

# 이족 보행 로봇의 궤적의 최적화 계획에 관한 연구

김창부\*, 조현석\*\*

## A Study on the Trajectory Optimization Planning of Biped Walking Machine

Changboo Kim\*, Hyeonseok Cho\*\*

### ABSTRACT

In this paper it is purpose that reduces joint torques and their rate of change through optimizing trajectory planning of biped walking machine. The motion of biped walking machine is divided into leg motion for walking and body motion for keeping balance. The leg motion is planned by three phases, that are deploy, swing, and place phases, in terms of the state of foot against floor. The distribution of time assigned to each phase is optimized and that causes leg joint torques and their rate of change to minimize. The body motion is produced by using optimal control theory which minimizes body joint torques and satisfies Z.M.P. constraints defined as region of each phase.

**Key Words :** Biped walking machine (이족 보행 로봇), Optimal control (최적 제어), Optimum design(최적 설계), Trajectory planning (궤적 계획), Zero Moment Point(모멘트 제로 점)

### 1. 서론

1960년대 후반 Vucobratović가 이족 보행 로봇에 관한 모델링을 제시한 이래 이족 보행 로봇에 관하여 발표된 논문<sup>(1-6)</sup>들은 이족 보행 분석과 이를 구현하기 위한 이론 및 실험이 주를 이루었다. 아직까지는 이 분야의 활용성이 떨어지고 기술적으로도 매우 어렵기 때문에 많은 발전을 이루지는 못하였다. 본 연구에서는 모델링에서 중요한 부분인 운동 궤적 계획의 연구를 통하여 실질적인 성능향상을 기대하였다. 본 논문에서 다룬 것과 같이 이족

보행 로봇을 대상으로 한 최적제어 이론의 적용은 발견할 수 없었으며 2, 3축의 로봇 매니퓰레이터 제어나 궤적 계획 등에서의 적용 연구<sup>(7-9)</sup>는 최근 활발히 이루어지고 있다.

그 동안의 연구 결과<sup>(1-6)</sup>를 살펴보면 이족 보행 로봇이 다음과 같은 특성을 지님을 알 수 있다. 먼저 이족 보행 로봇은 일반적으로 모터를 동력원으로 사용하는 회전 관절들로 이루어져 있으며, 회전 관절들로 구성된 하나의 다리로 자체 하중과 적재물의 하중을 지탱해야 하므로 큰 관절 토크가 요구된다. 또한, 안전한 보행을 위한 제약 조건이 협소하고 까다로워서 큰 관절 토크와 큰 토크

\* 인하대학교 자동화공학과  
\*\* 재활공학 연구센터

변화율이 요구된다. 이를 만족시키기 위하여 고성능의 동력원이 필요하다. 그러나, 이족 보행 로봇은 고정된 물체가 아닌 이동하는 물체이므로 자체 동력원을 탑재해야 하며 이의 하중은 로봇의 하중에 영향을 미치므로 그 크기에 한계가 있다. 이러한 성질은 이족 보행 로봇의 구현에 구속 조건으로 작용한다. 이 구속 조건은 제거될 수 없으며 다만 구속 조건의 영역을 넓힐 수는 있다. 이 구속 조건은 보행에 필요한 관절 토오크의 크기와 그 변화율의 크기라고 정의할 수 있으며 이를 줄이기 위한 방법으로는 로봇의 재질 향상을 통하여 무게를 줄이는 방법과 운동계적 개선을 통한 방법을 들 수 있으며, 본 논문은 이 중 후자에 관한 연구이다. 본 논문에서는 이족보행로봇의 기구 및 동역학적 모델링과 인간의 보행형태를 고려한 운동계적 계획 및 최적 설계 이론을 적용한 운동 계적 개선과 에너지 최소화를 목적으로 한 최적 제어 이론을 통한 몸체 운동계적을 수행하는 것을 목적으로 한다.

이족 보행 로봇의 모델은 보행을 위한 다리부와 안정성 제어를 위한 몸체부로 나뉜다. 다리부에서는 안정성은 고려하지 않고 보행형태만을 고려한 계적 계획을 수행하였으며, 보행에 필요한 에너지를 줄이기 위하여 최적 설계 이론을 적용한다. 또한, 안전한 보행과 효율적인 몸체의 운동을 구하기 위하여 최적 제어 이론을 도입한다.

## 2. 이족 보행 로봇의 구조와 운동 방정식

그 동안의 연구들<sup>(1-6)</sup>에서 이족 보행 로봇의 모델은 크게 다리부만 있는 구조와 몸체부까지 있는 구조의 두 가지 형태로 나눌 수 있다. 다리부만 있는 구조의 로봇은 안정한 보행을 고려한 운동 계적 계획을 수행하여야 하므로 다양한 보행이 어렵고 좌우 운동이 심해지므로 보행모습에 있어서 인간과는 매우 다르게 된다. 몸체부가 있는 구조는 안정성 제어의 역할을 몸체부에 할당하고 다리부는 보행 모습에 중점을 두어 운동 계적 계획을 할 수 있으므로 다리부만 있는 구조의 단점을 보완할 수 있다. 본 논문에서 제시된 구조를 살펴보면 Fig. 1과 같이 다리부는 좌우 각각 6개의 회전 관절을 가지므로써 자연스러운 움직임을 계획할 수 있도록 하였으며, 몸체부는 2개의 회전 관절을 가지므로써 최소의 자유도로 안정성을 제어하게 된다.

다리부의 운동 계적 계획을 수행하기 위하여 두 발바닥과 힙에 기저 좌표계를 정의하였으며, 이 좌표계의 운동은 시간의 함수로 표현되는데 여기에 보행 파라미터를 사

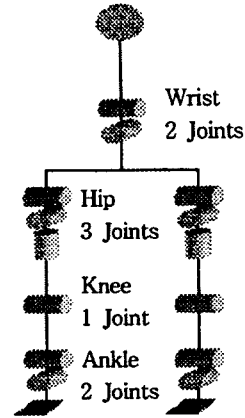


Fig. 1 Structure of biped walking machine

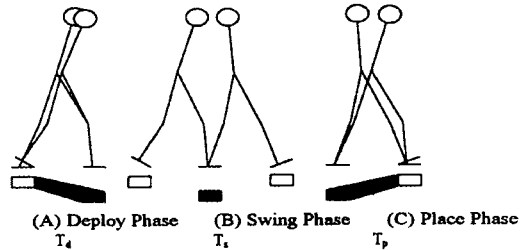


Fig. 2 Three phase of straight walking and each Z.M.P. region

용하여 계적 계획이 용이하게 수행되도록 한다. 보행 파라미터<sup>(1)</sup>는 보폭, 보행 회전각, 보행시 힙의 높이, 이동하는 발의 최대 높이 등의 보행을 표현하는 변수들로서 체계적으로 정의되어 다양한 계적 계획을 수월하게 수행할 수 있게 된다. 절대 좌표계는 왼쪽 발바닥에 위치한 기저 좌표계의 초기 위치에 설정된다.

이족 보행 로봇이 한 보 전진할 때, 보행을 Fig. 2와 같이 이동하는 발의 상태에 따라 이탈 단계, 흔들림 단계, 정착 단계로 나눈다. 이탈 단계는 전진하는 발이 바닥면에서 완전히 떨어지기 직전까지의 상태를 말하며 Fig. 2의 A구간이다. 흔들림 단계는 발이 바닥면으로부터 완전히 떨어져서 이동 후 바닥면에 닿기 직전까지인 B구간이며, 정착 단계는 발바닥면 전체가 바닥면에 완전히 닿기까지의 C구간이다. 각각의 단계에 소요되는 시간은  $T_d, T_s, T_p$ 로 정의한다. 기저 좌표계는 단계에 따라 시간과 보행 파라미터의 함수로 정의된다. 기저 좌표계의 운동 함수가 주어지면, 다리부 관절들의 각도, 각속도, 그리고 각가속

도는 역 기구학에 의하여 계산될 수 있다.<sup>(1)</sup> 먼저 관절각은 기저 좌표계의 위치로부터 대수적인 방법을 통하여 계산될 수 있으며 관절각이 결정되면, 기저 좌표계의 속도와 가속도로부터 역 기구학을 통해 관절의 각속도 및 각가속도를 구할 수 있다.<sup>(1)</sup>

다리부의 궤적 계획은 보행 모습에 중점을 두었으며 안정성은 고려하지 않았다. 안정성은 몸체부의 운동을 통하여 유지하게 되며 이를 위하여 Z.M.P.(Zero Moment Point)라는 개념<sup>(2)</sup>이 도입된다. Z.M.P.란 바닥면이 물체에 주는 반발력과 반발 모멘트를 바닥면의 임의의 한 점에 집중시켰을 때, 집중된 반발 모멘트의 바닥면 성분이 ZERO가 되는 점을 말한다. Z.M.P.에서의 모멘트 평형식은 다음과 같다.

$$ZMP_x = (\sum_i \{m_i X_i (\ddot{Z}_i + g_z) - m_i Z_i (\ddot{X}_i + g_x) + M_{iy}\} + m_T X_T (\ddot{Z}_T + g_z) - m_T Z_T (\ddot{X}_T + g_x) + M_{Ty}) / D$$

$$ZMP_y = (\sum_i \{m_i Y_i (\ddot{Z}_i + g_z) - m_i Z_i (\ddot{Y}_i + g_y) - M_{ix}\} + m_T Y_T (\ddot{Z}_T + g_z) - m_T Z_T (\ddot{Y}_T + g_y) - M_{Tx}) / D$$

$$ZMP_z = 0$$

$$D = \sum_i m_i (\ddot{Z}_i + g_z) + m_T (\ddot{Z}_T + g_z) \quad (2.1)$$

여기서,

- i = 1, ..., 12 : 양 다리부의 링크 번호 (각각 6개)
- m<sub>i</sub> : 다리부 링크의 질량
- m<sub>T</sub> : 몸체부 링크의 질량
- (X<sub>i</sub>, Y<sub>i</sub>, Z<sub>i</sub>) : 다리부 링크의 절대 위치
- (X<sub>T</sub>, Y<sub>T</sub>, Z<sub>T</sub>) : 몸체부 링크의 절대 위치
- (M<sub>ix</sub>, M<sub>iy</sub>, M<sub>iz</sub>) : 다리부 링크의 회전 모멘트
- (M<sub>Tx</sub>, M<sub>Ty</sub>, M<sub>Tz</sub>) : 몸체부 링크의 회전 모멘트
- (g<sub>x</sub>, 0, g<sub>z</sub>) : 중력 가속도

Z.M.P.의 위치로 안정성 여부를 판단하게 되는데, 지면과 접촉한 발바닥의 외곽선들이 만드는 폐각형 내부에 Z.M.P.가 존재하면 안정한 상태라고 판단할 수 있다. 반대로, Z.M.P.가 이 폐각형 외부로 벗어나게 되면 로봇은 불안정한 상태가 되어 넘어지게 된다. 다리부의 운동은 궤적 계획에 의하여 이미 결정되었으므로 Z.M.P.가 안정한 영역을 벗어나지 않도록 하기 위해서는 몸체의 운동이

필요하게 된다. 몸체의 운동을 결정하기 위해서 식(2.1)을 몸체 관절 변수에 관한 형태의 미분 방정식으로 정리하면 식(2.2)가 얻어진다. Z.M.P.가 시간의 함수로 주어진다면 식(2.2)로부터 몸체의 운동을 구할 수 있다.

$$A(q_T)\ddot{q}_T + b(q_T, \dot{q}_T) = c(q_{Leg}, \dot{q}_{Leg}, \ddot{q}_{Leg}, ZMP) \quad (2.2)$$

식(2.2)에서 q<sub>T</sub>는 몸체부의 관절각 변수이며 q<sub>Leg</sub>는 다리부의 관절각 변수이다. 다리부의 관절 토크는 Z.M.P.에 가해지는 반발력을 가지고 계산될 수 있다. 다리부의 관절 토크를 계산하기 위해선 Z.M.P.의 위치가 결정되어야 하며 이를 위해선 몸체부의 운동이 결정되어야 한다. Z.M.P.가 결정되면 Z.M.P.에 작용하는 반발력과 반발 모멘트를 구할 수 있으며 이 값들을 바닥면과 접촉한 양 발바닥 또는 한 발바닥의 기저 좌표계에 Fig. 3과 같이 분포시킨다. Fig. 3에서 두 다리부와 몸체부를 독립된 매니플레이터로 볼 때, f<sub>RN</sub>, m<sub>RN</sub> 및 f<sub>LN</sub>, m<sub>LN</sub>은 한쪽 다리부에 몸체부, 힘 및 다른쪽 다리부가 미치는 힘과 모멘트이다.

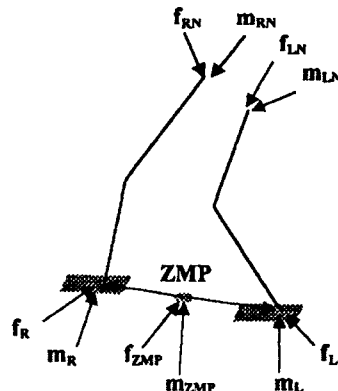


Fig. 3 Force and moment diagram

각각의 다리부에 이 힘들이 작용되어 식(2.3)과 같은 다리부의 운동 방정식을 통하여 관절 토크를 구할 수 있게 된다.

$$\tau_T = M_L(q_L)\ddot{q}_L + u_L(q_L, \dot{q}_L) + \tau_{LN} \quad (2.3)$$

$$\tau_R = M_R(q_R)\ddot{q}_R + u_R(q_R, \dot{q}_R) + \tau_{RN}$$

여기서 아래첨자 L과 R은 각각 왼쪽과 오른쪽 다리부를 의미하며, τ<sub>LN</sub>, τ<sub>RN</sub>은 몸체부와 반대쪽 다리부가 해당

다리부의 끝단에 가하는 외력으로 Fig. 3의  $f_{L_N}$ ,  $m_{L_N}$  또는  $f_{R_N}$ ,  $m_{R_N}$ 으로부터 구해진다.

몸체부의 운동은 힘의 기저 좌표계의 운동에 영향을 받으며 몸체부의 관절 토오르크를 식(2.4)로부터 구할 수 있다.

$$\tau_T = M_T(q_T)\ddot{q}_T + U_T(q_T, \dot{q}_T, V_H, A_H) \quad (2.4)$$

식(2.4)에서  $V_H$ 는 힘의 속도이며,  $A_H$ 는 힘의 가속도이다.

### 3. 시간 분배의 최적 설계

궤적 계획에 의한 다리부의 운동이 결정되면, 시간에 따라 주어지는 Z.M.P.로부터 몸체부의 운동이 결정된다. Z.M.P.식, 즉 식(2.1)의 형태를 보면 모멘트를 힘으로 나눈 형태이며 식에 나타난 질량이나 링크의 위치 등은 가속도에 비하여 변화량이 미소하다. 따라서, Z.M.P.는 가속도의 변화에 매우 민감함을 알 수 있다. 만약 다리부의 가속도 변화가 심할 경우, Z.M.P.는 안정 영역을 크게 벗어나게 되며 벗어난 Z.M.P.를 안정 영역 내에 들어오도록 하기 위해 몸체부의 가속도 변화 역시 커져야 한다. 이로 인해 전체적으로 운동에 필요한 에너지가 많이 소모된다. 따라서, 다리부의 관절 토오르크 변화가 작으면 좀더 안정한 보행을 할 수 있으며 운동에 필요한 에너지를 줄일 수가 있다. 다리부의 관절 토오르크 변화는 양 발바닥과 힘에 위치한 기저 좌표계의 궤적 계획의 수정을 통하여 줄일 수 있다.

2장에서 언급하였듯이 이족 보행 로봇이 한 보 이동하는 과정은 3단계로 나눌 수 있으며, 단계에 따라 다리부의 궤적 계획이 각각 수행되는데, 관절 토오르크를 줄이기 위하여 궤적 계획에 사용되는 보행 파라미터를 포함한 각종 변수들의 조정과 궤적 함수의 수정을 통하여 다리부 관절들의 관절 토오르크를 줄일 수가 있다. 궤적 함수는 각각의 보행 단계들 사이에 기저 좌표계의 위치와 속도의 연속성과 보행 모습을 고려하여 정의되어야 하므로 그 수정이 용이치 않다. 궤적 계획에 사용되는 각종 변수들 가운데 보행 파라미터들 역시 보행 모습에 관련되어 있으므로 수정에 한계가 있다. 물론 이들의 수정이 불가능한 것은 아니다. 그러나 수정하여 본 결과, 관절 토오르크의 변화에 큰 영향을 미치지 못하였다. 조정 가능한 또다른 변수가 시간이다. 이족 보행 로봇이 한 보 이동하는데 소요되

는 시간은 인간의 보행 속도를 기준으로 하였으므로 고정된 값이다. 이 값을 크게 한 결과, 매우 작은 관절 토오르크 변화를 보였으나 이는 전체 보행 속도가 느려지는 것으로 성능 저하를 의미한다. 한 보 이동시간은 이탈, 흔들림, 정착의 세단계에 분배된다. 한 보 이동시간은 조정할 수 없지만 각각의 단계에 걸리는 시간은 한 보 이동시간의 한도 내에서 조정될 수 있다. 이를 시간 분배라 정의하고, 이 시간 분배를 조정하므로써 운동에 필요한 에너지를 변화시킬 수 있다. 운동에 필요한 에너지를 줄이기 위하여 시간 분배량을 설계 변수로 하고, 다리부의 관절 토오르크 변화율을 목적 함수로 하는 최적 설계 문제를 설정한다. 목적 함수는 전체 보행 시간에 대하여 다리부의 모든 관절에 걸리는 관절 토오르크의 시간에 대한 변화율의 합으로 정의하며 식(3.1)로 표현할 수 있다.

$$f_{\tau} = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \sum_i \|\dot{\tau}_{L_i}\|^2 + \sum_j \|\dot{\tau}_{R_j}\|^2 \right] dt \quad (3.1)$$

여기서,

$i = 1, \dots, 6$  : 왼쪽 다리부 관절 번호

$j = 1, \dots, 6$  : 오른쪽 다리부 관절 번호

다리부의 운동 방정식인 식(2.3)을 보면 관절 토오르크는 관절 각가속도에 의한 관성력과 코리올리스 힘과 원심력으로 나뉘는데 관성력에 비하여 코리올리스 힘과 원심력은 그 영향력이 미세하므로 무시할 수 있고, 관성력을 구성하는 질량 관성은 관절 각가속도의 변화에 비하면 그 값을 상수로 간주할 수 있다. 따라서, 관절 토오르크 변화율은 관절 각가속도 변화율에 거의 비례하게 되며 이는 시뮬레이션으로 확인할 수 있으므로 목적 함수는 식(3.2)와 같이 재정의 된다.

$$f_{\tau} = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \sum_i \|\ddot{a}_{L_i}\|^2 + \sum_j \|\ddot{a}_{R_j}\|^2 \right] dt \quad (3.2)$$

목적 함수가 가속도 변화율이 되므로써 목적 함수의 값을 구하기가 쉬워진다. 왜냐하면, 관절 토오르크 값을 구하려면 가속도량을 먼저 알아야 하며 몸체의 운동까지 결정되어야 하는데 비하여 가속도량은 궤적 계획과 역기구학만을 통해서 구할 수 있기 때문이다. 설계 변수는 시간 분배량으로 한다. 한 보 이동에 소요되는 시간을  $T_p/2$ 라 하고 이탈, 흔들림, 정착의 3단계에 걸리는 시간을 각각  $T_p$ ,  $T_p$ ,  $T_p$ 라 하면, 식(3.3)과 같은 관계식이 성립한다. 보행 모습의 대칭성을 고려하여 이탈과 정착 단계에 걸리는 시

간은 식(3.4)와 같이 동일하게 하므로써 독립 설계 변수를 하나 줄인다. 결국, 시간 분배를 위한 설계 변수는  $T_d$ , 하나가 된다.

$$\frac{T_f}{2} = T_d + T_s + T_p \quad (3.3)$$

$$T_p = T_d \quad (3.4)$$

위와 같이 정의된 목적 함수와 설계 변수의 초기치를 가지고 목적 함수를 최소화하는 설계 변수를 찾게 된다. 최적 설계 알고리즘에서 사용된 방법은 급하강 방법 (Steepest Descent Method)<sup>(10)</sup>이다.

#### 4. 몸체부 운동의 최적 제어

다리부의 운동이 결정된 후 안정한 보행이 이루어지도록 하기 위하여 Z.M.P.를 고려한 몸체의 운동을 결정해야 한다. 이때 Z.M.P.가 시간의 함수, 즉 시간에 따른 경로로 미리 주어지는 경우, 몸체의 운동은 식(2.2)로부터 결정된다. Z.M.P.의 안정보행영역 내에서 고려할 수 있는 Z.M.P.의 경로는 무수히 많으며 이에 따른 몸체의 운동 역시 무수히 많다. 이 중에서 몸체의 관절 토크를 최소화 하는 Z.M.P.의 경로를 찾기란 쉽지가 않다. 따라서, Z.M.P.를 경로로 주는 방법은 많은 시행착오를 거쳐야 한다. 또한 보행 형태에 따라 새로운 최적의 경로를 찾아주어야 한다. 이를 해결하기 위해 Z.M.P.를 영역으로 줄 수가 있다. 이 경우, 몸체의 운동을 최소화할 수 있는 여건이 마련되지만 식(2.2)로부터 몸체의 운동을 직접적으로는 구할 수가 없다. 최적 제어 이론을 사용하면 Z.M.P.영역을 구속조건으로 가지는 몸체의 운동 방정식을 시스템으로 하여 관절 토크를 최소화하는 문제를 구성할 수 있다. 이를 위하여, 먼저 몸체의 운동 방정식을 1차 미분 방정식의 형태로 변환하고, 최소화할 목적 함수를 구성하며 Z.M.P.영역을 부등 경계 조건식으로 정의하여 목적 함수에 포함시킨다.<sup>(11)</sup> 최적 제어의 대상인 몸체부의 운동 방정식은 식(2.4)로부터 식(4.1)와 같이 재구성할 수 있다.

$$\tau(t) = \mathbf{M}(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{f}_c(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) - \mathbf{f}_g(\mathbf{q}(t)) \quad (4.1)$$

몸체부의 운동 방정식은 2차 미분 방정식이므로 최적 제어를 적용시키기 위하여 식(4.1)을 1차 미분 방정식의

형태로 바꾸어 주면 식(4.2)와 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{Bmatrix} x_3(t) \\ x_4(t) \\ \frac{1}{M_{11}(\mathbf{x}(t))} \{u_1(t) - f_{c1}(\mathbf{x}(t)) + f_{g1}(\mathbf{x}(t))\} \\ \frac{1}{M_{22}(\mathbf{x}(t))} \{u_2(t) - f_{c2}(\mathbf{x}(t)) + f_{g2}(\mathbf{x}(t))\} \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

$$= \mathbf{a}(\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t))$$

여기서,

$$\mathbf{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\}^T$$

$$= \{q_1(t), q_2(t), \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t)\}^T$$

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\tau}(t) = \{\tau_1(t), \tau_2(t)\}^T$$

몸체 관절의 초기 위치와 초기 속도는 식(4.3)과 같다.

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 = \{q_0, \dot{q}_0\}^T \quad (4.3)$$

몸체 관절의 최종 위치 및 최종 속도는 보행의 반복성에 의하여 초기 위치 및 초기 속도와 동일하며 식(4.4)와 같다.

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}(t_0) \quad (4.4)$$

몸체의 관절 토크를 최소화하며 Z.M.P. 구속 조건을 만족하도록 하기 위한 목적 함수를 구성한다. 여기에 영향 함수  $\mathbf{p}(t)$ 를 도입하여 시스템의 운동 방정식을 구속 조건으로 추가시키면 목적 함수(Augmented Performance Index)(6)는 식(4.5)과 같다.

$$J_a = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \frac{1}{2} \|\mathbf{u}(t)\|_{R(t)}^2 + \mathbf{p}^T(t) \{ \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) - \dot{\mathbf{x}}(t) \} + \mu(t) c(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \right] dt \quad (4.5)$$

여기서  $R(t)$ 는 관절 토크에 대한 가중 대각 행렬이며,  $\mu(t)$ 는 Z.M.P. 구속 조건에 적용되는 가중치 함수이며,  $c(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$ 는 Z.M.P. 구속 조건 함수이다.

안정한 보행을 위한 Z.M.P.의 위치는 보행 단계에 따라 영역으로 정의될 수 있다. 이 영역은 바닥면과 접촉한 발바닥의 모든 변들이 이루는 폐각형(Convex)의 내부로써 Fig. 2에 보여진다. 이걸 단계의 Z.M.P. 안정 영역은 이동하는 발의 앞쪽 끝이 지면과 접촉한 상태이므로 Fig. 2-(A)의 빗금친 부분과 같다. 흔들림 단계에서는 이동하는 발이 지면과 접촉하지 않으므로 지지하는 발바닥 영역

이 Z.M.P. 안정 영역이 되며 Fig. 2-(B)의 빗금친 부분과 같다. 정착 단계에서는 이동하는 발의 뒤쪽 끝이 지면과 접촉한 상태이므로 Fig. 2-(C)의 빗금친 부분과 같다.

각각의 부등식은 폐각형의 각 변을 이루는 직선의 식으로써 보행 파라미터를 이용하여 정의하며 식(4.6)과 같다. 폐각형의 영역은 부등식  $C_k$  ( $k = 1, \dots, n$ (부등식의 개수))들의 교집합이다. Fig. 2에서 보듯이 이탈 단계와 정착 단계에서는 각각 5개의 부등식으로 영역을 정의할 수 있으며, 흔들림 단계에서는 4개의 부등식으로 영역을 정의할 수 있다. 각각의 부등식의 만족 여부를 판단하는 매개 함수  $h(C_k)$ 를 이용하여 식(4.7)과 같이 Z.M.P. 구속 조건 함수를 표현한다.

$$C_k(x(t), u(t)) \leq 0 \quad (4.6)$$

$$c(x(t), u(t)) = \sum_{k=1}^n \{h(C_k)C_k(x(t), u(t))\} \quad (4.7)$$

여기서,

$$h(C_k) = \begin{cases} 0, & \text{for } C_k < 0 \\ 1, & \text{for } C_k \geq 0 \end{cases}$$

목적 함수인 식(4.5)로부터 식(4.8)과 같은 해밀토니안(Hamiltonian)을 구성할 수 있다.

$$H = \frac{1}{2} \|u(t)\|_{R(t)}^2 + p^T(t)a(x(t), u(t)) + \mu(t)c(x(t), u(t)) \quad (4.8)$$

목적 함수의 최소화를 위한  $\delta J_a = 0$ 로부터 3개의 필요조건식이 나오게 된다. 이는 해밀토니안을 독립변수인  $x(t), p(t), u(t)$ 로 각각 미분하면 구할 수 있고, 상태 방정식, 수반 방정식, 그리고 대수 방정식이 필요조건식들으로써 각각 식 (4.9)-(4.11)과 같다.

$$\dot{x}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial p}(x^*(t), u^*(t), p^*(t)) \quad (4.9)$$

$$\dot{p}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), p^*(t)) \quad (4.10)$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} \quad (4.11)$$

$$= R(t)u^*(t) + \left[ \frac{\partial a}{\partial u}(x^*(t), u^*(t)) \right] p^*(t) + \mu(t) \left\{ \frac{\partial c}{\partial u}(x^*(t), u^*(t)) \right\}$$

시스템의 초기 조건식은 식(4.12)와 같으며, 경계 조건식은 식(4.13)과 같다.

$$x(t_0) = \dot{x}_0 \quad (4.12)$$

$$x(t_f) = x(t_0) \quad (4.13)$$

구간  $t \in [t_0, t_f]$ 에서 식(4.9)-(4.13)를 모두 만족하는  $u^*(t)$ 는 최적값이 된다. 최적값을 구하는 방법으로는 참고 문헌<sup>(12)</sup>에 제시된 급강하 방법(Steepest Descent Method)을 사용하였으며, 필요 조건식에 나타나는 구배(Gradient)는 해석적으로 구하는 것이 불가능하여 유한 차분법(Finite Difference Method)을 사용하여 구한다.

## 5. 시뮬레이션 및 결과

시간 분배의 최적 설계 시뮬레이션은 직선 보행, 경사면 보행, 회전 보행의 3가지 보행 형태에 대하여 수행하였다. 각각의 보행 형태에서 주어진 보행 파라미터를 가지고 기저 좌표계의 궤적 계획을 수행하고, 역 기구학을 통하여 다리부 관절의 각도, 각속도, 각가속도를 구하게 된다. 기구학적 특성치와 동역학적 특성치는 각각 Table. 1과 Table. 2에 나타내었으며, 보행파라미터는 Table. 3에 나타내었다. 모든 시뮬레이션에서 1보 이동에 소요되는 시간( $T_f/2$ )은 0.6초로 하였으며,  $T_a = 0.1$ 초와 0.2초의 두 가지 시간 분배에 따른 결과와 최적화된 시간 분배에 따른 결과를 그래프로 비교하여 Fig. 5 ~ Fig. 8에 실었다. 2보 전진 시뮬레이션 결과와 양 다리부의 관절 토오크 그래프는 1보 전진 시간을 기준으로 대칭된 형태를 보이므로, Fig. 5의 결과 그래프에서 왼쪽 다리부의 관절 토오크만을 나타내었으며 Fig. 6은 몸체 관절 토오크를 보여준다. Fig. 7은 왼쪽 다리부의 관절각의 변위를 보여주며 Fig. 8은 몸체의 관절각의 변위를 보여준다. 모든 보행 형태에 대하여 설계 변수( $T_a$ )의 초기값은 0.2초

Table 1. Kinematic property of biped robot

Index	Value
Thigh length	0.44
Shank length	0.42
Hip width	0.27
Foot length	0.195
Foot width	0.1

(unit : m)

Table 2. Dynamic property of biped robot

Link Name	Mass	l <sub>cx</sub>	l <sub>yy</sub>	l <sub>zz</sub>
Foot	1.53	0.00055	0.00045	0.00006
Thigh	3.21	0.00038	0.00393	0.00393
Shank	8.41	0.01120	0.01200	0.00300
Hip	6.96	0.00700	0.00565	0.00627
Trunk	30.8	0.02830	0.13700	0.15140

(unit : kg, kg · m<sup>2</sup>)

Table 3. Walking parameters

parameters	straight walk	slope walk	rotation walk
walking width	0.4	0.4	0.4
walking rotation angle	0	0	0.35877
hip lateral displacement	-0.03	0.06	-0.03
hip rotation angle	0	0.05236	0.05236
hip height	1.0	0.97	1.0
foot deploy angle	0.34907	0.34907	0.34907
foot place angle	-0.17453	-0.17453	-0.17453
floor angle	0	-0.17453	0
foot max. height	0.05	0.05	0.05

(unit : m, rad)

Table 4. Optimal time distribution of each walking pattern

Walking pattern	The amount and ratio of time distribution		
	T <sub>d</sub>	T <sub>s</sub>	T <sub>p</sub>
Straight walking	0.134 sec	0.332 sec	0.134 sec
	(22.3 %)	(55.4 %)	(22.3 %)
Slope walking	0.137 sec	0.326 sec	0.137 sec
	(22.8 %)	(54.4 %)	(22.8 %)
Rotate walking	0.1385 sec	0.323 sec	0.1385 sec
	(23.1 %)	(53.8 %)	(23.1 %)

로 하였다. Fig. 9에서 Fig. 11까지는 각각의 시간 분배에 따른 직선 보행의 모습을 측면도로 나타내었으며, 쉽게 알아볼 수 있도록 한 보 이동 모습만을 나타내었다. 실선은 이동하는 다리이며, 점선은 지지하는 다리이다. 각각의 보행 형태에 대한 최적의 시간 분배 결과는 Table. 4에 나타내었다.

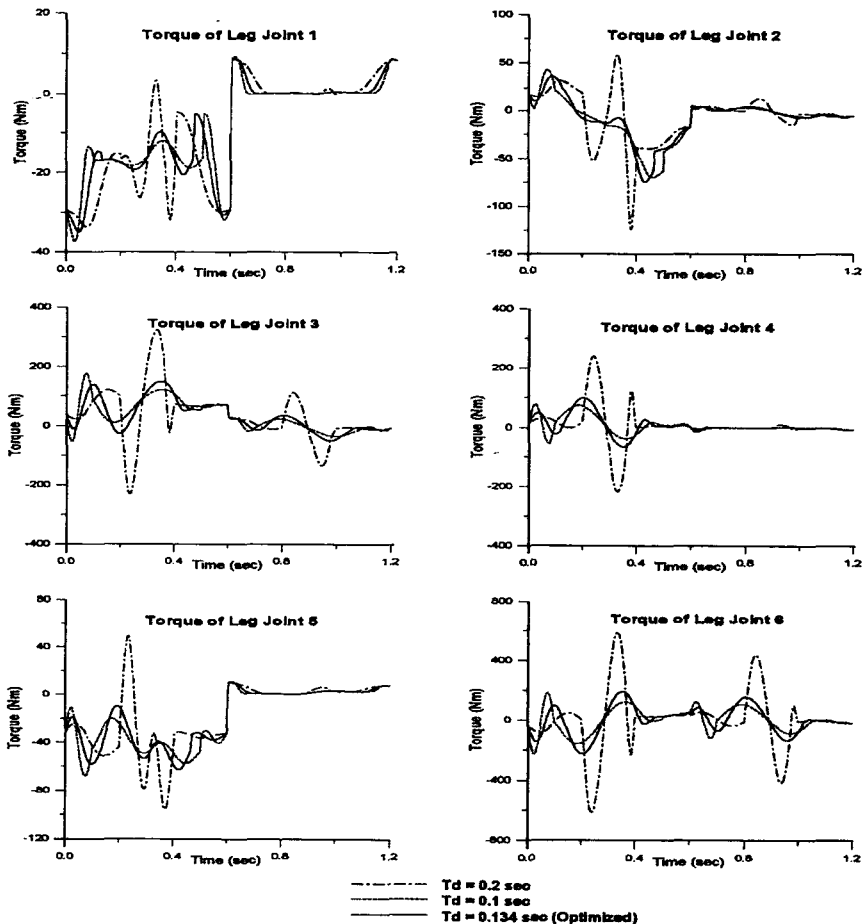


Fig. 4 Torque trajectories of left leg in straight walking

Table. 4에서 보이는 바와 같이 보행 형태에 따른 최적 시간 분배율은 거의 비슷하다. Fig. 4에서 최적화된 시간 분배량에 따른 관절 토크 곡선이 다른 임의의 시간 분배에 따른 곡선보다 변화율이 작음을 알 수 있다. 최적화된 관절 토크 곡선은 관절 토크의 크기에선  $T_d = 0.1$ 인 곡선과 비슷하며,  $T_d = 0.2$ 인 곡선보다는 월등히 작음을 알 수 있다. Fig. 5를 살펴보면 최적화된 곡선이 몸체의 관절 토크 변화율 면에선 다른 두 곡선에 비하여 작음을 알 수 있으며, 관절 토크의 크기도 다른 임의의 곡선에 비하여 작음을 알 수 있다. 이는 몸체의 운동이

다리부의 운동과 관계가 밀접함을 보여준다. 다리부의 순간 가속도 변화가 심하면 Z.M.P.의 위치도 순간적으로 크게 변하게되므로 이를 보정하기 위한 몸체부의 가속도 변화도 크게 된다. 관절 토크 변화가 가장 심하게 나타난  $T_d = 0.2$ 인 경우, Fig. 8에서보면 다른 두 경우에 비하여 이동하는 다리의 발이 지면에서 떨어진 후, 매우 빠르게 이동하는 것을 알 수 있다.

몸체의 최적 제어 시뮬레이션은 직선 보행에 대하여 수행하였으며 크게 2가지 과정으로 이루어진다.

과정(1) : 보행 파라미터를 가지고 기저 좌표계의 궤적

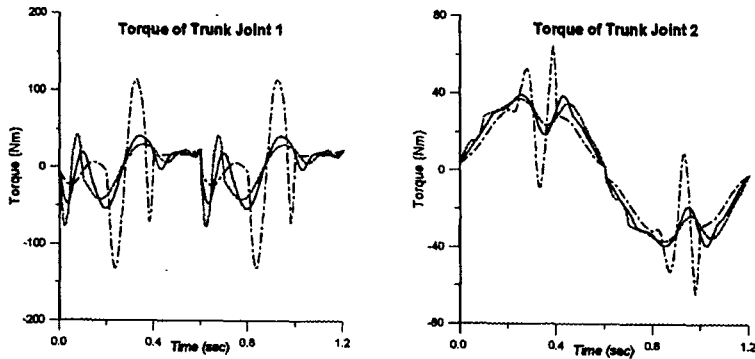


Fig. 5 Torque trajectories of trunk in straight walking

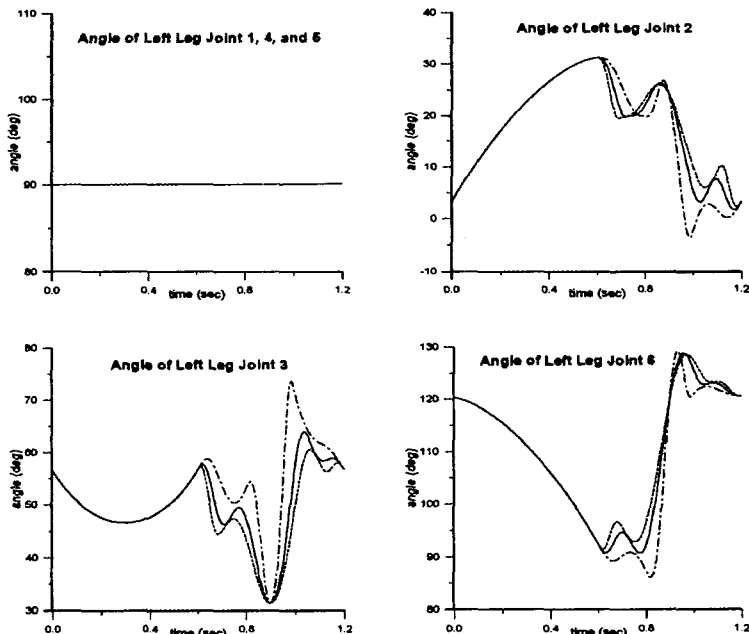


Fig. 6 Angular displacement of left leg in straight walking



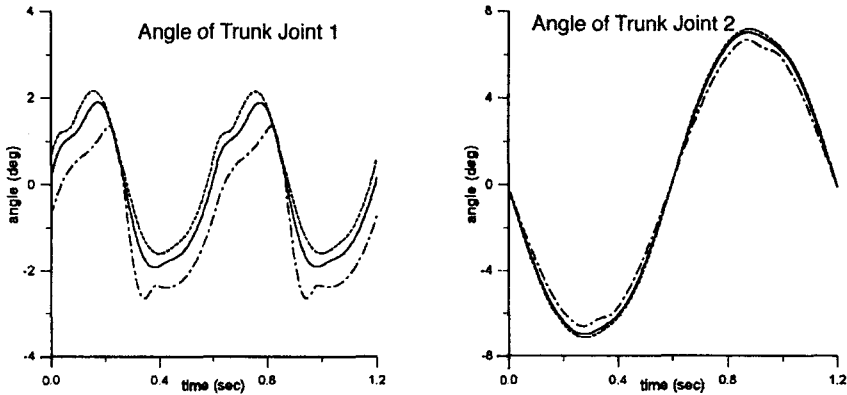


Fig. 7 Angular displacement of trunk in straight walking

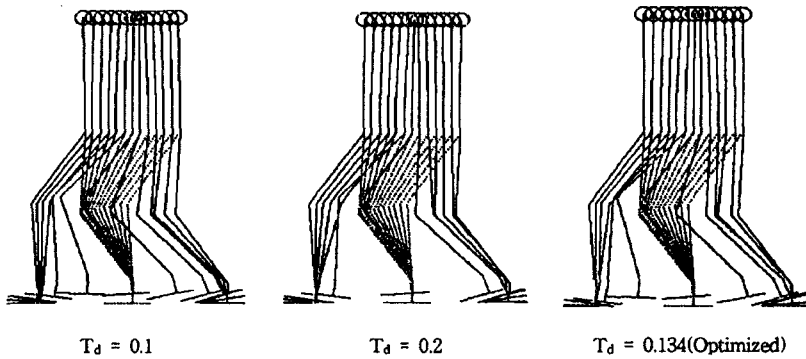


Fig. 8 Walking motion of biped at each case

계획을 수행하고, 역 기구학을 통하여 다리부 관절의 각도, 각속도, 각가속도를 구한다. 정 기구학을 통하여 다리부 링크의 위치, 속도, 가속도를 구하며 주어진 Z.M.P. 궤적에 따라 식(2.2)로부터 초기 상태와 최종 상태가 일치하도록 슈팅 방법(Shooting Method)을 사용하여 몸체 관절의 각도, 각속도, 각가속도를 구한다. 다시 정 기구학을 통하여 몸체 링크의 위치, 속도, 가속도를 구하며 몸체의 운동 방정식으로부터 몸체의 관절 토크를 구한다.

과정(2) : 과정(1)을 통해 얻어진 몸체의 관절 토크에 약간의 교란을 가하여 Z.M.P. 경계를 벗어나게 하여 이를 공칭 관절 토크로 사용한다. 상태 변수의 초기값과 공칭 관절 토크를 가지고 상태 방정식으로부터 상태 변수의 궤적을 구하고 상태 변수 경계 조건을 가지고 수반 방정식으로부터 영향 함수의 궤적을 구한다. 구해진 영향 함수 값과 상태 변수 값을 가지고 대수 방정식을 통

하여 최적화된 제어 값을 구한다.

시간 분배의 최적화를 통하여 얻어진 시간 분배 값( $T_d = 0.134$ 초,  $T_s = 0.332$ 초,  $T_p = 0.134$ 초)을 사용하였다. 과정(1)에서 구해진 몸체부 2번 관절의 관절 토크에만 일시적인 교란이 가하여졌으며 그 결과를 Fig. 9와 Fig. 10에 나타내었다.

Fig. 9에서 볼 수 있듯이 시간 0.8초경에서 일시적인 관절 토크의 변화로 인해 Fig. 10의 Z.M.P.궤적이 안정 영역을 벗어나게 되며, 최적 제어 알고리즘을 통해 4번의 반복만으로 Z.M.P.를 안정 영역에 머무르게 하는 관절 토크 값을 구하였다. 식(4.8)의  $R(t)$ 값은 관절 토크 최소화 가중치 함수이며 이 값을 크게 하면 큰 관절 토크의 감소를 유도할 수 있다.  $R(t)$ 값을 크게 한 시뮬레이션은 시뮬레이션 도중 발산하였다. 왜냐하면 관절 토크의 변화가 몸체의 운동에 작용하는 정도가 시간에 대하여 누적되므로 종말 시간에서 Z.M.P.의 이탈이

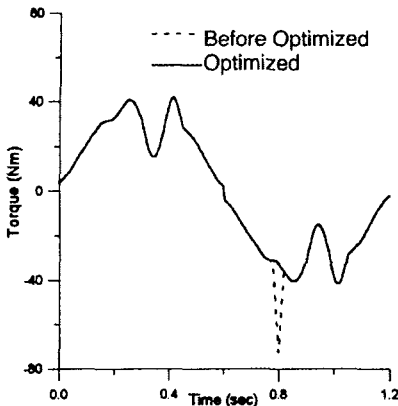


Fig. 9 Torque trajectory of trunk

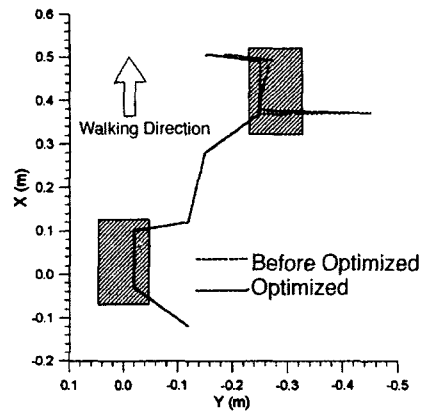


Fig. 10 Z.M.P. trajectory

매우 심각해지며 제어 범위를 벗어나게 된다. 결국 관절 토오르크를 감소시키려는 목적은 효과를 보지 못했으며 안정한 보행을 위한 Z.M.P.의 위치 제어는 어느 정도의 관절 토오르크 변화에 대하여 잘 적용됨을 확인하였다. Z.M.P.는 관절 토오르크의 변화에 매우 민감하며 이족 보행 로봇에서 허용하는 Z.M.P.의 안정 영역은 매우 협소한 까닭에 관절 토오르크의 감소 효과를 볼 수 없음을 알았다.

### 6. 결론 및 고찰

시간 분배의 최적화를 통해 다리부의 관절 토오르크 변화율을 최소화하였으며, 관절 토오르크의 크기도 많이 감소시켰다. 또한, 몸체의 관절 토오르크 변화율과 관절 토오르크의 크기도 많이 감소하였는데, 관절 토오르크 변화율의 경우는 거의 최소화된 모습을 보였다. 몸체의 관절 토오르크 최적 제어를 통해, 공칭 입력 관절 토오르크가 Z.M.P. 경계를 벗어나는 몸체의 운동을 초래할 경우, 이를 바로잡아 넘어지지 않고 걸을 수 있는 새로운 관절 토오르크 궤적을 생성하였다. 그러나, 몸체의 관절 토오르크를 줄이는 효과는 보지 못하였으며, 이는 Z.M.P.가 관절 토오르크 변화에 대해 매우 민감하며 Z.M.P.의 안정 영역은 관절 토오르크의 변화를 수용할 만큼 넓지가 못하기 때문이다. 관절 토오르크를 줄이는데는 몸체부 운동의 최적 제어에서는 큰 효과를 볼 수 없었고, 다리부 궤적 계획의 수정을 통한 방법이 큰 효과를 보였다. 이족 보행 로봇과 같이 궤적 계획에 몇 개의 단계가 존재하는 경우, 이 단계에 적절한 시간 분배가 큰 효과를 볼 수 있음을 알았다.

궤적 계획의 수정을 통하여 운동에 소모되는 에너지를 줄일 수 있음을 확인하였으며, 이로부터 궤적 계획의 중요성을 인식하였다. 이족 보행 로봇뿐만 아니라 산업용 로봇에서도 운동 궤적 계획을 효율적으로 하면 많은 에너지를 절약할 수 있으며, 이는 현실적인 영역이므로 많은 연구가 있어야 한다.

### 참고 문헌

1. 김 응태, "이족 보행 로봇의 운동 궤적 계획 및 동적 해석", 인하대학교 공학석사 학위논문, 1993.
2. Shih, C. L., Li, Y. Z., Churng, S., Lee, T. T., and Gruver, W. A., "Trajectory Synthesis and Physical Admissibility for a Biped Walking Robot During the Single-Support Phase", IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 1646-1652, 1990.
3. Shih, C. L., Gruver, W. A., Lee, T. T., "Inverse Kinematics and Inverse Dynamics for Control of a Biped Walking Machine", Journal of Robotic Systems, Vol.10, No.4, pp. 531-555, 1993.
4. Yuan, F. Z., Jie S., "Gait Synthesis for SD-2 Biped Robot to Climb Sloping Surface", IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.6, No.1, pp. 86-96, 1990.
5. Gubina, F., Hemami, H., McGhee, R. B., "On the Dynamic Stability of Biped Locomo-

- tion". IEEE Trans. on Biomed. Engineering, Vol. BME-21, No.2, pp. 102-108, 1974.
6. Vucobratović, M., Jurčić, D., "Contribution to the Synthesis of Biped Gait", IEEE Trans. on Biomed. Engineering, Vol. BME-16, No. 1, pp. 1-6, 1969.
  7. Grabbe, M. T., Dawson, D. M., "An Application of Optimal Control Theory to the Trajectory Tracking of Rigid Robot Manipulators", Optimal Control Applications & Methods, Vol. 15, pp. 237-249, 1994.
  8. Shiller, Z., "Time-Energy Optimal Control of Articulated Systems with Geometric Path Constraints", IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2680-2685, 1994.
  9. Kim, S. W., Park, K. B., "Redundancy Resolution of Robot Manipulators Using Optimal Kinematic Control", IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 683-688, 1994.
  10. Arora, J. S., Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill Book Company, 1989.
  11. Bryson, A. E., Ho, Y. C., Applied Optimal Control : Optimization, Estimation, and Control, Hemisphere Publishing Co. , 1975.
  12. Kirk, D. E., Optimal Control Theory An Introduction, Prentice Hall Inc., 1970.