

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터를 통한 한국과학재단 우수 연구센터 지원금에 의한 것입니다.

## 강소성 유한요소법을 이용한 원형봉에서 정사각재 인발공정에 관한 연구

김 호 창\*, 김 용 철\*\*, 최 영\*\*, 김 병 민\*\*\*

### A Study on the Drawing Process of Square Rod from Round Bar by Using the Rigid-Plastic Finite Element Method

H. C. Kim\*, Y. C. Kim\*\*, Y. Choi\*\* and B. M. Kim\*\*\*

#### ABSTRACT

Unlike the drawing of round section from round bar, the shaped drawing like polygonal section is known to have influence not only drawing stress but also corner filling. Therefore, this study analyze the drawing process of square rod from round bar using nonsteady state rigid-plastic FEM. To investigate effects of process variables of the drawing process of square rod from round bar, FE-simulations with variety of reduction in area and semi-die angle for a given frictional condition have been conducted. By this results, it has to suggest optimal process condition on the drawing stress and the corner filling. In addition, it has determined forming limit considering necking and bulging.

**Key Words** : The Drawing Process of Square Rod from Round Bar (원형봉의 정사각재 인발공정), Nonsteady State(비정상 상태), Rigid-Plastic FEM (강소성 유한요소법), Drawing Stress(인발응력), Corner Filling(코너채움), Forming Limit(성형한계)

#### 1. 서 론

인발가공은 봉재, 선재 및 관재 등의 소재를 다이를 통하여 잡아 당김으로서 단면적 감소와 길이를 증가시키는 기본적인 소성가공 방법이다.

축대칭 인발공정에 관한 연구는 많이 수행되어 왔다<sup>(1)</sup>. 최근에는 변압기 등과 같은 전기제품에 쓰이는 연결핀, 평케이블 등과 전자제품 및 금·은 등의 귀금속 등을 가공하기 위하여 각재, 타원 등과 같은 이형단면의 형상이

많이 요구되고 있으며, 이를 위한 이형재 인발공정의 해석 및 금형설계 등에 관심이 높아가고 있다.

인발 및 압출금형은 제작과 단가를 고려하여 선형원추형 금형(straightly converging die)이 주로 이용되고 있으며, 이러한 선형원추형 금형을 이용한 이형재 인발공정의 해석을 살펴보면, Prakash 등<sup>(2,3)</sup>은 정다각형단면형상의 인발에 대한 상세해를 유도하였다. Basily 등<sup>(4)</sup>은 원형봉에서 정다각형 단면형상의 인발공정에 대한 상세해를 이용하여 정다각형 단면의 인발공정에 대한 최

\* (주)경남금속, 기술연구소 개발1팀  
 \*\* 부산대학교 대학원  
 \*\*\* 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터

적의 금형 형상을 제시하였다. Gunasekera 등<sup>(5)</sup>은 선적 분법을 이용하여 선형원추형 금형 형상을 정의하고 인발 및 압출공정에 대한 상계해석을 수행하여 최적의 금형 형상을 결정하였다. 그리고 Boür와 Webster 등<sup>(6)</sup>은 이차요소를 사용하여 정상상태 유한요소해석을 수행하여 상계해와 비교하였다.

저자는 이형재 인발공정에 대해 선형원추형 인발금형 형상의 정의 및 초기소재의 유한요소 격자망 구성방법을 제안하고 3차원 강소성 유한요소법을 이용하여 비정상상태 해석을 수행하였다<sup>(7)</sup>.

본 연구에서는 원형봉의 정사각재 인발공정에 대해, 3차원 강소성 유한요소 해석을 통하여 단면적감소율과 다이반각 등의 공정변수가 인발응력 및 코너채움(corner filling)에 미치는 영향을 조사하고 최대 단면적감소율과 한계 다이반각을 결정한다. 또한, 인발응력 및 코너채움을 고려한 최적의 공정조건을 찾고자 한다.

## 2. 유한요소 정식화 및 선형원추형 인발금형 형상 정의

### 2.1 유한요소 정식화

본 연구에서는 3차원 강소성 유한요소법을 사용하였으며, 이의 수식화 과정은 여러문헌<sup>(8,9)</sup>에 자세히 소개되어 있으므로 여기서는 간략히 언급한다. 비압축성조건을 만족하기 위한 벌칙함수(penalty function),  $K$ 를 도입하면 강소성 재료에 대한 일차 변분 범함수는 다음과 같다.

$$\delta I = \int_V \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_V \bar{\epsilon}_v \delta \bar{\epsilon}_v dV - \int_{S_f} \bar{t}_i \delta v_i dS = 0 \quad (1)$$

일반적인 유한요소 분할화과정을 거치면 절점속도가 미지수인 비선형 방정식이 되므로 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 이용하여 구한다.

### 2.2 선형원추형 인발금형 형상 정의

본 연구에서는 저자가 제안한 방법에 의해 선형원추형 인발 금형을 정의한다<sup>(7)</sup>. 인발 금형의 입·출구 형상을 푸리에급수(Fourier series)로 표현하였으며, 입구와 출구를 잇는 블렌딩함수(blending function)를 Fig. 1과 같이 선형 다이부, 다이곡률부 및 평형부 등의 3개의 구간으로 구분하여 정의하여 C'연속인 실제 선형원추형 금형을 표현한다.

입·출구 단면이 푸리에급수에 의한 해석함수  $R_i(\theta)$ 와  $R_o(\theta)$ 로 주어지면, Fig. 1에 대한 임의의 중간단면 형상

$R(\theta, z)$ 는 블렌딩함수  $v(z)$ 를 이용하면 다음과 같다.

$$R(\theta, z) = R_i(\theta)v(z) + R_o(\theta)(1 - v(z)) \quad (2)$$

금형 형상의 표현식은 두 개의 매개변수를 이용한 원통좌표계로 다음과 같이 표현된다.

$$r(\theta, z) = R(\theta, z)\cos(\theta) \hat{i} + R(\theta, z)\sin(\theta) \hat{j} + z \hat{k} \quad (3)$$

각 구간에 대한 블렌딩함수 및 중간 단면형상은 다음과 같다.

#### 1) 선형 다이부

$$v_1(z) = 1 - \frac{z}{z_3} \quad (4)$$

$$R_1(\theta, z) = R_i(\theta)v_1(z) + R_o(\theta)(1 - v_1(z)) \quad (5)$$

$(z_4 \leq z \leq z_5)$

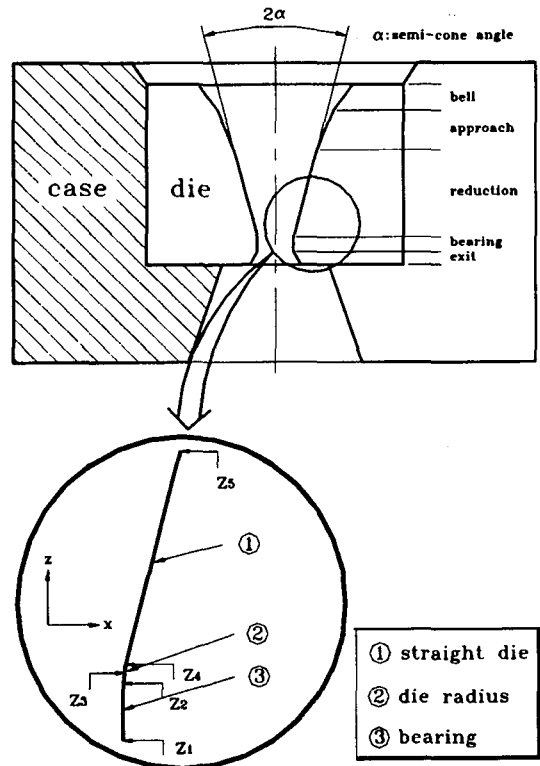


Fig. 1 A Schematic diagram of die and the definition of numerical boundary of the shaped drawing straightly converging die.

2) 다이곡률부

$$v_2(z) = a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0 \quad (6)$$

$$R_2(\theta, z) = R_1(\theta, z_4)v_2(z) + R_o(\theta)(1 - v_1(z)) \quad (7)$$

$(z_4 \leq z \leq z_5)$

여기서, 계수,  $a_0, a_1, a_2$  및  $a_3$ 은 선형다이부와 평행부가  $C_1$ 연속이 되도록 결정된다<sup>(7)</sup>.

3) 평행부

$$R_3(\theta, z) = R_o(\theta) \quad (z_1 \leq z \leq z_2) \quad (8)$$

3. 문제정의 및 유한요소 모델링

인발공정에서 공정변수는 단면적감소율, 다이반각, 마찰조건, 평행부 길이 등이 있다. 동일한 다이반각에 대해 인발응력은 단면적감소율에 증가에 따라 증가한다. 인발응력은 다음 식으로 정의된다.

$$\bar{\sigma}_d = \frac{F_d}{A_{exit}} \quad (9)$$

여기서,  $\bar{\sigma}_d$ 는 인발응력,  $F_d$ 는 인발하중이며  $A_{exit}$ 는 출구단면적이다. 일반적으로, 인발응력은 유동응력보다 작은 값을 가진다. 인발응력이 유동응력보다 높게 되면 출구를 빠져나온 소재가 변형하게 되며, 인발응력이 인장강도에 도달하면 출구를 빠져나온 부분에서 necking이 발생하여 더 이상의 인발은 불가능하다. 인발가공시 발생할 수 있는 이러한 파단은 연속적인 작업을 불가능하게 함으로 피해야한다. 그러므로 이형재 인발공정시 정확한 인발응력의 예측은 중요하다. 또한 일정한 단면적감소율에 대해 다이반각이 특정한 값일 때, 인발응력을 최소화하는 다이반각이 존재하며, 이를 최적 다이반각이라 한다. 큰 다이반각을 가진 공정에서, 다이입구에서 재료의 솟아오름이 나타나며 이를 벌지(bulge)변형이라 한다. 이러한 벌지변형이 발생하는 한계 다이반각이 주어질 단면적감소율에 대해 존재하게 된다.

원하는 단면 형상을 가진 재품을 인발하기 위해서는, 이러한 성형한계값 이외에, 금형의 출구단면에서 소재의 코너채움을 고려하여 단면적감소율 및 다이반각을 설정해야 한다. 따라서 본 연구에서는 원형봉의 정사각형 인발공정에서 동일한 마찰조건에서 단면적감소율과 다이반

각이 인발응력 뿐만 아니라 코너채움에 미치는 영향을 조사하였으며, necking과 벌지변형을 고려하여 공정변수에 대한 한계값을 결정하였다.

시뮬레이션에 사용된 재료는 구리(O.F.H.C. copper)이며 수치계산을 위해 근사화된 응력-변형률 관계는 아래와 같다<sup>(10)</sup>.

$$\bar{\sigma} = 289.56 \left( 1 + \frac{\bar{\epsilon}}{0.3518} \right)^{0.28} \quad [\text{MPa}] \quad (10)$$

정사각형 단면형상은 4×4mm이고 금형의 출구단면의 코너곡률 반경은 0.4mm이다.

원형봉의 정사각형 인발공정을 해석하기 위하여 단면적감소율을 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 40% 45% 및 50%에 대해 다이반각을 변화시켜 시뮬레이션을 수행하였으며, 마찰상수  $m$ 은 0.05, 평행부 길이는 2mm로 일정하게 하였다. 시뮬레이션 결과의 한 예로, 초기 유한요소 격자와 변형된 유한요소 격자를 Fig. 2에 나타내었다.

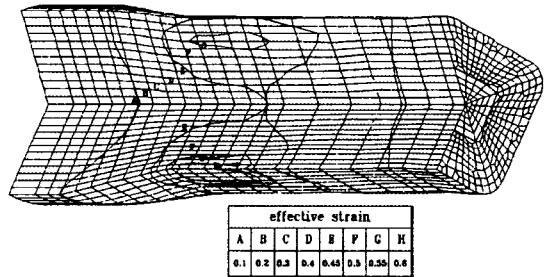


Fig. 2 Deformed mesh configuration and distribution of effective strain in the drawing of square section from a round billet.

각각의 공정조건에 대해 유한요소해석을 통해 예측된 인발응력으로부터 각 단면적감소율에 대해 최적의 다이반각을 결정하였다. 또한 사용된 재료의 인장강도는 진응력값으로 316MPa이며 인발응력이 인장강도에 도달했을 때 necking이 발생하는 것으로 하였다. 코너채움에 대한 공정변수의 영향을 평가하기 위해 Fig. 3과 같이 대각선비(diagonal ratio = 다이출구의 대각선길이와 성형된 소재의 대각선길이의 차 / 성형된소재의 대각선길이 × 100 [%])를 정의하여 각 공정에 대해 조사하였다. 유한요소 시뮬레이션 결과를 조사하여 벌지변형으로 고찰하

고 이로써 각 단면적감소율에 대해 한계 다이반각을 결정하였다.

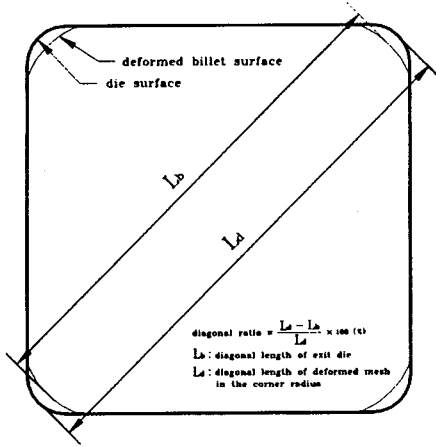


Fig. 3 Definition of diagonal ratio to estimate the corner filling.

#### 4. 결과 및 고찰

일정한 마찰조건에서 단면적감소율과 다이반각이 인발응력 및 코너채움에 미치는 영향을 조사하기 위하여 각 공정조건에 대한 유한요소해석 결과를 최소자승법으로 보간하여 그 경향을 살펴보았다.

Fig. 4는 인발응력에 대한 유한요소해석 결과를 나타낸

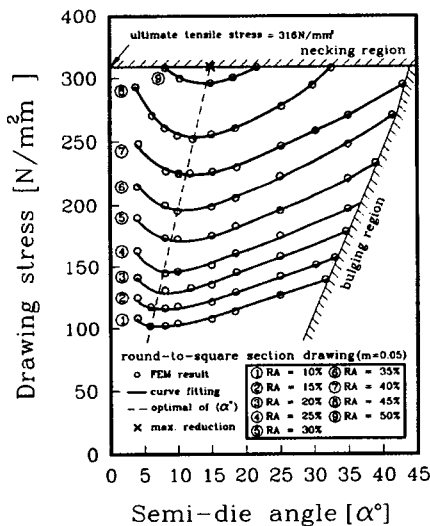


Fig. 4 Drawing stress vs. semi-die angle and reduction in area.

것이다. Fig. 4에서 단면적감소율과 다이반각은 인발응력에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 단면적감소율이 증가함에 따라 인발응력이 증가하며, 단면적감소율이 클수록 그 영향이 큰 것을 볼 수 있다. 또한 각 단면적감소율에 대해 인발응력이 최소가 되는 최적의 다이반각이 존재하며 단면적감소율이 점점 증가할수록 최적의 다이반각도 점점 증가함을 볼 수 있다. 즉, 단면적감소율 10%일 때 최적 다이반각은 6° 정도이며 단면적감소율 45%일 때는 12.6° 정도로 최적 다이반각이 점차 선형적으로 증가하고 있다. 각 단면적감소율에 대한 최소 인발응력은 대략 단면적감소율 10%에 대해 100MPa, 25%에 대해 150MPa, 35%에 대해 200MPa이고 45%에 대해 250MPa이다.

그리고 네킹이 발생하지 않는 최대 단면적감소율은 Fig. 4에서 (x)로 표시된 공정조건이며, 이에 대한 공정조건은 단면적감소율 53%이고 다이반각은 15°이며 정상상태 도달시의 인발응력이 인장강도를 넘지 않는 최대 단면적감소율이다.

각 단면적감소율에 대해 한계 다이반각을 결정하기 위하여 벌지변형을 고려하였다. 이를 위하여 각 단면적감소율에 대해 다이반각을 변화시켜 유한요소 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 검토하였다. 단면적감소율 10%에 대해 다이반각은 32°, 단면적감소율 20%에 대해 다이반각은 35°이고 단면적감소율 30%에 대해 다이반각은

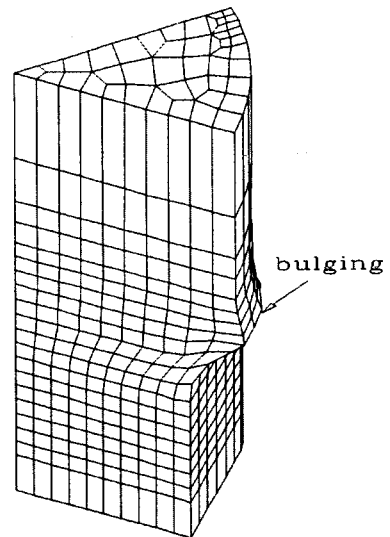


Fig. 5 FEM result for bulging. (R.A.=20%, α=35°)

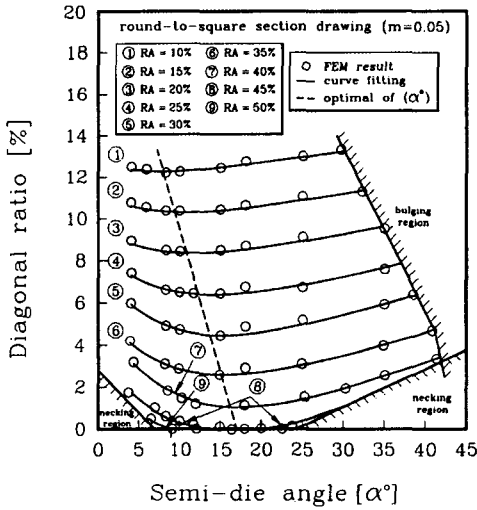


Fig. 6 Diagonal ratio vs. semi-die angle and reduction in area.

38°이다. Fig. 5는 단면적감소를 20%이고 다이반각 35°에 대한 유한요소 시뮬레이션 결과를 도시한 것이다. Fig. 5에서 소재가 다이의 입구에서 접촉한 절점의 미끄럼속도가 거의 없으며, 그 결과 소재가 유동하지 않는 별장변형이 발생함을 알 수 있다. 인장강도를 넘지 않는 최대 단면적감소율과 별장이 생기지 않는 한계 다이반각을 결정하여 공정변수의 한계값을 결정하였다.

원형봉의 정사각형 인발공정에서 단면적감소율과 다이반각이 금형의 출구를 빠져나온 소재의 코너채움의 정도를 살펴보았다. 코너채움의 정도를 대각선비로 표현하였으며, Fig. 6에 도시하였다. Fig. 6에서 대각선비가 0일 때 코너채움이 완전히 이루어짐을 나타내며, 코너채움이 일어나지 않은 정도를 공차개념을 도입하여 나타내었다. 각 공정조건에 대한 유한요소 시뮬레이션 결과를 최소사승법으로 보간하여 표현하였다. Fig. 6으로부터, 단면적감소율과 다이반각이 코너채움에 미치는 영향을 알 수 있다. 단면적감소율이 증가하면 코너채움이 잘 이루어짐을 볼 수 있으며, 각 단면적감소율에 대해 다이반각에 따라 코너채움의 정도가 변함을 알 수 있다. 또한 각 단면적감소율에 대해 코너채움이 가장 잘 이루어지는 다이반각이 존재함을 볼 수 있는데, 이를 코너채움에 대한 최적의 다이반각이다. 이 다이반각은 단면적감소율이 증가할수록 점점 크게 나타났으며, 단면적감소율 10%에 대해 다이반각 7.5°, 단면적감소율 40%에 대해 다이반각 15°일 경우, 코너채움이 가장 잘 이루어졌다. 또한 단면적감소

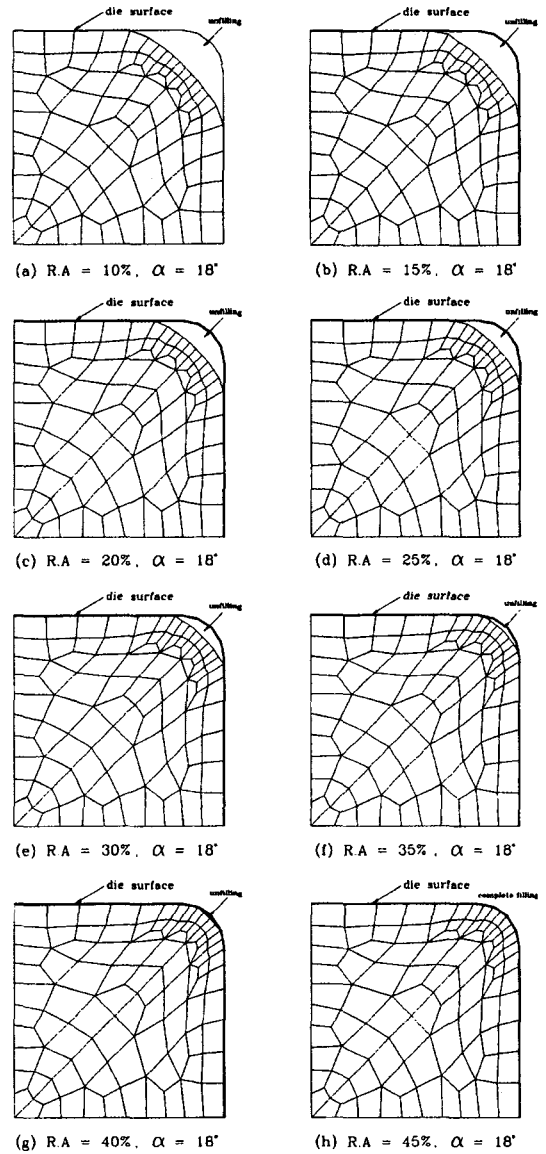


Fig. 7 Comparisons of the corner filling performance.

율 45%에 대해 코너채움이 완전히 이루어지는 다이반각의 범위(16° ~ 20°)가 존재함을 볼 수 있다.

Fig. 7은 각 단면적감소율에 대한 유한요소 시뮬레이션 결과를 나타낸 것으로 금형출구부의 코너채움의 정도를 도시하고 있다. 동일한 다이반각 18°에 대해, 각각의 단면적감소율에 대한 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. 동일한 다이반각에 대해 단면적감소율이 증가함에 따라 코

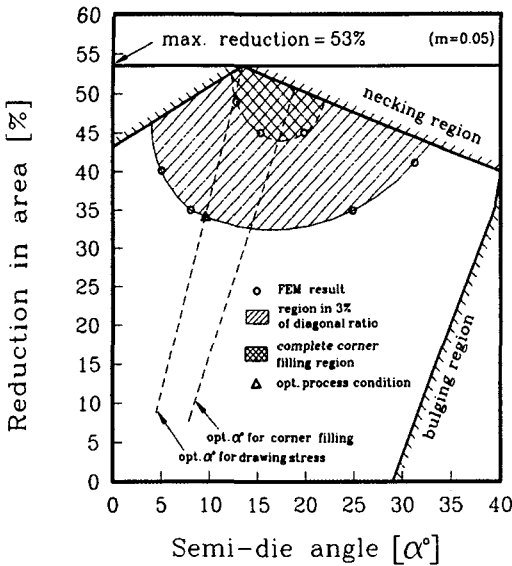


Fig. 8 Semi-die angle vs. reduction in area to determine process variables conditions for region in 3% of the diagonal ratio.

너채움이 잘 이루어짐을 알 수 있고, 단면적감소율 45%이고 다이반각 18°일 때 코너채움이 완전히 이루어진 것을 볼 수 있다. 따라서 원형봉의 정사각형 인발공정에서 단면적감소율과 다이반각 등은 인발응력 뿐만 아니라 코너채움에 대한 영향이 있으므로 인발응력과 코너채움을 고려하여 공정조건을 결정해야 한다.

Fig. 8에 네킹이 발생하지 않으며 대각선비가 3%이내의 범위에 대한 공정조건을 빗금친 영역으로 나타내었다. 최대 단면적감소율 53%이내의 단면적감소율에 대해 대각선비 3%이내의 범위에 해당하는 단면적감소율과 다이반각의 범위를 보강하여 나타냈다. 네킹이 생기는 공정조건은 최대 단면적감소율 53%일 때 다이반각 15°를 기준으로 작은 다이반각 및 큰 다이반각의 범위에서 발생하는 것을 알 수 있다. 또한 코너채움이 완전히 이루어지며 네킹이 발생하지 않는 공정조건에 대해서도 최소화승 보강을 통해 도시하였다. 또한 인발응력에 대한 최적의 다이반각 보다는 코너채움에 대한 최적의 다이반각이 큰 것을 알 수 있으며 그 경향은 비슷하여 단면적감소율이 증가함에 따라 최적의 다이반각도 크게 나타나고 있다. 주어진 대각선비 3%범위에 해당하는 공정조건 중에서 인발응력이 가장 낮은 공정조건은 빗금친 영역의 경계와 인발응력에 대한 최적의 다이반각을 나타내는 직선과 만나는 점

(◇)이며, 이 점의 공정조건은 인발응력과 코너채움을 고려한 최적의 공정조건이다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 원형봉의 정사각형 인발공정에 대해 3차원 강소성 유한요소법을 이용하여 비정상상태 해석을 수행하였다. 이로부터 동일한 마찰조건에서 단면적감소율과 다이반각이 원형봉의 정사각형 인발공정에 미치는 영향을 조사하였다. 이상의 결과에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 원형봉의 정사각형 인발공정에서 단면적감소율과 다이반각은 인발응력 뿐만 아니라 코너채움에도 영향을 미침을 알 수 있었으며, 각각에 대한 최적의 다이반각을 결정하였다.
- (2) 유한요소해석으로부터 네킹이 생기지 않는 최대 단면적감소율과 별징이 발생되지 않는 한계 다이반각을 예측하므로써 성형한계를 결정할 수 있었다.
- (3) 인발응력과 코너채움을 고려한 최적의 공정조건을 예측할 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. B. Avitzur, Metal Forming : Process and Analysis, McGraw-Hill, New York, 1968.
2. B. L. Juneja and R. Prakash, "An Analysis for Drawing and Extrusion of Polygonal Sections," Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 15, pp. 1~30, 1975.
3. R. Prakash and Q. M. Khan, "An Analysis of Plastic Flow through Polygonal Converging Dies with Generalized Boundaries of The Zone of Plastic Deformation," Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 19, pp. 1~19, 1979.
4. B. B. Basily and D. H. Sansome, "Some Theoretical Considerations for the Direct Drawing of Section Rod from Round Bar," Int. J. Mech. Sci., Vol. 18, pp. 201~208, 1976.
5. J. S. Gunasekera and S. Hoshino, "Analysis of Extrusion or Drawing of Polygonal Sec-

- tions Through Straightly Converging Dies," Trans. ASME, Vol. 104, pp. 38~45, 1982.
6. C. R. Bor and W. D. Webster, Jr., "Direct Upper-Bound Solution and Finite Element Approach to Round-To-Square Drawing," Trans. of ASME, Vol. 107, pp. 254~260, 1985.
  7. 김호창, 최영, 김병민, "비정상상태 이형재 인발공정의 3차원 강소성 유한요소 해석," 한국정밀공학회지, 제15권, 제7호, pp. 119~128, 1998.
  8. O. C. Zienkiewicz, The finite element method, 3rd Ed. McGraw-Hill, New York, 1977.
  9. S. Kobayashi, S. I. Oh and T. Altan, Metal Forming and the Finite Element Method, Oxford University Press, 1989.
  10. C. C. Chen and S. Kobayashi, "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression," Application of Numerical Methods to Forming Process, Winter Annual Meeting of ASME, AMD 28, pp. 163~174, 1978.