

## 유한체적법을 이용한 밀폐공간내의 자연대류-복사열전달 해석

### Analysis of natural convection-radiation heat transfer using the finite volume method in enclosure

박 광 수\*, 박 경 우\*\*, 박 희 용\*\*\*  
K. S. Park, K. W. Park, H. Y. Pak

**Key words :** Rectangular enclosure(사각밀폐공간), Radiative heat transfer(복사열전달), Finite volume method(유한체적법), Discrete ordinates method(구분종좌표법), Participating medium(참여매질)

#### Abstract

Natural convection and radiation heat transfer in a square enclosure containing absorbing, emitting, and isotropically scattering(participating) media is studied numerically using the finite volume method. Various numerical methods are employed to analyze the radiative heat transfer. However, it is very difficult to choose the proper method. In present study, a finite volume method(FVM) and a discrete ordinates method(DOM) are compared in rectangular enclosure. The SIMPLER algorithm is used to solve the momentum and energy equations. Thermal and flow characteristics are investigated according to the variation of radiation parameters such as optical thickness and scattering albedo. The result shows that the accuracy and the computing time of FVM are better than those of DOM in regular geometry.

#### 기 호 설 명

$A$  : 표면적,  $[m^2]$   
 $B$  : 무차원 복사력, 식(5)  
 $Gr$  : Grashof 수,  $g\beta(T_h - T_c)L^3/\nu^2$   
 $I$  : 무차원 복사강도  
 $\bar{I}$  : 산란된 무차원 복사강도, 식(5c)  
 $L$  : 무차원 기준 길이

$\hat{n}$  : 수직 벡터  
 $\overline{Nu}$  : 평균 Nusselt 수  
 $Pl$  : Planck 수,  $(k/L)/4\bar{\sigma}T_0^3$   
 $Pr$  : Prandtl 수,  $\nu/\alpha$   
 $\dot{q}$  : 단위체적당 열발생률,  $[W/m^3]$   
 $\bar{q}$  : 벽면의 열유속 평균값, 식(17)  
 $Q_R$  : 무차원 복사열유속,  $q_R/4\bar{\sigma}T_0^4$   
 $Q_T$  : 무차원 혼합열유속,  $q_T/[k(T_h - T_c)/L]$   
 $Ra_E$  : 외부 Rayleigh 수,  $g\beta(T_h - T_c)L^3/\nu\alpha$   
 $Ra_I$  : 내부 Rayleigh 수,  $g\beta_i L^5/\nu\alpha k$   
 $S_P$  : 생성항, 식(9)  
 $S$  : 복사선이 진행한 무차원 거리

\* 회원, 한양대학교 대학원  
 \*\* 회원, LG산전 빌딩시스템연구소  
 \*\*\* 회원, 한양대학교 기계공학부

- $T$  : 온도, [K]  
 $T_0$  : 기준 온도,  $[T_h - T_c]/2$ , [K]

### 그리스 문자

- $\alpha$  : 열확산 계수  
 $\beta$  : 소멸계수,  $\chi + \sigma$   
 $\varepsilon$  : 방사율  
 $\mu, \eta$  : 방향여현  
 $\theta$  : 경사각, Z축에서 아랫 방향으로 증가되는 각도(극각)  
 $\chi$  : 흡수계수  
 $\bar{\sigma}$  : Steffan-Boltzmann 상수  
 $\sigma$  : 산란계수  
 $\tau$  : 광학 두께,  $\beta L$   
 $\phi$  : X축에서 반시계 방향으로 증가되는 각도(방위각)  
 $\omega$  : 알베도  
 $\Psi$  : 산란 위상함수

### 하첨자

- $P, E, W, N, S, NE, SE, NW, SW$  : 격자점  
 $f$  : 검사체적면( $e, w, n, s, 1, 2, 3, \dots, 8$ )  
 $uf$  :  $f$ 의 상류 보간점, Fig.3  $u_1, u_2, \dots, u_8$   
 $b$  : 흑체  
 $w$  : 벽면

## 1. 서 론

자연대류와 복사열전달이 연계되어 유동장을 형성하는 문제는 연소시스템, 고온의 열교환기 등 많은 산업현장에서 접하게 된다. 특히, 산업용로와 같은 연소시스템에서는 전도나 대류에 비하여 유동장에 미치는 복사열전달의 효과가 상당히 크리라고 예상되기 때문에, 순수 자연대류만을 고려한 유동 해석에는 그 정확성에 있어서 한계가 있다. 따라서 복사가 고려된 예측은 필수적이라 할 수 있다. 이러한 필요성에 의하여 복사열전달 현상의 규명은 여러 연구자들에 의하여 지금까지 꾸준히 연구되어

오고 있다. 그러나 미·적분 형태인 복사전달방정식을 구하기 위해 제안된 여러가지 방법은 각각의 장·단점을 갖고 있어서 물리적 현상이나 기하학적 구조에 따라 적합한 방법을 선택하는 것은 쉬운 일이 아니다. 또한 유동장과의 연계성으로 인하여 기존의 CFD와 호응되는 근사 해법들의 개발이 요구되고 있다. 유동장과의 연계성은 복사 열전달을 해석하기 위하여 매번의 반복마다 복사강도와 같은 구하고자 하는 물리량을 보간할 필요를 없애주므로 사용자의 편의성을 위하여 필수적이라고 할 수 있다.

이러한 근사해법으로는 구분종좌표법(discrete ordinates method, (DOM), S-N)<sup>(1,2)</sup>과 구조화근사법(spherical harmonics approximation, P-N)<sup>(3)</sup> 등이 있다. 구조화근사법은 복사강도를 구조화함수의 급수로 전개하여 복사방정식을 계산하는 방법으로, 복잡한 형상을 갖는 물체 및 해의 정확성을 위한 급수전개시 수학적으로 어렵다. 구분종좌표법은 복사전달방정식을 공간상의 입체각( $4\pi$ )을 유한수의 종방향으로 나누고 각각의 방향에 대하여 가중치를 부여하는 방법으로, 보다 정확한 해를 구하기 위해서는 각도 구역을 증가하면 되는 편리성이 있으나 구조화근사법에 비하여 계산시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 그러나 보다 근본적인 문제는 S-N 및 P-N법을 비정규(irregular)형상에는 적용하기가 어렵다는 것이다.

최근에 이르러 비정규형상에 적용이 가능한 유한체적법(finite volume method, FVM)이 Chui 등<sup>(4,5)</sup>과 Chai 등<sup>(6,7)</sup>에 의하여 제안되었다. FVM은 DOM과 달리 임의의 각도 영역에 대하여 직접 적분을 수행하는 방법이며 정규형상 뿐만 아니라 비정규형상에 대하여 적용이 가능한 방법이다.

따라서 이 연구에서는 비교적 간단한 정규형상을 갖는 밀폐공간내의 자연대류-복사열전달 현상을 DOM과 FVM을 적용하여 해석하고자 하였다. 해석모델은 FVM과 DOM의 비교를 위하여 설정하였다. 또한 이들 두 방법에 의한 해의 정확성, 수렴시간등을 비교하였으며 비정규형상에 적용할 수 있도록 제안된 FVM을 정규형상에 적용하여 매질의 광학두께, 산란알베도 등이 열 및 유동장에 미치는 영향을 수치적으로 예측하였다.

2. 이론해석

2.1 해석 모델 및 가정

이 연구에서 채택한 해석모델의 기하학적 형상은 Fig.1과 같이 직사각형 밀폐공간으로 양쪽면은 단열로 유지되며, 한면은 고온( $T_h$ ), 다른 한면은 저온( $T_c$ )으로 일정하게 유지되어 있다. 이 연구는 자연대류와 복사열전달이 연계된 문제에 복사전달방정식의 해를 구하기 위하여 구분종좌표법과 유한체적법을 각각 적용하고자 하였으므로 비교적 간단한 형상을 해석모델로 선정한 것이다.

유동은 정상상태 2차원 층류, 비압축성이며 밀도를 제외한 모든 물성치가 일정하다는 Bossinesq 근사를 적용하였다. 복사에 대하여 유체는 흡수, 방사, 등방산란 매질이며 모든 벽면은 불투명, 흑체로 가정하였다.

2.2 지배 방정식

직교좌표계에 대한 2차원 비압축성 유동을 지배하는 편미분방정식은 연속, 운동량 그리고 에너지 방정식으로 이들의 무차원화된 형태는 다음과 같다.

연속 방정식 :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

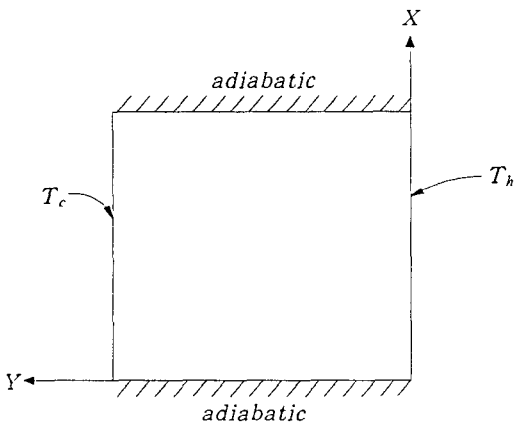


Fig.1 Schematic diagram for present work

운동량 방정식 :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \nabla^2 U + \frac{Ra_E}{Pr} \phi \quad (2a)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \nabla^2 V \quad (2b)$$

에너지 방정식 :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \nabla^2 \phi + \frac{Ra_i}{Ra_E Pr} - \frac{\phi_0}{PlPr} \nabla \cdot Q_R \quad (3)$$

에너지방정식의 오른쪽 두 번째항은 에너지 생성에 의한 영향을, 그리고 마지막 항은 복사열전달에 의한 생성항을 의미한다.

복사전달방정식 :

$$\frac{\partial I}{\partial S} + \tau I = \frac{\tau}{4\pi} \left[ (1-\omega) B + \omega \int_{4\pi} I d\Omega \right] \quad (4)$$

여기서  $B$ 는 무차원 복사력(emissive power)으로 다음과 같다.

$$B = \left( \frac{T}{T_0} \right)^4 = \left( 1 + \frac{\phi}{\phi_0} \right)^4 \quad (5)$$

그리고 복사에너지가 유동에 미치는 영향은 에너지방정식, 식(3)의 오른쪽 마지막항에 나타난 바와같이 복사에너지 다이버전스(divergence)항으로 표시된다.

$$\nabla \cdot Q_R = (1-\omega) \tau \left[ B - \int_{4\pi} I d\Omega \right] \quad (6)$$

경계조건 : 벽면에서의 단열조건은 국소열평형을 고려하여 식(7)로 표현된다.

$$\left( -\nabla \cdot \phi + \frac{\phi_0}{Pl} Q_R \right) \cdot \hat{i} = 0 \quad (7)$$

또한, 벽면에서의 복사강도는 아래의 식으로 계산한다.

$$I_w = \epsilon_w J_{bw} + \frac{\rho_w}{\pi} \int I_w' |\hat{n}_w \cdot \hat{\Omega}| d\Omega' \quad (8)$$

여기서 오른쪽 첫 번째항은 벽면온도에 해당하는 흑체 복사강도의 방사, 두 번째항은 벽면으로 입사되는 복사강도가 다시 반사되는 것을 각각 의미한다.

### 3. 수치해석

유동장과 온도장을 해석하기 위하여 계산영역을  $32 \times 32(x,y$  방향)의 비균일공간 격자계와  $12 \times 1(\phi, \theta$  방향)의 각도 격자계로 나누어 검사체적법을 적용하였다. 격자구조는 벽면에 격자가 밀집되어 있는 형태이다. 운동량방정식에 나타나는 압력항은 SIMPLER 알고리즘<sup>(8)</sup>으로 처리하였으며 이산화 방정식은 선순법으로 반복계산하였다.

#### 3.1 구분종좌표법

복사전달방정식, 식(4)를 풀기 위해서는 복사강도를 구해야 한다. 복사강도는 위치와 각도에 대한 함수이기 때문에 방정식을 푸는 데 어려움이 있다. 따라서 구분종좌표법은 이러한 각도에 대한 함수 관계를 극복하기 위해 전체 입체각을 유한개의 각도 구역으로 나누고, 각각의 각도 구역에 가중치를 부여한 Gaussian 적분 방법을 사용한다.

또한 하나의 주방향에 대하여  $N$ 개의 서로 다른 방향여현이 쓰이며 2차원의 경우  $n = N(N+2)/2$  개의 각도구역을 고려해 준다. 각도에 대한 가중치

부호에 따라 4개의 계산진행 방향을 갖으며 각각의 계산진행방향에 따라 벽면에서의 복사강도가 내부점의 복사강도에 영향을 전파하게 된다. 즉, Fig.2에서 임의의 격자점,  $P$ 에서의 임의의 각도( $\Omega$ )에 대한 복사강도( $I_p$ )를 구하기 위해서는 이미 계산된 격자면( $w,s$ )에서의 복사강도,  $I_w, I_s$ 를 이용한다. 그런후 나머지 격자면( $n,e$ )에 대한 복사강도,  $I_n, I_e$ 는 공간 가중치를 사용하여 구하게 된다. 이 때 사용되는 공간 가중치의 값에 따라 SDD와 GWDD<sup>(9)</sup>가 있다. 사용되는 공간 가중치의 값에 따라서 물리적으로 부적합한 음의 복사강도가 생길 수도 있는데 이 때는 음의강도 고정기법을 사용하여 0으로 고정시키거나 아주 작은 값으로 수정한다.

복사전달방정식을 Fig.2와 같은 검사체적에 대하여 적분하고 각각의 검사체적과 검사각에서의 복사강도는 일정하다는 가정을 도입하면 다음식과 같다.

$$\mu[A_e I_e - A_w I_w] + \eta[A_n I_n - A_s I_s] + \tau I_p V_p = S_p V_p$$

$$S_p = \frac{\tau}{4\pi} \left[ (1-\omega)B + \omega \sum_{i=1}^n \mathcal{N}_i \right] V_p \quad (9)$$

여기서,  $I_e, I_w, I_n, I_s$  등은 검사체적 표면에서의 평균 복사강도값을  $I_p$ 은 격자점에서의 복사강도 평균값이다.

#### 3.2 유한체적법

유한체적법은 각도에 대한 의존성을 극복하기 위하여 전체입체각을 유한개의 각도영역으로 나눈 뒤 각각의 각도영역에 대하여 직접 적분을 하는 방법이다. 따라서 식(10)이 사용된다. 이 때 각도영역의 개수는 사용자의 임의로 정할 수 있으며 하나의 각도영역의 적분구간은 X축에서 반시계 방향으로 증가되는 각도인  $\phi^-$ 와  $\phi^+$  사이와 Z축에서 아랫 방향으로 증가되는  $\theta^-$ 와  $\theta^+$ 이다.

$$\Omega' = \int_{\phi^-}^{\phi^+} \int_{\theta^-}^{\theta^+} \sin\theta d\theta d\phi \quad (10)$$

식(5)를 Fig.3과 같은 검사체적에 대하여 그리고 검사 입체각에 대하여 적분을 수행하면 FVM의 이산화 방정식은 식(11)이 된다.

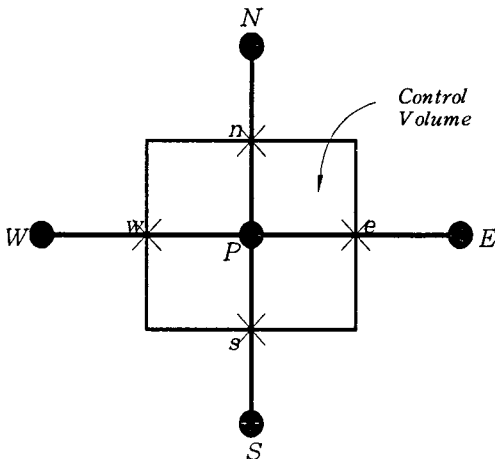


Fig.2 Control volume for DOM

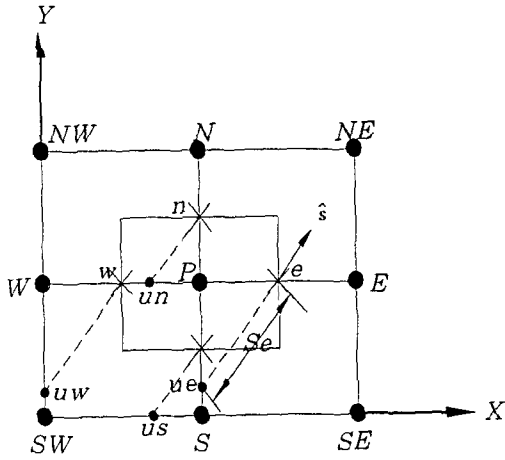


Fig.3 Control volume for FVM

$$\sum_{j=1}^{N_f} A_j I_j / D_j = [- (\chi_p + \sigma_p) I_p + \chi_p I_{b,p} + \sigma_p \bar{I}_p] V_p \Omega' \quad (11)$$

여기서  $\bar{I}$ 은 산란에 의한 영향을 나타내는 항으로써 식 (12)로 표시된다.

$$\bar{I} = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I \Psi d\Omega \quad (12)$$

또한  $D_j$ 은 검사체적의 수직벡터( $\hat{n}_j$ )와 방향단위 벡터 ( $\hat{\Omega}$ )의 곱을 하나의 각도영역에 대하여 적분한 값으로 식(13)과 같으며, 구분종좌표에서 사용되는 방향여현의 역할을 하게 된다. 따라서 부호에 주의를 해야 하며 반드시 검사체적의 수직벡터( $\hat{n}_j$ )는 검사체적의 밖으로 향하는 방향이어야 한다.

$$D_j = \int_{\Omega'} (\hat{\Omega} \cdot \hat{n}_j) d\Omega \quad (13)$$

검사체적 표면에서의 복사강도를 구하기 위해 새로운 정의, 식(14)를 도입하고, 이를 Taylor 급수 전개시키면 식(15)가 된다.

$$R = (\chi I_b + \sigma \bar{I}) / \beta \quad (14)$$

$$I_j = I_u e^{-\beta s} + R (1 - e^{-\beta s}) \frac{(\partial R / \partial s)_j}{\beta}$$

$$[1 - e^{-\beta s} (I + \beta S)] \quad (15)$$

여기서  $I_u$ 는 Fig.3에서와 같이 임의의 입체각 방향,  $\Omega_j$ 이 결정되면 검사체적 표면,  $f$ 로부터 거리  $S$ 만큼 상류방향에 있는 점,  $u_f$ 에서의 복사강도이다. 이것은 주변 격자점의 복사강도를 보간하여 구한다.

따라서 식(15)를 FVM의 이산화 방정식, 식 (11)에 대입하면 최종 이산화 방정식을 얻을 수 있다. 이때, 식(14)의  $R$ 을 무차원 하면 다음식으로 나타난다.

$$R = (1 - \omega) \frac{1}{4\pi} B + \omega \bar{I} \quad (16)$$

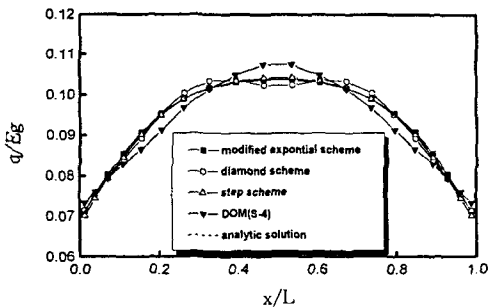
하나의 검사체적에 대한 표면의 수를 사용자의 임의로 정할 수가 있다. Fig.3처럼 8개를 정할 수도 있고 구분종좌표법과 같이 4개의 표면만을 사용하여도 된다. 따라서 이 연구에서는 상류점에서의 복사강도를 구하기 위하여 복잡한 보간을 피하고 구분종좌표법과 같은 4개의 검사체적표면을 사용하였다. 물론 경계에서의 복사강도와 내부점에서의 복사강도를 연결시키는 방법에 따라 여러 가지 도식들을 사용하여도 된다. 예를 들면 구분종좌표법에서 주로 사용하는 계단 도식(step scheme)과 다이아몬드 도식(diamond scheme)등도 유한체적법에서도 사용이 가능하다. 그러나 같은 도식이라고 하더라도 구분종좌표법에서는 검사체적 표면에서의 복사강도를 구해야 하는 반면, 유한체적법에서는 격자점에서의 복사강도만으로 지배방정식이 구성되는 차이가 있다. 이러한 방법들 중에서 이 연구에서는 주로 수정지수도식(modified exponential scheme)을 사용하였는데, 수정지수도식은 검사체적 표면에서의 복사강도를 복사진행방향의 상류점에서의 복사강도와 관련된 함수식 형태로 표현된 식(15)를 이용하는 방법이다.

이 연구에서 주로 사용되는 FVM의 비교 대상이 DOM이므로 방향각의 개수를  $S_i$ 와 같은 12개로 설정하였다. FVM은 각도에 대하여 직접 적분하는 방법이므로 계산진행방향의 개념이 없다. DOM처럼 벽면에서의 복사강도가 내부점의 복사강도에 영향을 미치며, 임의의 격자점에서의 복사강도를 구하기 위해서는 다른 격자점의 복사강도와 격자면,

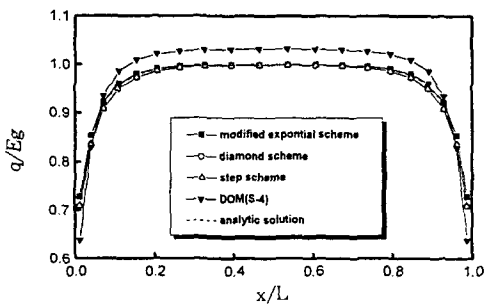
$f$ 와 그것의 상류점,  $uf$ 사이의 거리를 구해야 한다.

#### 4. 결과 및 고찰

이 연구에서는 정규형상을 갖는 2차원 자연대류-복사열전달의 유동 및 열전달특성을  $Ra_E=5 \times 10^6$ ,  $Ra_i=0$ 인 경우에 대하여 광학두께, 산란 알베도와 같은 복사열전달에 영향을 미치는 변수들의 변화에 대하여 FVM과 DOM( $S_4$ )에 의한 결과를 비교하고자 하였다. 이 조건은 내부에 열원이 존재하지 않으며 2차원 층류라는 가정에 적합하다. 그리고 복사열전달이 열·유동장 내에서 상대적으로 지배적이라는 상황을 설정하기 위하여, 복사에 대한 전도의 상대적인 크기를 나타내는 Planck수는 0.02로 정하였다. 그리고 무차원 기준온도( $\phi_0$ )를 1.5로 하였는데 이것은 유체의 문성치가 일정하다는 Bossinesq 근사를 적용키 위해서다.



(a)  $\tau=0.1$



(b)  $\tau=10$

Fig.4 Comparison of analytic solution and this study for the net heat flux at the wall

#### 4.1 복사 해석 프로그램의 타당성 검증 및 격자 의존성

이 연구에서 사용한 복사모델과 수치해법의 타당성을 검증하기 위하여 순수복사의 경우에 벽면에서의 무차원 복사열유속을 광학두께의 변화( $\tau=0.1$ 과  $\tau=10$ )에 대하여 해석적인 해<sup>(10)</sup>와 비교하여 Fig.4에 도시하였다. 검증을 위하여 사용된 해석모델은 방사력이 모두 0인 흑체벽면을 갖는 2차원 직각 밀폐공간내에서 흡수 및 방사하는 균일한 온도( $T_p$ )의 회체 가스가 존재하는 경우이다. 앞에서도 설명한 바와 같이 유한체적법과 구분종류표법 모두 경계에서의 복사강도와 내부점에서의 복사강도를 연결하는 여러 가지 도식들의 사용이 가능하다. 따라서 Fig.4에서는 해석적인 해와 DOM( $S_4$ ), 그리고 FVM 중 수정지수도식, 계단도식, 다이아몬드도식으로 구한 무차원 열유속을 서로 비교한 결과를 보였다. 여기서  $E_p$ 는 온도( $T_p$ )에 의한 기체의 방사력( $\sigma T_p^4$ )이다. Fig.4(a)에서 보는 바와 같이 광학두께가 0.1인 경우에 FVM을 사용하였을 때에는 수정지수도식, 계단도식, 다이아몬드도식 모두 해석적인 해와 거의 일치함을 알 수 있으며 DOM의 경우엔 밀폐공간의 양쪽 모서리 부분에서는 작게 나타나고 중앙 부분에서는 다소 크게 나타남을 보인다.

광학두께가 10인 경우(Fig.4(b))에는 수정지수도식과 계단도식은 대체로 해석적인 해와 거의 일치한 결과가 나왔지만 다이아몬드도식에서는 오히려 중앙부분에서 약간의 오차가 보인다. 그러나 이 차이는 매우 미미하다. 반면 DOM( $S_4$ )을 사용하였을 경우에는 차이가 많이 나타났다.

수정지수도식은 광학두께가 0.1인 경우와 10인 경우 모두에서 매우 안정적으로 해석적인 해와 일치하고 있음을 알 수 있다. 광학두께가 작을 경우에는 다이아몬드도식과 계단도식 모두 사용이 가능하지만 광학두께가 클 경우에는 오히려 계단도식을 사용하는 것이 좋다는 결과를 얻을 수 있다. 그러나 DOM은 대체적으로 모든 경우에서 해석적인 해보다 중앙에서는 약간 크게 예측되고 모서리 부분에서는 약간 작게 예측되고 있음을 알 수 있다. 그러나 이러한 경우도 DOM의 각도영역을 증가시키면( $S_6$  이상) 계산시간이 많이 소요되는 단점이

있지만 해석적인 해와 거의 일치한다.

해석적인 해와 비교했을 경우, 벽면 근처에서는 열유속이 다소 크게 나타나고 중앙에서는 작은 오차를 보인다. 수정지수도식은 대략 0.3~0.5%의 오차를 보인 반면 계단도식과 다이아몬드도식은 0.4~2%의 오차를 보인다.

그리고 FVM과 DOM의 정량적인 비교를 위하여 이 연구에서 사용하기로 한 해석 모델에서는  $Ra_E=5 \times 10^6$ ,  $Ra_I=0$ ,  $Pl=0.02$  조건에서의 광학 두께와 산란 알베도의 변화에 따른 평균 Nusselt 수를 비교하여 Table 1에 제시하였다. 이때 평균 Nusselt 수는 식(17)과 같이 정의하였다.

$$\overline{Nu}_T = \frac{\bar{q}L}{k(T_h - T_c)} \quad (17)$$

여기서  $\bar{q}$ 는 고온(또는 저온) 벽면에서의 평균열 유속이며 식(18)과 같다.

$$\bar{q} = \frac{\int_0^L (\vec{q} \cdot \hat{j}) dx}{L}, \quad y=0 \text{ or } L \quad (18)$$

또한 복사에 의한 평균 Nusselt 수는 다음식과 같이 정의한다.

$$\overline{Nu}_R = \frac{\overline{Q}_R \phi_0}{Pl} \quad (19)$$

여기서  $\overline{Q}_R$ 은 복사만의 평균열유속이다.

Table 1에서 DOM의 경우에는  $S_4$ 의 선형가중치를 적용하였으며 FVM의 경우에는 수정지수도식과 계단도식, 그리고 다이아몬드도식을 각각 사용하였다. 참고문헌[11]에서 제시된  $S_4$ 와 본 연구에서 사용된 DOM은 대략 1%의 오차를 보이고 있다. 그러나 참고문헌에서 주어진  $S_8$ 과 유사한 결과를 FVM의 수정지수도식을 사용한 경우에서 얻을 수 있었다. 그러므로 같은 수의 각도영역을 가지고

Table 1 Comparison of average Nusselt number at hot wall

Optical Thickness ( $\tau$ )	Scheme		$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_R$	$\overline{Nu}_T$
$\tau=0.2$	F	Modified exponential	8.9672	37.5063	46.4735
	V	Step	8.9592	37.5149	46.4741
	M	Diamond	8.9776	36.9379	45.9155
	DOM( $S_4$ )		8.9472	37.4635	46.4107
	$S_4^*$		8.78	37.67	46.45
	$P_1^*$		8.87	51.44	60.31
$\tau=1.0$	F	Modified exponential	7.8349	31.3244	39.1592
	V	Step	7.8337	31.4171	39.2509
	M	Diamond	7.8368	30.9676	38.8043
	DOM( $S_4$ )		7.8214	31.9945	39.8159
	$S_4^*$		7.73	31.63	39.36
	$S_8^*$		7.73	31.36	39.09
$P_1^*$		7.85	36.82	44.67	
$\tau=5.0$	F	Modified exponential	8.1759	24.2327	32.4087
	V	Step	8.1157	24.3986	32.4087
	M	Diamond	8.2189	23.9374	32.4087
	DOM( $S_4$ )		8.1415	24.5881	32.7296
	$S_4^*$		8.12	24.26	32.38
	$P_1^*$		8.43	25.84	34.27

Superscript \* is results of Ref.[11]

복사열전달을 해석할 경우에는 FVM의 수정지수 도식이 다른 해석방법보다 더 우수한 결과를 얻을 수 있다. 수정지수도식은 계단도식과는 약 1% 이내, 다이아몬드도식과는 1.5~2% 정도의 오차를 보인다. 또한 다이아몬드 도식보다는 계단도식이 오히려 더 정확하다는 결과도 얻을 수 있는데 이것은 음의 복사강도 고정기법을 사용하는 수치적 문제 때문이라고 생각된다. 따라서 FVM은 DOM보다 더 정확한 해를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

따라서 Table 1의 결과로 이후의 모든 FVM은 수정지수도식을 사용한 결과를 나타내었다. 또한 FVM만을 사용하였을 경우에 대한 격자 의존성을 조사하기 위하여 광학두께( $\tau$ )가 1이고 산란 알베도( $\omega$ )가 0.5일때 격자가  $21 \times 21$ ,  $32 \times 32$ ,  $51 \times 51$  등 3가지 격자계에 대하여 고온벽면에서의 Nusselt수 및 수렴시간을 Table 2에 나타내었다.

Table 2의 결과는 수렴에 영향을 미치는 모든 조건에 같게 두고 단지 격자의 수만을 변화시키면서 결과를 비교하였으며 Pentium 120Mhz으로 계산한 결과이다. 결과에서 알 수 있듯이 격자가 적을 경우에 대류에 의한 열유속, 복사에 의한 열유속 뿐만 아니라 전체적인 열유속 모두 과장되게 나타남을 알 수 있다. 그러나 수렴시간을 고려할 때 격자를 많이 사용하는 것은 다소 무리가 있다는 사실도 알 수 있다.  $51 \times 51$  격자계를 기준으로 총 Nusselt수는  $21 \times 21$  및  $32 \times 32$ 인 경우 각각 3.7%, 1.3%의 오차를 보인 반면 수렴시간은 약 1/9배, 1/3배의 차이를 보인다. 따라서 주어진 문제에 따라 적절한 격자수의 선택은 매우 중요하며, 이 연구에서는  $32 \times 32$ 의 비균일 격자계를 사용하였다.

Table 2 Comparison of grid dependence

Grid	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_T$	Computing time for convergence(sec)
$21 \times 21$	8.7438	30.4931	39.2369	1218
$32 \times 32$	8.2306	30.0240	38.2547	4404
$51 \times 51$	8.0109	29.7517	37.7626	12093

## 4.2 온도장 및 유동장 해석

Fig.5는 광학두께( $\tau$ )가 1, 산란 알베도( $\omega$ )가 0.5인 경우에 DOM과 FVM을 이용하여 계산된 등온선을 그림(a)과 그림(b)에, 유선분포는 그림(c)와 그림(d)에 각각 나타내었다. Fig.5를 보면 DOM과 FVM에 의한 등온선 및 유선분포가 매우 잘 일치하고 있음을 보여준다.

등온선의 경우에는 -0.1에서 약간의 차이를 보이며 유선분포에서는 65에서 FVM과 DOM이 약간의 차이를 보이나 이는 매우 작은 차이라고 할 수 있다. 실제로 이 차이는 광학두께가 작을 때 DOM이 FVM보다 중앙에서 다소 크게 나타나는 차이이다. 또한 자연대류만 존재할 경우의 공간내 온도분포의 대칭성이 복사의 영향으로 사라짐을 알 수 있다.

즉, 복사를 고려한 자연대류인 경우에는 단열 벽면에서 열경계층이 발생하여 전반적으로 해석영역 내의 온도를 상승시킨다. 복사를 고려하지 않을 경우 단일 벽면에서의 온도분포는 수직으로 나타나지만, 복사가 고려되면 식(7)에 의하여 Fig.5에서 나타난 바와 같이 열경계층이 형성되어 나타난다.

### 4.2.1 산란 알베도의 영향

산란알베도는 복사에너지가 흡수와 산란에 의하여 손실되는 양에 대한 산란에 의한 에너지 손실된 양의 비로써, 산란알베도가 0이라는 것은 순수한 흡수만 존재한다는 의미이며 산란알베도가 1인 경우는 순수한 산란만이 고려된다는 것을 의미한다. 따라서 산란 알베도가 크다는 것은 매질에 의해서 산란되는 에너지량이 커지며 유체에 의한 에너지 흡수는 줄어든다는 것을 의미하므로 매질 흡수에 의한 복사에너지의 손실이 감소된다. 방사율이 '1'인 고온의 흑체 벽면에서 유체로 전달되는 열유속은 산란 알베도가 작을수록 크다.

Fig.6은 광학두께( $\tau$ )가 1인 경우에 대한 산란 알베도( $\omega$ )의 변화에 따른 고온 벽면에서의 평균 Nusselt 수를 나타낸 것이다.

그러나 Fig.6에서 보는 바와 같이 산란 알베도의 변화가 열유속에 미치는 영향은 그리 크지 않다는 것을 알 수 있다. 복사 열유속만을 비교하면 DOM이 FVM보다 0.5~2%, 전체열유속은 1~3% 높



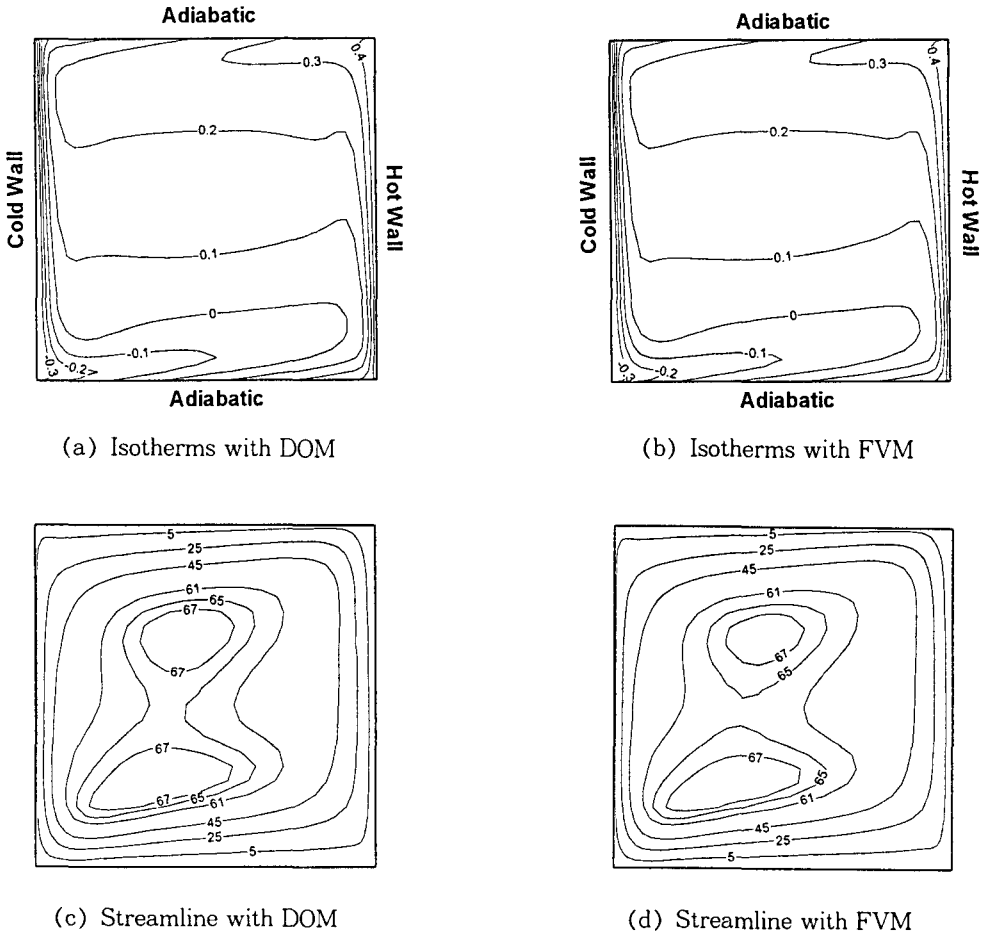


Fig.5 Temperature and streamline distribution at  $\tau=1$  and  $\omega=0.5$

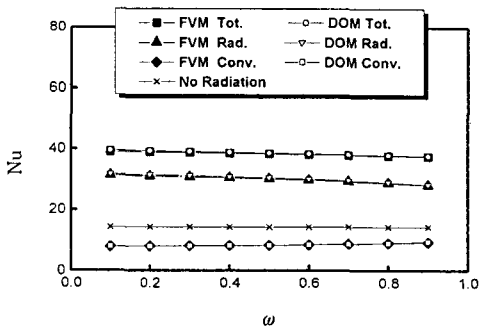
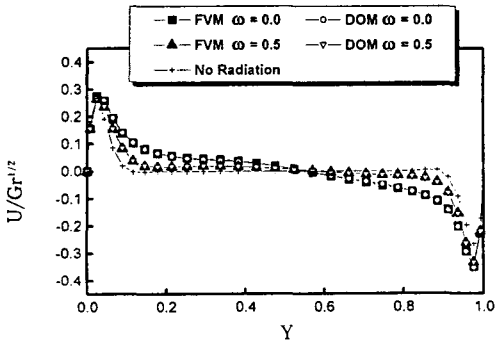


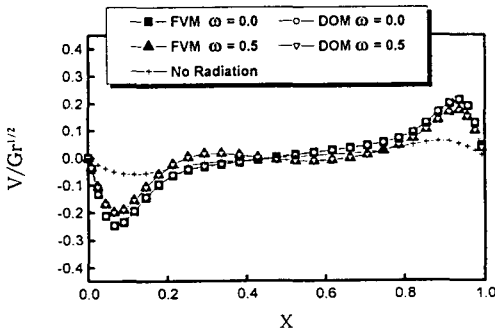
Fig.6 Average Nusselt numbers for various scattering albedos at the hot wall with optical thickness( $\tau$ ) is 1

게 나타난다. 이것은 *Yücel*등<sup>(11)</sup>이  $S_6$ 로 계산한 결과가  $S_4$ 의 결과보다 약 1% 정도 작게 예측되었다고 한 것으로 미루어 이 연구에서 사용한 FVM이 보다 정확한 방법이라고 할 수 있다.

Fig.7은 광학두께( $\tau$ )가 1이며 산란 알베도( $\omega$ )의 영향에 따른 중앙면에서의  $U/Gr^{1/2}$ 값과  $V/Gr^{1/2}$ 값을 각각 나타내었다. 여기서 음의 값은 축의 방향과 반대 방향을 의미하며 산란 알베도가 증가할수록 속도가 작아지는 것을 알 수 있다. 산란 알베도( $\omega$ )가 0인 경우의 FVM과 DOM의 속도  $U$ 의 차이는 대략 1.5% 이하이며 속도  $V$ 는 5% 이내이다. 산란 알베도( $\omega$ )가 0.5인 경우의 두 방법에 의한 속도차이는  $U$ 가 1% 이내,  $V$ 가 3% 이내이다.



(a) U-velocity



(b) V-velocity

Fig.7 Velocity profiles for various scattering albedos at the midplane with  $\tau=1$

이 차이는 벽면에서 보다 내부쪽으로 갈수록 더 증가하는 경향을 보인다.

4.2.2 광학두께의 영향

광학두께는 복사에너지가 매질을 통과하는 동안 소멸되는 정도를 나타내는 무차원수로 소멸계수와 특성길이의 곱으로 나타낸다. 광학두께가 크다는 것은 복사에너지가 벽면 근처에서 모두 손실된다는 것을 의미하며 반대로 광학두께가 작다는 것은 내부까지 복사에너지가 영향을 미친다는 것을 의미한다. 또한 광학두께가 커질수록 복사에 의한 열전달 현상이 확산과정과 비슷해져서 복사강도가 벽면에서 떨어질수록 급격하게 감소한다. 따라서 고온의 벽면에서 유체로 전달되는 열유속이 작게 나타난다.

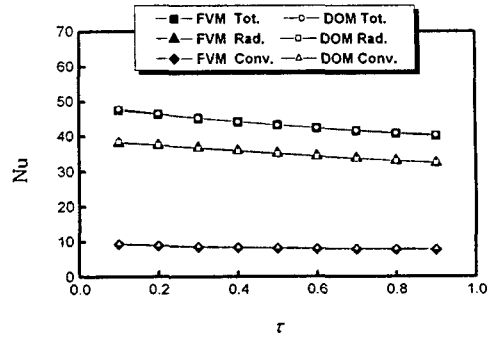
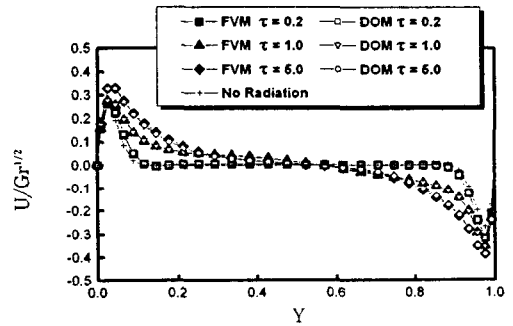
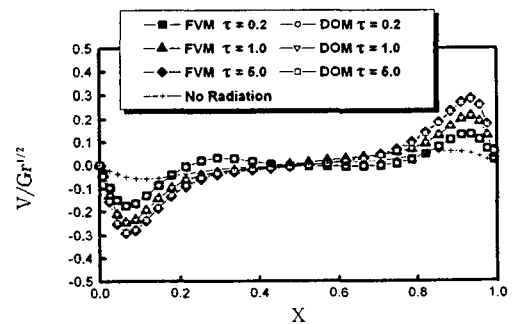


Fig.8 Average Nusselt numbers for various optical thicknesses at the hot wall with  $\omega=0$



(a) U-velocity



(b) V-velocity

Fig.9 Velocity profiles for various optical thicknesses at the midplane with  $\omega=0$

Fig.8은 산란 알베도( $\omega$ )가 0인 경우에 대한 광학두께( $\tau$ )의 변화에 따른 고온 벽면에서의 평균 Nusselt 수를 나타낸 것이다.

FVM과 DOM에 의한 복사에 대한 Nusselt수 차이는 0.1% 이내이며 전체에 대한 Nusselt수 차이는 0.5% 이내이다. Fig.5와 Fig.7을 비교했을 때 온도장에 영향을 미치는 것은 산란 알베도 보다는 광학두께의 변화가 보다 지배적임을 알 수 있다.

Fig.9는 광학두께의 영향에 따른 중앙면에서의  $U/Gr^{1/2}$  값과  $V/Gr^{1/2}$  값을 각각 나타내었다. 여기서 음의 값은 축의 방향과 반대 방향을 의미하며 광학두께가 증가할수록 속도가 증가되는 것을 알 수 있다. 벽면 근처에서는 속도 구배가 복사가 없을 때 가장 작으며 광학두께가 증가하면서 점차 증가해지는 것을 볼 수 있다. 그러나 광학두께가 5보

다 훨씬 크면 오히려 복사의 영향이 멀리 파급되지 못하며 속도가 작아진다. 속도 U의 경우는 고온과 저온의 벽면에서 그리고 속도 V의 경우에는 단열 벽면에서 속도구배가 급격히 변화한다. 온도장과 마찬가지로 유동장에 미치는 영향은 산란 알베도의 변화보다는 광학두께의 변화가 미치는 영향이 더 크다는 것을 알 수 있다.

4.2.3 수렴시간의 비교

수치해석에서 중요한 것은 해의 정확성과 더불어 계산시간이다. 지금까지는 자연대류-복사열전달 현상에서 복사전달방정식을 해를 구하는 근사해법인 DOM과 FVM의 정확성에 대하여 주로 논의하였는데, Table 3을 통하여 수렴된 해를 구하는데 필요한 시간을 공간 격자계의 변화( $21 \times 21$ 과  $32 \times 32$ ), 분할된 각도의 수, DOM과 FVM, 그리고 광학두께( $\tau$ )와 산란알베도( $\omega$ )의 변화에 대하여 나타내었다. 계산에 사용한 컴퓨터는 Pentium 120Mhz이며 속도(U,V)와 온도(T)가 모두 수렴했을 때까지 걸린 시간이다. 물론 이 시간은 프로그램상에서 시간을 단축시키거나 증가시킬 수 있는 인자들을 변화시키면 약간의 차이가 있을 수 있다. 따라서 여기에 제시한 시간은 FVM과 DOM의 조건을 같게 하였을 경우의 수렴시간 비교이다.

동일한 격자계와 광학두께일 때 FVM이 DOM에 비하여 수렴시간이 향상되는 데 이 연구에 의하면 최대 약 35%가량 수렴시간이 단축되었다. Table 3에서도 알 수 있듯이 산란 알베도가 있는 경우가 그렇지 않는 경우보다 다소 수렴시간이 더 소요되는데 이는 수치적으로 적분에 걸리는 시간이라고 할 수 있다. 그러나 수치적 안정성 측면에서는 FVM이 DOM보다 우수하다는 것을 알 수 있다. 특히 DOM의 경우엔 광학두께가 얇을수록 계산속도가 진동하는 경향이 있었다.

Table 3에서 나타난 바와 같이 공간 격자계의 변화가 계산시간에 미치는 영향을 살펴보면, FVM을 사용한 경우에는 광학두께와 산란알베도의 변화에 따라, 격자수가 조금만 증가하더라도 최소 3.5배에서 최대 4배 정도의 차이를 보였고, DOM의 경우에는 최소 3.8배에서 최대 4.75배의 수렴시간이 필요하였다. 반면, 광학두께가 1이고 산란 알베

Table 3 Computing time for various optical thickness and albedos

(a)  $21 \times 21$  Grid

Optical Thickness ( $\tau$ )	Albedo ( $\omega$ )	Computing time for convergence(sec)	
		DOM	FVM
0.2	0.0	1372	938
	0.5	1479	965
1.0	0.0	1130	1085
	0.5	1150	1218
5.0	0.0	1137	1235
	0.5	1144	1295

(b)  $32 \times 32$  Grid

Optical Thickness ( $\tau$ )	Albedo ( $\omega$ )	Computing time for convergence(sec)	
		DOM	FVM
0.2	0.0	5491	3729
	0.5	5660	3838
1.0	0.0	4869	3975
	0.5	5181	4404
5.0	0.0	5318	4434
	0.5	5438	4514

도가 0.5에서  $21 \times 21$  격자를 사용하였을 때, 각도의 개수를 두 배로 증가하였을 경우 ( $(N_\phi \times N_\theta) = (2 \times 12)$ )에 대한 FVM의 수렴시간은 2325초였다. 이는 Table 3에 주어진 ( $(N_\phi \times N_\theta) = (1 \times 12)$ )의 1218초보다 대략 2배의 시간이 소요된다는 것이다. 따라서 해를 정확도를 증가시키기 위해서는 공간에 대한 격자를 증가시키는 것보다 각도영역의 개수를 증가시키는 것이 수렴시간을 절약하는 방법이다.

## 5. 결 론

지금까지의 결과상으로 보아 FVM이 비정규형 상에 복사를 적용하기 위하여 개발되었지만 수치적으로 정확한 해를 얻을 수 있다고 알려진 DOM과의 정규격자에서의 비교에서도 상당히 우수하다고 인정된다. 따라서 격자가 비교적 적은 경우에는 FVM이나 DOM 어느 것을 사용하더라도 빠른 시간 안에 수렴된 해를 얻을 수 있다. 그러나 격자가 증가함에 따라 수렴시간이 급격히 증가하게 되며 FVM과 DOM의 수렴시간 차이도 많아진다. 따라서 FVM을 사용하는 것이 시간을 절약할 수 있다. 또한 정확도를 증가시키기 위하여 방향각의 수를 늘리는 것이 격자수를 늘리는 것보다 수렴시간에 있어 더 경제적이다. 그리고 산란 알베도의 변화가 열 및 유동장에 미치는 영향보다는 광학두께의 변화가 이들에 미치는 영향이 더 큼을 알 수 있다. 또한 산란이 있는 경우와 그렇지 않은 경우에 수렴시간은 큰 차이를 보이지 않는다. FVM에서 내부 점의 복사강도를 구하기 위해서는 수정지수도식을 사용하는 것이 다른 도식들 보다 해석적인 해에 접근하는 방법이다. 타당성 검증 부분에서는 해석적인 해와 비교했을 경우, 수정지수도식은 대략 0.3~0.5%의 오차를 보인 반면 계단도식과 다이아몬드도식은 0.4~2%의 오차를 보이며 해석모델의 평균 Nusselt수 비교에서는 각각의 도식이 1~2%의 차이를 보인다.

## 후 기

이 연구는 한국과학재단 특정기초 연구과제(96-

0200-10-01-3)의 지원으로 이루어 졌으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Fiveland, W. A., 1988, "Three-dimension al radiative heat transfer solution by the discrete ordinate method", J. of Thermodynam-  
ic and Heat Transfer, Vol. 2, pp. 309~312.
2. 박희용, 박경우, 1994, "건물내 화재로 인한 연소가스 거동 예측에 관한 연구", 공기조화·냉동공학회 논문집, 제6권, 제3호, pp. 267~281.
3. Mengüç, M. P., 1985, "Modeling of radiative heat transfer in multi-dimensional enclosure using spherical harmonics approximation", Ph.D Thesis, Purdue Univ.
4. Chui, E. D. and Raithby, G. D., 1990, "A finite-volume method for predicting a radiative heat transfer in enclosures with participating media", Journal Heat Transfer, Vol. 112, pp. 415~423.
5. Chui, E. D. and Raithby, G. D., 1993, "Computation of radiatant heat transfer on a nonorthogonal mesh using the finite-volume method", Numerical Heat Transfer, Part B. Vol. 23, pp. 269~288.
6. Chai, J. C., Lee, H. S. and Patankar, S. V., 1994, "Finite-volume method for radiation heat transfer", AIAA J. Thermophysics Heat Transfer, Vol. 8, pp. 419~425.
7. Chai, J. C., Lee, H. S. and Patankar, S. V., 1994, "Treatment of irregular geometries using a cartesian coordinates finite-volume radiation heat transfer procedure", Numerical Heat Transfer, Part B, 26:225~235.
8. Patankar, S. V., 1980, "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere, Washington, D. C.
9. Carlson, B. G. and Lathrop, K. D., 1968, "Transport theory-the method of discrete-

- ordinates in computing methods in reactor physics”, edited by Greenspan, Kelber, and Okrent: Gordon and Breach, New York.
10. Lockwood, F. C. and Shah, N. C., 1981, “A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures”, Eighteenth Symposium(International) on Combustion. The Combustion Institute, p. 1405.
  11. *Yücel*, A., Acharya, S. and Williams, M. I., 1989, “Natural convection and radiation in a square enclosure”, Numerical Heats Transfer, Part A. Vol. 15, pp. 261~278.