

2진 로봇 매니플레이터의 기구학적 해석

류길하*

Kinematic Analysis of a Binary Robot Manipulator

Gil Ha Ryu*

ABSTRACT

The traditional robot manipulators are actuated by continuous range of motion actuators such as motors or hydraulic cylinders. However, there are many applications of mechanisms and robotic manipulators where only a finite number of locations need to be reached, and the robot's trajectory is not important as long as it is bounded. Binary manipulator uses actuators which have only two stable states. As a result, binary manipulators have a finite number of states. The number of states of a binary manipulator grows exponentially with the number of actuators. This kind of robot manipulator has some advantage compared to a traditional one. Feedback control is not required, task repeatability can be very high, and finite state actuators are generally inexpensive. And this kind of robot manipulator has a fault tolerant mechanism because of kinematic redundancy. This paper develops algorithms for kinematics and workspace analysis of a binary manipulator.

Key Words : binary robot manipulator(2진 로봇 매니플레이터), kinematic analysis(기구학적 해석), variable geometry truss (가변 트러스 구조), workspace(작업영역)

1. 서론

일반적으로 많이 사용되는 로봇 매니플레이터는 전기 모터나 유압실린더 등을 동력원으로 사용하고 이러한 동력원은 조인트의 변위를 연속적으로 변화시킬 수 있으므로 로봇 매니플레이터의 연속적인 위치변화에 유연하게 대응할 수 있어 그 사용범위가 광범위하다.

2진 로봇 매니플레이터는 전체적인 기하학적 형상이 그림 1에 나타난 바와 같이 가변 트러스 구조를 하고 있으며 조인트의 구동원으로 사용되는 액츄에이터는 2가지

의 변위만을 지니고 있다. 따라서 모든 조인트 변위는 2진수로 표현할 수 있으며 최대 변위와 최소 변위만으로 나타내게 된다. 로봇 매니플레이터에 주어지는 작업의 형태는 여러 가지가 있으나 크게 분류하면 연속적인 경로(continuous path)를 따라 움직이는 경우와 주어진 위치(discrete position)를 따라 움직이는 경우로 구분할 수 있다. 2진 로봇 매니플레이터의 경우 조인트 변수가 연속적이지 않기 때문에 말단 조작자(end effector)의 위치 또한 불연속적으로 나타내게 된다. 즉 로봇 매니플레이터의 작업영역(workspace)이 일반 로봇 매니플레이터

* 한국기술교육대학교 제어기계공학과

와 달리 위치 벡터(position vector)의 집합 형태로 표현되며 액츄에이터의 개수가 n 개인 경우 로봇 매니플레이터는 $2n$ 개의 위치에 도달할 수 있다. 이러한 단점으로 인하여 연속적인 경로를 따라 이동하여야 하는 작업이나 높은 정밀도를 요구하는 작업에는 적합하지 않을 수도 있지만 다른 여러 가지의 장점도 내포하고 있다. 조인트 변수가 연속적이지 않고 최대 변위값 및 최소 변위값만을 가지고 있으므로 조인트 변수에 대한 제어가 필요 없고 가변 트러스 구조의 수를 증가시키면 비교적 큰 작업 영역을 가질 뿐 만 아니라 장애물이 있는 경우에도 쉽게 적용이 가능하고 액츄에이터의 값이 저렴하여 높은 경제성을 유지할 수 있다. 그림 1과 같은 가변 트러스 구조의 로봇 매니플레이터는 잉여 로봇 매니플레이터(redundant robot manipulator)이므로 고장으로 인하여 몇 개의 조인트가 구동하지 않는 상황에서도 로봇 시스템의 신뢰성을 확보할 수 있는 고장에 견디는(fault tolerant) 구조를 지니고 있을 뿐 아니라 선형 액츄에이터 자체가 하나의 트러스 구조를 역할을 하기 때문에 별도의 로봇 본체가 필요 없어지므로 전체적으로 로봇 매니플레이터의 무게가 가벼워진다. 따라서 로봇 매니플레이터를 사용하는 작업환경이 우주 공간이나 물 속 등이어서 고장이 발생하여도 쉽게 교체하거나 수리가 힘든 경우이거나 장애물이 존재하는 경우에 적용이 가능하며 정밀 위치 제어는 말단 조작자에 부가적인 장치, 예를 들면 병렬형 로봇 매니플레이터⁽¹⁻²⁾등을 설치함으로써 극복할 수 있다. 일반적으로 로봇 매니플레이터가 수행하는 작업은 위치작업(point to point, PTP)이 대부분이므로 이 경우 값비싼 산업용 로봇을 대체할 수 있어 경제성이 뛰어나다 할 수 있다. 연속적인 조인트 변수값을 지닌 직렬형 잉여 로봇 매니플레이터의 기구학적 해석에 대하여 그 동안 많은 연구가 이루어져 왔다⁽³⁻⁴⁾.

Padmanabhan과 Subramaniam은 가변형 구조를 지닌 병렬형 3차원 형상의 로봇 매니플레이터의 기구학적 해석에 관한 연구를 수행하였다⁽⁵⁻⁶⁾. Chirikjian은 가변형 트러스 구조를 지닌 잉여 로봇에 대한 기구학적 해석 및 제어에 관한 연구⁽⁷⁾를 수행하였으며 기구학적 해석에 바탕을 둔 최적 형상에 관한 연구⁽⁸⁾를 수행한 바 있고 위치 제어에 사용되는 2진 로봇 매니플레이터의 조인트 변수값 결정(최대 변위값 및 최소 변위값)에 관한 연구⁽⁹⁾를 수행하였다. 본 논문에서는 가변형 트러스 구조를 지닌 평면 2진 로봇 매니플레이터에 대하여 기구학적 형상을 이용하여 기구학적 해석을 수행하였으며 기구학적 파라

메타의 변화가 작업영역에 미치는 영향에 대하여 조사하였다.

2. 기구학적 해석

2.1 기구학적 모델링

그림 1에 나타난 가변 트러스 구조를 지닌 2진 로봇 매니플레이터는 그림 2와 같은 기본 트러스 모듈을 적층하여 구성한다. 그림 2에 나타난 바와 같이 각각의 기본 모듈은 3개의 선형 액츄에이터($q_{3i-2}, q_{3i-1}, q_{3i}, i=1, 2, \dots, m, m$: 모듈의 개수)로 구성되어 있으며 각 액츄에이터의 변위는 연속적이지 않고 최소 변위값과 최대 변위값으로만 동작한다. 따라서 조인트의 변위 상태는 2진수로 표현이 가능하며 0인 경우는 최소 변위 상태를 그리고 1인 경우는 최대 변위 상태를 나타낸다. m 개의 모듈로 구성된 2진 로봇 매니플레이터의 경우 $3m$ 개의 선형 구동 조인트를 가지게 되므로 로봇 매니플레이터의 말단 조작자는 2^{3m} 개의 위치에 도달할 수 있다. 기구학적 해석을 위하여 각 모듈에 이동좌표계(moving coordinate system, x_i, y_i, z_i)를 부여하며 기준좌표계(reference coordinate system, x_0, y_0, z_0)는 첫번째 모듈의 베이스에 위치하고 원점은 A점과 일치한다. 그림 2는 i 번째 모듈을 나타내고 있으며 부여된 이동좌표계 $\{i\}$ 의

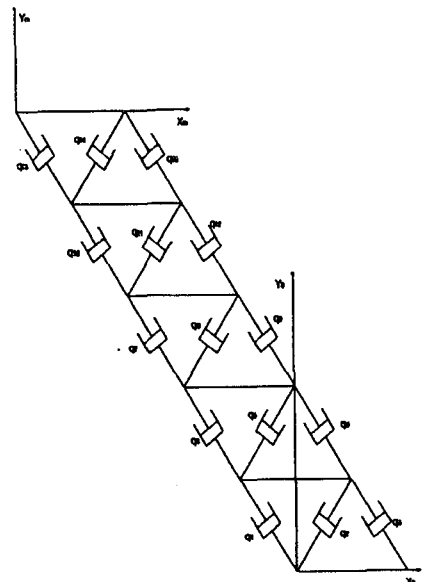


Fig. 1 Planar binary robot manipulator

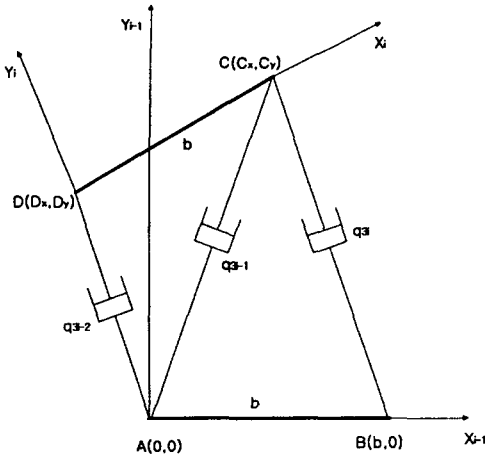


Fig. 2 Kinematic modelling of binary robot manipulator (for i-th module)

원점은 상판에 위치(D점)하고 x 방향은 상판을 따라 그리고 y 방향은 상판에 수직인 방향을 향하도록 위치하고 있다. 각 모듈에 부여된 두 좌표계 사이의 좌표변환은 (i) 좌표계의 원점의 위치와 좌표축의 단위벡터를 (i-1)좌표계로 표현함으로써 구할 수 있다. 초기위치(home position)인 경우 각 모듈에 부여된 모든 이동좌표계와 기준 좌표계의 좌표축 방향은 서로 일치한다.

2.2 기구학적 해석

기구학적 해석은 순 기구학적 해석(direct kinematic analysis)과 역 기구학적 해석(inverse kinematic analysis)으로 나눌 수 있으며 그림 1에 나타난 2진 로봇 매니플레이터의 경우 구동 조인트의 조인트 변위 상태가 주어지는 경우 말단 조작용자의 위치(position and orientation)를 결정하는 것을 순 기구학적 해석, 그리고 이와 반대로 말단 조작용자의 위치가 주어지는 경우 구동 조인트의 조인트 상태를 구하는 것을 역 기구학적 해석이라 할 수 있다. 각 모듈에 부여된 두 좌표계 사이의 좌표 변환(coordinate transformation)은 두 좌표계의 원점에 대한 상대 위치 벡터와 좌표축 사이의 회전각의 합수로 표현할 수 있으며 식(1)로 나타난다.

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\Phi) & -\sin(\Phi) & x_0 \\ \sin(\Phi) & \cos(\Phi) & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, x_0, y_0 는 (i)좌표계의 원점을 (i-1)좌표계로 나타낸 값이며 Φ 는 (i-1)좌표계에 대한 (i)좌표계의 회전량을 나타낸다. 그림 2에 나타난 기본 모듈에서 트러스의 베이스 폭은 b 이며 이때 A 점 및 B 점의 좌표를 좌표계 (i-1)에 대하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A(A_x, A_y) &= (0, 0) \\ B(B_x, B_y) &= (b, 0) \end{aligned} \quad (2)$$

(i-1) 좌표계에 대한 C점의 위치를 (C_x, C_y) , D점의 위치를 (D_x, D_y) 라 하면 다음 관계식을 유도할 수 있다.

$$D_x^2 + D_y^2 = q_{3i-2}^2 \quad (3)$$

$$C_x^2 + C_y^2 = q_{3i-1}^2 \quad (4)$$

$$(C_x - b)^2 + C_y^2 = q_{3i}^2 \quad (5)$$

$$(C_x - D_x)^2 + (C_y - D_y)^2 = b^2 \quad (6)$$

식(3)-(6)에 나타난 조인트 변위(q_j)는 조인트의 상태에 따라 결정되며 조인트의 상태가 1인 경우에는 $q_j = q_{max}$ 가 되고 조인트 상태가 0인 경우에는 $q_j = q_{min}$ 이 된다. (i-1) 좌표계에 대한 C점의 좌표는 다음과 같이 구한다. 식(4)와 식(5)로부터 C_x 를 구할 수 있고 C_y 를 식(4)에 대입하여 C_y 를 구할 수 있다. 이 경우 C_y 는 항상 양수이어야 하며 결과적으로 C점의 좌표는 다음 식으로 나타난다.

$$C_x = \frac{b^2 - q_{3i}^2 + q_{3i-1}^2}{2b}, \quad C_y = \sqrt{q_{3i-1}^2 - C_x^2} \quad (7)$$

식(3), (4) 그리고 (7)을 식(6)에 대입하면 $2C_x D_x + 2C_y D_y = q_{3i-1}^2 + q_{3i-2}^2 - b^2$ 이 되며 따라서 D_x 는 다음과 같이 표현된다.

$$D_x = \frac{D_y - k_1}{k_2}$$

$$\text{여기서, } k_1 = \frac{q_{3i-1}^2 + q_{3i-2}^2 - b^2}{2C_y} \quad (8)$$

$$k_2 = -\frac{C_x}{C_y}$$

식(8)을 식(3)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$l_1 D_y^2 - l_2 D_y + l_3 = 0$$

여기서, $l_1 = \frac{1}{k_2^2} + 1$ (9)

$$l_2 = \frac{2k_1}{k_2^2}$$

$$l_3 = \frac{k_1^2}{k_2^2} - q_{3i-2}^2$$

식(8)과 (9)로부터 D점의 위치(D_x, D_y)를 구하면 다음 식과 같다.

$$D_y = \frac{l_2 \pm \sqrt{l_2^2 - 4l_1 l_3}}{2l_1} \quad (10)$$

$$D_x = \frac{D_y - k_1}{k_2}$$

식(10)을 살펴보면 D 점에 대하여 2개의 해가 존재하는데 기하학적 형상을 고려하면 C점의 위치벡터(\bar{C})와 D 점의 위치 벡터(\bar{D})가 다음 식을 만족하는 점만이 실제 해가됨을 알 수 있다.

$$\bar{C} \times \bar{D} > 0 \quad (11)$$

좌표계 {i} 와 좌표계 {i-1} 사이의 좌표변환행렬을 구하면 다음과 같다.

$$T_{i+1}^i = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x_0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C_y - D_y}{C_x - D_x}\right)$ (12)

$$x_0 = D_x$$

$$y_0 = D_y$$

식(12)를 이용하면 각 모듈에 부착된 조인트의 변위상태를 알고 있을 때 말단 조작자에 위치한 좌표계의 위치 및 방향(position and orientation)을 기준좌표계에 대하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_m^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 \dots T_i^{i-1} \dots T_m^{m-1} \quad (13)$$

여기서, m : 모듈의 개수

2진 로봇 매니플레이터의 역 기구학적 해석은 앞에서 언급한 바와 같이 기준 좌표계에 대하여 말단 조작자의 위치 및 방향이 주어지는 각 조인트의 조인트 변위 상태 (0 또는 1)를 구하는 것이다. 2진 로봇 매니플레이터의 경우 기하학적 형상과 조인트의 변위 조건으로 말미암아 경우에 따라서 사용자가 원하는 정확한 위치에 도달하는 것은 불가능하며 다음 조건식을 만족시키는 해를 구하여야 한다.

$$\min[x_{des} - f(q_1, q_2, \dots, q_{3m})] \quad (14)$$

여기서, x_{des} : 주어진 말단조작자의 위치 및 방향

q_i : 조인트 변위

$f(\cdot)$: 순기구학적 해석

역 기구학적 해석은 앞에서 구한 순 기구학적 해석을 수행한 결과를 데이터 베이스화 하여 식 (14)를 만족시키는 해를 찾는다.

3. 작업영역 해석

2진 로봇 매니플레이터의 조인트 변위는 연속적으로 변화하지 않고 최대 변위와 최소 변위만으로 작동한다. 따라서 2진 로봇 매니플레이터의 작업영역은 일반 로봇 매니플레이터와 달리 연속적인 공간으로 표현되지 않고 조인트의 상태에 따라 하나의 위치 벡터로 표현되며 전체적인 형상은 위치 벡터의 집합 형태로 나타난다. 작업영역을 결정하는 변수는 로봇 매니플레이터의 기하학적 형상과 크기 그리고 조인트의 최대 및 최소 변위값이다.

작업영역은 순 기구학적 해석을 통하여 로봇 매니플레이터의 조인트 상태를 고려하여 구할 수 있다. 이 경우 앞에서 언급한 바와 같이 작업 영역이 이산화(discrete)된 위치 벡터로 표현되므로 작업영역의 형상 뿐 만 아니라 작업영역의 밀도 또한 중요하다. 작업영역내의 위치에 관한 밀도는 다음 식으로 주어진다.

$$\rho = \frac{\text{말단 조작자가 도달할 수 있는 경우의 수}}{\text{단위영역의 크기}} \quad (15)$$

밀도가 높다는 것은 로봇 매니플레이터가 도달할 수 있

는 경우가 많다는 것을 의미하며 이 경우는 말단 조작자의 위치가 주어지는 경우 정확성을 높일 수 있는 가능성이 크다는 것을 나타낸다. 따라서 전체적인 작업영역의 크기 뿐 아니라 작업영역 내의 밀도에 관한 고찰도 중요하다 할 수 있다. 전체적으로 작업영역을 하나의 작은 세부영역(pixel)으로 나눈 다음 밀도의 변화를 조사하여 고밀도 영역에서 로봇 매니플레이터를 운용함으로써 운용 효율을 높일 수 있을 뿐 아니라 위치 오차를 줄일 수 있는 가능성을 기대 할 수 있다. 또한 2진 엑츄에이터의 최대 변위값과 최소 변위값을 조절 할 수 있다면 하나의 로봇 매니플레이터로서 다양한 모양의 작업영역을 창출 할 수 있고 작업영역 내의 밀도도 조절할 수 있게 된다. 이러한 방법으로는 엑츄에이터에 스톱퍼(stopper) 장치를 장착하여 조인트의 최소 및 최대 변위값을 비교적 간편하게 변화시킬 수 있다. 정확한 위치 작업을 위하여서는 작업영역 내의 고밀도 부분에서의 작업이 요구되므로 로봇 매니플레이터가 최적의 작업 영역 내에서의 작업이 이루어질 수 있도록 하기 위하여서는 베이스 위치를 변화시킬 필요가 있다. 이러한 목적을 위하여 작업영역의 해석과 밀도 해석은 반드시 수행함이 바람직하다.

4. 예 제

본 예제에 사용된 로봇 매니플레이터는 15 자유도를 지닌 평면 2진 로봇 매니플레이터이다. 기하학적 형상은 그림 1에 나타나 있으며 기하학적 파라메타와 조인트의 변화에 따른 작업영역에 관한 해석을 수행하였고 이를 작업

영역 밀도로 표현하였다. 순 기구학적 해석과 역 기구학적 해석에 관한 결과와 조인트의 고장에 따른 작업영역 변화 및 기구학적 해석을 수행하였다. 그림 3은 모듈의 베이스의 크기가 5이고 조인트의 최소 변위(q_{min})가 5인 경우 조인트의 최대 변위(q_{max})의 변화에 따른 작업영역의 변화를 나타내고 있으며 그림 4는 이를 밀도로 나타낸 것이다. 여기서 조인트의 변화량이 클수록 작업영역의 분포도 넓어짐을 알 수 있다. 그림 4에서 밀도가 높은 영역은 진하게 나타나고 밀도가 낮은 영역은 연하게 나타난다. 따라서 밀도가 높은 영역에서의 작업은 위치오차를

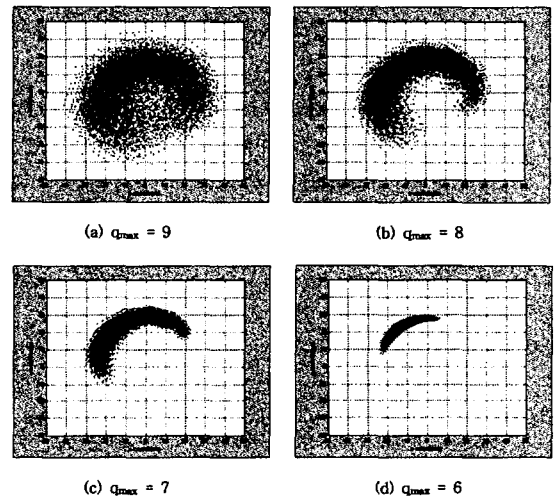


Fig. 3 Workspace of binary robot manipulator (width=5, q_{min} =5)

Table 1. Input data for inverse kinematic analysis and result

robot manipulator geometry	case	x_{des} y_{des}	x_{result} y_{result}	distant error joint states
width=5 q_{min} =5 q_{max} =8	(a)	10.0	10.10392	0.26223
		25.0	25.24076	100001110110010
	(b)	-15.0	-14.85242	0.28925
		-15.0	-15.24877	001001011001110
width=5 q_{min} =5 q_{max} =7	(c)	20.0	19.88038	0.20197
		20.0	19.83726	100110100110111
	(d)	-20.0	-20.04723	0.15141
		15.0	15.14385	000011000101001

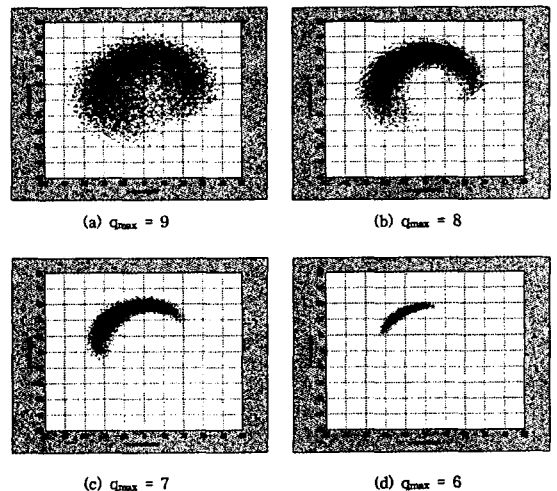


Fig. 4 Density of workspace of binary robot manipulator (width=5, q_{min} =5)

줄일 수 있다. 그림 5는 조인트의 최소 변위(q_{min})가 5 이고 최대 변위(q_{max})가 7인 경우 각 모듈의 베이스 크기 변화에 따른 작업영역을 나타내고 있다. 그림 5에서 알 수 있듯이 조인트의 최소 및 최대 값이 주어지는 경우 베이스의 크기가 작을수록 작업영역의 크기가 넓게 분포함을 알 수 있다. 표 1은 역 기구학적 해석을 수행하기 위한 데이터와 결과를 나타내며 그림 6은 각 경우에 대한 로봇 매니플레이터의 형상(configuration)을 나타낸다. 표 1의 조인트 상태에서 1은 최대 변위상태를 그리고 0은 최소 변위상태임을 나타내고 자릿수는 각 조인트 변수를 나

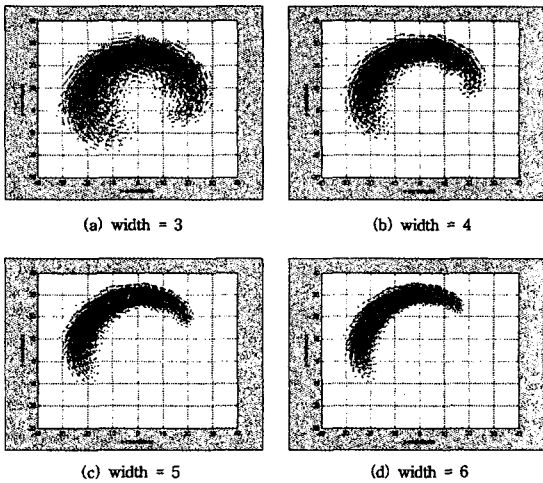


Fig. 5 Workspace of binary robot manipulator ($q_{min}=5, q_{max}=7$)

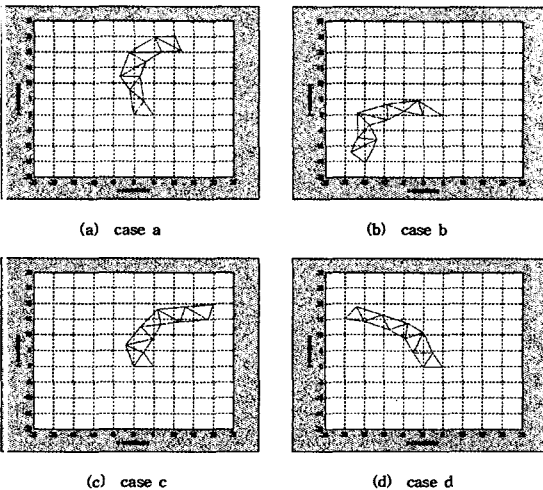


Fig. 6 Configuration of binary robot manipulator

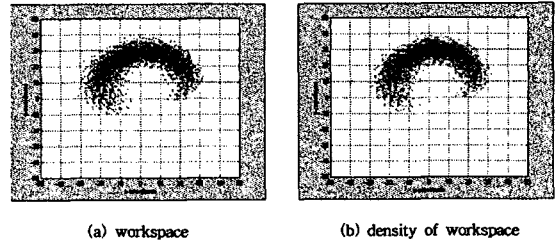


Fig. 7 Workspace of binary robot manipulator (joint 3 and 8 are out of order)

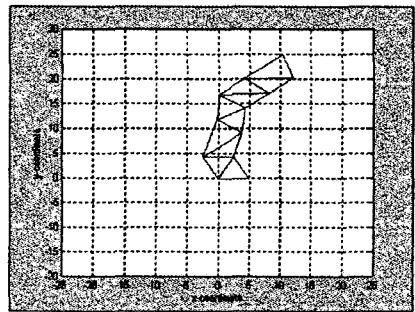


Fig. 8 Configuration of binary robot manipulator (joint 3 and 8 are out of order)

타낸다. 가변 트리스 구조를 지닌 2진 로봇 매니플레이터는 잉여 로봇 매니플레이터(redundant robot manipulator)이므로 고장으로 인하여 몇 개의 조인트가 구동하지 않는 상황에서도 로봇 시스템의 신뢰성을 확보할 수 있는 고장에 견디는(fault tolerant) 특성을 지니고 있어 몇개의 조인트가 고장이 나더라도 고장에 민감하지 않고 비교적 우수한 기구학적 성능을 지니고 있다. 예로서 표 1의 (a)와 같은 로봇 매니플레이터가 주어지고 3번째 조인트와 8번째 조인트가 고장이 난 경우 그림 7은 작업영역 분포와 밀도 분포를 나타내고 있으며 그림 8은 이 경우에 대한 역 기구학적 해석 결과를 보여주고 있다. 이때 조인트 상태는 000110000010110이며 목표치에 대한 오차는 0.40374로서 이 경우 고장이 나지 않았을 때와 비교하여 보면 적은 오차를 보여줌을 알 수 있다.

5. 결 론

2진 로봇 매니플레이터는 일반 산업용 로봇에 비하여 구동원의 가격이 저렴하고 제어가 필요 없으며 트리스 구조의 특성으로 말미암아 작업영역이 비교적 광범위하고

잉여 로봇 매니플레이터의 형태이므로 조인트의 고장에 능동적으로 대처할 수 있어 고장에 견디는(fault tolerant) 성능이 우수하며 장애물 회피 능력이 뛰어난 장점을 가지고 있어 활용도가 높다고 할 수 있다. 본 논문에서는 가변형 트러스 구조를 가진 2진 로봇 매니플레이터의 기구학적 해석과 작업영역 해석을 수행하였다. 기구학적 해석은 로봇의 경로계획등에 유용하게 활용 할 수 있으며 작업영역의 해석을 통하여 얻은 결과는 2진 로봇 매니플레이터의 단점인 위치오차를 줄일 수 있는 작업영역을 결정함으로써 운용의 효과를 높일 수 있다.

참고문헌

1. Zhiming Ji, "Analysis of Design Parameters in Platform Manipulators," ASME Journal of Mechanical Design, Vol 118, pp. 526~531, 1996.
2. 김도익, 정완균, 염영일, "6자유도 병렬형 매니플레이터의 작업공간 결정을 위한 기하학적 접근," Proceeding of the 11th KACC. pp. 217~220, 1996.
3. J.Angelas, F.Ranjbaran, R.V.Patel, "On the Design of the Kinematic Structure of Seven-Axes Redundant Manipulators for maximum Conditioning," Preceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 494~499, 1992.
4. Pasquale Chiacchio, Stefano Chiaverini, Lorenzo Sciacvico, Bruno Siciliano, "Closed-Loop Inverse Kinematic Schemes for Constrained Redundant Manipulators with Task Space Augmentation and Task Priority Strategy," The International Journal of Robotics Research, Vol. 10, No.4, pp. 410~425, 1991.
5. B.Padmanabhan, V.Arun, C.F.Reinholtz, "Closed-Form Inverse Kinematic Analysis of Variable-Geometry Truss Manipulators," Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 114, September, pp. 438~443, 1992.
6. M.Subramaniam, S.N.Kramer, "The Inverse Kinematic Solution of the Tetrahedron Based Variable-Geometry Truss Manipulator," Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 114, September, pp. 433~437, 1992.
7. G.S.Chirikjian, "Inverse Kinematics of Binary Manipulators Using a Continuum Model," Journal of Intelligent and Robotic System, Vol. 19, pp. 5~22, 1997.
8. G.S.Chirikjian, Joel W. Burdick, "Kinematically Optimal Hyper-Redundant Manipulator Configurations," IEEE Transactions on Robotics and Automation., Vol 11., No.6, pp. 794~806, 1995.
9. G.S.Chirikjian, "Kinematic Synthesis of Mechanism and Robotic Manipulators with Binary Actuators," Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 117, December, pp. 573~580, 1995.