

돌출부를 갖는 평행평판의 최적 설계를 위한 층류강제대류 해석

Analysis of laminar forced convection for optimal design of parallel plates with protrusions

이 관 수*, 박 철 군**
K. S. Lee, C. G. Park

Key words : Optimal design(최적 설계), Taguchi method(다구치법), Protrusion(돌출부), Periodically fully developed flow(주기적으로 완전발달된 유동)

Abstract

Pressure drop and heat transfer characteristics of a periodically fully developed flow in the flat channel with protrusions are investigated. The effects of shape and location of protrusion on the pressure drop and heat transfer are numerically analyzed in the present study. Taguchi method is used to optimize these parameters. It is found that the ratio of the height of protrusion to channel height shows larger influence on the pressure drop and heat transfer than the ratio of the length of protrusion to module length. As the height of protrusion increases, pressure drop and heat transfer increase, but if the height of protrusion exceeds 2/3 of the channel height, there is a substantial pressure drop. The results also show that the optimal length and height of protrusion are half of the module length and half of the channel height, respectively.

기 호 설 명

A : 돌출부 길이
 B : 돌출부 높이
 D_h : 수력학적 지름
 F : 평가특성치
 L : 모듈 길이
 H : 채널 높이
 N : case의 수

Nu : Nusselt수
 Re : Reynolds수
 S : 전열 면적
 SS : 기여도
 T : 온도
 a : H/L
 b : A/L
 c : B/L
 f : 마찰계수
 u : x 방향 속도
 v : y 방향 속도
 α : 열확산계수

* 정회원, 한양대학교 기계공학과

** 한양대학교 대학원 기계공학과

- β : 단위 길이당 압력강하
 ρ : 밀도
 μ : 점성계수
 ϕ : 무차원화된 온도

하첨자

- b : 체적(bulk)
 i : 입구(inlet)
 o : 출구(outlet)
 s : 기준(standard)
 w : 벽면(wall)

1. 서 론

돌출부를 갖는 평판 채널의 강제대류에 의한 냉각 문제는 환이 부착된 열교환기 표면이나 전자 장비의 설계 등과 같은 공학 분야에서 자주 일어나는 문제이다. 이러한 돌출부를 갖는 채널은 보통 채널의 종횡비가 크고 돌출부의 개수가 많기 때문에 해석이 어려워 수치적 연구는 활발치 못하고, 실험에 주로 의존하고 있다. 따라서 채널내에서 최적의 열전달 성능과 압력강하 특성을 얻기 위한 설계자료는 상당히 부족한 실정이다. 또한 채널의 전채크기와 팬 동력을 가능한 작게 하면서, 채널내 냉각효과를 극대화시키는 것은 매우 중요한 문제이다. 이를 위하여는 채널내 열전달과 압력강하에 미치는 무수히 많은 설계 변수들의 변화의 영향을 분석하여야 하는데, 설계 변수의 수와 각 수준들이 너무 많기 때문에 실험 또는 수치계산을 통하여 이들의 효과를 파악하기 위해서는 비용과 시간이 매우 많이 소요된다.

돌출부를 갖는 채널내의 열전달 해석 및 최적화에 관련된 기존의 연구들을 살펴보면 다음과 같다. Morega와 Bejan⁽¹⁾은 제한된 체적내에서 이산 열원을 갖는 보드들 간의 최적 간격을 수치적으로 구하였다. 이 때 유동은 층류이며, 보드를 따른 압력차는 고정되어 있다고 가정하였다. Kim과 Anand⁽²⁾는 돌출된 열원이 부착된 보드들이 채널을 이루고 있을 때, 계산영역을 완전발달된 영역내의 발열 블록 하나만을 포함하는 모듈로 설정하였으며, 유동

방향으로 주기적 경계조건을 주었다. Dancer와 Pecht⁽³⁾는 강제대류하에서 2차원 채널내에 열소산율이 다른 칩들을 배열하는 문제를 동적계획법을 사용하여 최적화하였다. Queipo 등⁽⁴⁾은 2차원 PCB 채널내 발열 블록의 최적 배열을 제네틱 알고리즘을 사용하여 해석하였다. 백창인 등⁽⁵⁾은 2차원 수직방향의 PCB 채널내에서 자연대류에 의해 발열 칩이 냉각될 때, 채널내 최대 온도 상승이 가장 작게 되는 배열을 제네틱 알고리즘을 사용하여 구하였다.

이 연구에서는 돌출부를 갖는 채널내의 열유동을 수치적으로 해석하기 위하여 주기적으로 완전발달된 영역내의 하나의 돌출부를 포함하는 모듈만을 계산영역으로 설정한다. 또한 실험 계획법의 일종인 다구치법을 도입하여 격교배열표에 의한 각 변수들의 조합에 대하여 수치계산을 수행하고, 각 설계 변수들의 기여도를 조사하여 채널내의 최적 설계 조건을 제시하고자 한다.

2. 이론해석

2.1 수학적 모델

이 연구에서 해석 모델로 선정된 채널의 기하학적인 형상은 Fig.1(a)와 같다. x 축 방향으로 같은 형상이 계속 반복해서 나타나기 때문에 계산영역은 Fig.1(b)에서 보는 바와 같이 x 축 방향으로 하나의 모듈로 한다. 모듈의 형상에 대한 인자는 모듈 길이(L), 모듈 높이(H), 돌출부 길이(A), 돌출부 높이(B)이고, 다구치법을 도입하여 최적화하기 위하여 모듈 길이 L 로 나누어 무차원화한다. 형상 인자의 수준은 실제 적용 가능한 적절한 값을 선택하여 각각 3수준으로 하였다. 형상 인자와 수준에 대하여 Table 1에 상세히 나타내었으며, 여기서 H/L 는 a 로, A/L 는 b 로, B/L 는 c 로 표기하기로 한다.

2.2 지배방정식 및 경계조건

규칙적으로 배열된 돌출부를 갖는 채널내의 열 및 유동특성을 수치적으로 조사하기 위해서 도입한 가정은 다음과 같다.

- ① 2차원 정상상태, 비압축성 층류유동이다.

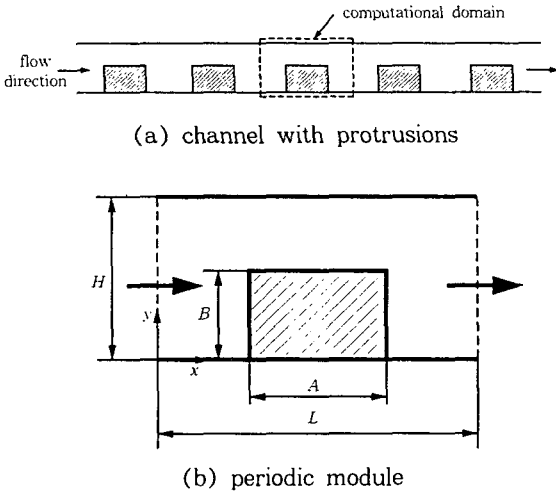


Fig.1 Geometry of computational domain

Table 1 Geometric parameters and levels

Geometric parameters	Level 1	Level 2	Level 3
$a(=H/L)$	1	2/3	1/2
$b(=A/L)$	4/5	2/3	1/2
$c(=B/L)$	2/5	1/3	1/4

- ② 물성치는 일정하게 유지된다.
- ③ 모든 벽에서는 일정한 온도를 가진다.
- ④ 부력항은 무시한다.
- ⑤ 계산영역은 주기적으로 완전발달된 영역이다.

2.2.1 속도장

주기적인 속도 성분에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \beta \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \tag{2}$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \tag{3}$$

여기서 β 는 주어진 모듈에서 단위 길이당 압력 강하이다. 마찰계수는 일반적인 형식으로 정의하면 다음과 같이 된다.

$$f = \frac{\beta D_h}{\rho u^2 / 2} \tag{4}$$

여기서

$$\bar{u} = \frac{1}{H} \int_0^H u dy, D_h = 2H \tag{5}$$

2.2.2 온도장

온도장에 대한 지배 방정식은 다음과 같이 된다.

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \tag{6}$$

온도장에서 주기적인 것은 변수 T 가 아니라 다음과 같이 정의되는 무차원 변수 θ 이다.

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_b(x) - T_w} \tag{7}$$

여기서

$$T_b(x) = \frac{\int_0^H |u| T dy}{\int_0^H |u| dy} \tag{8}$$

그러나 에너지 방정식의 변수를 θ 로 하게 되면, 매우 복잡한 고유치 문제로 되게 된다. 이런 문제 점을 해결하기 위해서 다음과 같은 무차원 온도를 정의한다.

$$\phi(x, y) = \frac{T(x, y) - T_w}{T_b - T_w} \tag{9}$$

여기서 T_b 는 입구 체적온도를 나타낸다. 위의 무차원온도를 사용하여 에너지 방정식을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \tag{10}$$

구하고자 하는 모듈 평균 Nusselt수는 다음과 같다.

$$\overline{Nu} = \frac{D_h \ln(\phi_{ho}/\phi_b)}{S(\phi_{ho} - \phi_b)} \int_s \frac{\partial \phi}{\partial n} dS \tag{11}$$

여기서 ϕ_b 는 무차원 체적온도이고, ϕ_b 와 ϕ_{ho} 는 각각 모듈의 입구와 출구면에서의 무차원 체적온도

를 나타낸다.

$$\phi_b(x) = \frac{\int_0^H |u| \phi dy}{\int_0^H |u| dy} = \frac{T_b(x) - T_w}{T_{bi} - T_w}$$

2.2.3 경계조건

물리적인 현상으로부터의 경계조건을 나타내면 다음과 같이 된다.

위 아래 벽 표면과 돌출부:

$$u = v = 0, \phi = 0$$

주기적 경계조건 ($x=0, x=L$):

$$u(0, y) = u(L, y)$$

$$v(0, y) = v(L, y)$$

$$\phi(0, y) = \phi(L, y) / \phi_b$$

2.3 최적화 기법

채널의 성능을 평가하기 위해서는 열전달의 향상 뿐 아니라 압력손실의 저감도 동시에 고려해야 한다. 망대(larger-the-better) 특성인 열전달계수와 망소(smaller-the-better) 특성인 압력강하를 동시에 평가하기가 매우 어렵기 때문에 두 효과를 동시에 만족하는 새로운 평가특성치가 필요하다. 즉, 다구치법으로 이들의 효과를 적절하게 분석하기 위해서는 열전달 및 압력강하 효과가 동시에 고려된 평가특성치를 선정하여야 한다. 이 연구에서는 새로운 평가특성치(F)를 다중목적 함수 기법을 적용하여 다음과 같이 정의하였다.

$$F = \left[\left(\frac{f_s}{f - f_s} \right)^2 + \left(\frac{Nu - Nu_s}{Nu_s} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

여기서 f_s 와 Nu_s 는 각각 f 의 한계 설계치와 Nusselt 수의 이상적인 최적치를 나타낸다. f_s 는 한계 설계치에서 멀어질수록 좋고 Nusselt 수는 이상적인 최적치에 가까워질수록 좋으므로 식(12)에서 F 는 작을수록 좋은 특성을 나타낸다. 이 값을 이용하여 최적조건을 구하기 위하여 직교배열표를 작성하여야 한다. 직교배열표는 어느 한 인자를 고정하고 임의의 다른 한 인자의 수준을 비교하였을 때 각 수준의 개수가 동일하게 나오는 배열표이다.⁽⁶⁾ 본

Table 2 Orthogonal array

case	parameters			
	a	c	ac	b
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

연구에서 조사한 인자는 Table 1에 나타낸 것과 같이 $a(=H/L)$, $b(=A/L)$, $c(B/L)$ 의 3가지이며, a 와 c 가 서로 연관되어 있는 것을 감안하여 ac 를 교호작용으로 택하였다. 또한 수준은 각 인자당 3개이므로 직교배열표는 Table 2와 같이 만들 수 있다. 이렇게 작성된 직교배열표에 따라 수치해석을 수행하고, 수치해석의 결과 데이터로부터 각 인자의 수준에 따른 효과를 모두 구한다. 효과는 9가지 경우에서 각 인자의 어느 한 수준이 포함된 3가지 경우를 찾아 이 때의 평균 F 값을 구한 다음, 이 평균 F 값에서 수준 1의 평균 F 값을 빼서 구하며, 여기서는 값이 작을수록 좋은 특성을 나타낸다. 다음으로 각 효과를 비교하여 각 인자의 추천 수준을 정하고, 최종적으로 최적 조건을 구한다. 이 과정에서 각 인자가 평가특성치 F 값에 미치는 영향을 기여도(SS)를 구하여 평가할 수 있다.

$$SS = \frac{3(F_1^2 + F_2^2 + F_3^2)}{N} - \frac{(F_1 + F_2 + F_3)^2}{N} \quad (13)$$

여기서 N 은 case의 수를 나타내고, 하첨자 1~3은 각 인자의 수준을 나타낸다.

3. 수치 해석

지배방정식은 유한체적법을 이용하여 이산화시켰고, 격자계는 프로그래밍이 용이한 엇갈리지 않은 격자계(non-staggered grid)를 사용하였다. 이

때, 엇갈리지 않은 격자계에서 발생하는 압력의 지그재그 현상을 해결하기 위하여 압력수정방정식에 4계 압력완충항(4th-order pressure damping term)을 더하여 계산하였다. 또한 속도와 압력의 상호 연관성을 고려하기 위해 예측자 및 다중수정자법을 사용하였다.

격자 생성에서는 물체의 경계를 정확히 표현하고, 벽면 가까이나 재순환 영역 등 물리량의 변화가 심한 곳에 충분한 수의 격자를 주는 것이 요구된다. 따라서 돌출부에 밀집된 격자선을 주어 36×36 의 비균일 격자계를 생성하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서 개발한 프로그램과 여기서 제시한 수치해석방법의 타당성을 검증하기 위해 Fig.2와 같이 Kim 등⁽²⁾의 해석결과와 비교하였다. Fig.2는 본 연구에서 사용한 프로그램을 이용하여 참고 문헌 [2]와 동일한 모델을 동일 해석 조건에서 풀 뒤, 마찰계수를 Reynolds수에 대해서 나타내어 비교한 것이다. Fig.2에서 볼 수 있듯이 모든 Reynolds수에 대하여 오차가 없이 잘 일치한다. Nusselt 수의 경우는 조건이 다르기 때문에 직접 값을 비교하지 못하였고 단지 경향을 비교한 결과 유사함을 알 수 있었다.

직교배열표를 만들어 선택한 9가지 경우에 대하

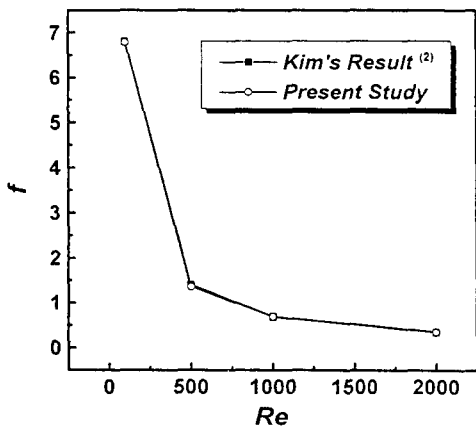
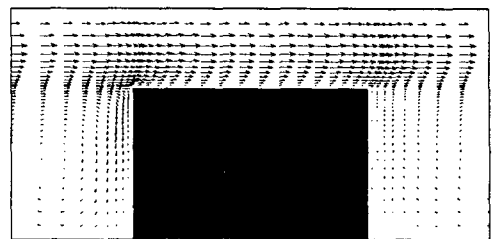


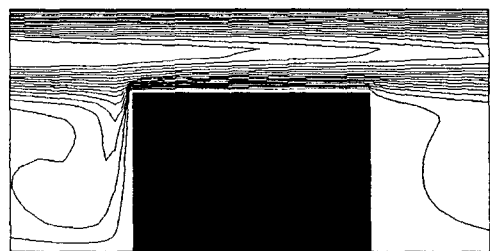
Fig.2 Comparison of Kim's result and present study for friction factor

여 수치해석을 수행하였다. 경향을 분석하기 위하여 경우 9에 대한 유동장과 온도장의 결과를 Fig.3에 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 돌출부 전면에서는 유동의 충돌이 생겨서 재순환 유동이 생성되고, 돌출부 후면에서는 유체의 흐름이 거의 없었다. 채널과 돌출부 사이의 유로의 간극의 변화에 따라 이 경향이 달라지는데, 간극이 커지면 유동이 방해없이 지나가므로 재순환 유동이 작아지고 압력강하 및 열전달이 줄어드는 반면, 간극이 작아지면 돌출부에 유동의 충돌이 커져 재순환 유동이 커지고 압력강하 및 열전달이 증가한다.

압력강하 및 열전달에 대한 돌출부의 길이와 높이의 영향을 각각 조사하기 위하여 Fig.4와 Fig.5에 f 와 Nu 의 값의 변화를 도시하였다. Fig.4에서 가로축은 3가지 인자 중 하나인 A/L 이고, H/L 에 따라 각각 3개의 그래프로 나타내었다. 여기서 B/L 는 임의의 값을 갖는다. 그림에서 볼 수 있듯이 A/L 값의 변화에 거의 무관하게 f 와 Nu 의 값이 임의로 변하고 있으므로 모듈 길이에 대한 돌출부의 길이의 비가 이들에 미치는 영향은 거의 없다고



(a) Velocity vectors



(b) Isotherms

Fig.3 Velocity vectors and isotherms for case 9 ($H/L=1/2$, $A/L=4/5$, $B/L=1/4$)

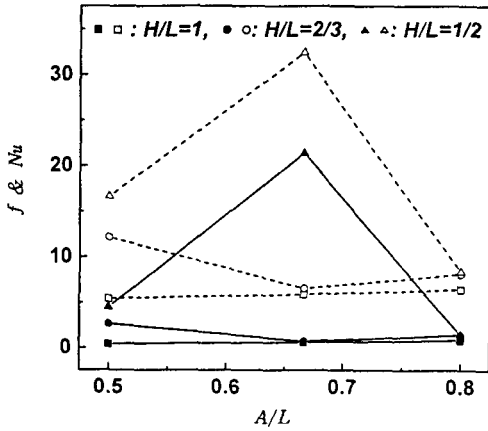


Fig.4 Friction factor and Nusselt number with respect to A/L
(solid line(—) : f , dot line(-----) : Nu)

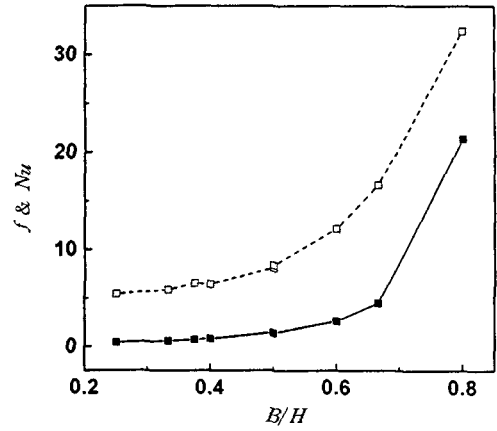


Fig.5 Friction factor and Nusselt number with respect to B/H
(solid line(—) : f , dot line(-----) : Nu)

Table 3 f , Nu and F for each case

case	parameters				f	Nu	F
	a	c	ac	b			
1	1	1	1	1	0.82486	6.43954	1.39072
2	1	2	2	2	0.60007	5.87233	1.39113
3	1	3	3	3	0.41777	5.40699	1.39151
4	2	1	2	3	2.66421	12.03540	1.38425
5	2	2	3	1	1.41961	8.09404	1.38908
6	2	3	1	2	0.71682	6.52667	1.38915
7	3	1	3	2	21.38760	32.37330	1.63233
8	3	2	1	3	4.48262	16.62250	1.38497
9	3	3	2	1	1.41579	8.37109	1.38770

할 수 있다. Fig.5에서 가로축은 B/H 로서 3가지 인자중 H/L 와 B/L 를 조합하여 설정하였다. 이는 B/L 가 채널길이에 대한 돌출물의 높이로 유로의 간극을 표현하지 못하기 때문에 유로의 간극의 개념을 나타내기 위하여 정의한 것이다. 여기서 나머지 인자인 A/L 는 임의의 값을 갖는다. 그림에서 볼 수 있듯이 B/H 값이 증가함에 따라 f 와 Nu 의 값이 동시에 증가함을 알 수 있다. A/L 의 조건이 동일하지 않음에도 불구하고 이런 결과가 나온 것은 B/H 값이 압력강하와 열전달 증가에 미치는

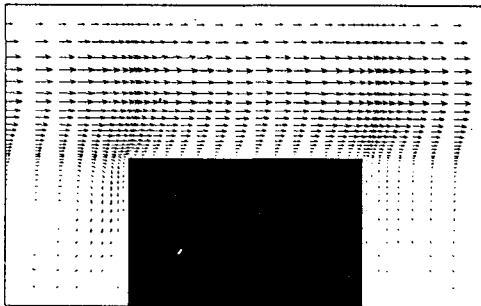
영향이 크다는 사실을 잘 말하여 준다. 특히, 돌출부의 높이가 채널 높이의 약 2/3 이상이 되면 열전달 증가에 비하여 압력강하가 급격히 일어난다. B/H 값이 압력강하와 열전달 증가에 미치는 영향이 크다는 사실을 검증하기 위하여 각 인자의 기여도(SS)를 구하여 보면 각각 다음과 같다.

$$SS_a=0.01251016, SS_c=0.01285828, \\ SS_{ac}=0.01377409, SS_b=0.01372981$$

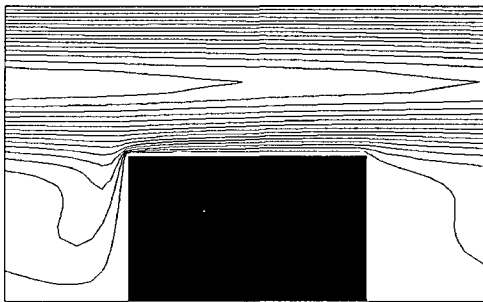
여기서 ac 는 $a(=H/L)$ 와 $c(=B/L)$ 의 교호작

Table 4 Effect of parameters and levels

parameters	level	effect
a	1	0.00000
	2	-0.00363
	3	0.07721
c	1	0.00000
	2	-0.08071
	3	-0.07965
ac	1	0.00000
	2	-0.00059
	3	-0.08269
b	1	0.00000
	2	0.08170
	3	-0.00226



(a) Velocity vectors



(b) Isotherms

Fig.6 Velocity vectors and isotherms for optimal case
($H/L=2/3$, $A/L=1/2$, $B/L=1/3$)

용, 즉 B/H 를 의미하므로 SS_{ac} 값이 큰 것은 B/H 가 압력강하와 열전달 증가에 미치는 영향이 크다는 사실을 잘 말하여 주고 있다.

직교배열표의 각각의 경우에 대한 f 와 Nu 및 F 의 값을 Table 3에 나타내었다. F 값은 망소 특성을 가지므로 Table 3의 결과로부터 최적의 조건을 찾기 위해서는 F 값을 최소로 하는 조건을 찾아야 한다. 이 조건을 찾기 위하여 각 인자의 수준에 따른 효과를 구하면 그 결과는 Table 4와 같다. Table 4의 결과에서 감소 효과가 가장 큰 수준을 추천 수준으로 정하여 최적 조건을 구하면, a 는 수준 2, b 는 수준 3, c 는 수준 2므로 결국 $H/L=2/3$, $A/L=1/2$, $B/L=1/3$ 일 때 최적이다. 이것은 직교배열표에 포함되지 않은 경우이므로 이 경우에 대한 유동장과 온도장을 다시 구해보면 그 결과는 Fig.6과 같이 나타난다. 유동이 완만하게 채널과 돌출부 사이의 유로의 간극을 흐르면서 일부 유동이 돌출부 전면에 충돌하여 재순환 유동을 이루고 있다. 돌출부 후면에서는 흐름이 미약한 편이지만 이 부분은 원래 유동이 잘 전달될 수 없는 영역으로 다른 경우와 거의 유사하다. 이 경우의 f 와 Nu 의 값을 구해보면 각각 1.36345, 8.99617로 다른 경우보다 상대적으로 f 값이 작고 Nu 값이 큼을 알 수 있으며, 실제로 F 값을 구해보면 1.38410으로 가장 작은 값이 나온다.

5. 결론

돌출부를 갖는 평판 채널에서의 유동 및 열전달 특성을 조사하고, 돌출부의 형상이나 위치 등이 유동 및 열전달 특성에 미치는 영향을 수치적으로 해석하였다. 또한 최적화 기법 중 하나인 다구치법을 도입하여 이러한 인자들을 최적화하는 방법을 모색하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 모듈 길이에 대한 돌출부의 길이보다 채널 높이에 대한 돌출부의 높이가 압력강하나 열전달특성에 미치는 영향이 더 크다.

(2) 돌출부의 높이가 증가함에 따라 압력강하와 열전달이 증가하고, 채널높이의 약 2/3 이상이 되면 급격한 압력강하를 초래한다.

(3) 다구치법을 도입하여 해석한 결과 돌출부의

길이는 모듈길이의 1/2, 돌출부의 높이는 채널높이의 1/2일 때 성능이 최적임을 알았다.

후 기

이 연구는 1997년도 한양대학교 교내연구비(연구과제명 : 층류강제대류에 의해 냉각되는 돌출 열원을 갖는 채널의 최적설계)에 의하여 수행되었으며, 이에 학교측에 깊은 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

1. Morega, A. M. and Bejan, A., 1994, "Optimal spacing of parallel boards with discrete heat sources cooled by laminar forced convection", Numerical Heat Transfer, part A, Vol. 25, pp. 373~392.
2. Kim, S. H. and Anand, N. K., 1995, "Laminar heat transfer between a series of parallel plates with surface-mounted discrete heat source", J. of Electronic Packaging, Vol. 117, pp. 52~62.
3. Dancer, D. and Pecht, M., 1989, "Component placement optimization for convectively cooled electronics", IEEE Trans. Reliability, Vol. 38, pp. 199~205.
4. Queipo, N., Devarakonda, R. and Humphrey, J. A. C., 1994, "Genetic algorithms for thermosciences research : Application to the optimized cooling of electronics components", Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 32, no. 6, pp. 893~908.
5. 백창인, 이관수, 김우승, 1997, "제네틱 알고리즘을 이용한 PCB 채널내 칩배열의 열적 최적화", 대한기계학회 논문집, Vol. 21, no. 3, pp. 405~413.
6. Krottmaier, J., 1994, Optimizing engineering designs, McGraw-Hill International Editions.