기술논문 한국정밀공학회지 제15권 제3호 (1998년3월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 15. No. 3. March. 1998.

칼만 필터와 뉴럴 네트워크 모델링을 이용한 연속생산공정의 통계적 공정관리 시스템

권 상 혁*, 김 광 섭**, 왕 지 남**

Statistical Process Control System for Continuous Flow Processes Using the Kalman Filter and Neural Network's Modeling

Sang-Hyeuk Kwon*, Gwang-Sub Kim**, Gi-Nam Wang**

ABSTRACT

This paper is concerned with the design of two residual control charts for real-time monitoring of the continuous flow processes. Two different control charts are designed under the situation that observations are correlated each other. Kalman-Filter based model estimation is employed when the process model is known. A black-box approach, based on Back-Propagation Neural Network, is also applied for the design of control chart when there is no prior information of process model.

Performance of the designed control charts and traditional control charts is evaluated. Average run length(ARL) is adopted as a criterion for comparison. Experimental results show that the designed control chart using the Neural Network's modeling has shorter ARL than that of the other control charts when process mean is shifted. This means that the designed control chart detects the out-of-control state of the process faster than the others. The designed control chart using the Kalman-Filter based model estimation also has better performance than traditional control chart when process is out-of-control state.

Key Words : Real-time monitoring(실시간 감시), Kalman-Filter Estimation(칼만 필터 추정), Back-Propagation Neural Network(역전파 인공신경망), Average Run Length(평균런의 길이),

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 내용

반도체 산업이나 화학공정같이 장치 산업인 경우 많은 공정이 자동화 된 설비로 구성되어 있으며 공정의 상태를 설비에서 수집된 신호에 의하여 감시하고 분석한다. 연속된 장치 산업의 특징 중의 하나는 각각의 공정을 거치면서 수집된 신호들이 완전 독립적이며 정규분포를 따르지 않고 종속적인 관계로 묘사되는 경우가 흔히 발생한다. 데이터의 종속성이 있는 경우 통계적 방법인 관리도 기법

* 한국타이어 주식회사
** 아주대학교 기계 및 산업공학부

을 적용하는 것은 관리도 접근방법에서 기본적인 가정인 독립성과 정규성에 모순이 된다. 따라서 수집된 데이터들이 상호 연관관계로 종속성이 존재하는 경우에 관리도 접근방법을 적용 할 수 있는 필요성이 발생하게 된다.

제조공정을 사전에 관리하여 공정상태를 분석하고 공정의 추이를 탐지하여 불량품이 생산되지 않도록 예방활동을 하는 통계적 공정관리(Statistical Process Control : SPC)중 Shewhart가 제안한 관리도법이나 공정능력분석 등을 들 수 있다. 이중에서 관리도는 품질을 관리하기 위한 생산공정의 모니터링(monitoring)을 위한 중요한 도구로써 통계적 공정관리에서 공정의 변화를 탐지하고 분석하는 데 사용된다.

본 연구에서는 공정에서 얻어진 자료가 시계열 모델로 묘사되는 상호 종속적인 관측치에 대하여 기존에 분석이 불가능하였던 것을 칼만 필터와 백 프로퍼게이션 뉴럴 네트워크 모델링을 적용하여 예측치를 구하고 관측치와 예측치와의 차이에서 얻을 수 있는 잔차를 통계량으로 사용하여 관리도 접근법이 가능한 방법을 제시한다. 관리도의 설계에 있어서는 Crowder(1986,1991)의 관측치를 이용한 반복적인 칼만 필터 알고리즘과 백 프로퍼게이션 뉴럴 네트워크 알고리즘을 사용하여 관리도에 필요한 통계량(공정에서의 관측치들간의 평균과 분산)을 구하여 관리한계선을 계산한다. 설계된 두 방법에 의한 관리도들과 기존의 관리도인 $\bar{x}$ 관리도, EWMA 관리도, CUSUM 관리도와 비교 분석한다. 실제 관측된 데이터들이 일정한 종속성을 갖는 경우 또는 정규분포를 따르지 않고 정해진 구조로 모델링 되는 경우에 지금까지 사용되어온 관리도 방법을 그대로 적용하는데 모순이 있다. 그러나 AR(Auto-Regressive)모델인 경우 종속관계가 선형관계로 표시되고 정규성의 선형조합은 역시 Gaussian 분포를 만족하므로 비교적용이 가능할 것이다. 기존의 칼만 필터를 적용한 관리도가 AR(1)모델이나 AR(2)모델에 제한하여 적용한 것에 비해 본 연구는 일반적인 모델로 확장을 해서 관리도를 설계해서 비교해 보았으며, 관리도의 수행도 비교분석에 있어서는 관측치로부터 얻은 통계량이 관리한계선을 벗어날 때까지의 평균 관측치 측정 횟수를 나타내는 평균 런의 길이(Average Run Length : ARL)를 사용하여 β검정력을 통해 살펴볼 수 있고 이 값은 컴퓨터 시뮬레이션을 사용하여 기존의 방법과 칼만 필터, 그리고 뉴럴 네트워크를 적용하여 성능을 분석해 보고자 한다.

1.2 문제의 정의 및 연구범위

실제 제조공정에서 얻을 수 있는 관측치들은 관측치들간에 상호 독립성을 가지며 정규분포를 따르는 관측치들과, 관측치들간에 상호 일정한 종속성을 가진 관측치들로 크게 두 가지로 살펴볼 수가 있다. 기존의 관리도에서는 관측치들간의 상호 독립성을 가정하고 관리도를 설계했으나, 데이터들이 상호 독립성이 존재하지 않을 경우에는 이 관측치들을 관리도에 적용하기 어렵게 된다. 본 연구에서는 관측치들간에 상호 일정한 시간적 종속성이 존재하는 경우에 있어서 즉, 정해진 어떤 시계열 모델로 관측치들이 식 (1.1)과 같이 모델링 되는 경우를 ,

$$y_t = f(y_{t-1}, \cdots y_{t-p}, \cdots) \tag{1.1}$$

시계열 모델의 하나인 식 (1.2)과 같은 일반적인 AR(p) 모형으로 근사화 할 수 있다.

$$y_t = \mu_t + \psi_1 y_1 + \psi_2 y_2 + \cdots + \psi_p y_p + \varepsilon_t \tag{1.2}$$

(y_t; 시간 t에서의 관측치, ψ_p ; 종속관계를 나타내는 모델의 변수, ψ_p; 오차항)

모델링 하는 데에 있어서는 모델의 구조(차수)를 이용하여 모델링하고 모델의 파라미터를 설정해 준다. 모델이 정확하다면 잔차는 백색잡음(White Noise)특성을 나타내어 정규분포를 따른다. 본 연구의 주요 관심은 시간적 종속성을 갖는 관측치를 사용 모델링 방법에 의하여 White Noise 특성을 지닌 잔차를 구할여 관리도 접근법을 가능하게 한 방법이다. 종속적인 관측치들로 부터 식 (1.2)을 토대로 모형을 구축한 후에 우선, 칼만 필터를 적용해서 새로운 관측치를 가지고 파라미터들을 실시간으로 추정해 가면서 예측치를 얻어 관측치와 예측치의 차이인 잔차를 가지고 관리도를 설계한다. 두 번째로, 역전파 뉴럴 네트워크 알고리즘을 적용하여 모형 구축 후에 얻은 과거의 데이터들을 입력요소로 놓고 새로운 관측치를 출력요소로 정하여 학습을 시킨 후에 최종 가중치를 이용 추정된 예측치와 목표치의 차이인 잔차를 기반으로 한 관리도를 설계한다.

본 연구의 목적은 칼만 필터와 뉴럴 네트워크 모델링을 적용하여 관측치들간에 시간적 종속성이 존재하는 경우에 있어서 관측치들을 각각의 방법으로 모델링하여, 잔차를 얻어서 만든 잔차관리도로써, 실시간으로 생산공정을 관리하는 데 중점을 두고 있다.

2. 칼만 필터와 뉴럴 네트워크 관리도 설계

본 장에서는 칼만필터와 뉴럴네트워크를 이용한 관리도와 기존의 관리도 방법을 설계한다. 본 논문에서 제시되는 칼만필터와 뉴럴네트워크에 의한 관리도 방법은 관측치가 종속성이 존재할 경우에 기존의 관리도에서 가정하는 독립성과 정규성을 갖진 않은 경우에 관리도를 설계할 수 있는 방법을 제공한다는 점에서 의의를 찾을 수 있다. 실제 현장의 관측치는 정확히 독립성과 정규성을 보장 할 수 없는 경우가 흔히 발생하며 이러한 경우 독립성과 정규성을 만족시키기 위하여 모델링을 통하여 근사화하는 방법으로 칼만필터와 뉴럴네트워크를 사용하고 있는 것이다. 본 논문에서는 AR모델의 데이터를 이용하여 기존의 방법이 적용 가능하도록 하여 제시된 두방법과 비교 분석하였으나 일반 모델에 확장하여 적용할 수 있다.

2.1 관리도의 수행도 평가

관리도의 특성은 관측치로부터 얻은 통계량이 관리한계선을 벗어날 때까지의 평균 관측치 측정 횟수를 나타내는 평균런의 길이(Average Run Length:ARL)에 기초하여 평가할 수 있다.

일반적인 Shewhart관리도에서, ARL은 아래 식으로 쉽게 구할 수 있다[Montgomery,1991].

$$\mathrm{ARL} = \frac{1}{p}$$

여기서, p = 어떤 점이 관리한계선을 초과할 확률이다. 이는 공정이 관리상태에 따라 다음 식으로 표현 할 수 있다.

$$\text{관리상태} : \ \mathrm{ARL} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{이상상태} : \ \mathrm{ARL} = \frac{1}{1-\beta}$$

여기서, α = 제1종 과오를 범할 확률

β = 제2종 과오를 범할 확률

공정에 이상원인이 자주 발생하는 경우의 ARL은 작을수록 좋고, 공정이 관리상태에 있는 경우의 ARL은 클수록 좋다. 공정의 이상 즉 공정평균 또는 산포의 변화를 X-축에, 제 2종의 과오나 검출력을 Y-축에 그래프로 나타낸 OC곡선은 관리도의 성능을 평가하는 기준으로 삼기도 한다. 검출력(power of test)은

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

여기서 μ_0=*target value*

에서 H_0가 참이 아니라는 것이 검출되는 확률이다. 그러므로 검출력은 1 - β로 나타낸다.

2.2 칼만 필터

2.2.1 기호정의

y_t ; 시점 t 에서의 관측치

$\hat{x}_t$; 시점 t 에서의 예측치

x_t ; 시점 t 에서의 상태변수

Φ_t ; 시점 t 에서의 상태전이행렬

Φ_t, G_t, ; 시점 t 에서의 알고 있는 행렬

v_t ; N(0, R_t)의 백색잡음(white-noise)

ω_t ; N(0, Q_t)의 백색잡음(white-noise)

$\hat{x}_t(+)$; $E\{x_t | y_t, y_{t-1}, \cdots\}$

$\hat{x}_t(-)$; $E\{x_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \cdots\}$

2.2.2 칼만 필터

본 연구에서 칼만 필터를 이용해서 관리도를 설계하려함은 관측치들에 대한 모델구조를 우리가 알고 있는 경우 칼만 필터를 적용해서 온-라인으로 모델변수를 추정하며 당시의 모델의 잔차를 얻어 관리도를 설계할 수 있다. 본 2.2.2는 칼만 필터의 일반모델을 소개하고 일반화 모델을 AR(Auto-Regressive)모델에 적용한 예를 소개한다. 칼만 필터의 모델은 다음과 같이 관측방정식(observation/measurement equation)과 상태방정식(state/system equation)으로 나누어 표현할 수 있다[Sastri and English, 1993].

$$\text{관측방정식} : \quad y_t = H_t x_t + v_t \qquad (2.1)$$

$$\text{상태방정식} : \quad x_t = \Phi_t x_{t-1} + G_t \omega_t \qquad (2.2)$$

어떤 시스템의 상태를 현재와 과거로부터의 최소한의 정보집합이라고 정의하며 그 정보집합으로부터 현재상태와 미래의 입력 자료를 알고 있으면 그 시스템의 미래형태가 완전히 설명될 수 있는 것이다. 식 (2.2)은 상태방정식으로 어떤 시스템의 상태를 대변해 줄 수 있는 것으로서 이 방정식을 통해서 우리는 관측치에 대한 예측치를 추정함으로써 미래형태를 알 수 있게 되는 것이다. 본 연

구에서는 상태를 시계열 모델에서의 각 파라미터값들로 설정하였다.

상태벡터의 최소분산불편추정치(minimum variance unbiased estimator) $\hat{x}_t(+)$는 $E\{x_t|y_t, y_{t-1}, \cdots\}$이 되고, $\hat{x}_t(-) = E\{x_t|y_{t-1}, y_{t-2}, \cdots\}$와 관측치, y_t를 이용하여 개선된 추정치(updated estimate) $\hat{x}_t(+)$를 구할 수 있다. 이와 같은 칼만 필터는 다음의 방정식들에 의해 구성된다[Sastri and English, 1993].

개선된 추정치 :

$$\hat{x}_t(+) = \hat{x}_t(-) + K_t[y_t - H_t\hat{x}_t(-)], \quad (2.3)$$

여기서 $\hat{x}_t(-) = \Phi\hat{x}_{t-1}(+)$ (2.4)

칼만 게인 :

$$K_t = \frac{P_t(-)H_t}{H_tP_t(-)H_t^T + R_t} \quad (2.5)$$

여기서 $P_t(-) = P_{t-1}(+)$ (2.6)

오차공분산 :

$$P_t(+) = P_t(-) - K_tH_tP_t(-)$$
$$[I - K_tH_t]P_t(-) \quad (2.7)$$

이와 같은 방정식을 사용하는 칼만 필터의 반복적인 과정은 다음과 같은 단계에 의해 수행되며 〈Fig.1〉과 〈Fig. 2〉는 이를 설명하고 있다.

단계 0 : 시점 0에서의 $x(-)$와 $P(-)$를 입력한다.
단계 1 : 칼만 게인 K_t을 식 (2.5)에 의해 구한다.
단계 2 : 칼만 게인과 관측치 y_t를 식 (2.3)에 적용하여 개선된 추정치 $\hat{x}_t(+)$를 구한다.
단계 3 : 개선된 추정치에 대한 오차공분산 $P_t(+)$를 식(2.7)을 이용하여 구한다.
단계 4 : 시점을 변화시킨다(t=t+1).

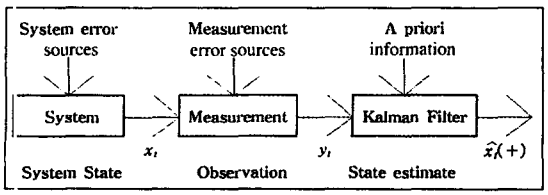

Fig. 1 Block Diagram of Kalman filter [Runger, 1989]

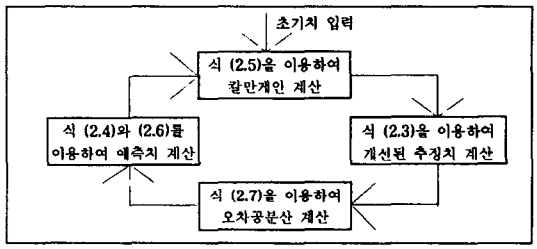

Fig. 2 Recursive Estimation of Kalman filter

단계 5 : 단계 3에서 얻어진 $\hat{x}_t(+)$와 $P_t(+)$을 식 (2.4)과 식 (2.6)에 적용하여 $\hat{x}_t(-)$와 $P_t(-)$를 구한다.
단계 6 : 단계 1로 되돌아간다.

3. 칼만 필터를 적용한 잔차관리도

3.1 칼만 필터와 AR모델

제조공정으로부터 얻은 관측치가 시간적 종속성을 갖게 되는 경우 공정은 시계열 모델을 사용하여 묘사할 수 있다. 이중에서 p차의 자기회귀(Auto-Regressive:AR)모델이 장치산업, 석유화학산업 등과 같은 연속생산공정을 잘 묘사한다는 것은 기존의 연구를 통하여 알 수 있다[English, Krishnamurthi and Sastri, 1991].

AR(p) 모델로 묘사되는 공정의 출력은 일반적으로 다음과 같이 묘사된다[Chatfield, 1989].

$$y_t = \mu_T + \varphi_1 y_1 + \varphi_2 y_2 + \cdots + \varphi_p y_p + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

여기서 $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

공정이 AR(p) 모델로 묘사되는 경우, 이 모델은 벡터공간의 칼만 필터를 이용하여 묘사할 수 있다. 상태방정식의 상태전이행렬을 단위행렬(I)로 설정하면 칼만 필터를 이용하여 AR(p) 모델을,

관측방정식 $y_t = H_tx_t + \upsilon_t$ (3.2)

상태방정식 $x_t = x_{t-1} + \omega_t$ (3.3)

여기서, $x_t = [\mu_t, \varphi_{1,t}, \cdots, \varphi_{p,t}]^T$

$H_t = [1, y_{t-1}, \cdots, y_{t-p}]$

과 같이 표현할 수 있다[Sastri and English, 1993].

반복적인 칼만 필터 알고리즘의 방정식은

개선된 추정치 : $\hat{x}_t(+) = \hat{x}_t(-) + K_t[y_t - H_t\hat{x}_t(-)]$ (3.4)

여기서, $\hat{x}_t(-) = \hat{x}_{t-1}(+)$ (3.5)

칼만계인: $K_t = \frac{P_t(-)H_t^T}{H_t P_t(-) H_t^T + R_t}$ (3.6)

여기서, $P_t(-) = P_{t-1}(+)$ (3.7)

오차공분산행렬: $P_t(+) = (1 - K_t H_t) P_t(-)$ (3.8)

으로 변환된다[Kirkendall, 1989].

3.2 관리도의 설계

AR(p) 모델이 연속생산공정을 잘 묘사하는 경우, 예측오차

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - (\varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \cdots + \varphi_p y_{t-p}) \quad (3.9)$$

는 백색잡음(White-noise)이 된다. 예측오차 ε_t 가 화이트 노이즈인 경우, ε_t의 추정치는 기존의 관리도로 공정의 변화를 탐지하기 위한 자료로 사용할 수 있다[English, Krishnamurthi and Sastri, 1991].

본 연구에서 관리도설계를 위해 사용한 데이터는 다음과 같이 안정상태(Stationary)인 조건을 만족하는 시계열모델의 초기 파라미터를 구해준 후 이 모델에서 얻은 데이터를 실제 관측치로 사용했으며, 이 데이터와 칼만 필터의 다중과정을 이용하여 공정의 사전 예측치인 $\hat{y}_t$은 상태-관측방정식에 의해 추정할 수 있고, 실시간으로 관측치를 받아 보다 정확한 AR 모델의 계수를 반복적으로 제공하게 된다. 관리한계선을 결정하기 위해 필요한 분산은 처음 1000개의 관측치로부터 추정한다. 그리고 오차공분산행렬 Pt는 임의의 값으로 지정하였다. AR(p)모델을 일반화하는데 있어 AR(1) 모델에 대한 칼만 필터를 적용한 관리도설계는 기존의 연구들[English and Sastri, 1991][김양호 · 허정준 · 김광섭, 1994]에 의해 잘 알려져 있으므로 본 연구에서는 AR(2)~AR(6)까지의 모델을 토대로 관리도를 설계하였다.

초기 AR모델

AR(2)모델 :

$y_t = 1.63 + 1.49\, y_1 + 0.653\, y_2 + \varepsilon_t$

AR(3)모델 :

$y_t = 0.645 + 2.146\, y_1 - 1.598\, y_2 + 0.409\, y_3 + \varepsilon_t$

AR(4)모델 :

$y_t = 112.2 - 1.876\, y_1 - 1.781\, y_2 - 1.201\, y_3 - 0.373\, y_4 + \varepsilon_t$

AR(5)모델 :

$y_t = 1.940 + 1.84\, y_1 - 0.893\, y_2 - 0.613\, y_3 + 0.879\, y_4 - 0.310\, y_5 + \varepsilon_t$

AR(6)모델 :

$y_t = 0.45 + 2.4\, y_1 - 2.414\, y_2 + 1.889\, y_3 - 1.586\, y_4 + 0.9\, y_5 - 0.207\, y_6 + \varepsilon_t$

AR(p) 모델에 칼만 필터 이론을 적용하여 얻은 예측오차 ε_t 를 백색잡음으로 가정하면, 다음의 통계량을 이용하여 관리도를 설계할 수 있다.

$$T_t = \varepsilon_t - y_t + \mu_0 \quad (3.10)$$

(μ_0 = targent value)

통계량 T_t의 평균은 '0' 이 되므로 다음의 관리한계선을 구해준 후 통계량과 관리한계선을 계속 비교해가면서 관리상태가 안정적일 때 그리고 mean shift를 발생시키면서 AR(2)모델에서 AR(6)모델까지 ARL을 구해준다.

$$UCL = 3\sigma_e$$
$$LCL = -3\sigma_e \quad (3.11)$$

(σ_e= 오차항의 표준편차)

3.3 백 프로퍼게이션을 적용한 잔차관리도

일반적으로 뉴럴 네트워크는 신호처리, 제어, 패턴인식, 음성인식, 비모수 통계기법 등에 적용된다. 뉴럴 네트워크를 이용한 시스템 모델링방법은 지금까지 많은 연구에서 사용되어 왔으며 함수나 시스템의 모델을 근사화(Approximation)에 있어 뛰어난 모델링방법으로 사용되어 왔다[wang 1996, 1993].

본 연구에서 뉴럴 네트워크 모델링을 적용한 이유는 관측치들간에 가지고 있는 모델구조의 형태를 알 수 없는 경우, 과거 데이터를 이용해서 학습을 통해 관측치를 쉽게 모델링 할 수 있기 때문이다. 뉴럴 네트워크는 모델이 알려져 있지 않은 경우 효과적으로 모델인식에 사용할 수 있으며 동적인 공정의 모델링에도 또한 적용 될 수 있다. 신경망의 함수에 대한 일반적 근사화 능력(Universal Function Approximation)이 입력과 출력의 특성치를 근사화 하여 줄 수 있기 때문이다.

3.3.1 네트워크 구성 및 학습

〈Fig. 3〉에서 입력 노드는 10개를 나타내는 벡터, 은닉

층 수는 2개, 은닉층 노드의 수는 각각의 은닉층에서 10개, 그리고 출력층 노드의 수는 1개로 네트워크를 구성하고 예측치와 실측치의 차이인 잔차를 계산하는 네트워크를 설계 할 수 있다. 네트워크의 구조는 전체 사상(Mapping)을 충분히 표현 할 수 있는 구조를 경험적인 방법에 의하여 결정하였다.

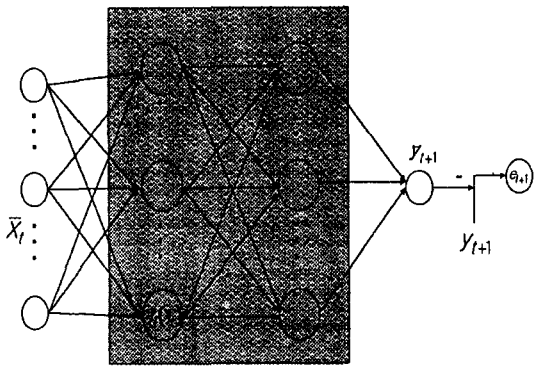

Fig. 3 Backpropagation Network 1

3.3.2 관리도의 설계

네트워크상의 입력값들은 3.2.1에서 나타낸 AR(2)에서 AR(6)모델까지 과거의 데이터들을 이용했으며, 네트워크를 통해 얻어진 값과 목표치(AR모델에서의 y_t와 비교하여 얻은 오차항을 통계량으로 사용하여 잔차관리도를 설계하였다. 즉, 통계량은,

$$T_t = \varepsilon_t \tag{3.12}$$

이고, 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = 3\sigma_e$$
$$LCL = -3\sigma_e \tag{3.13}$$
(σ_e = 오차항의 표준편차)

3.4 기존의 관리도

본 연구에서는 칼만필터와 뉴럴 네트워크를 이용한 잔차관리도와 기존의 관리도의 수행도 평가를 위해 기존의 관리도로써 $\bar{x}$ 관리도, EWMA(Exponentially Weighted Moving-average) 관리도, CUSUM(Cumulative-Sum)관리도를 사용하였다. 기존의 $\bar{x}$ 관리도보다 EWMA와 CUSUM 관리도에서는 공정의 작은 변화에 보다 민감하게 탐지 할 수 방법으로 이용 될 수 있다. 기존의 관리도의 경우 시계열데이터를 직접 관리도에 사용했으며, 관리도의 통계량인 평균과 분산은 처음 1000개의 데이터를 이용하여 구했고, 관리한계선을 구해서 AR(p)모델에서 얻은 데이터를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 사용해서 ARL을 구했다.

3.4.1 $\bar{x}$ 관리도

통계량은 실측치인 y_t값을 사용했으며, 관리한계선은 식 (3.14)과 같이 사용하여 유의수준 α값을 0.0027로 설정하고 관리도를 설계하였다.

$$UCL = \mu + 3\sigma_e$$
$$LCL = \mu - 3\sigma_e \tag{3.14}$$
(σ= 관측치들에 대한 표준편차)

3.4.2 EWMA(Exponentially Weighted Moving-average) 관리도

Roberts(1959)가 제안한 EWMA통계량은 식 (3.15)과 같다.

$$\begin{aligned} z_t &= \alpha y_t + (1-\alpha) z_{t-1} \\ &= \alpha y_t + (1-\alpha)[\alpha y_{t-1} + (1-\alpha) z_{t-2})] \\ &= \alpha \sum_{0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t z_0 \end{aligned} \tag{3.15}$$

여기서, z_t = 시점 t에서의 예측치
y_t = 시점 t에서의 관측치
α = 평활 계수 ($0 < \alpha < 1$)
z_0 = μ 이다.

여기에서 통계량은 z_t값을 사용했으며, 관리한계선은 (3.16)식과 같이 설정을 해주고 평활 계수 α값을 0.1에서 0.3까지 변화시켜 주면서 관리도를 설계하였다 [Montgomery,1991].

$$UCL = \mu + 3\sigma_e \sqrt{\frac{\alpha}{2-\alpha}}$$
$$LCL = \mu - 3\sigma_e \sqrt{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \tag{3.16}$$

3.4.3 CUSUM(Cumulative-Sum) 관리도

CUSUM관리도는 관측치 y_t와 참고값(reference value) k 그리고 의사결정값(decision inteval) h에 의해 구성된다. y_t를 t번째 관측치라 할 때 관리도에 표시되는 통계량은 다음과 같다[Montgomery,1991].

$$S_H(t) = \max[0, y_t - (\mu_0 + k) + S_H(i-1)]$$
$$S_L(t) = \max[0, (\mu_0 - k) - y_t + S_H(i-1)] \quad (3.17)$$

여기서, μ_0 는 목표치이고 $S_H(0) = S_L(0) = 0$

그리고 k값과 h값은 다음과 같이 나타낼 수 있다 [Montgomety, 1991].

$$k = \frac{\Delta}{2}$$
$$h = 2d\sigma_y \tan(\theta) \quad (3.18)$$

여기서, Δ는 공정변화를 감지하기 위한 mean shift의 양
d와 θ는 V-Mask법에서의 파라미터인 거리와 각도
$S_H(t) > h$ 또는 $S_L(t) > h$ 이면 공정에 이상원인이 존재하는 것으로 판정한다.

4. 시뮬레이션결과 및 수행도 평가

본 연구에서 설계한 두개의 관리도의 수행도 평가를 위해 시뮬레이션을 사용하였고, 실험에 필요한 데이터들은 앞장에서 구축한 AR(p)모델의 데이터를 이용 하였고, 칼만 필터를 적용한 경우는 시계열모델의 파라미터를 실시간으로 추정하며 잔차를 구하였고, 관리한계선을 결정하기 위하여 필요한 분산은 초기 1000개의 데이터를 이용하여 식(3.11), 식(3.13), 식(3.14), 식(3.16)과 같이 관리한계선을 설정하여 실험을 하였다. 공정의 실제 데이터를 사용하기보다는 일반적인 AR(P)모델로 인위적인 데이터를 생성하여 생성된 데이터에 근거하여 실험에 사용하였다. 일반적으로 AR(P)모형의 데이터는 기타공정이나 다른 모델을 AR근사화로 접근이 가능하므로 흔히 사용된다. 뉴럴 네트워크를 적용한 경우에는 입력노드 10개, 은닉층 2개, 그리고 입력노드의 수는 10개와 은닉층 각각의 노드의 수를 모두 10개로 설정하여 일정 횟수만큼 학습을 시킨 다음 뉴럴 네트워크 모델링을 통해 잔차를 얻어서 이를 통계량으로 이용하여 실험을 하였으며, 학습이 끝난 후 초기 1000개의 데이터를 이용하여 분산을 구하고 관리한계선을 설정하였다. 뉴럴네트워크의 모델링에 사용된 입력과 출력은 과거 10개의 관측치($y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-10}$)를 입력으로 사용하여 현재 관측치($y_t$)를 목표출력으로 사용하여 각각의 시간에 따른 잔차값을 구하는 방법을 적용하였다. 신경망의 학습을 위한 데이터는 주어진 AR(P)(P=2,3,...,6)에 대하여 주어진 변수에 대한 데이터를 컴퓨터 시뮬레이션에서 생성하여 초기의 안정적이지 못한 데이터를 삭제하고 난후의 안정적인 데이터 1000개의 입력과 출력에 대하여 학습 시킨 후 다른 2000개 이상의 학습되지 않은 데이터에 대하여 적용하였다. 수행도를 비교 및 평가를 위하여 기존의 관리도는 $\bar{x}$ 관리도와 EWMA, CUSUM관리도를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 2000회 동안의 서로 다른 수행도의 비교 및 평가에서 통계량이 관리한계선을 벗어날 때까지의 평균인 ARL을 구하였다.

4.1. AR(2)모델인 경우의 관리도

아래의 Table 1과 Fig. 4에서 볼 수 있는 바와 같이 공정이 안정적일 때, 새로 설계한 두 관리도의 ARL이 길게 계산되었으나, 공정 변화가 발생하고 점차 변화의 폭이 커짐에 따라 새로 설계한 두 관리도 특히 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도가 보다 좋은 수행도를 보였다. 그리고 EWMA와 CUSUM관리도는 시간적 종속성이 있는 관측치들일경우 공정이 안정적일 때 ARL이 너무 짧게 계산되어 민감함을 보여주고 있다. 1미만의 ARL에 대하여 표에서 생략되었다. 이것은 공정을 관리하는 관리도로 적용하기 힘들다고 볼 수 있다. 여기서 공정의 이동이란 공정내의 평균이동에 대한 정도를 나타낸 것으로 표준편차의 공정이동 상수 배만큼 변화를 나타낸 경우이다(예, 평균 + k*표준편차 혹은 평균 -k*표준편차).

Table 1. ARL Comparison and Analysis of AR(2) Process

공정이동(k)			0.0	0.2	0.4	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
I			1065.44	458.87	85.73	19.14	10.96	5.82	3.74	2.65	1.66	1.29
II			662.17	629.79	97.74	26.59	15.75	11.31	9.79	4.43	2.49	1.91
III			870.61	58.80	20.77	3.97	3.07	2.03	1.77	1.57	1.23	1.17
IV			34.07	9.60	4.63	1.07	1.02					
V	α	0.1	27.73	9.00	4.18	1.79	1.03					
		0.2	45.98	10.38	4.14	1.30	1.02					
		0.3	56.79	10.36	4.29	1.14	1.02					

(I : 칼만 필터를 적용한 관리도, II : $\bar{x}$ 관리도, III : 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도)
IV : CUSUM 관리도 V: EWMA 관리도)

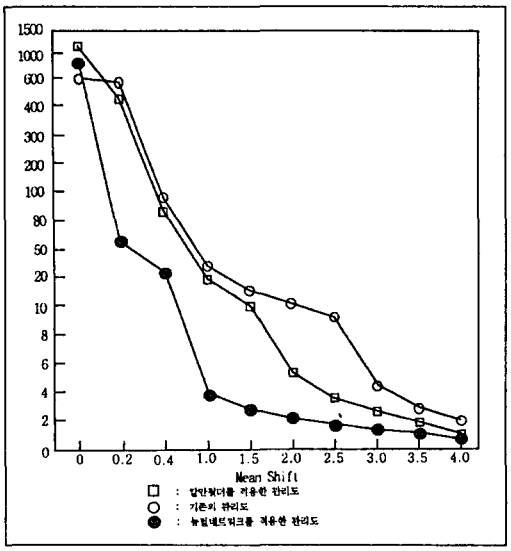

Fig. 4 AR(2) process 의 ARL비교

일반적으로 ARL이란 변화탐지를 위한 평균 샘플수로 공정의 평균변화가 없는 경우에는 크게 나타나고 공정 평균이 주어진 표준편차의 비율로 크게 변하는 경우에는 적은 것이 바람직하다.

4.2. AR(3)인 경우의 관리도

아래의 Table 2에서 보면 공정변화가 없는 경우 ARL을 보면 기존의 관리도는 522.13, 칼만 필터를 적용한 관리도는 257. 59이고, 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도는 945.83으로 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도가 안정적임을 보였고, 공정변화가 3.5일 경우는 새로 설계한 두개의 관리도의 ARL이 1.93, 1.10으로 4.06의 기존 관리도보다 좋은 수행도를 보였다. 이는 새로 설계한 관리도가 Shewhart의 관리도보다 민감하게 탐지한다는 것을 알 수 있다. 특히 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도의 수행도가 가장 좋았다.

4.3. AR(4)인 경우의 관리도

위의 Table 3과 Fig. 5에서 공정변화가 1일경우의 예를 들면, 칼만 필터를 적용한 관리도의 수행도가 ARL 9.2로 수행도가 가장 좋았고, 공정변화가 4일 경우 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도가 ARL 1.07로 1.75, 1.26인 칼만 필터를 적용한 관리도와 기존의 관리도에 비해 수행도가 좋았다. 이것은 큰 공정변화의 탐지를 잘한다고 볼 수 있는 것이다. AR(4)에서는 전반적으로 기존의 관리도와 수행도 면에서 대등한 효과를 보였다. 이는 뉴럴 네트워크의 모델링 성능이 본 시뮬레이션에 사용된 AR(4) 데이터의 경우 다른 방법과 비슷한 성능을 보이고 있음을 의미한다.

4.4. AR(5)인 경우의 관리도

위의 Table 4에서 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도가

Table 2. ARL Comparison and Analysis of AR(3) Process

공정이동			0.0	0.2	0.4	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
I			257.59	38.55	15.89	9.59	8.48	7.07	4.94	2.51	1.93	1.48
II			522.13	166.74	80.36	39.81	22.49	17.41	9.74	7.29	4.06	2.17
III			945.83	5.43	3.30	2.20	1.97	1.73	1.43	1.27	1.10	1.07
IV			22.47	2.20	1.03							
V	α	0.1	25.17	2.23	1.07							
		0.2	30.77	1.93	1.10							
		0.3	42.80	1.67	1.07							

(I : 칼만 필터를 적용한 관리도, II : $\bar{x}$ 관리도, III : 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도, IV : CUSUM 관리도 V: EWMA 관리도)

Table 3. ARL Comparison and Analysis of AR(4) Process

공정이동			0.0	0.2	0.4	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
I			265.85	123.19	15.55	9.2	5.57	3.48	3.35	2.50	2.15	1.75
II			213.02	52.79	29.03	18.03	6.20	4.37	3.07	2.06	1.95	1.26
III			1215.71	145.74	46.48	15.21	6.10	4.15	3.82	2.41	2.00	1.07
IV			62.60	15.64	4.85	2.02	1.02					
V	α	0.1	70.65	15.74	3.95	2.05	1.04					
		0.2	60.74	14.65	3.65	2.15	1.03					
		0.3	75.32	12.77	4.87	2.17	1.03					

(I : 칼만 필터를 적용한 관리도, II : $\bar{x}$ 관리도, III : 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도 IV : CUSUM 관리도 V: EWMA 관리도)

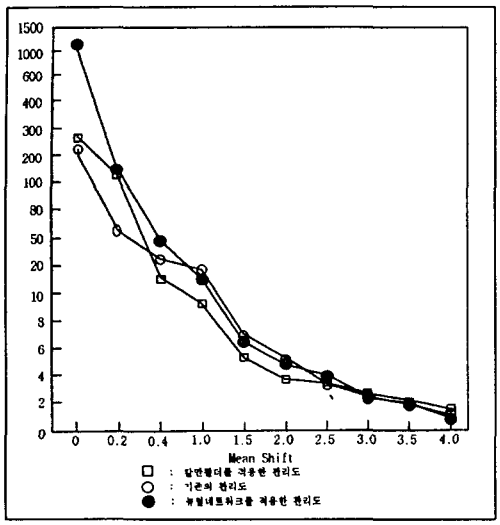

Fig. 5 AR(4) process 의 ARL 비교

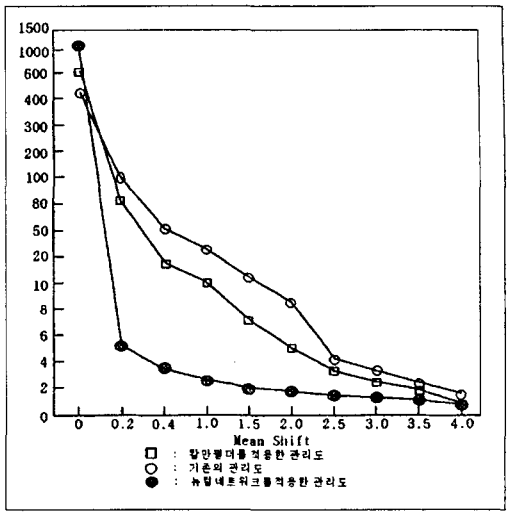

Fig. 6 AR(6) process 의 ARL 비교

공정이 안정적일 경우 1044의 ARL로, 공정의 변동이 0.2일 때는 10.33으로 ARL이 92.56인 칼만 필터를 적용한 관리도와 109.83인 기존의 관리도보다 좋은 수행도를 보였다. 또한 칼만 필터를 적용한 관리도도 기존의 관리도에 비해 공정변화를 민감하게 탐지한다는 것을 알 수 있다.

4.5. AR(6)인 경우의 관리도

위의 Table 5와 Fig. 6에서 알 수 있듯이 공정변화가 0.2일 경우, 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도의 ARL이 4.98로 ARL이 82.58, 99.78을 가진 타 관리도에 비해 아주 민감하게 변화를 탐지했으며, 또한 공정변화가 점차 커져 변화가 3인 경우를 예를 들면 1.28로 타관리도보다 수행도가 좋았음을 알 수 있다. 역시 칼만 필터를 적용한 관리도도 기존의 관리도에 비하면 큰 공정의 변화를 민감하게 탐지한다는 것을 알 수 있다.

Table 4. ARL Comparison and Analysis of AR(4) Process

공정이동			0.0	0.2	0.4	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
I			364.44	92.56	60.80	21.59	8.14	4.58	3.31	2.65	1.71	1.63
II			386.16	09.83	65.46	34.39	16.35	9.00	6.44	3.25	2.24	1.91
III			1044.00	10.33	4.23	2.30	1.87	1.83	1.47	1.37	1.12	1.10
IV			26.27	4.43	1.40	1.03						
V	α	0.1	19.77	4.97	2.47	1.07						
		0.2	43.03	4.13	2.03	1.07						
		0.3	35.60	3.80	1.57	1.07						

(I : 칼만 필터를 적용한 관리도, II : $\bar{x}$ 관리도, III : 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도
IV : CUSUM 관리도 V: EWMA 관리도)

Table 5. ARL Comparison and Analysis of AR(5) Process

공정이동			0.0	0.2	0.4	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
I			609.54	82.58	16.16	10.68	7.04	4.51	3.43	2.28	2.68	1.07
II			454.83	99.78	48.55	24.15	11.30	8.30	4.00	3.35	2.45	1.45
III			1062.71	4.98	3.32	2.18	1.94	1.78	1.51	1.28	1.14	1.07
IV			8.92	1.02								
V	α	0.1	12.63	1.13								
		0.2	12.39	1.14								
		0.3	12.23	1.12								

(I : 칼만 필터를 적용한 관리도, II : $\bar{x}$ 관리도, III : 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도
IV : CUSUM 관리도 V: EWMA 관리도)

4.6 고찰

공정에 이상원인이 존재하는 경우의 ARL은 작을수록 좋고, 공정이 관리상태에 있는 경우의 ARL은 클수록 좋다. 시간적으로 종속성을 가진 상호 Correlated된 데이터를 사용했기 때문에 기존의 관리도에서 공정의 작은 변화를 잘 탐지해 낸다는 EWMA관리도와 CUSUM관리도는 공정이 안정적일 때 ARL값이 너무 작게 나왔다. 이 말은 유의수준 α값이 상당히 큰 값이 나오기 때문에 상호 종속성을 가진 데이터들에 있어서 공정을 관리하기 위한 관리도로 사용하기 부적합하다고 볼 수 있다.

시뮬레이션의 결과를 통합해보면 Fig. 7에서 볼 수 있듯이, 컴퓨터 시뮬레이션의 결과 공정이 관리상태에 있을 경우의 ARL은 칼만 필터를 적용했을 경우의 관리도는 기존의 $\bar{x}$관리도와 큰 차이를 보이지 않았고, 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도는 $\bar{x}$관리도와 칼만 필터를 적용한 관리도보다 길게 나왔다. 이는 공정의 변동이 거의 없는 경우 뉴럴 네트워크가 유용함을 알 수 있다. 그리고 공정평균의 변동이 발생하였을 경우에는 칼만 필터를 적용한 관리도는 기존의 관리도에 비해 ARL이 짧게 나왔고, 뉴럴 네트워크를 적용했을 경우에는 기존의 관리도와 칼만 필터를 적용했을 경우보다 상당히 짧게 나왔음을 시뮬레이션의 결과를 통해 알 수 있다. 또한 공정평균의 변동이 점차 크게 발생할 경우에도 새로 설계한 두 관리도 특히, 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도가 공정평균의 변동을 민감하게 탐지한다는 것을 알 수가 있다.

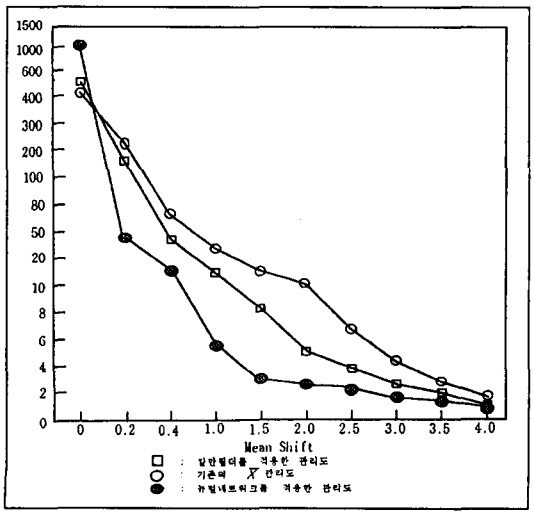

Fig. 7 AR(2)--AR(6) process 의 평균 ARL 비교

5. 결 론

본 연구에서는 기존의 관리도의 한계점인 종속성과 비정규성을 갖는 관측데이터에 대한 관리도 방법을 제공할 수 있는 방법을 제시하고 있다. 이는 종속적인 관측치의 데이터를 칼만필터와 뉴럴네트워크방법에 의하여 모델링하여 모델링에러를 생성하여 종속성과 비정규성을 독립성과 정규성으로 근사화(Approximation)하는 방법으로 해석된다. 모델이 알려져 있는 경우에는 칼만필터와 뉴럴네트워크에 의한 방법이 적용가능하며 모델이 알려져 있지 않은 경우에는 뉴럴네트워크에 의한 방법만이 가능 할 것이다. 제시된 두 가지 방법은 기존의 관리도와 비교 가능한 결과에 대하여 우수하게 나타났으며 주요 결과를 다음과 같이 요약한다.

(1) 공정으로부터 얻은 관측치들간에 상호 시간적 종속성을 가지고 있는 경우 이를 실시간으로 처리하여 공정을 관리할 수 있는 잔차관리도를 설계

(2) 수행도 비교 · 평가를 위해 새로 설계한 두 관리도를 시뮬레이션을 통해 비교분석 결과 우수

(3) $\bar{x}$관리도와 EWMA, CUSUM 관리도와 제시된 방법을 비교한 결과 제시된 방법의 응용성 유출

(4) 관측치들간에 구조모델이 알려졌을 경우에는 칼만 필터의 상태-관측방정식을 적용가능하고 또한 뉴럴 네트워크의 적용도 가능함, 구조모델이 알려져 있지 않은 경우에는 블랙박스 접근(Black Box Approach)으로 사상모델(Mapping Model)을 찾아내어 잔차를 이용한 뉴럴 네트워크만 적용 가능함. 모델이 알려져 있는 경우에는 모델 구조의 정확한 변수를 추정하는 칼만 필터를 적용한 관리도가 공정의 변화를 기존의 관리도보다 빨리 탐지한다는 것을 알 수 있었고, 모델이 알려지지 않은 경우는 뉴럴 네트워크를 적용하여 관리도의 접근법을 가능하게 할 수 있었음

(5) 기존의 관리도 중 공정의 작은 변화를 민감하게 탐지해 내는 EWMA관리도와 CUSUM관리도가 시간적 종속성이 있는 데이터에서는 사용하기 힘들다는 것을 알 수 있음

(6) 전체적인 수행도 면에서는 새로 설계한 관리도중 뉴럴 네트워크를 적용한 관리도가 더 좋은 결과를 산출했다. 참고로 기존의 EWMA관리도나 CUSUM 관리도 그리고 기타 여러 관리도의 통계량을 이용하여 본 연구에서 설계한 관리도를 적용시킬 수 있음.

참 고 문 헌

1. Alwan, L.C. and Roberts, H.V., "Times Series Modeling for Statistical Process Control," Statistical *Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp.45-65. 1989.
2. Chatfield, C., *The Analysis of Time Series An Introduction*, 4th edition, Chapman and Hall. 1989.
3. C. Chen and O.G. Okogbaa, "A Conceptual Design of an On-Line Artificial Neural Network for Process Diagnosis", 2nd I.E. Research Conference Proceedings, Univ. of South Florida.
4. Contreras, L.E., "Implementation Strategies for On-Line *Statistical Process Control Systems," Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp.33-42. 1989.
5. Crowder, S.V., "Kalman Filtering and Statistical Process Control," *Unpublished Ph.D dissertation*, Iowa State University Library. 1986.
6. English, J.R. Krishnamurthi, M. and Sastri, T., "Quality Monitoring of Continuous Flow Processes," *Computers and Industrial Engineering*, Vol.20, No.2, pp.251-260. 1991.
7. Faltin, F.W. and Tucjer, W.T., "On-Line Quality Control for the Factory of the 1990' s and Beyond," *Statistical Process Control in Manufacturing*, Marcel Dekker, pp.331-354. 1991.
8. Hubele, N.F. and Chang, S.I., "Adaptive Exponentially Weighted Moving Average Schemes Using a Kalman Filter," *IIE Transactions*, Vol.22, No.4, pp.361-369. 1990.
9. Kalman, R.E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," *Journal of Basic Engineering*, Vol.82, pp.35-45. 1960.
10. Keats, J.B., "Process Control in Automated Manufacturing : Some Key Issues," *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp.17-31. 1989.
11. Kirkendall, N.J., "The Relationship Between Certain Kalman Filter Models and Exponentional Smoothing Models," *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker, pp.89-107. 1989.
12. Laurene Fausett, Fundamentals of Neural Networks:Architectures, Algorithms, and Appilcations, pp.289-297. 1994.
13. Lippman, R., , An introduction to computing with neural nets. IEEE ASSP Magazine, 4-22. 1987.
14. Montgomety, D.C., Introduction to Statistical Process Control, 2nd edition, John Wiley & Sons. 1991.
15. Pao, Y.H., Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks (London:Addison-Wesley). 1989.
16. Richard P. Lippmann, "An Introduction to Computing with Neural Nets", IEEE ASSP Magazine. 1987.
17. Runger, G.C., "Introduction to the Kalman Filter," *Statistical Process Control and Automated Manufacturing*, Series I -6. 1989.
18. Sastri, T. and English, J.R., "On Sensitivity Analysis of Kalman-Filter Based Control Charts," *2nd Industrial Engineering Research Conference Proceedings*, p.590-595. 1993.
19. Tep Sastri, Benito Flores and Juan Valdes, "Detecting Points of Change in Time Series.", Computers Operations Research, Vol.16, No.3, pp.271-293. 1989.
20. Yourstone, S.A., "Real-Time Process Quality Control in a Computer Integrated Manufacturing Enviroment," *Statistical Process Control in Manufacturing*, Marcel Dekker, pp.91-110. 1989.
21. 김양호 · 허정준 · 김광섭, "칼만 필터를 적용한 통계적 공정관리 시스템의 개발," 품질 경영학회지 Vol.22, No.2, pp.20-32. 1994.
22. Gi-Nam Wang, "An Adaptive Hybrid Neural Network Approach to Prediction of Nonstationary Processes," Hybrid Intelligent System Applications, Edited by Dr. Jay Liebowitz, Cognizant Communication Corporation, pp 140-161, 1996.
23. Gi-Nam Wang, An Adaptive Hybrid Neural Network Approach for Learning Nonstationary Manufacturing Processes, Ph.D Dissertation, Texas A&M University. 1993.