

< 논 문 >

불평형 전자기력에 의한 유도전동기 회전자의 안정성해석

Stability Analysis of Induction Motor Rotor by Unbalanced Electromagnetic Forces

양 보 석* · 손 병 구**

Bo Suk Yang and Byoung Gu Son

(1998년 7월 24일 접수 : 1998년 9월 18일 심사완료)

Key Words : Induction Motor(유도전동기), Vibration(진동), Stability Analysis(안정성해석), Electromagnetic Forces(전자기력), Time Transfer Matrix Method(시간전달행렬법)

ABSTRACT

This paper presents a general analytical method for analyzing the instability of unbalanced electromagnetic forces produced in induction motors with an eccentric rotor. The equations to be solved are a set of second order differential equations which give matrices with periodic coefficients that are a function of time due to the unbalanced electromagnetic force. The method is based on an extension of the Floquet theory. A transfer matrix over one period of the motion is obtained, and the stability of the system can be determined with the eigenvalues of the matrix. The analysis results of instability zone were coincided upon comparing that of transfer matrix method with that of rotating frame. Two examples are given, including an industrial application. The results show that the method proposed is satisfactory.

1. 서 론

전기회전기계중 각종 회전기계의 구동기로서 3상 유도전동기가 가장 널리 사용되고 있다. 유도전동기의 회전자(rotor)에는 일반적으로 질량불평형에 의한 회전주파수성분의 기계적인 가진력과 고정자 철심에서 기자력의 불평형에 의한 전원주파수의 2배 주파수를 갖는 전자적인 가진력이 기본적인 진동성분으로 작용한다. 따라서 이들 가진주파수가 회전자의 고유진동수에 근접하여 공진을 일으키지 않도록

적절한 분리여유(seperation margin)를 두도록 설계되어야 한다. 또한 최근 3상 유도전동기에서 전원 주파수성분의 전기적인 불안정진동이 회전자에서 발생하는 것이 보고되고 있다⁽¹⁾.

최근 유도전동기는 인버터(inverter)를 이용하여 전원주파수를 변화시킴으로서 운전속도를 폭넓게 변경시키고 있다. 특히 2극의 경우는 4극에 비해 운전 속도영역이 2배 크고 강성항이 시간의 주기적 계수(periodic coefficients)를 가지게 되므로 가진주파수로부터 떨어진 곳에 회전자의 고유진동수가 존재하도록 하는 공진회피설계와 아울러 운전속도범위에서 회전자의 불안정영역(instability zone)을 평가하여 안정화설계가 되도록 하는 것이 중요하다.

유도전동기의 회전자 진동과 소음에 대한 연구는

* 정회원, 부경대학교 공과대학 기계자동차공학부

** 부경대학교 대학원

기 계공학과 전기공학 분야에서 다양하게 수행되고 있다. 특히 굽힘진동에 대해서는 초기의 정적편심에 의한 불평형 전자기력의 해석⁽²⁾, 기계적 불평형에 의한 동적편심^(3,4), slot, skew 등의 영향을 고려한 불평형 전자기력해석^(5,6) 및 전기적 상불평형을 고려한 불안정진동⁽¹⁾ 등이 보고되고 있다. 그러나 이들 연구는 기본적으로 전자기력의 실험 및 해석적인 평가에 초점을 맞추거나, 단순 1자유도계에 대한 진동해석 및 불안정진동의 발생조건을 검토하고 있고, 다자유도계에 대한 일반적인 안정성해석에 대해서는 보고되지 않고 있다. 이러한 계의 운동방정식은 불평형 전자기력으로 인해 시간함수의 주기적인 계수를 갖는 행렬로 구성되고, 안정문제를 다루기 위한 방법으로 Hill의 방법, 섭동법(perturbation method) 및 Floquet-Liapunov 이론을 이용한 방법등 여러방법이 제안되고 있고⁽⁷⁾, 비대칭회전체나 크랙이 있는 회전축에 적용하고 있다.

본 연구에서는 3상 유도전동기의 기계적 불평형(unbalance)에 의한 회전자의 동적 편심(dynamic eccentricity)에 기인하는 불평형 전자기력을 기존의 연구결과에 근거하여 해석적으로 유도하고, 이 힘에 의한 회전자의 안정성(stability)을 Floquet이론에 근거한 Bolotin⁽⁸⁾이 제시한 시간전달행렬법(time transfer matrix method)을 이용하여 평가하는 방법을 제시하였다. 그리고 단순 Jeffcott rotor 모델을 이용하여 해석적으로 회전좌표계에서 구한 불안정영역과 수치적인 시간전달행렬법을 이용한 경우가 잘 일치함을 확인하고, 실제 산업용 대형유도전동기의 회전축계에 적용하여 안정성 판별을 수행하였다.

2. 전자기력과 운동방정식의 유도

회전자에 작용하는 전자기적 가진력을 해석하기 위해 다음과 같은 몇가지 일반적인 가정을 하였다.

- a) 회전자의 진동만을 고려하기 위해 회전자에 비해 고정자를 강체로 고려한다.
- b) 회전자 철심과 고정자 철심의 투자율(permeability)은 무한대이다. 즉, 공기의 투자율 μ_0 에 비해 철심(core)의 투자율 μ 가 훨씬 크므로 ($\mu/\mu_0 \geq 5000$) 자속밀도 해석시 철심의 자기저항을 무시하였다.
- c) 누설자속(leakage flux)과 자기포화(magnetic saturation)을 고려하지 않는다. 모서리부분의 회전자와 고정자의 자속이 모두 쇄교한다는 것

과 기자력파의 고조파(harmonics) 성분을 고려하지 않는 것을 의미한다.

- d) 축방향으로 회전자 철심표면이 일정하게 smooth하다. 즉, 회전자표면의 거칠기와 slot의 영향을 무시한다.

2.1 Maxwell 응력방정식

자기장 속의 물체표면에 작용하는 응력을 계산하는 Maxwell 응력방정식은 다음과 같다⁽⁹⁾.

$$\sigma(\theta, t) = \frac{b^2(\theta, t)}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) (\text{N/m}^2) \quad (1)$$

여기서 $b(\theta, t)$ 는 자속밀도(flux density), θ 와 t 는 각각 원주좌표와 시간을 나타낸다.

가정 b)에 따라서 식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$\sigma(\theta, t) = \frac{b^2(\theta, t)}{2\mu_0} (\text{N/m}^2) \quad (2)$$

또한, 자속밀도는 다음식으로 표현된다.

$$b(\theta, t) = \mu_0 F_{mmf}(\theta, t) \Lambda(\theta, t) (\text{Wb/m}^2) \quad (3)$$

여기서 $F_{mmf}(\theta, t)$ 는 기자력파(magnetomotive force, mmf), $\Lambda(\theta, t)$ 는 공극 퍼미언스(permeance)이다.

2.2 공극 퍼미언스

공극 퍼미언스를 평가하기 위해, Fig. 1과 같이 고정자 중심 O에 원점을 갖는 직교좌표를 설정하면 회전자가 편심이 되어 휘돌림운동을 할때의 공극(air gap)은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \delta(\theta, t) &= \delta_m - \rho \cos(\theta - \omega_r t - \beta) \\ &= \delta_m \{1 - \epsilon \cos(\theta - \omega_r t - \beta)\} \end{aligned} \quad (4)$$

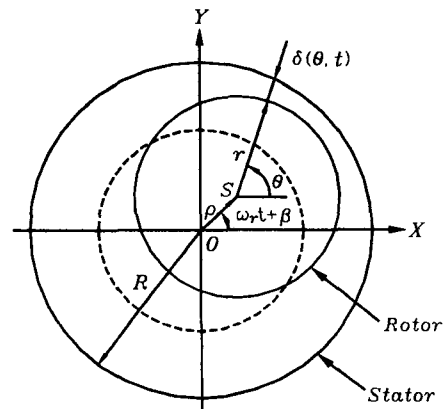


Fig. 1 Eccentricity of rotor

여기서 δ_m 은 평균공극(= $R-r$), R 은 고정자의 내측반경, r 은 회전자의 외측반경, ρ 는 회전자의 편심, ϵ 은 편심율(= ρ/δ_m), ω_r 은 회전자의 회전 각속도(= $\omega_0(1-s)$), ω_0 는 전원 각주파수(line angular frequency), s 는 회전자 회전속도의 슬립율, β 는 편심의 초기 위상각이다.

공극 페미언스는 공극에 반비례하므로, 따라서 다음과 같이 정의된다.

$$\Lambda(\theta, t) = \frac{1}{\delta(\theta, t)} \tag{5}$$

$$= \frac{1}{\delta_m \{1 - \epsilon \cos(\theta - \omega_r t - \beta)\}}$$

2.3 기자력파

회전자계로부터 구해지는 3상 2극에서의 기본기자력파(fundamental component mmf)는 다음과 같이 정의된다.

$$F_{mmf} = \frac{3}{2} F_{max} \cos(\theta - \omega_0 t) \tag{6}$$

여기서 $F_{max} = \frac{0.9}{\pi} \frac{k_w z I_m}{p}$ 는 Arnold에 의해 제안된 계산식⁽¹⁾이며, k_w 는 권선계자분포(winding factor), z 는 1극 1상당 고정자 도체수(conductor number), I_m 은 각 상의 전류치(rms), p 는 극대수이다.

2.4 전자기력

Fig. 2의 좌표계를 이용하여 회전자전면에 작용하는 x, y 방향의 전자기력 F_x, F_y 는 식 (2)를 이용하여 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{l r}{2 \mu_0} \int_0^{2\pi} b^2(\theta, t) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta \tag{7}$$

여기서 l 은 회전자의 철심길이이다.

식 (7)에 앞에서 정리한 자속밀도식 (3)을 대입하고, 평균공극에 비해 회전자의 편심율이 미소($\epsilon \ll 1$)하다고 가정하여 정리하면 다음과 같이 유도된다.

$$F_x = \frac{\pi r l A_0^2}{4 \mu_0 \delta_m} \{ 2 \rho \cos(\omega_r t + \beta) + \rho \cos 2 \omega_0 t \cos(\omega_r t + \beta) + \rho \sin 2 \omega_0 t \sin(\omega_r t + \beta) \}$$

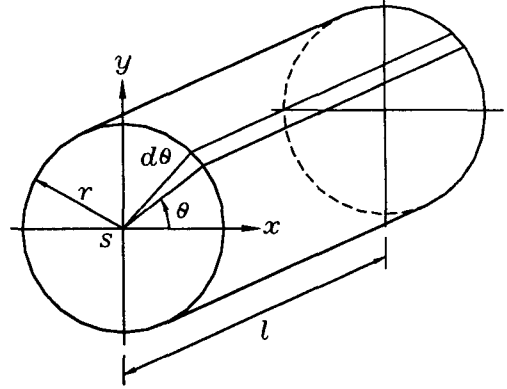


Fig. 2 Coordinate system for rotor

$$F_y = \frac{\pi r l A_0^2}{4 \mu_0 \delta_m} \{ 2 \rho \sin(\omega_r t + \beta) + \rho \sin 2 \omega_0 t \cos(\omega_r t + \beta) - \rho \cos 2 \omega_0 t \sin(\omega_r t + \beta) \} \tag{8}$$

여기서 $A_0 = \frac{3 \mu_0 F_{max}}{2 \delta_m}$ 이다.

2.5 운동방정식

기계적 불평형 mu 와 식 (8)의 전자기력을 외력으로 고려한 회전자의 운동방정식을 간단한 2자유도계를 예로들어 나타내면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m \ddot{x} + c \dot{x} + k_s x &= mu \omega_r^2 \cos(\omega_r t + \beta) + F_x \\ m \ddot{y} + c \dot{y} + k_s y &= mu \omega_r^2 \sin(\omega_r t + \beta) + F_y \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 m 은 회전자의 질량, c 는 감쇠, k_s 는 축강성, u 는 축편심이다.

Fig. 1과 같이 회전자의 휘둘림반경 ρ 와 축중심 $S(x, y)$ 의 x, y 축방향의 변위는 다음과 같은 관계가 있다.

$$x = \rho \cos(\omega_r t + \beta), \quad y = \rho \sin(\omega_r t + \beta) \tag{10}$$

식 (8)과 (10)을 이용하여 식 (9)를 행렬식으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_m - A_1 \cos 2 \omega_0 t & -A_1 \sin 2 \omega_0 t \\ -A_1 \sin 2 \omega_0 t & k_m + A_1 \cos 2 \omega_0 t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} mu \omega_r^2 \cos(\omega_r t + \beta) \\ mu \omega_r^2 \sin(\omega_r t + \beta) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $A_1 = \frac{\pi r l A_0^2}{4 \mu_0 \delta_m}$, $k_m = k_s - 2A_1$ 이다.

식 (11)을 보면 전자기력을 고려하므로써 계의 안정성이 감소되고, $2\omega_0 t$ 의 주기로 계수 여진되는 것을 알 수 있다.

3. 안정성해석 및 결과

3.1 안정성판별

일반적인 다자유도계의 운동방정식으로부터 계의 안정성을 평가하기 위해서는 다음식과 같은 동차방정식의 해를 조사해야 한다.

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K(t)x = 0 \quad (12)$$

식 (12)에서 강성행렬 $K(t)$ 는 식 (11)에서 보듯이 주기 T 의 시간함수를 계수로 가지는 행렬이 된다. 따라서 식 (12)는 엄밀해를 구하기 어렵다. 그러나, Floquet의 이론^(10,11)에 따르면 해의 일반적인 형은 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$x = e^{r t} R(t) \quad (13)$$

여기서 $R(T+t) = R(t)$, $r = \frac{\ln \tau}{T}$ 이다. 따라서 한 주기 후의 변위는 다음과 같이 된다.

$$x(T+t) = \tau x(t)$$

Ecotin⁽⁸⁾은 Floquet의 이론을 확장하여 n 연립의 2차 미분방정식의 특성이 다음과 같음을 보였다.

$$\frac{dx}{dt} + \phi(t)x = 0 \quad (14)$$

여기서 $\phi(T+t) = \phi(t)$, $x = [x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n]^T$ 이다.

식 (14)의 해 x 가 선형독립해의 결합으로 나타낼 수 있고, 다음과 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \dots & x_{mm} \end{bmatrix}, \quad (m = 2n)$$

식 (14)는 다음의 식으로 쓸 수 있다.

$$\frac{dX}{dt} + \phi(t)X = 0 \quad (15)$$

식 (14)와 같이 식 (15)에서도 한 주기후의 $X(T+t)$ 가 해로 만족되어야 한다. 따라서 $X(t)$ 가 선형독

립해이므로 선형결합으로 나타낼 수 있다.

$$X(T+t) = T_f X(t) \quad (16)$$

여기서 T_f 는 $2n \times 2n$ 의 주기 T 의 시간전달행렬이다. T_f 는 $2n$ 개의 고유치를 가지게 되며, 선형변환으로 대각행렬(diagonal matrix)을 만들어 식 (16)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$x_k(T+t) = \tau_k x_k(t), \quad (k=1, \dots, 2n)$$

여기서 x_k 는 $X(t)$ 의 k 번째 행의 벡터, τ_k 는 T_f 의 k 번째 고유치이다.

Floquet의 이론에 따라 해는 다음의 형태가 된다.

$$x_k(t) = \varphi_k(t) e^{(t/T) \ln \tau_k} \quad (17)$$

τ_k 가 일반적으로 복소고유치이므로, $\ln \tau_k = \ln |\tau_k| + i \arg \tau_k$ 를 식 (17)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$x_k(t) = \varphi_k(t) e^{(t/T) \ln |\tau_k|} \quad (18)$$

여기서 $\varphi_k(t) = N_k(t) e^{(it/T) \arg \tau_k}$, $N_k(T+t) = N_k(t)$ 이다. 식 (18)에서 안정성의 평가는 고유치의 크기 $|\tau_k|$ 에 의존한다. 안정성의 판별을 정리하면 다음과 같다.

$|\tau_k| < 1$: 안정 (asymptotically stable)

$|\tau_k| = 1$: 안정한계 (marginally stable) (19)

$|\tau_k| > 1$: 불안정 (unstable)

3.2 시간전달행렬의 구성

주기 T 를 n 구간으로 일정하게 나누면, 각 구간 의 간격은 $h = T/n$ 으로 된다. 각 구간에서의 시간 전달행렬 T_i 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} X(h) &= T_0 X(0) \\ X(2h) &= T_1 X(h) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (20)$$

$$X(nh) = T_{n-1} X((n-1)h)$$

따라서 한 주기동안의 시간전달행렬은 다음과 같이 정의되어진다.

$$T_f = T_{n-1} \dots T_2 T_1 T_0 \quad (21)$$

식 (12)에서 각 구간의 시간전달행렬을 Newmark β 법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$T_i = \begin{bmatrix} F & E \\ \frac{2(F-D)}{h} & \frac{2E}{h} - I \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서 $E = D^{-1}(\frac{4M}{h})$, $F = D^{-1}(\frac{4M}{h^2} + \frac{2C}{h} - K_i)$,

$D = \frac{4M}{h^2} + \frac{2C}{h} + K_{i+1}$, I 는 단위행렬이다.

3.3 수치계산결과의 비교

회전좌표계를 간단한 2자유도계의 Jeffcott rotor 모델에 적용하여 본 방법에 의한 계산결과와 계산정도를 비교하였다. 식 (12)에서 감쇠를 무시하고 동차항만을 고려하여 고정좌표계에서 좌표축이 전원주파수 ω_0 로 회전하는 회전좌표계(ξ, η)로 변환하면 다음식이 된다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2\omega_0 \\ 2\omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1-\nu)\omega_n'^2 - \omega_0^2 & 0 \\ 0 & (1+\nu)\omega_n'^2 - \omega_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서 $\omega_n' = \sqrt{\frac{k_m}{m}}$, $\nu = \frac{A_1}{k_m}$ 이다. 불안정영역은 식 (23)을 풀면 다음과 같이 유도된다.

$$\omega_n' \sqrt{1-\nu} < \omega_0 < \omega_n' \sqrt{1+\nu} \quad (24)$$

Table 1은 축강성 k_s 에 대한 불평형 전자기력에 따른 주기적 계수 A_1 의 비 $K = A_1/k_s$ 를 3가지로 변화시켰을 때의 시간전달행렬법(TTMM)과 회전좌표계를 이용한 식 (24)를 비교한 것으로 서로 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Fig. 3은 시간전달행렬법을 이용하여 $K = A_1/k_s$ 의 변화에 대한 불안정영역을 무차원진동수

Table 1 Comparison of unstable zone

K	Unstable zone (rad/s)	
	Presented	Rotating frame
0.133	3.000~3.604	3.000~3.606
0.20	2.000~2.828	2.000~2.828
0.30	1.000~2.644	1.000~2.646

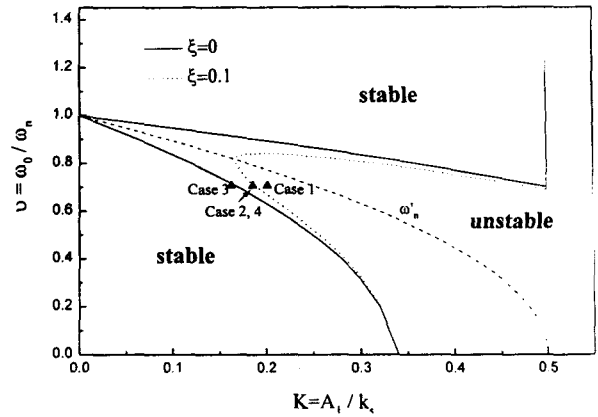


Fig. 3 Unstable zone of simple rotor

$\nu = \omega_0 / \omega_n'$ 로 나타내었다. 여기서 $\omega_n' = \sqrt{k_s/m}$, $\omega_n' = \sqrt{k_m/m}$ 는 각각 전자기력을 고려하지 않은 경우와 주기적 파라미터성분이 제외된 전자기력만을 고려한 경우의 계의 고유진동수이다. Fig. 3에서 K 의 증가, 즉 불평형 전자기력의 증가에 따라 ω_n' 를 중심으로 불안정영역은 식 (24)와 같이 $\sqrt{1-\nu}$ 에서 $\sqrt{1+\nu}$ 사이의 영역으로 되어 영역폭이 증가하게 된다. 즉, 전원주파수가 거의 회전자의 주기적 파라미터성분이 제외된 전자기력만을 고려한 고유진동수에 일치하는 부근에서 불안정진동이 발생하는 영역이 존재하며, 이 영역은 K 가 크게 될 수록 넓어지는 경향이 있다. 또한 $K \geq 0.5$ 에서는 계전체의 강성이 부강성(negative stiffness)이 되므로, 전영역

Table 2 Numerical data for stability analysis

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
\hat{p}	1			
m	0.960 kg			
k_s	0.195 MN/m			
c	9.9 N · s/m			86.53 N · s/m
ω_0	314.16 rad/s (50Hz)			
ζ	0.0116			0.10
I	1.25 A	1.2 A	1.137 A	1.2 A
ν	0.7062			
K	0.2015	0.1857	0.1626	0.1857
Results	Unstable	Unstable	Stable	Stable

에서 계는 불안정해진다. 감쇠가 부가되면 ($\zeta=0.1$) 불안정영역이 좁아짐을 알 수 있다. 또한, 불안정영역에서는 파라미터 공진(parametric resonance)이 되므로 거의 전원주파수 ω_0 에 가깝게 진동하게 된다

Table 2는 참고문헌 (1)에서 인용한 자료를 이용하여 안정성 해석을 수행한 결과를 Table 2의 하단과 Fig. 3에 ▲로 표시하였다. Case 1, 2, 3은 부가전류 변화의 경우로, 즉 불평형 전자기력의 감소에 따라 K 의 감소로 불안정상태에서 안정한 상태로 되는 것을 Fig. 3에서 확인할 수 있다. 또한 Case 4는 Case 2와 동일 조건에서 감쇠의 증가로 불안정상태에서 안정상태로 바뀌는 것을 알 수 있다.

4. 실제 전동기에의 적용예

실제 생산되는 전동기에 적용하여 안정성해석을 수행하였다. 전동기의 사양과 모델을 Table 3과 Fig. 4에 나타내었다. 전동기 회전축계의 안정성해석에서 시간전달행렬법을 적용하기 위해, 축계의 행렬 M, C, K 의 구성은 전단변형을 고려한 유한요소모델(FEM)을 이용하여 구성했다. 축요소는 24개로 분할하였고, 한 주기의 시간간격을 100개로 하

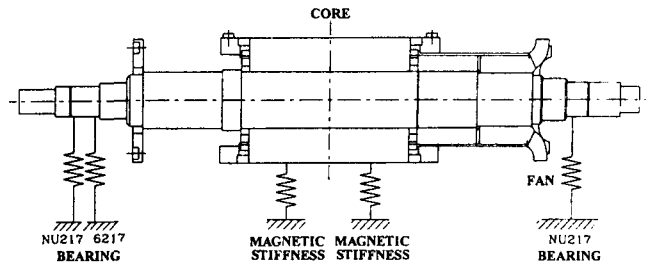


Fig. 4 Schematic diagram of motor rotor

였다. 좌측베어링은 풀러베어링(NU217)과 볼베어링(6217)으로, 우측베어링은 풀러베어링(NU217)으로 지지되어 있다. 회전자 코어의 질량은 결합되는 축요소의 4절점에 집중질량으로 부가하여 계산을 수행하였다.

Fig. 5는 불평형 전자기력에 따른 주기적 계수 A_1 에 대한 불안정영역을 전원주파수 ω_0 로 나타내었다. 여기서 ω_{1F}, ω_{2F} 는 전자기력을 고려하지 않은 축계의 1, 2차 전향(forward) 고유진동수이고, $\omega'_{1F}, \omega'_{2F}$ 는 주기적 파라미터 성분이 제외된 전자기력만을 고려한 축계의 1, 2차 전향 고유진동수이며, 운전속도는 3576 rpm(59.6 Hz)이다.

다자유도계에서 발생하는 불안정영역은 파라미터가진이 $2\omega_0 t$ 일 때, 일반적으로 다음 식과 같은 영역에서 발생한다.

Table 3 Data for induction motor

Specification	Shaft	
2 Pole, 60 Hz, 280 kW	Length : 1.82 m	
Weight : 2864 N	Weight : 1549 N	
$\delta_n = 1.7$ mm	$E = 2.06 \times 10^{11}$ N/m ²	
$I_{n1} = 5$ A (no load)	$G =$	
~ 27.5 A (full load)	8.306×10^{10} N/m ²	
$z = 128$	$\gamma = 7.7 \times 10^4$ N/m ³	
$k_u = 0.7946$		
Bearing coefficients		
	Stiffness (N/m)	Damping (N · s/m)
NU217 (Driven side)	$k_{yy} = k_{zz} = 8.54 \times 10^7$ $k_{yz} = k_{zy} = 0$	$c_{yy} = c_{zz} = 8.54 \times 10^5 / \Omega$ $c_{yz} = c_{zy} = 0$
6217 (Driven side)	$k_{yy} = k_{zz} = 3.86 \times 10^7$ $k_{yz} = k_{zy} = 0$	$c_{yy} = c_{zz} = 3.86 \times 10^5 / \Omega$ $c_{yz} = c_{zy} = 0$
NU217 (End side)	$k_{yy} = k_{zz} = 1.01 \times 10^8$ $k_{yz} = k_{zy} = 0$	$c_{yy} = c_{zz} = 1.01 \times 10^6 / \Omega$ $c_{yz} = c_{zy} = 0$

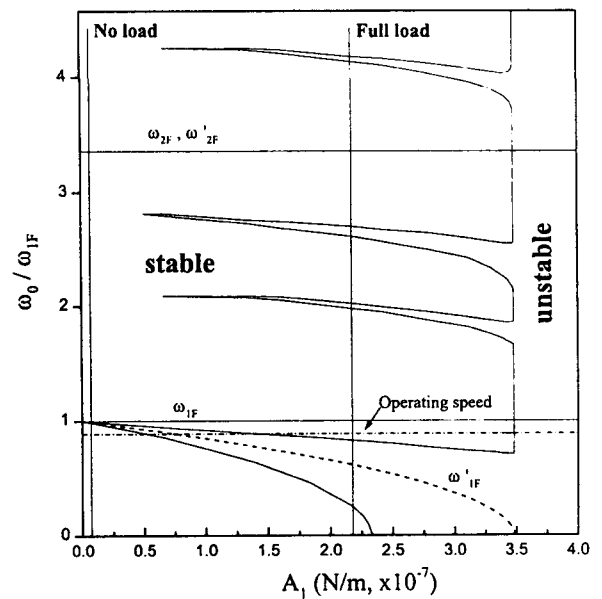


Fig. 5 Unstable zone of motor rotor system

$$\omega_0 = \frac{\omega'_i}{k}, \quad \omega_0 = \frac{|\omega'_i \pm \omega'_j|}{2k} \quad (25)$$

$(i \neq j, i, j, k = 1, 2, 3, \dots)$

여기서 ω'_i, ω'_j 는 i, j 차 고유진동수이다. 실제 발생하는 불안정영역은 시간전달행렬의 고유치를 조사하여 확인해야 한다.

Fig. 5에서 최저차의 불안정영역은 Fig. 3의 Jeffcott rotor모델에서의 불안정영역과 같은 $\omega_0 = \omega'_1$ 의 파라미터 공진부분이다. 그리고 고차에서의 불안정영역은 다자유도계에서 나타나는 불안정영역으로 다음에 대응한다.

$$\omega_0 = (\omega'_1 + \omega'_j)/2 \quad (j = 2, 3, \dots)$$

본 대상의 실제 운전영역부근에서 발생하는 불안정영역은 파라미터 공진부분이다. 운전영역에서 고려하면 전부하(full load)와 무부하(no load)시에는 안전영역에 있지만, 부하변동시에는 부가전류의 변화로 불안정영역에 들어가게되어 불안정 진동이 발생할 수 있다. 또한 과도운동시 즉, 전동기가 시동, 정지시 불안정영역을 통과하게 됨을 알 수 있다.

5. 결 론

3상 2극 유도전동기에서 기계적 불평형에 의해 발생하는 편심회전자의 불평형 전자기력을 해석적으로 유도하고, 이 힘을 고려한 안정성해석을 Floquet이론에 근거한 시간전달행렬법을 이용하여 평가하는 방법을 제시하였다. 그리고 단순 2자유도 모델의 경우 회전좌표계를 이용한 해석적인 결과와의 비교를 통하여 불안정영역의 계산결과가 잘 일치함을 확인하였다. Jeffcott 모델에 대한 4가지의 자료를 이용하여 안정성을 평가하였으며, 실제 다자유도계의 전동기 회전축계에 적용하여 불안정영역과 그 특성을 검토하여 실제 운전속도영역에서 불안정진동이 발생할 수 있음을 확인하였다.

전자기력에 의해 계의 고유진동수는 감소하고, 주기적 계수여진이 발생하여 불안정영역이 발생한다. 감쇠의 증가는 불안정영역을 축소시킴을 확인했다.

참 고 문 헌

- (1) 神崎 외 4명, 1994, 誘導電動機の電氣的不安定振動, 日本機械學會論文集 (C編), 第60卷, 第578号, pp. 3238~3244.
- (2) Bradford, M., 1968, Unbalanced Magnetic Pull in a 6-pole Induction Motor, IEE Proceedings Vol. 115, No 11, pp. 1619~1627.
- (3) Belmans, R., et al., 1987, Influence of Unbalanced Magnetic Pull on the Radial Stability of Flexible-Shaft Induction Motor, IEE Proceedings Vol. 134, Pt. B, No 2, pp. 101~109.
- (4) 岩田 외 2명, 1997, 誘導電動機ロ-タの振動, 日本機械學會 機械力學·計測制御講演論文集 (No 97-10), pp. 25~27.
- (5) Dorell, D. G., 1996, Calculation of Unbalanced Magnetic Pull in Small Cage Induction Motors with Skewed Rotors and Dyanmic Rotor Eccentricity, IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 11, No 3, 483~488.
- (6) 조대현, 김광준, 1997, 유도전동기 진동/소음해석을 위한 전자기적 가진력 모델링, 대한기계학회 춘계학술대회 논문집(A), pp. 372~377.
- (7) Friedmann, P., et al., 1977, Efficient Numerical Treatment of Periodic Systems with Application to Stability Problems, Int. J. Num. Method in Eng. Vol. 11, pp. 1117~1136.
- (8) Bolotin, V. V., 1964, The Dynamic Stability of Elastic Systems, Holden Day.
- (9) Fitzgerald, A. E., et. al., 1992, Electric Machinery, 5th, McGraw-Hill.
- (10) Müller, P. C., Schiehlen, W. O., 1985, Linear Vibration, Martinus Nijhoff Publishers.
- (11) Guilhen, P. M., et al., 1988, Instability and Unbalance Response of Dissymmetric Rotor-Bearing Systems, Trans. ASME J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol. 110 pp.238~294.
- (12) Baumgardner, J., 1994, Vibration in Squirrel-Cage Induction Motors, Vibration Institute Proc. 12th Annual Meeting, pp. 195~202.