

Timoshenko 이론과 유한요소법을 이용한 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성 해석시스템 개발

이 용 희*, 김 석 일*, 김 태 형**, 이 재 윤**

Development of a Static and Dynamic Analysis System for Motor-Integrated High-Speed Spindle Systems Using Timoshenko Theory and Finite Element Method

Yong-Hee Lee*, Seok-Il Kim*, Tae-Hyung Kim**, and Jae-Yoon Lee**

ABSTRACT

Recently, the motor-integrated spindle systems have been used to simplify the machine tool structure, to improve the motion flexibility of machine tool, and to perform the high-speed machining. In this study, a static and dynamic analysis system for motor-integrated high-speed spindle systems is developed based on Timoshenko theory, finite element method and windows programming techniques. Since the system has various analysis modules related to static deformation analysis, modal analysis, frequency response analysis, unbalance response analysis and so on, it is useful in performing systematically the design and evaluation processes of motor-integrated high-speed spindle systems under windows GUI environment.

Key Words : Motor-Integrated(모터내장형), High-Speed Spindle System(고속주축계), Static Analysis(정특성 해석), Dynamic Analysis(동특성 해석), Modal Analysis(모드해석), Frequency Response Analysis(주파수응답해석), Unbalance Response Analysis(불균형응답해석)

1. 서 론

공작기계의 성능을 대표할 수 있는 인자로는 가공정밀도, 가공능력, 그리고 내구수명 등을 들 수 있다. 공작기계의 가공정밀도는 제품의 형상과 치수를 얼마나 정확하게 가공할 수 있는가를 나타내는 능력을 의미하고, 가공

능력은 단위시간당의 절삭량이 얼마나 많은가를 나타내는 능력을 의미하며, 내구수명은 초기 설계단계에서 결정된 가공정밀도와 가공능력을 얼마나 오랫동안 유지할 수 있는가를 나타내는 능력을 의미한다. 이러한 공작기계의 성능은 공작기계를 구성하는 모든 요소들의 구조적 특성에 의해서 영향을 받지만, 특히 절삭에 필요한 동력을 모

* 한국항공대학교 기계설계학과
** 대우중공업 공작기계연구소

터로부터 절삭점까지 전달하는 경로상에 위치한 주축계에 의해서 지배적인 영향을 받게 된다.

최근 공작기계의 고속화 및 다기능화 추세에 따라서 공작기계의 주축 구동방법으로는 기존의 커플링구동방법과 벨트구동방법 대신에 내장형 모터에 의한 구동방법이 많이 채용되고 있다.⁽¹⁾ 이러한 모터내장형 고속주축계는 주축과 모터회전부가 억지끼워맞춤으로 결합된 상태의 구조를 갖기 때문에 모터내장형 고속주축계의 정특성 및 동특성은 주축과 베어링의 제원 외에도 모터회전부의 제원에 의한 영향을 많이 받게 된다.⁽²⁾

본 연구에서는 모터내장형 고속주축계의 유한요소모형을 구축하고, 그 모형을 토대로 주축계의 제원과 정특성/동특성의 관계를 체계적으로 해석할 수 있는 시스템을 개발하였다. 모터내장형 고속주축계의 수학적 모델은 Timoshenko 이론^(2,3)에 기반을 두었으며, 여러 장의 얇은 철심용 강판들로 적층된 내장형 모터의 회전부는 그 물성값이 주축과 크게 다르다는 점을 고려하여 다층 유한요소모델의 개념을 도입하였다. 특히 본 연구에서 개발한 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성 해석시스템은 정보의 입출력이 모두 윈도우즈 GUI(Graphic User Interface) 환경에서 이루어지기 때문에 초보자인 경우에도 시스템 사용법의 습득이 용이하다는 점, 일괄적인 정보의 관리, 분석, 출력이 가능하기 때문에 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성을 해석 및 평가하는 데 소요되는 시간과 노력을 크게 줄일 수 있다는 점 등이 그 특징이다. 그리고 시스템의 개발환경은 플랫폼으로 IBM PC 586, 오퍼레이팅 시스템으로는 윈도우즈 95/NT, 컴퓨터 언어로는 Visual C++ 등을 사용하였다.⁽⁴⁾

2. 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성 해석

2.1 주축의 수학적 모델

공작기계의 주축계는 일정단면의 주축요소들과 탄성베어링들의 조합으로 모델화할 수 있다. 특히 본 연구에서는 세장비가 비교적 작은 주축계의 보다 정량적인 해석을 위해서 회전관성과 전단변형 효과를 모두 고려하는 Timoshenko 이론에 기반을 둔 수학적 모델을 이용하였다.

Fig.1은 길이가 L 인 주축요소의 경계점 변위를 표현하기 위해서 사용한 좌표계를 보여주고 있다. 하나의 주축요소가 양쪽 경계점에서 각각 2개씩의 병진운동과 회전운동을 하는 8개의 자유도를 가지고 있는 것으로 모델화하면, 회전하는 주축요소의 운동방정식은 식 (1)과 같이

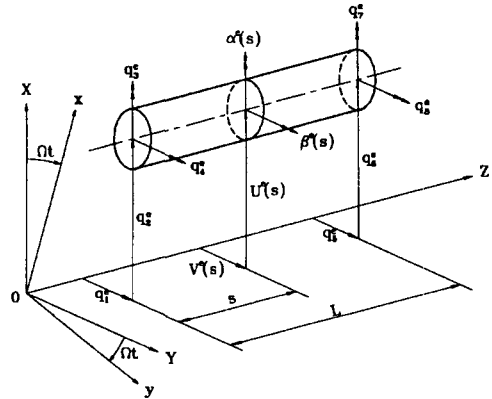


Fig. 1 Spindle Element and Coordinates

쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & (M_T^e + M_R^e)\ddot{q}^e + (\eta_v^e K_B^e - \Omega G^e)\dot{q}^e \\
 & + \left\{ \frac{1 + \eta_h^e}{\sqrt{1 + \eta_h^{e2}}} K_B^e - K_A^e \right. \\
 & \left. + \left(\eta_v^e \Omega + \frac{\eta_h^e}{\sqrt{1 + \eta_h^{e2}}} \right) K_C^e \right\} q^e = Q^e \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기서 $q^e = \{q_1^e \ q_2^e \ q_3^e \ q_4^e \ q_5^e \ q_6^e \ q_7^e \ q_8^e\}^T$ 는 주축요소의 변위벡터, Q^e 는 주축요소에 작용하는 외력벡터, η_v^e 와 η_h^e 는 주축재료의 점성감쇠계수와 이력감쇠계수, Ω 는 주축회전수이다. 또한 M_T^e 와 M_R^e 는 주축요소의 병진질량행렬과 회전질량행렬, K_A^e 와 K_B^e 는 축하중 강성행렬과 굽힘 강성행렬을 의미하며, G^e 와 K_C^e 는 주축요소의 자이로스코픽행렬(Gyroscopic Matrix)과 순환행렬을 나타낸다.

2.2 모터회전부의 수학적 모델

주축과 억지끼워맞춤 상태로 조립되는 내장형 모터의 회전부는 여러 장의 얇은 철심용 강판들로 적층된 구조를 갖기 때문에 그 물성값이 일체형으로 만들어지는 주축과 크게 다르다. 특히 모터회전부의 탄성계수와 전단계수는 주축과 큰 차이를 나타내기 때문에 그 영향을 고려할 수 있도록 주축, 모터회전부, 슬리브(Sleeve), 베어링 내륜(Inner Race), 스페이스(Spacer) 등과 같은 회전요소의 질량행렬, 감쇠행렬 및 강성행렬을 독립적으로 계산한 후 중첩시키는 다층 모델의 개념을 사용하였다. 결과적으로 모터회전부 요소의 수학적 모델인 식 (2)는 모터회전

부의 물성값이 이용된다는 점을 제외하면 주축요소의 수학적 모델인 식 (1)과 같은 형태이다.

$$\begin{aligned}
 & (M_T^m + M_R^m)\ddot{q}^m + (\eta_v^m K_B^m - \Omega G^m)\dot{q}^m \\
 & + \left\{ \frac{1 + \eta_h^m}{\sqrt{1 + \eta_h^{m2}}} K_B^m - K_A^m \right. \\
 & \left. + \left(\eta_v^m \Omega + \frac{\eta_h^m}{\sqrt{1 + \eta_h^{m2}}} \right) K_C^m \right\} q^m = Q^m \quad (2)
 \end{aligned}$$

여기서 q^m 은 모터회전부 요소의 변위벡터, Q^m 은 모터회전부 요소에 작용하는 외력벡터, η_v^m 과 η_h^m 은 모터회전부 재료의 점성감쇠계수와 이력감쇠계수, M_T^m 과 M_R^m 은 모터회전부 요소의 병진질량행렬과 회전질량행렬, K_A^m 과 K_B^m 은 축하중 강성행렬과 굽힘 강성행렬, G^m 과 K_C^m 은 자이로스코픽행렬과 순환행렬이다.

2.3 베어링의 수학적 모델

주축을 지지하는 베어링의 특성은 주축계의 정특성/동특성과 밀접한 관계가 있기 때문에 베어링의 수학적 모델은 주축계의 정특성/동특성 해석에서 매우 중요한 의미를 가지고 있다. 일반적으로 Fig.2와 같이 반경방향과 모멘트방향의 탄성적 지지특성을 갖는 선형화된 베어링의 수학적 모델은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$C^b \dot{q}^b + K^b q^b = Q^b \quad (3)$$

여기서 $q^b = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}^T$ 는 베어링 지지부의 변위벡터, Q^b 는 베어링 지지부에 작용하는 반력벡터이다. 또한 C^b 와 K^b 는 베어링의 지지특성을 나타내는 감쇠행렬과 강성행렬을 의미하는데, 반경방향의 감쇠계수 C_R 과 강성계수 K_R , 모멘트방향의 감쇠계수 C_M 과 강성계수 K_M 에 의해서 아래와 같이 표현된다.

$$C^b = \begin{pmatrix} C_{Rxx} & C_{Rxy} & 0 & 0 \\ C_{Ryx} & C_{Ryy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{Mxx} & C_{Mxy} \\ 0 & 0 & C_{Myx} & C_{Myy} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$K^b = \begin{pmatrix} K_{Rxx} & K_{Rxy} & 0 & 0 \\ K_{Ryx} & K_{Ryy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{Mxx} & K_{Mxy} \\ 0 & 0 & K_{Myx} & K_{Myy} \end{pmatrix} \quad (5)$$

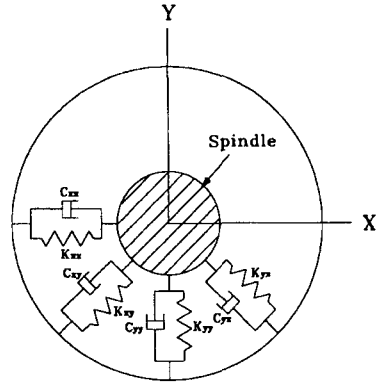


Fig. 2 Bearing Model

2.4 모터내장형 고속주축계의 유한요소해석

식 (1)~(3)에 제시된 주축, 모터회전부, 슬리브, 베어링 내륜, 스페이스, 그리고 베어링의 운동방정식들을 절점에서의 연속조건과 평형조건을 토대로 조합하면, 모터내장형 고속주축계의 운동방정식은 식 (6)과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q \quad (6)$$

여기서 고속주축계의 변위벡터 q 와 외력벡터 Q 는 주축요소의 수가 n 인 경우에 $(4n + 4)$ 의 크기를 갖는다. 또한 고속주축계의 질량행렬 M , 감쇠행렬 C 및 강성행렬 K 의 크기는 모두 $(4n + 4) \times (4n + 4)$ 가 된다. 일반적으로 감쇠행렬 C 와 강성행렬 K 는 베어링계수, 재료의 점성감쇠계수와 이력감쇠계수, 그리고 자이로스코픽효과 때문에 대칭행렬이나 왜대칭행렬의 형태를 갖지 않는다.

모터내장형 고속주축계의 정특성은 주축계의 정적 강성과 외력(정적 하중)의 관계로 표현할 수 있기 때문에 단순히 모터내장형 고속주축계의 운동방정식인 식 (6)에서 주축계의 질량과 감쇠를 무시한 후 식 (7)과 같이 변환하면 그 해석이 가능하다.

$$q = K^{-1}Q \quad (7)$$

그리고 모터내장형 고속주축계의 주파수응답특성이나 불균형응답특성은 주축계의 동적 강성과 외력(가진력, 불균형질량의 원심력)의 관계를 나타내는 것이기 때문에 모터내장형 고속주축계의 운동방정식인 식 (6)을 아래와 같이 변환함으로써 해석할 수 있다.

$$q = (-\omega^2 M + j\omega C + K)^{-1}Q \quad (8)$$

여기서 ω 는 외력에 의한 가진주파수이다.

특히 모터내장형 고속주축계의 모드해석(Modal Analysis)을 위해서는 2계 미분방정식인 식 (6)을 다음과 같은 1계 미분방정식의 형태로 재구성할 필요가 있다.

$$\dot{p} + Dp = P \tag{9}$$

여기서 $D = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ M^{-1}K & M^{-1}C \end{pmatrix}$, $p = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 \\ Q \end{pmatrix}$ 이다.

결과적으로 고속주축계의 모드매개변수(Modal Parameter)는 식 (9)의 제차형(Homogeneous Form)이면서 고유값 문제(Eigen Value Problem)의 표준형인 식 (10)으로부터 구할 수 있다.

$$\dot{p} + Dp = 0 \tag{10}$$

식 (10)과 같이 크기가 $(8n + 8) \times (8n + 8)$ 로 증대된 진동계의 고유값과 진동모드는 모두 공액복소수쌍의 형태로 나타난다. 본 연구에서는 식 (10)과 같은 형태의 고유값 문제로부터 모드매개변수를 얻기 위해서 QR 반복법(QR Iteration Method)⁽⁶⁾을 적용하였다.

3. 시스템의 적용례 및 고찰

본 연구에서는 모터내장형 고속주축계의 정적 변형해석, 모드해석, 주파수응답해석, 불균형응답해석 등을 효율적으로 해석할 수 있는 기반을 구축하기 위해서 Timoshenko 이론과 유한요소법에 토대를 둔 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성 해석시스템을 개발하였다. 특히 시스템 사용자의 편의성을 고려해서 정보의 입력, 분석, 관리, 출력 등이 모두 윈도우 GUI 환경에서 통합적으로 이루어지도록 DB(Data Base) 체계를 구축하였다.

Fig.3은 주축, 모터회전부, 슬리브, 베어링 내륜, 스페이서, 베어링 등과 같은 주축계 구성요소의 정보, 외력의 정보, 불균형량의 정보, 해석조건 등을 입력하기 위한 GUI 화면을 보여주고 있으며, Fig.4는 입력된 주축계의 정보를 검증하기 위한 시스템의 도면 출력기능을 보여주고 있다. 도면 출력례에서 볼 수 있듯이 해석 대상인 모터내장형 고속주축계는 전반부 베어링으로 4개의 앵글러콘택트 볼베어링(NSK 65BN), 후반부 베어링으로 2개의 앵글러콘택트 볼베어링(NSK 55BN)을 채용하고 있으며, 주축 중앙에 내장형 모터(Mitsubishi)의 회전부가 위치하고 있는 구조이다.^(6,7)

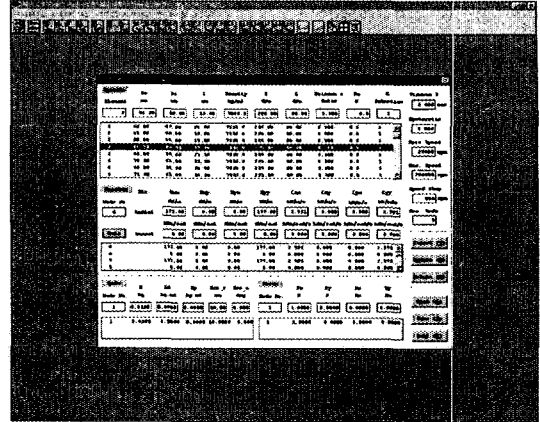


Fig. 3 GUI Window for Data Setup

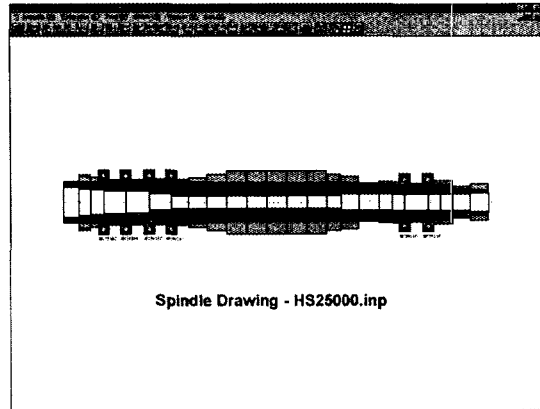


Fig. 4 Verification of Input Data

Fig.5는 Fig.4에 제시한 모터내장형 고속주축계의 주축선단부에 1N의 하중이 작용할 때 해석한 정적 변형상태를 보여주고 있다. 이러한 시스템의 정특성 해석기능은 모터내장형 주축계를 채용한 공작기계의 가공정밀도(치수정도)를 평가하는 데 유용한 정보를 제공하게 된다.

Fig.4에 나타난 모터내장형 고속주축계가 25,000 rpm으로 회전할 때의 모드해석 결과는 Fig.6에 제시하였다. 회전상태의 주축계는 자이로스코픽효과 때문에 전진운동(Forward Motion)과 후진운동(Backward Motion)을 하게 되는데, 시스템에서는 그에 대응되는 모드매개변수들을 모드해석 결과로서 출력하고 있다. Fig.6에 표시한 MDI(Multiple Document Interface) 화면의 좌측에는 고유진동수와 감쇠비, 우측에는 전진운

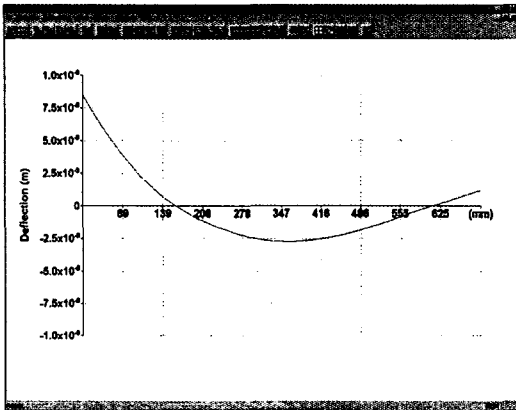


Fig. 5 Static Analysis

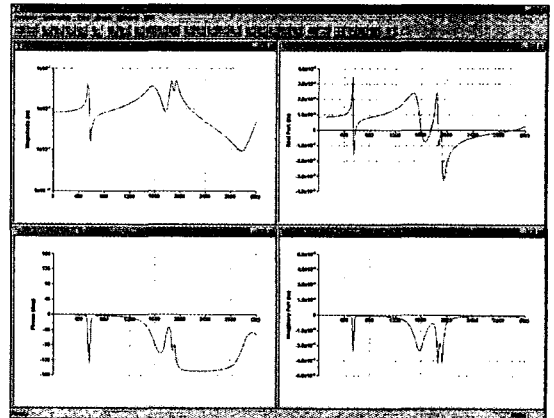


Fig. 7 Frequency Response Analysis

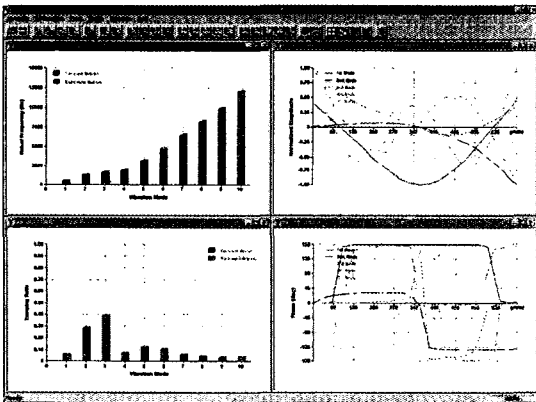


Fig. 6 Modal Analysis

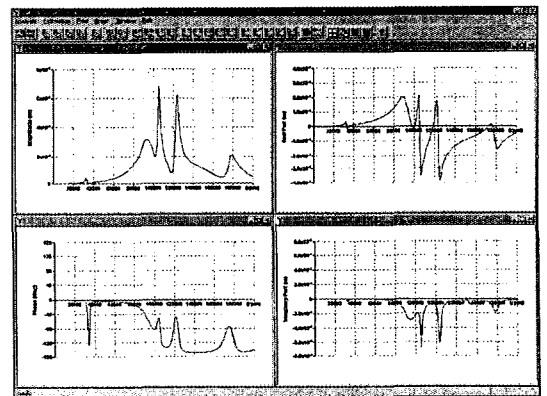


Fig. 8 Unbalance Response Analysis

동에 대한 진동모드의 진폭과 위상을 나타내었다.

Fig.7은 시스템의 주파수응답 해석기능을 보여주고 있다. 해석결과는 Fig.4에 제시한 모터내장형 고속주축계가 25,000rpm으로 회전할 때 주축선단부에 1N의 동적하중을 부가한 상태에서 얻었다. MDI 화면의 좌측에는 주파수응답의 크기와 위상, 우측에는 실수부와 허수부가 각각 표시되어 있다.

또한 시스템의 불균형응답 해석기능은 Fig.8에서 볼 수 있다. 해석은 Fig.4에 제시한 모터내장형 고속주축계가 0~200,000rpm으로 회전할 때 주축선단부에 10g·cm의 불균형량을 부가한 상태에서 수행되었다. 주파수응답의 경우와 마찬가지로 MDI 화면의 좌측에는 불균형응답의 크기와 위상, 우측에는 실수부와 허수부가 각각 표시되어 있다.

모드해석, 주파수응답해석, 불균형응답해석 등과 관련

된 시스템의 동특성 해석기능은 모터내장형 주축계를 채용한 공작기계의 채터진동, 가공정밀도(표면정도), 동적 밸런싱 등을 평가하는 데 유용한 정보들을 제공하게 된다.

이상과 같은 일련의 시스템 기능들로부터 알 수 있듯이 본 연구에서 개발한 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성 해석시스템은 모터내장형 고속주축계의 설계단계에서 요구되는 다양한 형태의 JIT (Just-In-Time) 분석이 가능하도록 구축되어 있으며, 정보의 입출력이 모두 윈도우 GUI 환경에서 이루어지기 때문에 초보자인 경우에도 시스템 사용법의 습득이 용이하다는 점, 일괄적인 정보의 관리, 분석, 출력이 가능하기 때문에 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성을 해석 및 평가하는 데 소요되는 시간과 노력을 크게 줄일 수 있다는 점 등이 그 특징이다. 특히 해석결과로서 제공되는 모든 그래프들은 프린터 출력이 가능하며, 윈도우 메타파일(Metafile)로의 저

장이나 클립보드(Clipboard)로의 복사가 가능하기 때문에 보고서 작성에 필요한 시간과 노력을 대폭 줄일 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 모터내장형 고속주축계의 정적 변형해석, 모드해석, 주파수응답해석, 불균형응답해석 등을 효율적으로 수행할 수 있는 기반을 구축하기 위해서 Timoshenko 이론과 유한요소법에 토대를 둔 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성 해석시스템을 개발하였다. 특히 모터회전부의 탄성계수와 전단계수는 주축과 큰 차이를 나타내기 때문에 해석시에 그 영향을 고려할 수 있도록 주축, 모터회전부, 슬리브, 베어링 내륜, 스페이서 등과 같은 회전요소의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬을 독립적으로 계산한 후 중첩시키는 다층 모델의 개념을 사용하였다.

또한 시스템 사용자의 편의성을 고려해서 정보의 입력, 분석, 관리, 출력 등이 모두 윈도우즈 GUI 환경에서 통합적으로 이루어지도록 DB(Data Base) 체계를 구축하였다. 그리고 정보의 입출력이 윈도우즈 GUI 환경에서 이루어지기 때문에 초보자인 경우에도 시스템 사용법의 습득이 용이하며, 일괄적인 정보의 관리, 분석, 출력이 가능하기 때문에 모터내장형 고속주축계의 정특성/동특성을 해석 및 평가하는 데 소요되는 시간과 노력을 크게 줄일 수 있다.

참 고 문 헌

1. 김석일 외, "최신 공작기계 설계기술," 반도출판사, 1995.
2. 김석일, 조정준, 최대봉, "모터내장형 주축의 동특성 해석," 한국정밀공학회 논문집, 제11권 3호, pp. 184~190, 1994.
3. H. D. Nelson, "A Finite Rotation Shaft Element using Timoshenko Beam Theory," Trans. ASME, J. of Mech. Design, Vol. 102, pp. 793~803, 1980.
4. Jeff Prosis, "Programming Windows 95 with MFC," Microsoft Press, 1996.
5. G.H. Golub and C. F. van Loan, "Matrix Computation," The Johns Hopkins University Press, 1989.
6. 이재운, 김태형, 김석일 외, "머시닝센터용 고속주축 개발에 관한 연구(I)," 통상산업부 연구보고서, 1996.
7. 이용희, 김석일, 김태형, 박보선, "오일제트유편방식의 25,000rpm급 모터내장형 고속주축계의 유편특성에 관한 연구," 한국정밀공학회 추계학술대회 논문집, 1997.