

평면 작업용 병렬 메카니즘의 특성 해석을 위한 기하학적 접근

송낙윤*, 조황*

A Geometrical Approach to the Characteristic Analysis of Parallel Mechanism for Planar Task

Nak-Yun Song*, Whang Cho*

ABSTRACT

This paper presents a geometrical approach to the characteristic analysis of parallel mechanism with free joints intended for use as a planar task robot. Solution of the forward and inverse kinematic problems are described. Because the mechanism has only three degree-of-freedom output, constraint equations must be generated to describe the inter-relationship between actuated joints and free joints so as to describe the position and orientation of the moving platform. Once these constraints are incorporated into the kinematics model, a constrained Jacobian matrix is obtained, and it is used for the solution of the forward kinematic equations by Newton-Raphson technique. Another Jacobian matrix was derived to describe the inter-relationship between actuated joints and moving platform. The stiffness, velocity transmission ratio, force transmission ratio and dexterity of the mechanism are then determined based on this another Jacobian matrix. The geometrical construction of the mechanism for the best performance was investigated using the characteristic analysis.

Key Words : Parallel mechanism(병렬 메카니즘), Stiffness(강성), Velocity transmission ratio(속도전달비), Force transmission ratio(힘전달비), Dexterity(자유자재성)

1. 서론

병렬 구조의 메카니즘은 잘 알려져 있듯이, 직렬 구조에 비해 작업공간(workspace)은 작지만 더 무거운 부하에 응용이 가능하며 말단효과장치(end effector)에 더 큰

정밀도를 갖고 구조적으로 발생할 수 있는 진동을 최소화할 수 있다. 가장 일반적으로 연구되고 있는 병렬 메카니즘은 Gough에 의해 처음 제안된 6자유도 병렬 메카니즘이다. 이 메카니즘은 현재 스튜워트 플랫폼으로 더 잘 알려져 있다.⁽¹⁾ 이 구조는 처음에 3차원 공간상의 비행체

* 광운대학교 제어계측공학과

시뮬레이터로 설계되었으나 현재는 다양한 작업에 응용되고 있으며 매우 좋은 성능을 발휘하고 있다.

다양한 병렬 메카니즘의 개발을 위해 6자유도 스튜워트 플랫폼에 대한 많은 연구가 진행되고 있다. 복합식설계지수를 통해 최적의 성능을 발휘할 수 있도록 하기 위한 스튜워트 플랫폼의 기구학적/동역학적 재설계에 관한 연구⁽²⁾, 스튜워트 플랫폼을 6자유도 힘/토크 센서로 응용할 수 있는 방법에 관한 연구⁽³⁾, 그리고 스튜워트 플랫폼을 공간 3자유도로 변형시켜 인간이 작업하기 어려운 환경과 원거리에서 로봇을 제어할 수 있는 원격조정기로 구현하는 연구⁽⁴⁾ 등이 보고되었다. 또한 스튜워트 플랫폼을 응용한 평면 3자유도 병렬 메카니즘에 관한 연구로는 구동관절들간의 상반효과로 인한 메카니즘의 강성에 관한 연구⁽⁵⁾, 관절 킥플라이언스를 이용한 메카니즘의 민감도 해석에 관한 연구⁽⁶⁾, 그리고 macro-micro 구조를 이용한 평면 6자유도 병렬 메카니즘의 국소적 제어특성에 관한 연구⁽⁷⁾ 등이 보고되었다.

본 연구의 목적은 미세하고 정밀한 평면 작업용 로봇에 응용하기 위해 자유관절을 가지는 병렬 메카니즘을 개발하는 것이다. 그리고 그 특성을 해석하기 위한 기하학적 접근법이 제안되었다. 제안된 메카니즘의 정방향 기구학과 역방향 기구학 문제에 관해 서술되었다. 수치해석적으로 정방향 기구학 문제를 해결하기 위하여 뉴턴-랩슨 기법을 제안하였으며, 이를 위해 구동관절과 자유관절간의 상호 구속방정식과 그것의 자코비안 행렬을 유도하였다. 그리고 이 메카니즘의 특성해석을 위해 구동관절과 이동판간의 또 다른 자코비안 행렬을 구하였으며, 이 자코비안을 이용하여 강성, 속도전달특성, 힘전달특성, 그리고 자유자재성을 조사하였다. 이 특성을 이용해 외력에 대한 강성이 크고 정밀한 위치제어 및 힘제어에 유리한 메카니즘의 기하학적 형상이 연구되었다.

2. 메카니즘의 구조

Fig.1에서 보는 바와 같이 제안된 평면 작업용 병렬 메카니즘은 기저판(base platform)과 이에 평행한 면을 움직이는 이동판(moving platform)을 세 개의 직렬 부속체인(sub chain)으로 연결한 구조이다. 각 직렬 부속체인은 세 개의 회전관절(revolute joint)과 두 개의 링크(link)로 구성되어 있다. 이동판은 정삼각형 형태이며, 세 개의 직렬 부속체인의 기저판에 연결된 첫 번째 관절들도 정삼각형이 되도록 대칭적으로 배치한다.

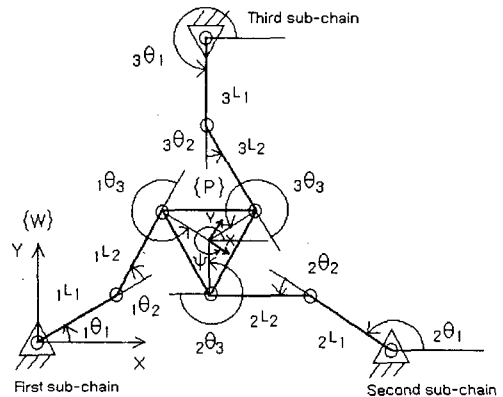


Fig. 1 Proposed parallel mechanism architecture

이 메카니즘의 말단효과장치는 이동판의 중심점에 부착할 수 있으며 중심점은 3자유도의 작업공간으로 한정된다. 즉 이동판의 중심점이 출력점이 된다. 이것은 자유도 판별식의 일반형태(general form of mobility criterion)에 의해 다음과 같이 증명된다.⁽⁸⁾

$$F = \lambda(l - j - 1) + \sum_i f_i - I_d \quad (1)$$

여기서 F 는 메카니즘의 유효 자유도, λ 는 메카니즘이 작용하는 공간의 자유도 (공간운동일 때는 $\lambda = 6$, 평면운동일 때는 $\lambda = 3$), l 은 기저판을 포함하는 링크들의 수, j 는 관절들의 수, f_i 는 i 번째 관절의 자유도, I_d 는 무효 자유도를 나타낸다. 제안된 메카니즘에 대해서는 $\lambda = 3$ 이고 $l = 8$ 이고 $j = 9$ 이고 $f_i = 1$ 이고 $I_d = 0$ 이므로 다음과 같다.

$$F = 3(8 - 9 - 1) + (9 \times 1) - 0 = 3 \quad (2)$$

즉, 이 시스템에 의해 얻을 수 있는 세 개의 자유도는 이동판 중심점에 고정된 직각좌표계 $\{P\}$ 가 기준 직각좌표계 $\{W\}$ 에 대해 가지는 평면상의 위치와 방위(position and orientation)이다. 즉 (x, y, Ψ) 이다. 여기서 기준 직각좌표계는 첫 번째 부속체인의 제일관절계(first joint frame)와 일치한다.

제안된 메카니즘 출력점의 3자유도를 구현하기 위해서는 최소 세 개의 관절에만 구동 액츄에이터를 가지면 된다. 나머지 여섯 개의 관절은 자유 관절(free joint)이 된다. 메카니즘 자체에 가해지는 하중을 최소화하기 위해

세 개의 구동 액츄에이터는 모두 기저판과 부속체인이 연결되는 첫 번째 관절에 장착한다. 즉, 각 부속체인의 제일 관절계의 원점에 장착한다.

3. 기구학 해석

3.1 역방향 기구학 해석

역방향 기구학 문제는 출력점의 위치와 방위가 주어졌을 때, 각 관절들의 변위를 계산하는 것이다. r번째 직렬 부속체인에서 기저판으로부터 n번째 관절변수를 ${}_r\theta_n$ 이라고 정하고 r번째 직렬 부속체인의 n번째 링크의 길이를 ${}_rL_n$ 이라고 정한다. 먼저 제일관절계를 기준으로 하고 이동판의 중심점을 출력점 (x, y, Ψ) 으로 하는 첫 번째 직렬 부속체인 하나에 대한 데나비트-하텐버그 링크인자(Denavit-Hartenberg link parameters)는 Table 1 과 같다.⁽⁹⁾

Table 1. Denavit-Hartenberg link parameters of the first serial sub-chain

j	α_{j-1}	a_{j-1}	d_j	θ_j
1	0	0	0	${}_1\theta_1$
2	0	${}_1L_1$	0	${}_1\theta_2$
3	0	${}_1L_2$	0	${}_1\theta_3$

이 표에 의한 변환행렬을 이용해 구해진 정방향 기구학은 다음 세 개의 식(3), (4), (5)로 표현된다.⁽¹⁰⁾ 이동판 정삼각형의 꼭지점으로부터 중심점까지의 거리는 ${}_1L_3$ 으로 정했다.

$$x = {}_1L_1 \cos({}_1\theta_1) + {}_1L_2 \cos({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2) + {}_1L_3 \cos({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3) \quad (3)$$

$$y = {}_1L_1 \sin({}_1\theta_1) + {}_1L_2 \sin({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2) + {}_1L_3 \sin({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3) \quad (4)$$

$$\Psi = ({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3) \quad (5)$$

여기서 식(3), (4), (5)를 연립방정식의 형태로 정리하여 풀이하면 다음의 해(6), (9), (14)를 얻는다.

$${}_1\theta_2 = A \tan 2(\sin({}_1\theta_2), \cos({}_1\theta_2)) \quad (6)$$

여기서

$$\cos({}_1\theta_2) = \frac{(x - {}_1L_3 \cos \Psi)^2 + (y - {}_1L_3 \sin \Psi)^2 - {}_1L_1^2 - {}_1L_2^2}{2 {}_1L_1 {}_1L_2} \quad (7)$$

$$\sin({}_1\theta_2) = \pm \sqrt{1 - \cos^2({}_1\theta_2)} \quad (8)$$

이고

$${}_1\theta_1 = A \tan 2(ad - bc, ac + bd) \quad (9)$$

여기서

$$a = {}_1L_1 + {}_1L_2 \cos({}_1\theta_2) \quad (10)$$

$$b = {}_1L_2 \sin({}_1\theta_2) \quad (11)$$

$$c = x - {}_1L_3 \cos \Psi \quad (12)$$

$$d = y - {}_1L_3 \sin \Psi \quad (13)$$

이고

$${}_1\theta_3 = \Psi - ({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2) \quad (14)$$

이다. 세 개의 직렬 부속체인은 각각 독립적인 역방향 기구학 식으로 표현될 수 있다. 그러므로 다른 두 개의 직렬 부속체인의 역방향 기구학 식은 똑같은 형의 수식에 입출력 변수만 바꾸어 줌으로써 구할 수 있다. 첫 번째 부속체인에 대해 구해진 역방향 기구학의 관계식을 다음의 식(15)로 표현할 때

$${}_1\phi = f({}_1u) \quad (15)$$

여기서

$${}_1\phi = [{}_1\theta_1 \quad {}_1\theta_2 \quad {}_1\theta_3]^T \quad (16)$$

$${}_1u = [x \quad y \quad \Psi]^T \quad (17)$$

두 번째 부속체인에 대한 역방향 기구학 관계식은 식(18)로 표현되고

$${}_2\phi = f({}_2u) \quad (18)$$

여기서

$${}_2\phi = [{}_2\theta_1 \quad {}_2\theta_2 \quad {}_2\theta_3]^T \quad (19)$$

$${}_2u = [x - d_{x12} \quad y - d_{y12} \quad \Psi + \frac{2}{3}\pi]^T \quad (20)$$

여기서 d_{x12} 는 첫 번째 부속체인의 제일관절계에 기준 한 두 번째 부속체인의 제일관절계의 x방향 변위이고 d_{y12} 는

첫 번째 부속체인에 제일관절계에 기준한 두 번째 부속체인의 제일관절계의 y 방향 변위이다.

세 번째 부속체인에 대한 역방향 기구학 관계식은 식 (21)로 표현된다.

$${}_3\phi = f({}_3u) \quad (21)$$

여기서

$${}_3\phi = [{}_3\theta_1 \quad {}_3\theta_2 \quad {}_3\theta_3]^T \quad (22)$$

$${}_3u = [x - d_{x13} \quad y - d_{y13} \quad \Psi + \frac{4}{3}\pi]^T \quad (23)$$

여기서 d_{x13} 는 첫 번째 부속체인의 제일관절계에 기준한 세 번째 부속체인의 제일관절계의 x 방향 변위이고 d_{y13} 는 첫 번째 부속체인의 제일관절계에 기준한 세 번째 부속체인의 제일관절계의 y 방향 변위이다.

3.2 정방향 기구학 해석

정방향 기구학 문제는 각 관절들의 변위가 주어졌을 때, 출력점의 위치와 방위를 계산하는 것이다. 병렬 구조에서는 직렬 부속체인들 간의 관절변위가 서로 상호 구속되어 있으므로 간단한 문제가 아니다. 이 문제는 보통 닫힌 형태의 해(closed form solution)를 갖지 않기 때문에 반복적인 수치해석의 방법이 요구되며 다수해(multiple solution)를 가질 수 있다. 본 연구에서는 비선형 대수식의 해를 구하는 수치해석법중 뉴턴-랩슨 기법(Newton-Raphson technique)을 사용하였다.⁽¹¹⁾ 병렬 메카니즘에 이 방법을 적용하기 위해서는 먼저 모든 직렬 부속체인들에 포함된 구동관절 대 자유관절 간의 구속 방정식(constraint equation)을 구하고, 그것의 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 구해야 한다. 그리고 뉴턴-랩슨 식에 의해 모든 직렬 부속체인들에 포함된 구동관절들의 변위에 구속된 자유관절들의 변위가 구해지면, 결과적으로 하나의 직렬 부속체인의 정방향 기구학 식에 의해 출력점의 위치와 방위가 계산된다.

제안된 병렬 메카니즘은 아홉 개의 관절중 지지판에 연결된 세 개의 구동관절 $\Phi_a = ({}_1\theta_1, {}_2\theta_1, {}_3\theta_1)$ 에만 구동용 서보 모터-엔코더를 장착해야 하므로, 나머지 여섯 개의 자유 관절변위 $\Phi_f = ({}_1\theta_2, {}_1\theta_3, {}_2\theta_2, {}_2\theta_3, {}_3\theta_2, {}_3\theta_3)$ 는 이 세 개의 엔코더에서 얻어진 정보를 이용해서 추정(estimate)해야 한다. 이를 위한 여섯 개의 구속 방정식은 첫 번째 부속체인의 정방향 기구학 식(3), (4), (5)를 다른 두 개의 부속체인으로 확장시키고 이를 통해 얻어진

아홉 개의 식을 이용해서 다음과 같이 구하였다.

$$C_1 = {}_1L_1c_{11} + {}_1L_2c_{11,12} + {}_1L_3c_{11,12,13} - {}_2L_1c_{21} - {}_2L_2c_{21,22} - {}_2L_3c_{21,22,23} - d_{x12} = 0 \quad (24)$$

$$C_2 = {}_1L_1c_{11} + {}_1L_2c_{11,12} + {}_1L_3c_{11,12,13} - {}_3L_1c_{31} - {}_3L_2c_{31,32} - {}_3L_3c_{31,32,33} - d_{x13} = 0 \quad (25)$$

$$C_3 = {}_1L_1s_{11} + {}_1L_2s_{11,12} + {}_1L_3s_{11,12,13} - {}_2L_1s_{21} - {}_2L_2s_{21,22} - {}_2L_3s_{21,22,23} - d_{y12} = 0 \quad (26)$$

$$C_4 = {}_1L_1s_{11} + {}_1L_2s_{11,12} + {}_1L_3s_{11,12,13} - {}_3L_1s_{31} - {}_3L_2s_{31,32} - {}_3L_3s_{31,32,33} - d_{y13} = 0 \quad (27)$$

$$C_5 = {}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3 - {}_2\theta_1 - {}_2\theta_2 - {}_2\theta_3 + \frac{2}{3}\pi = 0 \quad (28)$$

$$C_6 = {}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3 - {}_3\theta_1 - {}_3\theta_2 - {}_3\theta_3 + \frac{4}{3}\pi = 0 \quad (29)$$

여기서 $c_{11,12,13}$ 은 $\cos({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3)$ 이고 $s_{11,12,13}$ 은 $\sin({}_1\theta_1 + {}_1\theta_2 + {}_1\theta_3)$ 이다. 이를 이용하여 자코비안 행렬을 구하면 식(30)과 같다.

$$J(\Phi_f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial {}_1\theta_2} & \frac{\partial C_1}{\partial {}_1\theta_3} & \frac{\partial C_1}{\partial {}_2\theta_2} & \frac{\partial C_1}{\partial {}_2\theta_3} & \frac{\partial C_1}{\partial {}_3\theta_2} & \frac{\partial C_1}{\partial {}_3\theta_3} \\ \frac{\partial C_2}{\partial {}_1\theta_2} & \frac{\partial C_2}{\partial {}_1\theta_3} & \frac{\partial C_2}{\partial {}_2\theta_2} & \frac{\partial C_2}{\partial {}_2\theta_3} & \frac{\partial C_2}{\partial {}_3\theta_2} & \frac{\partial C_2}{\partial {}_3\theta_3} \\ \frac{\partial C_3}{\partial {}_1\theta_2} & \frac{\partial C_3}{\partial {}_1\theta_3} & \frac{\partial C_3}{\partial {}_2\theta_2} & \frac{\partial C_3}{\partial {}_2\theta_3} & \frac{\partial C_3}{\partial {}_3\theta_2} & \frac{\partial C_3}{\partial {}_3\theta_3} \\ \frac{\partial C_4}{\partial {}_1\theta_2} & \frac{\partial C_4}{\partial {}_1\theta_3} & \frac{\partial C_4}{\partial {}_2\theta_2} & \frac{\partial C_4}{\partial {}_2\theta_3} & \frac{\partial C_4}{\partial {}_3\theta_2} & \frac{\partial C_4}{\partial {}_3\theta_3} \\ \frac{\partial C_5}{\partial {}_1\theta_2} & \frac{\partial C_5}{\partial {}_1\theta_3} & \frac{\partial C_5}{\partial {}_2\theta_2} & \frac{\partial C_5}{\partial {}_2\theta_3} & \frac{\partial C_5}{\partial {}_3\theta_2} & \frac{\partial C_5}{\partial {}_3\theta_3} \\ \frac{\partial C_6}{\partial {}_1\theta_2} & \frac{\partial C_6}{\partial {}_1\theta_3} & \frac{\partial C_6}{\partial {}_2\theta_2} & \frac{\partial C_6}{\partial {}_2\theta_3} & \frac{\partial C_6}{\partial {}_3\theta_2} & \frac{\partial C_6}{\partial {}_3\theta_3} \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서 $J(\Phi_f) \in R^{6 \times 6}$ 이다. 그리고 추정할 변수 X 와 구속 방정식 C 가 다음과 같을 때

$$X = [{}_1\theta_2 \quad {}_1\theta_3 \quad {}_2\theta_2 \quad {}_2\theta_3 \quad {}_3\theta_2 \quad {}_3\theta_3]^T \quad (31)$$

$$C = [C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4 \quad C_5 \quad C_6]^T \quad (32)$$

반복회수의 한계와 오차의 한계를 정하면 뉴턴-랩슨 식(33)의 반복적 수치계산에 의해 X 가 추정된다.

$$X_{new} = X - J^{-1}(\Phi_f) \cdot C \quad (33)$$

X가 추정되면 결과적으로 아홉 개의 관절중 세 개의 구동관절의 변위만을 측정하여도 식(3), (4), (5)에 의해 출력점의 위치와 방위를 구할 수 있다.

4. 구동관절 대 출력점의 자코비안

이동판 중앙의 위치와 방위를 나타내는 출력벡터를 $u = [x \ y \ \Psi]^T$ 라 정하고, r번째 부속체인의 관절변수 벡터를 $\Phi = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ 라고 할 때, 이 둘 사이의 일차 미분관계식은 다음과 같다.

$$\dot{u} = J_r(\Phi) \dot{\Phi}, \quad r = 1, 2, 3 \quad (34)$$

여기서 $J_r(\Phi) \in R^{3 \times 3}$ 이다. 각 부속체인의 일차 미분 계수인 자코비안 행렬 $J_r(\Phi)$ 이 비특이(nonsingular)할 때 역관계식은 다음과 같다.

$$\dot{\Phi} = J^{-1}(\Phi) \dot{u}, \quad r = 1, 2, 3 \quad (35)$$

이 식으로부터 구동 액추에이터가 장착된 각 체인의 첫 번째 관절변수들로 이루어진 벡터 $\Phi_a = [\theta_{1_1} \ \theta_{1_2} \ \theta_{1_3}]^T$ 를 구동 입력벡터라고 할 때, 입출력벡터의 미분관계식은 다음과 같이 유도된다.⁽¹²⁾

$$\dot{\Phi}_a = J^{-1}(\Phi_a) \dot{u} \quad (36)$$

여기서

$$J^{-1}(\Phi_a) = \begin{bmatrix} \text{first row of } J^{-1}(\Phi_a) \\ \text{second row of } J^{-1}(\Phi_a) \\ \text{third row of } J^{-1}(\Phi_a) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{first row of } J^{-1}(\Phi) \\ \text{first row of } J^{-1}(\Phi) \\ \text{first row of } J^{-1}(\Phi) \end{bmatrix} \quad (37)$$

식(36)의 역관계 식은 다음과 같다.

$$\dot{u} = J(\Phi_a) \dot{\Phi}_a \quad (38)$$

여기서 $J(\Phi_a) \in R^{3 \times 3}$ 이다. 결과적으로 식(38)은 구동 입력관절과 출력점의 자코비안 관계식이 된다. 그리고 구동 액추에이터에 의한 입력토크벡터 $\tau_a = [\tau_{1_1} \ \tau_{1_2} \ \tau_{1_3}]^T$ 와 출력점에서의 출력힘벡터 $f_u = [f_x \ f_y \ \tau_\Psi]^T$ 는 가상일의 원리(principle of virtual work)에 의해 다음 관계식이 성립한다.

$$\tau_a = J^T(\Phi_a) f_u \quad (39)$$

5. 강성 해석

매카니즘의 강성 해석(stiffness analysis)은 액추에이터를 선형 스프링으로 모델링하므로써 수행될 수 있다. 3자유도 출력이 가능한 직각좌표계 방향 (x, y, Ψ)으로의 이동판의 작은 변위는 강성 행렬(stiffness matrix)에 의해 그와 같은 방향에 대한 힘과 모멘트 벡터로 사상(mapping)될 수 있다. 강성 행렬 K는 식(40)으로 정의된다.⁽¹³⁾

$$K = \{J(\Phi_a) S J^T(\Phi_a)\}^{-1} \quad (40)$$

여기서 $K \in R^{3 \times 3}$ 이다. $S \in R^{3 \times 3}$ 는 선형 스프링으로 모델링된 세 개의 구동관절에 장착된 액추에이터의 강성을 나타내는 대각행렬이며 대각의 값은 비례인자(scaling factor)가 된다. K는 양의 반한정(positive semidefinite) 행렬이므로 항상 음이 아니다. 여기서 K의 고유치(eigenvalue)들은 고유벡터(eigenvector)가 된다. 또한, K의 주 대각요소는 각각 이동판의 출력공간 x, y, Ψ 방향에 해당하는 강성 k_x, k_y, k_Ψ 와 일치한다. 매카니즘의 모든 컴플라이언스(compliance)가 액추에이터들에 의해서만 발생할 때, 액추에이터들이 단위 강성(unit stiffness)을 갖는다고 가정하면, k_x, k_y, k_Ψ 는 움직이는 이동판에 가해지는 힘과 모멘트를 나타내는 매카니즘의 강성으로서 물리적으로 해석될 수 있다.

시뮬레이션을 위해 $1L_1, 1L_2, 2L_1, 2L_2, 3L_1, 3L_2$ 는 모두 1m로 정하고 이동판 정삼각형의 한 변의 길이를 1m로 정했다. 즉 이동판 정삼각형의 각 꼭지점에서 중심점까지의 길이인 $1L_3, 2L_3, 3L_3$ 은 $\frac{\sqrt{3}}{3}m$ 이다. 그리고

가져판과 연결되는 각 부속체인의 제일관절인 구동관절의 배치는 이동판 중심점을 (x=0, y=0)로 했을 때, 이점을 중심으로 정삼각형 대칭이 되도록 배치했다. 첫 번째 부속체인의 세 번째 링크인 $1L_2$ 의 기준 직각좌표계

{W}에 대한 방위를 ψ 로 정했으므로, $\psi = 30^\circ$ 일 때 Fig.2에서와 같이 구동관절을 연결한 외부 정삼각형과 이동판 정삼각형이 같은 꼴이 된다. 출력점의 표준 위치와 방위를 ($x = 0, y = 0, \psi = 30^\circ$)로 정했다. AC distance는 부속체인의 제일관절인 구동관절(Actuated joint)과 이동판의 중심점(Center of moving platform)간의 거리로서, 최대 AC에 대한 고정된 AC의 비율로 나타냈다. 즉, Fig.2의 (a)와 같은 형상일 때 AC distance = 0이고 Fig.2의 (d)와 같은 형상일 때 AC distance = 1이 된다.

Fig.3, Fig.4, Fig.5는 각각 이동판의 중심점을 ($x = 0, y = 0$)에 고정하고 이동판의 방위 ψ 와 AC distance에 대한 k_x, k_y, k_ψ 의 변화를 나타냈다. AC distance = 1이면 강성의 수치가 급격히 무한대가 되

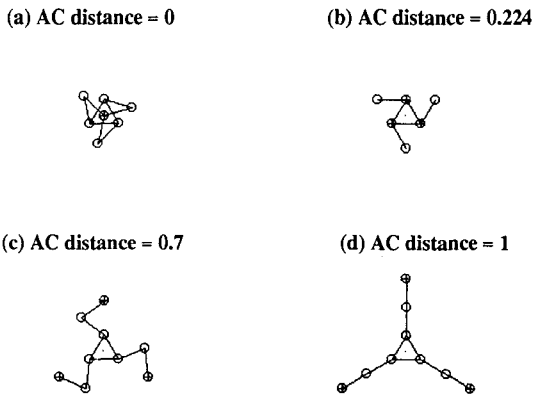


Fig. 2 Variety of form of the mechanism

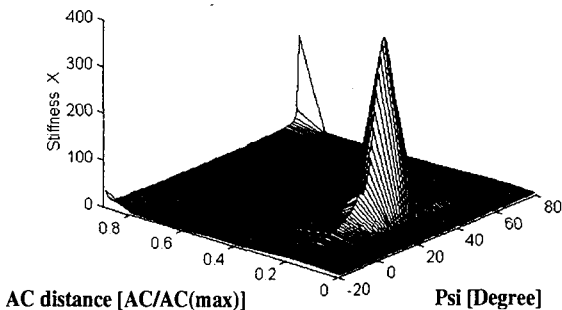


Fig. 3 Variation of Stiffness k_x of $J(\Phi_2)$ with AC distance and ψ ($x = 0, y = 0$)

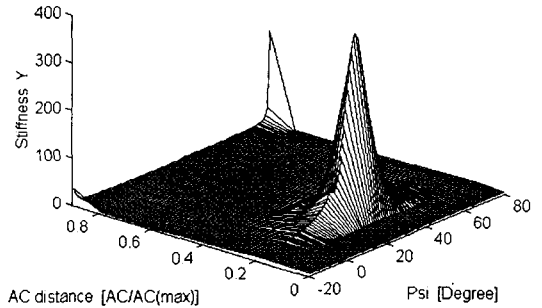


Fig. 4 Variation of Stiffness k_y of $J(\Phi_2)$ with AC distance and ψ ($x = 0, y = 0$)

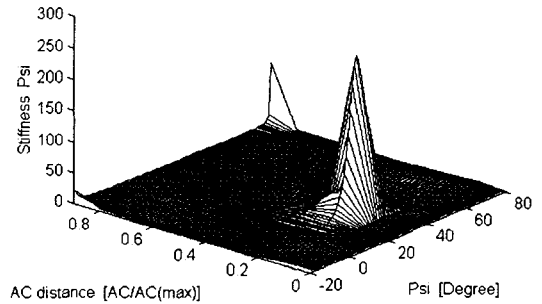


Fig. 5 Variation of Stiffness k_ψ of $J(\Phi_2)$ with AC distance and ψ ($x = 0, y = 0$)

므로 0에서 0.9까지의 범위를 잡았고, ψ 는 AC distance = 0.9일 때 최대 회전 가능한 -20° 에서 80° 까지의 범위를 잡았다. S는 단위행렬을 사용했다. 그 결과 k_x, k_y, k_ψ 는 모두 AC distance = 0.224이고 $\psi = 30^\circ$ 일 때 최고의 수치를 나타냈다. 이것은 Fig.2의 (b)와 같은 형상일 때이며 구동관절이 정삼각형의 각 꼭짓점과 일치하는 위치에 고정될 때이다. 이 특이점에서는 강성 k_x, k_y, k_ψ 의 수치가 모두 무한대가 되지만 그림에서는 샘플 위치에서 벗어나 나타나지 않았다.

6. 속도 및 힘 전달특성

입력 구동관절 대 출력점의 최대속도전달비(maximum velocity transmission ratio) $T_{max v}$ 는 자코비안 행렬 $J(\Phi_a)$ 의 최대 특이치로 정의된다. 또한 최소속도

전달비(minimum velocity transmission ratio) $T_{\min v}$ 는 최소 특이치로 정의된다.⁽¹⁴⁾ 속도전달비가 작아질수록 출력점에서의 정밀도는 커진다.

$$T_{\max v} = \sigma_{\max}(J(\Phi_a)) \quad (41)$$

$$T_{\min v} = \sigma_{\min}(J(\Phi_a)) \quad (42)$$

입력 구동관절 대 출력점의 최대힘전달비(maximum force transmission ratio) $T_{\max F}$ 는 자코비안 행렬 $J(\Phi_a)$ 의 최소 특이치의 역수로 정의한다. 또한 최소힘 전달비(minimum force transmission ratio) $T_{\min F}$ 는 최대 특이치의 역수로 정의된다.⁽¹⁵⁾

$$T_{\max F} = \frac{1}{\sigma_{\min}(J(\Phi_a))} \quad (43)$$

$$T_{\min F} = \frac{1}{\sigma_{\max}(J(\Phi_a))} \quad (44)$$

Fig.6은 5절의 결과에 따라 특이점 $\Psi = 30^\circ$ 일 때 ACdistance에 대한 $J(\Phi_a)$ 의 최대 특이점, 최소 특이점, 그리고 조건수의 변화를 나타냈다. 결과적으로 특이점 ACdistance=0.224일 때 최대 및 최소 특이치가 가장 작다는 것을 알 수 있다. 그러나 7절에서 다루게될 조건수는 특이점에서도 거의 변화가 없고 단위값을 유지하는 것으로 나타났다. 즉, 이 특이점에서 자유자재성은 우수하면서도 가장 정밀한 위치제어가 가능하고 최대 힘전달 특성을 갖게된다.

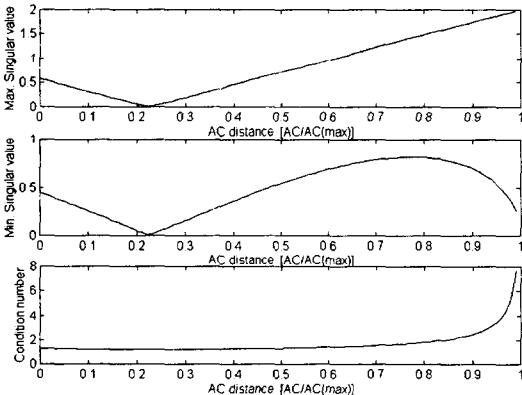


Fig. 6 Variation of singular value and condition number of $J(\Phi_a)$ to ACdistance ($x = 0, y = 0, \Psi = 30^\circ$)

7. 자유자재성 해석

이동판의 자유자재성(dexterity)의 측정은 구동관절 대 출력점의 자코비안 $J(\Phi_a)$ 의 조건수(condition number)를 조사하므로써 수행할 수 있다. 조건수는 이 자코비안 행렬 자승의 최대 고유치(eigenvalue) λ_{\max} 와 최소 고유치 λ_{\min} 의 비율의 제곱근을 구함으로써 구해진다.

$$\text{cond}(J(\Phi_a)) = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(J^T(\Phi_a)J(\Phi_a))}{\lambda_{\min}(J^T(\Phi_a)J(\Phi_a))}} \quad (45)$$

조건수를 계산하는 더욱 효과적인 방법으로, 정방대칭 행렬(square symmetric matrix)의 특이치(singular value)는 그 행렬 자승의 고유치의 제곱근 값을 나타내기 때문에 고유치 대신에 특이치를 주로 사용한다.⁽¹⁶⁾

$$\text{cond}(J(\Phi_a)) = \frac{\sigma_{\max}(J(\Phi_a))}{\sigma_{\min}(J(\Phi_a))} \quad (46)$$

제안된 메카니즘의 이상적인 특성중의 하나는 그 출력점이 작업공간 내의 임의의 위치에서 모든 방향으로 균등한 입출력 속도 및 힘의 전달특성을 갖는 것이다. 다시 말하면, 임의의 방향으로부터의 외력에 대해 균등한 관절토크를 발생시키는 전달특성을 갖는 것이다. 조건수가 단위값에 가까울수록 균등한 전달특성을 의미하며, 조건수가 커질수록 불균등한 전달특성을 의미한다. Fig.7은 출력

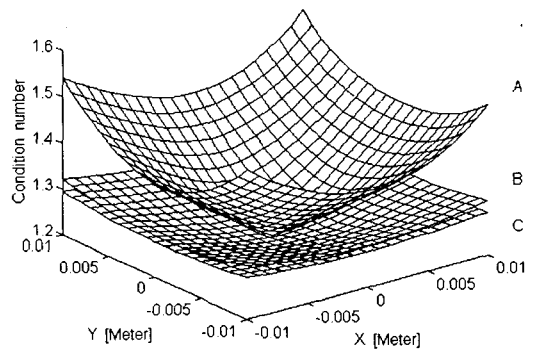


Fig. 7 Variation of condition number for the different x, y ($\Psi = 30^\circ$)

점에서 $\Psi = 30^\circ$ 으로 고정하고 x, y 를 각각 $-0.01m$ 에서 $+0.01m$ 까지 이동시키면서 $J(\Phi_a)$ 의 조건수의 변화를 나타냈다. A면은 ACdistance=0.25일 때이고 B면은 ACdistance=0.3일 때이고 C면은 ACdistance=0.35일 때이다. 특이점인 ACdistance=0.224에 가까워질수록 ($x=0, y=0$)에서 벗어남에 따라 자유자재한 영역이 급격히 감소한다. 즉, 이 특이점에 가까워질수록 자유자재한 작업공간이 작은 미세한 동작으로 기능이 한정됨을 알 수 있다.

8. 결 론

평면 작업 로봇에 응용 가능한 병렬 메카니즘에 관하여 논하였다. 정방향 기구학과 역방향 기구학의 해석방법을 제시하였으며, 수치해석적으로 병렬 메카니즘의 정방향 기구학의 해를 구하기 위해 구동관절 Φ_a 와 자유관절 Φ_f 간의 구속방정식 C와 그것의 자코비안 행렬 $J(\Phi_f)$ 를 유도하였다. 그리고 메카니즘의 기구학적 특성이 조사되었으며, 최적의 성능을 발휘할 수 있는 기하학적 형상이 연구되었다. 강성, 속도전달특성, 힘전달특성, 그리고 자유자재성 해석을 위해 구동관절 Φ_a 와 출력점 u 간의 자코비안 행렬 $J(\Phi_a)$ 를 유도하였다.

결론적으로 ACdistance=0.224 이고 $\Psi = 30^\circ$ 인 Fig.2의 (b)의 특이형상에 가까울수록 자유자재한 영역은 감소하지만 출력자유도의 방향 (x, y, Ψ)에 대해 가해지는 외력에 저항하는 강성은 커지고 정밀한 위치제어 및 고도의 힘제어에 유리하다는 것이 밝혀졌다. 이러한 특성을 산업현장에 응용할 경우, 고도의 정밀도를 요구하면서 미세이동을 하는 현미경의 표본받침대, 반도체 웨이퍼의 가공작업대, 그리고 드릴링 머신의 정밀작업대등 미세하고 정교한 평면 작업용 로봇에 매우 유용할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Stewart, D., "A platform with six degrees of freedom," Proc. of Institution of Mechanical Engineers, Vol. 180, Pt. 1, No. 15, pp. 371-386, 1965-66.
2. 이병주, 김희국, 허금강, "스튜워트 플랫폼 메카니즘의 기구학적/동역학적 최적설계," 제어 자동화 시스템공학 논문지, 제2권, 제1호, pp. 45-52,

- 1996.
3. Kim, W. K., Huh, K. K., Yi, B. J., and Cho, W., "Optimal Synthesis of a Wrist-Type 6 Degree-of-Freedom Force/Torque Sensor Using Stewart Platform Structure," KSME Journal, Vol. 9, No. 4, pp. 462-471, 1995.
4. 김희국, 이병주, "병렬형 3자유도 구형 모듈의 해석과 힘반영 원격조정기로의 구현," 대한기계학회 논문집, 제18권, 제10호, pp. 2501-2513, 1994.
5. Kim, W. K., Lee, J. Y., and Yi, B. J., "Analysis for A Planar 3 Degree-of-Freedom Parallel Mechanism With Actively Adjustable Stiffness Characteristics," Proc. of the 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2663-2670, Albuquerque, New Mexico, April 1997.
6. Kim, W. K., Kim, D. G., and Yi, B. J., "Analysis of a Planar 3 Degree-Of-Freedom Adjustable Compliance Mechanism," KSME Journal, Vol. 10, No. 3, pp. 286-295, 1996.
7. 김재섭, 김희국, 조 황, "국소적 제어특성을 가지는 평면형 6 자유도 병렬 메카니즘의 동적 특성 분석," 제어계측·자동화·로보틱스 연구회 합동학술발표회 논문집, pp. 353-357, KOEX, 1997.
8. Yang, D. C. H., and Lee, T. W., "Feasibility Study of a Platform type of Robotic Manipulators from a Kinematic Viewpoint," Trans. of the ASME J. of Mechanisms, Transmission, and Automation in Design, Vol. 106, pp. 191-198, 1984.
9. Craig, J. J., "Introduction to Robotics : Mechanics and Control," 2nd ed., Addison-Wesley, 1989.
10. 전용호, 송낙운, 조 황, 김희국, "4 절 메카니즘을 이용한 준정적 포복 시스템에 관한 연구," Proc. of the 11th KACC, pp. 924-927, October 1996.
11. 김희국, 이준용, 조 황, "미끄럼 구동 관절을 가지는 3 자유도 병렬형 메카니즘의 기구학적 특성 분석," 대한기계학회 추계학술대회논문집 A, pp. 704-709, 1996.
12. Freeman, R. A., and Tesar, D., "Dynamic

- Modeling of Serial and Parallel Mechanisms/Robotic Systems, Part I-Methodology, Part II-Applications," Proceeding of 20th ASME Mechanisms Conference, Orlando, FL, DE. Vol. 15-2, pp. 7-21, 1988.
13. Kim, W. K., Lee, J. Y., and Yi, B. J., "Analysis for a Planar 3 Degree-of-Freedom Parallel Mechanism with Actively Adjustable Stiffness Characteristics," KSME Int. J., Vol. 11, No. 4, pp. 408-418, 1997.
 14. 김재섭, 김희국, 조 황, "평면형 3 자유도 병렬 메카니즘의 정밀도 특성에 관한 연구," 한국정밀공학회 추계학술대회논문집, pp. 781-786, 1996.
 15. 이병주, 김희국, "고장에 강인한 구형 3자유도 모듈에 관한 기구학적 해석," 대한기계학회논문집, 제18권, 제11호, pp. 2846-2859, 1994.
 16. Nakamura, Y., "Advanced Robotics : Redundancy and Optimization," Addison-Wesley, 1991.