
		경로-1	경로-2	경로-3	
순수변위요소	31.06	29.36	29.31	29.42	29.36 (5.5%)
Mongrel 요소		28.87	28.13	27.06	28.02 (9.8%)

위의 표 6에서 보듯이 J-적분은 경로에 무관하게 일정한 값을 주고 있으며, 해석에 순수 변위요소를 사용한 경우가 Mongrel 요소보다 다소 실험치에 가까운 경향을 보이고 있다.

5. 파괴 인성 실험 및 결과

5.1 실험 절차

구조물의 균열에 대한 안정성을 파악하기 위해서는 균열에 대한 저항 특성 즉 파괴인성(toughness) 값을 알아야 한다. 44% wing spar의 재질은 Al 7075-T6 Extrusion이므로 그림과 같은 형상의 CT 시험편을 L-T 방향으로 제작하였으며 다음과 같은 ASTM E399 절차에 의거 실험을 수행하였다^[12,15].

- ① 시편의 두께 B는 다음과 같은 식으로 결정된다.

$$B \geq 2.5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (15)$$

여기서 KIC는 시편의 파괴인성 추정값이며, σ_y 는 항복 강도이다.

- ② 피로 시험기를 이용하여 피로균열을 발생시킨다. 이 때 하중비 R의 범위는 -1에서 0.1 사이이며, 피로균열길이는 1.3mm 이상이어야 한다.
- ③ 피로균열이 생성된 시편을 이용하여 인장 파괴시험을 수행하여 하중-변위 곡선을 구한다. 이 곡선에서 5% off-set을 준 하중값 PQ와 PMAX를 결정한다.
- ④ PQ 값과 피로균열 길이 및 시편의 형상에 따른 치수를 이용 KQ값을 결정한다.

- ⑤ 이러한 수치들이 다음조건을 만족할 때 KQ 값은 KIC값이 된다.

$$P_{max} / P_Q < 1.10$$

$$B, a \geq 2.5 (K_Q / \sigma_y)^2 \quad (16)$$

5.2 실험 결과

시편의 두께는 0.25 inch 두께에서의 항복강도(69ksi)를 참고하여 (15)식에 대입한 결과 0.4 inch 이상의 조건을 만족해야하므로 1 inch로 결정하고 SATEC사의 피로시험기를 이용 피로균열을 생성시켰으며 이러한 실험 조건을 표 7과 같다.

표 7. 파괴인성 시험 조건

구 분	시험조건	구 분	조건
재 질	Al7075-T6	방 향	L-T
온 도	22-27 C	습 도	51-60%
사이클	sine 곡선	크 기	5Hz
하중비	0.05	항복강도	69ksi

Zwick사의 UTM장비를 이용 인장 파괴시험을 수행하여 하중-변위 관계곡선을 얻었다. 7개의 시편에 대한 시험 결과를 표 8에 수록하였다. 이

표 8. 파괴인성 시험 결과

시편 No	a/W	P _Q (lb)	K _Q =K _{IC}
1	0.547	3951.98	31.41
2	0.502	4576.93	31.46
3	0.522	4208.26	30.77
4	0.519	4302.67	31.19
5	0.518	4298.18	31.10
6	0.537	3969.97	30.48
7	0.517	4311.66	31.04
평균	0.523	4231.38	31.06

*KIC의 단위: ksi · inch^{1/2}

러한 파괴인성 실험 결과는 이 취약부위의 균열 성장률을 계산하는데 기초자료로 활용될 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 Mongrel 원리를 적용한 6절점 삼각형 요소와 8절점 사각형 요소를 사용하여 등방성 재료의 평면균열문제에 대한 응력확대계수를 직,간접적으로 구하여 그 수렴성을 입증하였다. 또한 항공기 수명관리의 핵심이라 할수 있는 피로균열 성장해석을 위한 기초실험으로서 AI 7075-T6의 CT시편을 채취하여 파괴인성실험을 수행하였다. 이러한 연구결과를 요약한 결론은 다음과 같다.

- 평면균열문제의 경우, 전영역의 균열크기 ($0.1 < a/b < 0.7$)에 걸쳐 동일한 분할 형태와 요소수에서 Mongrel 특이요소를 균열끝 요소로 사용하여 직접 구한 응력확대계수가 J-적분을 통해 간접 계산된 응력확대계수에 비해 정해에 잘 일치하였다.

- 평면균열문제에서 J-적분의 결과값은 Mongrel 변위요소를 사용한 경우와 순수 변위요소를 사용하여 응력 및 변위장을 해석한 경우에 1%이내의 차이로 거의 유사한 결과를 얻었다.

- CT-시편에 대한 해석결과, Mongrel 특이요소는 요소의 크기가 작을수록 실험치에 가까워지는 수렴성을 보인다. 또한 J-적분은 순수변위모델을 사용하여 해석하는 것이 Mongrel 요소를 사용할 경우에 비해 실험치에 가까운 값을 얻었다.

- F-5 항공기 날개의 피로 취약부위인 44% spar 재료의 L-T방향 파괴인성치는 31.06 ksiinch^{1/2} 이었다.

- 초기균열 형상을 가정하고 이 파괴인성치를 이용하여 해석하면 날개 스파의 잔류강도대 균열 길이곡선을 얻을수 있다.

* 후기 : 본 연구는 공군사관학교가 지원하는 국고연구(과제 번호 96-2-4-1)과제의 일부로 수행되었으며, 본 연구를 위해 자료 계산 및 실험을 도와준 대학원생 구희환, 안병곤에게 감사드립니다.

참고 문헌

1. AFWAL-TR-82-3073, 'USAF Damage Tolerance Design Handbook'
2. David Broek, 1986, Elementary engineering fracture mechanics (3rd edition), Martinus Nijhoff Publishers
3. R.S. Barsoum, 1976, On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.10, 25-37
4. C.H.Kang and G. de Saxce, 1991, The computation of 2-D SIFs using Hybrid mongrel displacement elements, Engng Fracture Mech. Vol 38, 197-205
5. Ngyuen Dang Hung, 1990, On the monotony and the convergence of a special class of hybrid finite element : the mongrel elements, Variational Method in the Mechanics of Solids(ed. S. Nemat-Nasser), Pergamon Press
6. C.H.Kang and G. de Saxce, 1992, Computation of SIFs for plate bending problem in fracture mechanics by Hybrid mongrel finite elements, Computer &

- Structures, Vol 42, 581-589
7. D.R.Owen, 1983, Engineering fracture mechanic : Numerical method and applications, Pineridge Press
 8. G.C. Sih and H. Libowitz, 1968, Mathematical theories of brittle fracture : Fracture 2, Academic Press
 9. Gdoutos, 1993, Fracture Mechanics an introduction, Kluwer Academic Pub. Chapter 2 & 6
 10. O.L.Bowie and D.M,Neal, 1970, A modified mapping-collocation technique for accurate calculation of SIFs, Int. J. Fracture Engineering Mech. 6, 199-206
 11. USAF, 1992, Military Standard 1530A, Aircraft Structural Integrity Program *Airplane Requirements*
 12. E399-81, 'Standard Test Method for Plane Strain Fracture Toughness of Metallic Materials'
 13. 안병곤, 1997, '항공기 날개 구조물의 피로균열 성장 예측', 군사과학대학원 석사학위 논문
 14. 구희환, 1997, '항공기 구조물 취약부위 해석을 위한 특수 유한 요소 기법', 군사과학대학원 석사학위 논문
 15. A.F.Liu and J.C.Ekval, 1971, 'Material Toughness and Residual Strength of Damage Tolerant aircraft Structures, ASTM ATP 486
 16. G.E. Blanford, A.R.Ingraffea and J.A.Ligget,1981, "Two dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method", Int. J. Num. Meth. Eng. 17, 387-404
 17. J.Martinez and J.Dominguez, 1984,"On the use of quarter-point boundary elements for stress intensity factor computations",Int. J. Num. Meth. Eng. 20, 1941-1950