論文98-35S-11-11

비선형 시스템 출력 조절과 샘플링 영향

(Output Regulation of Nonlinear Systems and Time-Sampling Effects)

鄭 善 太 *

(Sun-Tae Chung)

요 약

비선형 시스템 출력 조절기의 디지털 구현시에 고려해야 할 샘플링 영향을 조사하였다. 조사결과, 선형 시스템에서와 마찬가지로 '출력 조절됨'은 보존되나, 일반적으로 '출력 조절 가능성'은 보존되지 않음이 밝혀졌다. 또한, 출력 조절 가능성이 보존되는 것을 쉽게 판별할 수 있는 비선형 시스템의 어떤 종류를 파악하였다. 이러한 결과는 일반적으로 연속시간 비선형 시스템에서 설계된 출력 조절기를 이산화하여 얻은 디지털 출력 조절기는 샘플링 시간에 대해 1차 근사에 불구함을 알려준다. 따라서, 이 결과는 일반적으로 보다 개선된 근사 샘플치 비선형 출력 조절기를 구할 필요가 있다는 것을 암시한다.

Abstract

The effects of time-sampling to be considered in digital implementation of a nonlinear output regulator is investigated. It is found that the output regulatability of nonlinear systems is generally not robust with respect to time-sampling although the output regulatedness of nonlinear systems is preserved under time-sampling. Also, a certain class of nonlinear systems is clarified for which the preservation of the output regulatability under time-sampling can be decided without difficulty. These results imply that one needs to seek a better approximate sampled-data nonlinear output regulator since a digital output regulator resulting from discretizing the continuous-time nonlinear output regulator designed based on the underlying continuous-time nonlinear system model is nothing but a 1st order approximate one with respect to sampling-time.

I. 서 론

전체 폐루프시스템을 안정화하면서, 외란을 제거하고 출력이 외부 기준 입력을 추종하도록 하는 '출력 조절(output regulation)의 문제는 가장 기본적인 제어의 문제의 하나로 선형 시스템 뿐만아니라 비선형 시스템에 대해서도 많은 연구가 진행되어 있다[2,3,5,6,8,11]. 그런데, 출력조절을 달성하는 출력 조절기 (output regulator)를 실제로 구현하게 될 때, 출력 조절기는 그 구조의 복잡성으로 인한 구현의 어려움 또는 경제성 등의 여러가지 이유로 아날로그 보다 디지탈 구현을 고려하게 되는 데, 이는 보통 다음의 두 가지 방법으로 한다.

첫째, 연속시간 비선형 시스템에 대해 얻어진 연속시간 비선형 출력 조절기를 이산화하여 디지털 출력 조절기를 설계

둘째, 주어진 연속시간 비선형 시스템을 이산화 하여 얻어진 샘플치 비선형 시스템에 대해 직접적으로 디지탈 출력 조절기 설계

* 正會員, 崇實大學校 情報通信電子工學部

(School of Electronic Eng., Soongsil Univ.)

接受日字: 1998年7月8日, 수정완료일: 1998年10月27日

전자의 경우, 이산화 하는 샘플링 시간이 매우 짧게 되면 연속시간 제어기와 유사한 성능을 갖게 되리라는 연속성의 원리를 바탕으로 흔히 많이 이용되는 접근방법이나, 이는 원하는 제어 시스템의 성능에 좀 더 접근하는 성능을 얻기 위하여 매우 빠른 샘플링을 요구하며, 또한 샘플링시간에 대해 어느 정도의 근사적인 해인가를 알기가 어렵다. 이에 반해, 후자의 경우, 원래의 연속시간 비선형 시스템을 이산화한 샘플치 모델에 대한 디지털 출력 조절기 설계는 샘플링 시간이 문제의 정의에 포함되버려 샘플링 영향을 직접적으로 다룰 수 있고, 매우 빠른 샘플링을 필요하지 않아, 후자의 방법이 디지탈 출력 조절기 구현시 여러가지 장점을 가지고 있다.

그런데, 후자의 경우, 연속시간 시스템에 설계 가능했던 출력 조절의 문제가 원래의 연속시간 시스템을 샘플링하여 얻어진 샘플치 시스템에 대해서도 설계가 능한 것인가를 조사하는 것이 필요하게 된다. 따라서 본 논문에서는 선형 시스템의 출력 조절 문제에 대한 샘플링 영향의 조사[11]에 이어 비선형 시스템의 출력 조절 문제에 대한 샘플링 영향에 대해 조사한다.

조사결과, 선형 시스템에서와 마찬가지로 '출력 조절됨'은 보존되나, 일반적으로 '출력 조절 가능성'은 보존되지 않음이 밝혀졌다. 즉, 연속시간 비선형 시스템에 출력 조절기가 가능하더라도 일반적으로, 이 연속시간 시스템을 이산화하여 얻어진 샘플치 비선형 시스템에 대해서는 출력 조절기 설계가 불가능하다. 따라서, 어떤 종류의 비선형 시스템이 출력 조절 가능성이 보존될 것인가를 파악하는 것은 중요하다. 이에 대해, 출력 조절 가능성이 보존되는 것을 쉽게 판별할 수 있는 비선형 시스템의 어떤 부류를 파악하였다. 이러한 결과는 일반적으로 연속시간 비선형 시스템에서 설계된 출력 조절기를 이산화하여 얻은 디지털 출력 조절기는 샘플링 시간에 대해 1차 근사에 불구함을 알려준다. 따라서, 이 결과는 일반적으로 보다 개선된 근사 샘플치 비선형 출력 조절기를 구할 필요가 있다는 것을 암시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2절에서는 비선형 시스템의 출력 조절의 문제와 그 해에 대해 연속시간 시스템과 이산시간 시스템 각각에 대해 설명한다. 제3절에서는 비선형 시스템의 출력 조절의 문제에 대한 샘플링 영향에 대한 본 논문의 주요한 결과가 기술되며, 마지막으로 제 4절에 결론이 주어진다.

참고로, 본 논문에서 사용하는 미분기하학 개념들 (벡터장, integral submanifold, invariant submanifold, controlled invariant submanifold, tangent space, tangent mapping 등등)은 [1,7,10]을 참조하고, 본 논문에서 자주 쓰이는 미분기하학적 기호만을 소개하면 다음과 같다.

$$[f,g]:=\frac{\partial g}{\partial x}f-\frac{\partial f}{\partial x}g\ ,\ ad_f g:=[f,g]\ ,\ ad_f^{k+1}g:=[f,\ ad_f^k g]$$

Ⅱ. 비선형 시스템의 출력 조절

먼저 출력 조절 문제를 위해 고려한 비선형 시스템은 다음과 같다.

$$\Sigma:\begin{cases}\dot{x}=f(x,u,w) & 1(\mathrm{a})\\ \dot{w}=s(w) & 1(\mathrm{b})\\ e=h(x,w) & 1(\mathrm{c})\end{cases}$$

여기서 (1a)는 R^n 의 원점근방 X 에서 정의되는 상태 x , 제어 입력 $u\in R^m$ 와 외란과 (또는) 기준신호 w 의 영향을 받고 있는 시스템의 동역학을 나타낸다. 또 (1b)는 외부 시스템(Exosystem) 으로써, R^s 의 원점 근방 W 에서 고려된 외란과 (또는) 기준신호의 시스템을 모델화한 것이다. (1c)는 기준신호를 추적할 때의 에러를 기술한 것이다. 또, 상태 공간 X 와 외란 또는 기준 공간 W에 대해서 $x\in X$, $u\in R^m$, $w\in W$ 이며 f, s, h 는 각각 $f: X\times W\times R^m\rightarrow R^n$, $s: W\rightarrow W$, $h: X\times W\rightarrow R^p$ 으로 정의된 C^∞ 함수이다. 또 $f(0,0,0)=0$, $s(0)=0$, $h(0,0)=0$ 으로 가정한다. 즉 $x=0$, $u=0$, $w=0$ 을 시스템 (1)의 평형점으로 간주한다.

만약, $\dot{x}=f(x,0,0)$ 이 $x=0$에 대해 지수적으로 안정하면(exponentially stable) (즉, $A:=\frac{\partial f}{\partial x}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}$ 의 모든 고유치가 개좌반평면에 존재), 시스템 Σ 는 '내재적으로 안정하다 (internally stable)'고 한다. 또, $x=0$, $w=0$ 근방에 $U\subset X\times W$ 가 존재하여, $(x(0),w(0))\subset U$ 인 모든 초기 조건과 입력 $u=0$에 대해, $\lim_{t\to\infty}h(x(t), w(t))=0$ 을 만족할 때 시스템 Σ 는 '출력조절됨 (output regulated)'을 만족한다라고 한다. Σ 가 내재적으로 안정하지 않고 출력조절됨을 만족하지 않을 때, 다음 형태의 출력 궤환 제어기 Γ 를 설계하여

$$\Gamma:\begin{cases}\dot{z}=g(z,e) & 2(a)\\ u=\theta(z) & 2(b)\end{cases}$$

(여기서, Γ 는 R^{ν} 의 원점 근방 Z 에서 정의된 상태 z 를 갖는 동력학 시스템이며, $e\in R^{p}$ 각각에 대해, g 는 $g(0,0)=0$ 을 만족하는 C^{k} ($k\geq 2$) 인 벡터장 (vector field)이며, $\theta(z)$ 는 $\theta(0)=0$ 인, Z 에서 정의된 C^{k} ($k\geq 2$) 함수다.)

이러한 성질을 만족하도록 시도할 수 있다.

이때, 얻어지는 폐루프 시스템은 다음의 시스템 Σ_c 이다.

$$\Sigma_c:\begin{cases}\dot{x}=f(x,\theta(z),w)\\ \dot{z}=g(z,h(x,w))\\ \dot{w}=s(w)\\ e=h(x,w)\end{cases}$$

Σ 와 Γ가 결합된 폐루프 시스템 Σ_c 에 대해 '내재적 안정' (즉, $\dot{x}=f(x,\theta(z),0)$, $\dot{z}=g(z,h(x,0))$ 가 $x=0$, $z=0$ 에 대해 지수적 안정) 과 '출력조절됨' (즉, $x=0$, $z=0$, $w=0$ 근방에 $U^{e}\subset X\times Z\times W$ 가 존재하여, $(x(0),z(0),w(0))\in U^{e}$ 인 모든 초기조건 $(x(0),z(0),w(0))$ 에 대해 $\lim_{t\to\infty} h(x(t),w(t))=0$ 을 만족)을 달성하면 출력 궤환 제어기 Γ 를 출력 조절기 (output regulator)라 하고, 이러한 출력 조절기를 찾는 문제를 '출력조절 문제'라 한다. 또한, 출력 조절의 문제를 풀 수있을 때, 시스템 Σ 는 '출력 조절가능 (output regulatable)'이다 라고 한다. 이제 '출력 조절됨(output regulatedness)'와 '출력 조절가능성 (output regulatability)'의 조건을 기술한다[2,8]. 이를 위하여, 먼저 시스템 Σ 에 대해 다음의 추가적 가정이 필요하다[2]

H1 : i) 외부 시스템 $\dot{w}=s(w)$ 의 평형점 $w=0$ 은 안정하다.

ii) $S:=\frac{\partial s}{\partial w}(0)$ 의 모든 고유치가 허수축에 위치한다.

H2 : $A:=\frac{\partial f}{\partial x}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}$ 가 안정 (즉, A 의 모든 고유치가 개좌반평면에 존재)

H3 :

$$A:=\frac{\partial f}{\partial x}|_{(x,u,w)=(0,0,0)},\ B:=\frac{\partial f}{\partial u}|_{(x,u,w)=(0,0,0)},\ P:=\frac{\partial f}{\partial w}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}$$
$$C:=\frac{\partial h}{\partial x}|_{(x,w)=(0,0)},\quad Q:=\frac{\partial h}{\partial w}|_{(x,w)=(0,0)}$$

에서 (A,B) 가 '안정화가능(stabilizable)', $\{(C,Q),\begin{pmatrix}A, & P\\ 0, & S\end{pmatrix}\}$ 가 '검출가능 (detectable)'

가정 H1 ii)의 의미는 $w(0)$ 이 poisson stable 임을 의미하며, 외부시스템의 안정 모드중 지수적 안정 모드(선형근사화의 고유치가 개좌반평면에 위치하는 모드)을 고려하지 않은 이유는, 지수적 안정 모드의 궁극적으로 0 으로 수렴하므로, 조절(regulation)하는데, 전혀 문제가 없기 때문이며 따라서, 임의의 외부 시스템에서 지수적 안정 모드를 분리하면, 가정 H1의 ii)로 가정하는 데에 일반성을 잃지 않는다. 가정 H1의 i) 과 ii)의 보다 자세한 의미는 [2,3,8] 를 참조하라.

보조정리 2.1: 시스템 Σ 에 대해 가정 H1, H2 가 성립한다고 하자.

이때, 시스템 Σ 가 '출력조절됨'을 만족할 필요충분조건은 다음과 같다.

W 의 원점 근방 W^{0} 에서 정의되고 다음의 식 (3)을 만족하는 어떤 C^{k} (k$\geq$2) 함수 $x=\pi(w)$ ($\pi(0)=0$) 이 존재한다.

$$\frac{\partial \pi}{\partial w}s(w)=f(\pi(w),0,w) \qquad 3(a)$$
$$h(\pi(w),w)=0 \qquad 3(b)$$

(증명) (필요조건) 시스템 Σ 의 자유 동력학(즉, $u=0$) $\Sigma(u=0)$: $\dot{x}=f(x,0,w)$, $\dot{w}=s(w)$ 에서, $\frac{\partial s}{\partial w}(0)$ 의 모든 고유치가 허수축에 위치하고, $\dot{x}=f(x,0,0)$ 이 안정한 선형 근사화를 가지므로, center manifold 이론 [4,8] 에 의해, W 의 원점 근방 W^{0} 에서 정의되는 center submanifold $x=\pi(w)$ ($\pi(0)=0$, $\pi(w)$: C^{k} 함수) 가 존재한다. 그런데, 이 center submanifold 는 자유 동력학 $\Sigma(u=0)$ 에 대해 invariant 하므로, (3a)가 성립한다. 가정 H1에 의해, 충분히 작은 w^{0} 에 대해, 자유 동력학 $\Sigma(u=0)$ 에서 $(x(0),w(0))=(\pi(w^{0}),w^{0})$ 인 $(x(t),w(t))$ 는 모든 $\varepsilon>0$ 과 모든 $T>0$ 에 대해, $t>T$ 인 모든 t 에 대해서 $\|x(t)-\pi(w^{0})\|<\varepsilon$, $\|w(t)-w^{0}\|<\varepsilon$ 를 만족한다[4,8]. 따라서, '출력조절됨'이 만족하기 위해서, 이 center submanifold에서 출력 조절될 $e=h(x,w)$ 가 0 이 되는 게 필요하다. 즉, $h(x,w)|_{x=\pi(w)}=h(\pi(w),w)=0$

(충분조건) (3a) 는 $x=\pi(w)$ 가 자유 동력학 $\Sigma(u=0)$ 의 center submanifold 임을 의미한다. 또한, (3b)에 의해 $e=h(x,w)-h(\pi(w),w)$ 이 성립한다. 또한, 자유 동력학 $\Sigma(u=0)$ 의 평형점 $(x,w)=(0,0)$ 은 안정하고, center submanifold

$x=\pi(w)$ 는 locally attractive 하다. 즉, 원점 $(x,w)=(0,0)$ 에 충분히 가까운, 모든 $x(0)$, $w(0)$ 과 모든 $t \geq 0$ 에 대해, 다음이 만족한다.

$\|x(t)-\pi(w(t))\| \leq Me^{-at}\|x(0)-\pi(w(0))\|$ $(M>0,\ a>0)$ [4,8]. 따라서, h 는 연속이므로, $\lim_{t\to\infty}\|h(x(t),w(t))-h(\pi(w(t)),w(t))\|=0$ 이 성립한다. $h(\pi(w),w)=0$ 이므로, $\lim_{t\to\infty} h(x(t),w(t))=0$ 이 만족된다.

정리 2.2 [2]: 시스템 Σ 에 대해 가정 H1 과 H3 가 성립한다고 하자. 이때, 시스템 Σ 가 '출력조절가능' 일 필요충분 조건은 다음과 같다.

W의 원점 근방 W^0 에서 정의되고 다음의 식 (4)를 만족하는 어떤 $C^k(k\geq 2)$ 함수 $x=\pi(w)$ $(\pi(0)=0)$ 와 $u=c(w)$ ($c(0)=0$)가 존재한다.

$$\frac{\partial \pi}{\partial w}s(w)=f(\pi(w),c(w),w) \tag{4a}$$

$$h(\pi(w),w)=0 \tag{4b}$$

정리 2.2의 증명은 [2]를 참조하라. 비선형 시스템의 출력 조절 문제의 더 나은 이해와 추후 참조를 위해, 정리 2.2 와 같은 선형 시스템에서의 '출력 조절가능'에 대한 결과 [6,8]를 정리한다.

다음의 선형 시스템 Σ_L 에

$$\Sigma_L:\begin{cases} \dot{x}=Ax+Bu+Pw & 5(a)\\ \dot{w}=Sw & 5(b)\\ e=Cx+Qw & 5(c)\end{cases}$$

다음 형태의 보상기 Γ_L 를 추가하여 출력조절을 가능하게 할 필요 충분 조건은 다음과 같고, 선형 이산시간 시스템에서도 같은 정리가 성립한다.

$$\Gamma_L:\begin{cases} \dot{z}=Fz+Ge\\ u=Hz\end{cases} \tag{6}$$

정리 2.3 [6]: 선형 시스템 Σ_L 에서 (A, B) 가 '안정화가능'하고 시스템 Σ_L 가 '검출가능'하다고 하자. 그러면, 다음의 방정식 (7)이 해 (Π, V) 를 가지면 선형 시스템 Σ_L 는 '출력 조절가능'이다.

$$\begin{aligned} A\Pi+BV+P&=\Pi S & 7(a)\\ C\Pi+Q&=0 & 7(b)\end{aligned}$$

만약 S 가 반안정하면(즉, S 의 고유치가 모두 폐우평면에 위치), 방정식 (7)의 해 존재는 또한 선형 시스템 Σ_L 가 '출력 조절가능' 이기 위한 필요조건이 된다.

(여기서, 시스템 Σ_L 가 '검출가능'하다는 의미는 $\{(C,Q),\begin{pmatrix}A, & P\\ 0, & S\end{pmatrix}\}$ 가 '검출가능'함을 의미한다.)

정리 2.2(정리 2.3) 는 비선형 시스템(선형 시스템)이 '출력 조절가능' 이기 위한 필요충분조건은 어떤 output zeroing controlled invariant submanifold (subspace)가 존재하는 것임을 알려준다[8]. 따라서, 이 '출력 조절가능'은 zero dymamics[7]와 관련이 있다. [8]에는 '출력 조절가능'의 해 존재는 zero dynamics 와 관련이 있음을 잘 설명해주고 있다. 또한, 출력 조절가능 문제의 해를 쉽게 판별할 수 있는 충분조건을 구하였다. 차후의 논의를 위해, 여기서 이를 기술한다. 먼저 논의에 필요한 기호 및 개념을 정리한다.

다음의 비선형 시스템을 고려하자.

$$\Sigma_s:\begin{cases}\dot{x}=f_s(x,u)\\ z=h_s(x)\end{cases}$$

$(f_s(x,u):=f(x,u,w=0),\ h_s(x):=h(x,w=0))$

$$\Sigma_e:\begin{cases}\dot{x}_e=f_e(x_e,u)\\ z=h_e(x_e)\end{cases}$$

$\left(x_e:=\begin{pmatrix}x\\ w\end{pmatrix},\ f_e(x_e,u):=\begin{pmatrix}f(x,u,w)\\ s(w)\end{pmatrix},\ h_e(x_e):=h(x,w)\right)$

이때, (Z^*,f_s^*), (Z_e^*,f_e^*) 을 각각 원점 근방 $U\subset X$, $U_e\subset X_e$ $(X_e:=X\times W)$ 에서 정의되는 시스템 Σ_s 와 Σ_e 의 zero dynamics[7,8]라 하자.

보조정리 2.4 [8]: 시스템 Σ 에 대해 가정 H1 과 H3 가 성립한다고 하자. 또한, 시스템 Σ_s 와 시스템 Σ_e 가 각각 zero dynamics (Z^*,f_s^*), (Z_e^*,f_e^*) 를 가진다고 하자.

이때, 다음의 조건이 만족하면 시스템 Σ 는 '출력조절가능'이다.

1) $T_0Z_e^*+T_0(X\times\{0\})=T_0(X_e)$

2) 시스템 Σ_s 의 zero dynamics 은 $x=0$ 에서 hyperbolic 평형점을 갖는다. (여기서, hyperbolic의 의미는 zero dynamics 의 선형화 시스템이 모든 고유치를 허수축상외에서 갖는다는 뜻에 유의하자.)

또한, 차후의 논의를 위해 비선형 이산 시스템의 출력조절에 대해서도 기술한다[2].

고려한 비선형 이산 시스템은 다음의 시스템 Σ_d 와 같고,

$$\Sigma_d : \begin{cases} x_{k+1} = F(x_k, u_k, w_k) & 8(a) \\ w_{k+1} = S(w_k) & 8(b) \\ e_k = h(x_k, w_k) & 8(c) \end{cases}$$

(8)의 각 식의 의미와 각 변수의 의미는 연속시간 시스템 Σ 에서와 같고, 비선형 이산 시스템에서의 '출력조절됨'과 '출력조절가능'의 정의는 연속시간 시스템 Σ 에서와 같다. 연속시간 시스템에서와 같이 다음 가정의 기술이 필요하다.

H4 : i) 외부 시스템 $w_{k+1} = S(w_k)$ 의 평형점 $w=0$ 은 안정하다.

ii) $S' := \frac{\partial S}{\partial w}(0)$ 의 모든 고유치가 단위원에 위치한다.

H5 : $A' := \frac{\partial F}{\partial x}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}$ 가 안정 (즉, A 의 모든 고유치가 단위원내에 존재)

H6 :

$$A' := \frac{\partial F}{\partial x}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}, \quad B' := \frac{\partial F}{\partial u}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}, \quad P' := \frac{\partial F}{\partial w}|_{(x,u,w)=(0,0,0)}$$
$$C' := \frac{\partial h}{\partial x}|_{(x,w)=(0,0)}, \quad Q' := \frac{\partial h}{\partial w}|_{(x,w)=(0,0)}$$

에서 (A', B') 가 '안정화가능', $\{(C', Q'), \begin{pmatrix} A', & P' \\ 0, & S' \end{pmatrix}\}$ 가 '검출가능'

보조정리 2.5 : 비선형 이산 시스템 Σ_d 에 대해 가정 H4 와 H5 가 성립할 때, 시스템 Σ_d 가 '출력조절됨'을 만족할 필요 충분 조건은 다음과 같다.

W 의 원점 근방 W^0에서 정의되고 다음의 식 (9)를 만족하는 어떤 $C^k(\mathrm{k} \geq 2)$ 함수 $x = \Pi(w)$ ($\Pi(0)=0$) 가 존재한다.

$$\Pi(S(w)) = F(\Pi(w), 0, w) \qquad 9(a)$$
$$h(\Pi(w), w) = 0 \qquad 9(b)$$

정리 2.6 [2]: 비선형 이산 시스템 Σ_d 에 대해 가정 H4 와 H6 가 성립할 때, 시스템 Σ_d 가 '출력조절가능'일 필요 충분 조건은 다음과 같다.

원점의 어떤 근방 $W^0 \subset W$ 에서 정의되고, $\Pi(0)=0$, $C(0)=0$ 을 만족하며 다음의 식 (10)을 만족하는 $C^k(k \geq 2)$ 함수 $x = \Pi(w)$, $u = C(w)$ 가 존재하는 것이다.

$$\Pi(S(w)) = F(\Pi(w), w, C(w)) \qquad 10(a)$$
$$h(\Pi(w), w) = 0 \qquad 10(b)$$

보조정리 2.5의 증명은, 보조정리 2.1과 유사하므로 생략하며, 정리 2.6 의 증명은 [2]를 참조하라.

비선형 이산 시스템의 경우에도 출력 조절 문제의 해 존재는 zero dynamics와 관련이 있으며, 보조정리 2.4 와 유사한 정리가 성립함을 쉽게 알 수 있다. 여기서는 차후의 논의를 위해, 이에 대해 간략히 기술한다. 먼저 논의에 필요한 기호를 정리한다.

다음의 비선형 이산 시스템을 고려하자.

$$\Sigma_{ds} : \begin{cases} x_{k+1} = F_s(x_k, u_k) \\ z_k = h_s(x_k) \end{cases}$$

$$(F_s(x,u) := F(x,u,w=0), \ h_s(x) := h(x, w=0))$$

$$\Sigma_{de} : \begin{cases} x_e(k+1) = F_e(x_e(k), u(k)) \\ z(k) = h_e(x_e(k)) \end{cases}$$

$$(x_e := \begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix}, \ F_e(x_e, u) := \begin{pmatrix} F(x,u,w) \\ S(w) \end{pmatrix}, \ h_e(x_e) := h(x,w))$$

이 때, (Z_d^*, F_s^*), (Z_{de}^*, F_e^*) 을 각각 원점 근방 $U \subset X$, $U_e \subset X_e$ 에서 정의되는 시스템 Σ_{ds} 와 Σ_{de} 의 zero dynamics[9]라 하자.

보조정리 2.7 : 비선형 이산 시스템 Σ_d 에 대해 가정 H4 와 H6 가 성립한다고 하자. 또한, 시스템 Σ_{ds} 와 시스템 Σ_{de} 가 각각 zero dynamics (Z_d^*, F_s^*), (Z_{de}^*, F_e^*) 를 가진다고 하자.

이때, 다음의 조건이 만족하면 시스템 Σ_d 는 '출력조절가능' 이다.

1) $T_0 Z_{de}^* + T_0(X \times \{0\}) = T_0(X_e)$

2) 시스템 Σ_{ds} 의 zero dynamics 은 $x=0$ 에서 hyperbolic 평형점을 갖는다. (여기서, hyperbolic의 의미는 zero dynamics 의 선형화 시스템이 모든 고유치를 단위원위외에서 즉, 단위원 밖 또는 안에서 갖는다는 의미이다.)

Ⅲ. 비선형 시스템 출력조절 문제에 대한 샘플링 영향

이제, 이 절에서는 본 논문의 주 관심사인 비선형

출력조절 문제에 대한 샘플링 영향을 조사한다.

연속시간 비선형 시스템 Σ 을 샘플링 주기 T 로 이산화하여 얻어진 샘플치 비선형 시스템을 $\Sigma(T)$로 표시하자.

$$\Sigma(T):\begin{cases}x_{k+1}=F_T(x_k,w_k,u_k)\\ w_{k+1}=S_T(w_k)\\ e_k=h(x_k,w_k)\end{cases}$$

여기서 우리가 정의하는 샘플치 비선형 시스템의 출력 조절 문제의 해가 존재한다는 것은 어떤 T^* ($T^*>0$)가 있어, $0<T<T^*$인 모든 샘플링 시간 T 에 대해 이산화하여 얻어진 비선형 이산 시스템 $\Sigma(T)$에 대해 출력 조절 문제의 해가 존재하는 것을 말한다.

먼저, 비선형 출력 조절 문제의 샘플링 영향에 대해 조사하기 위해 다음의 사실들이 필요하다.

- 사실 i) 선형화와 이산화는 서로 교환(commute)이고[9], 선형 시스템에서 안정도와 안정가능, 검출가능 모두, 이산화에 대해서 보존되는 것이 잘 알려져 있으므로, 연속시간 비선형 시스템이 만약 안정 가능 선형화와 검출가능 선형화를 갖는 경우, 샘플치 비선형 시스템도 안정가능 선형화와 검출 가능 선형화가 보장된다.
- 사실 ii) 외부 시스템 $\dot{w}=s(w)$ (*) 의 평형점이 안정하면 (*)의 이산화로 얻어진 $w_{k+1}=S_T(w_k)$의 평형점도 역시 안정성이 보장되며, 선형화 $\frac{\partial s}{\partial w}$의 고유치가 모두 허수축에 있으면, (*)의 이산화로 얻어진 $w_{k+1}=S_T(w_k)$의 선형화 $\frac{\partial S_T}{\partial w}$의 고유치 역시 모두 단위원 위에 있음이 보장된다.

따라서, 연속시간 비선형 시스템 Σ 에 대해 보조정리 2.1 과 정리 2.2 에서 주어진 가정들을 만족한다고 하면, 위의 사실 i) 과 ii) 로부터 샘플치 비선형 시스템에 대해서도 같은 가정이 보존됨을 쉽게 알 수 있다.

먼저, 출력조절됨에 대한 샘플링 영향을 조사하자. 우선, 샘플치 시스템 $\Sigma(T)$이 '출력조절됨'을 만족하면, 원래의 연속시간 시스템 Σ 도 '출력조절됨'을 만족함을 쉽게 알 수 있다.

왜냐하면, 샘플치 시스템이 출력조절됨을 만족할 때, 성립하는, 관계식 $F_T(\pi(w),w)=\Pi_T(S_T(w))$ 의 양변을 $T=0$ 에서 T 에 대해 미분하면 $f(\pi(w),w)=\frac{\partial\pi}{\partial w}s(w)$ 가 성립함을 쉽게 알 수있다. 따라서, 이 사실과 위 사실 i), ii)로부터 보조정리 2.1 의 가정과 조건이 모두 만족됨을 알 수있다.

다음의 정리 3.3은 원래의 연속시간 비선형 시스템이 '출력조절됨'을 만족할 때, 샘플치 비선형 시스템도 '출력조절됨'을 만족함을 보여준다. 정리 3.3 을 위하여, 다음의 보조정리들이 필요하다. 보조정리 2.1 의 식 (3)은 output zeroing invariant submanifold 의 존재를 의미하며, 여기서는 center submanifold $x=\pi(w)$가 바로 output zeroing invariant submanifold 이다. 다음의 보조정리 3.1 은 이를 명확히 보여준다.

보조정리 3.1: 식 (3a)을 만족하는 center submanifold $x=\pi(w)$는 시스템 Σ 의 자유 동력학 $\Sigma(u=0)$ 즉,

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{w}\end{pmatrix}=\tilde{f}(x,w)=\begin{pmatrix}f(x,0,w)\\ s(w)\end{pmatrix}\tag{11}$$

에 대해 locally invariant하다. 또, 어떤 integral submanifold $x=\pi(w)$가 동력학 (11)에 대해 locally invariant하면 식 (3a) 가 성립한다.

(증명) 먼저 보조정리의 두 번째 기술을 증명하자. 어떤 integral submanifold가 동력학 $f(x)$에 대해 locally invariant 할 필요충분조건은 그 integral submanifold의 distribution Δ에 대해 $[f,\Delta]\subset\Delta$가 성립하는 것임이 잘 알려져 있다[7]. 따라서 보조정리의 두 번째는 center submanifold $x=\pi(w)$의 distribution Δ에 속한 임의의 vector field g에 대해 $[\tilde{f},g]\in\Delta$일 때 식 (3a)가 만족함을 보이면 된다.먼저 center submanifold $x=\pi(w)$ 의 distribution Δ는 다음으로 주어짐을 쉽게 보일 수 있다[10].

$$\Delta=span\left(\begin{pmatrix}\frac{\partial\pi}{\partial w_1}\\ 1\\ 0\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\frac{\partial\pi}{\partial w_2}\\ 0\\ 1\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ 0\end{pmatrix},\cdots,\begin{pmatrix}\frac{\partial\pi}{\partial w_s}\\ 0\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ 0\\ 1\end{pmatrix}\right)$$

따라서 distribution Δ에 포함된 임의의 vector field g 는 다음의 형태로 쓸 수 있다.

$$g = \begin{pmatrix} \frac{\partial \pi}{\partial w} v \\ v \end{pmatrix}$$

(여기서 $v = (v_1, \cdots, v_s)'$ 인 constant vector).

$[\tilde{f}, g]$ 도 distribution Δ에 포함된 vector field 이므로 어떤 임의의 constant vector v'에 대해

$$[\tilde{f}, g] = \begin{pmatrix} \frac{\partial \pi}{\partial w} v' \\ v' \end{pmatrix} \tag{12}$$

로 표현된다. 식 (12)에서 양변을 비교하면 $\frac{\partial \pi}{\partial w} s(w) = f(\pi(w), w)$ 임이 성립함을 어렵지 않게 증명할 수 있다.

보조정리의 첫번째는 식 (3a)가 성립할 때, 보조정리 두번째 증명의 역으로부터 쉽게 증명할 수 있다.

연속시간 시스템의 경우와 같이 식 (9)는 $x = \Pi(w)$가 output zeroing invariant submanifold임을 말한다. 다음의 보조정리 3.2 는 이를 명확히 보여준다.

보조정리 3.2: 식 (5a)를 만족하는 center submanifold $x = \Pi(w)$는 Σ_d 의 자유 동력학

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ w_{k+1} \end{pmatrix} = \tilde{F}(x_k, w_k) = \begin{pmatrix} F(x_k, 0, w_k) \\ S(w_k) \end{pmatrix}$$

대해 locally invariant한다. 또 그 역도 성립한다.

(증명) 어떤 integral submanifold가 동력학 $x_{k+1} = F(x_k)$에 대해 locally invariant하다는 것의 필요충분조건은 그 submanifold의 distribution Δ에 대해 $F_* \Delta \subset \Delta$ (F_*는 tangent mapping, 즉 $F_* := \frac{\partial F}{\partial x}$) 가 성립하는 것임은 잘 알려져 있다. 이로부터, 앞 보조정리 3.1의 증명과 같은 방법으로 어렵지 않게 증명이 가능하므로 생략한다.

정리 3.3: 다음의 기술 (a)와(b)는 등가(equivalent)이다.

(a) 연속시간 비선형 시스템 Σ 가 '출력조절됨'을 만족한다.

(b) 샘플치 비선형 시스템 $\Sigma(T)$가 '출력조절됨'을 만족한다.

(증명) (b)⇒(a)임은 앞에서 이미 증명했으므로, (a)⇒(b)만 증명하면 된다. 보조정리 3.1은 연속시간 시스템 Σ 가 '출력조절됨' 을 만족할 때 $x = \pi(w)$ 인 submanifold의 distribution Δ에 대해 $[\tilde{f}, \Delta] \subset \Delta$가 성립함을 보여준다. 이제, 연속시간 시스템 Σ 의 이산화 시스템 $\Sigma(T)$의 자유동력학 시스템 $\Sigma(T)(u=0)$ 를 다음과 같이 표현하자.

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ w_{k+1} \end{pmatrix} = \tilde{F}_T(x_k, w_k) = \begin{pmatrix} F_T(x_k, 0, w_k) \\ S(w_k) \end{pmatrix}$$

이 때,

$$\tilde{F}_{T*} g(\tilde{F}_T^{-1}(x)) = \sum_{k=0}^{\infty} ad_{\tilde{f}}^k g(x) \frac{T^k}{k!} \tag{13}$$

(Campbell-Baker-Hausdorff formula)

가 성립하고[7], $g \in \Delta$ 인 g에 대해 $[\tilde{f}, g] \in \Delta$이 성립하므로 식 (13)은 $g \in \Delta$인 모든 g에 대해 $\tilde{F}_{T*} g \in \Delta$ 임을 말해준다. 즉, $\tilde{F}_{T*} \Delta \subset \Delta$가 성립한다.

이제, 출력 조절 가능성에 대한 샘플링 영향의 조사 결과를 기술한다.

다음의 정리 3.4 는 샘플치 비선형 시스템의 출력 조절 문제의 해가 존재하기 위해서 원래의 연속시간 비선형 시스템의 출력조절 문제의 해가 존재해야한다는 것을 보여준다.

정리 3.4: 연속시간 비선형 시스템 Σ 의 출력조절 문제의 해 존재가 시스템 Σ 를 이산화하여 얻어진 샘플치 비선형 시스템 $\Sigma(T)$의 출력조절 문제의 해 존재의 필요조건이다.

(증명) 샘플치 비선형 시스템 $\Sigma(T)$ 에서 가정 H4, H6 이 성립하면, 사실 i), ii) 에 따라, 원래의 연속시간 비선형 시스템 Σ 에서 가정 H1, H3 이 성립한다. 따라서, 정리 2.2 의 식 (4)가 성립됨을 보이면 된다.

샘플치 비선형 시스템 $\Sigma(T)$의 출력조절 문제의 해가 존재하면, 정리 2.6 에 의해, 어떤 $T^* > 0$에 대해, $0 < T < T^*$인 모든 T 에 대해서 다음의 식 (14)를 만족하는 $x = \Pi_T(w)$, $u = C_T(w)$ (Π_T, C_T 는 각각 T 에 대해 analytic)가 존재한다.

$$\Pi_T(S_T(w)) = F_T(\Pi_T(w), w, C_T(w)) \qquad 14(a)$$
$$h(\Pi_T(w), w) = 0 \qquad 14(b)$$

Π_T, C_T, S_T, F_T 는 각각 T 에 대해 analytic이므로 T 에 대해 Taylor series전개가 가능하다.

이때 각각을 T 에 대해 Taylor series 전개한 것을 다음과 같이 쓰기로 하자.

$$S_T(w) = w + Ts(w) + O(T^2) \qquad 15(a)$$
$$F_T(x, w, u) = x + Tf(x, w, u) + O(T^2) \qquad 15(b)$$
$$\Pi_T(w) = \pi_0(w) + T\pi_1(w) + O(T^2) \qquad 15(c)$$
$$C_T(w) = c_0(w) + Tc_1(w) + O(T^2) \qquad 15(d)$$

식 (15)를 (14)에 대입하여 T 에 대해 양변을 비교하면, 다음과 같다.

T 항 들, 즉 T 에 대해 상수인 항들의 비교에서,

$$\begin{cases} \pi_0(w) = \pi_0(w) & 16(a) \\ h(\pi_0(w), w) = 0 & 16(b) \end{cases}$$

T^1 항들, 즉 T 에 대해 1차인 항들의 비교에서

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial w} s(w) + \pi_1(w) = \pi_1(w) + f(\pi_0(w), w, c_0(w)) \qquad (17a)$$

$$\frac{\partial h(\pi_0(w), w)}{\partial x} \pi_1(w) = 0 \qquad (17b)$$

이제, (17a)에서

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial w} s(w) = f(\pi_0(w), w, c_0(w)) \qquad (18)$$

(16b)와 (18)에서 $x = \pi_0(w)$, $u = c_0(w)$ 는 원래의 연속시간 비선형 시스템 Σ 의 출력조절 문제의 해존재의 필요충분조건의 미분방정식 (4)을 만족한다.

그러면, 위 정리 3.4 의 역은 성립할까? 비선형 시스템의 출력 조절의 해 존재가 샘플링에 대해 보존될 것인지를 조사하기 위해, 먼저 선형 시스템의 경우부터 살펴보아야 한다. 이는 비선형 시스템에 대해서 출력 조절가능이 성립하기 위해서는 선형화 시스템에 대해 출력 조절가능이 성립해야 하기 때문이다. 따라서 이는 선형화 시스템에 대해 출력 조절가능이 샘플링에 대해서 보존되지 않으면, 원래의 비선형 시스템은 당연히 출력 조절 가능이 샘플링에 대해서 보존되지 않음을 말한다. 다음의 예[11]는, 선형 시스템에서 일반적으로 출력 조절가능이 샘플링에 대해 보존되지 않음을 보여 준다.

(예)

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Pw \\ \dot{w} = Sw \\ e = Cx + Qw \end{cases}$$

$$\left(\begin{matrix} A := \begin{pmatrix} 0, 1 \\ 0, 0 \end{pmatrix}, \ B := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \ P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \ S := 1 \\ C := \begin{pmatrix} 1, 0 \\ 0, 1 \end{pmatrix}, \ Q := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$$

이 경우, (A, B): '안정가능', $\{(C, Q), \begin{pmatrix} A & P \\ 0 & S \end{pmatrix}\}$: '검출가능', S : '반안정' 의 조건들을 만족한다. 또한, 식 (7)를 만족하는 해가 존재함을 쉽게 점검할 수 있다. 따라서, 시스템 Σ_1 은 출력 조절가능이다.

이제, 시스템 Σ_1 을 이산화하면,

$$\Sigma_1(T): \begin{cases} x_{k+1} = A(T)x_k + B(T)u_k + P(T)w_k \\ w_{k+1} = S(T)w_k \\ e_k = Cx_k + Qw_k \end{cases}$$

$$\left(\begin{matrix} A(T) := \begin{pmatrix} 1, T \\ 0, 1 \end{pmatrix}, \ B(T) := \begin{pmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{pmatrix}, \ P(T) := \begin{pmatrix} e^T - T - 1 \\ e^T - 1 \end{pmatrix}, \\ S(T) := e^T, \ C = \begin{pmatrix} 1, 0 \\ 0, 1 \end{pmatrix}, \ Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \right)$$

이산화된 시스템 $\Sigma_1(T)$의 경우, 식 (7)의 이산화 경우의 식을 만족하는 해가 존재하지 않음을 알 수 있다. 따라서, 샘플치 선형 시스템 $\Sigma_1(T)$ 은 출력 조절가능이 아니다. ///

그러므로, 비선형 시스템에서 일반적으로 출력 조절가능성은 샘플링에 대해 보존되지 않음을 쉽게 결론지을 수있다.

그러면, 어떤 종류의 원래의 비선형 시스템에 대해 샘플치 비선형 시스템이 출력 조절가능일 것인 가가 연구의 관심이 될 것이다. 이에 대한 일반적인 해는 쉽지 않다. 다음 보조정리의 3.5는 '출력 조절 가능성'이 샘플링에 대해 보존됨을 어렵지 않게 판별할 수 있는 어떤 비선형 시스템의 종류를 기술한다.

보조정리 3.5: 시스템 Σ 에서, 가정 H1 과 H3가 성립하고, 시스템 Σ_s 와 시스템 Σ_e 가 zero dynamics (Z^*, f_s), (Z_e^*, f_e^*) 를 가진다고 하자. 또한, 시스템 Σ_s 와 시스템 Σ_e 를 각각 이산화하여 얻어진 샘플치 비선형 시스템도 각각 zero dynamics을 가진다고 하자. $(V_e^*(T), A_e^*(T))$ 을 시스템 Σ_e 의 선형 근사화 시스템를 샘플링 주기 T 로 이산화하여 얻은 샘플치 선형 시스템의 zero dynamics 라 할 때, 다음의 조건이 만족하면 샘플치 비선형 시스템 $\Sigma(T)$ 은 출력 조절가능이다.

어떤 $T^* > 0$ 가 존재하여, $0 < T < T^*$인 모든 T 에

대해서

1) $V_e^*(T) + T_0(X \times \{0\}) = T_0(X_e)$

2) 시스템 Σ_s 의 선형 근사화 시스템을 샘플링 주기 T 로 이산화하여 얻어진 시스템의 모든 transmission zeros 가 단위원 안 또는 밖에 존재한다.

(증명) 보조정리 3.5의 조건들이 성립하면, 보조정리 2.7의 조건들이 성립함을 보이면 된다. 따라서, 다음의 i), ii), iii)에 의해 보조정리 3.5가 증명된다.

i) 사실 i)과 ii)에 의해, 선형시스템에서 안정가능과 검출가능은 이산화에 대해 보존되며, $\dot{w} = s(w)$ (*)의 선형근사화의 고유치가 모두 허수축에 있으면, (*)의 이산화된 시스템의 선형근사화의 고유치도 모두 단위원위에 존재하게 되는 것이 보장된다. 또한, (*)이 안정이면, (*)의 이산화 시스템도 안정이다.

ii) 조건 1) 은 보조정리 2.7 의 조건 1)을 의미한다.

(증명) 주어진 비선형 시스템에서 선형화와 zero dynamics feedback 적용이 서로교환가능(commutable) 하다[9]. 즉, 주어진 비선형 시스템의 zero dynamics 의 선형화는 주어진 비선형 시스템의 선형화 시스템의 zero dynamics 와 같다. 따라서, 시스템 Σ_e 을 샘플링 주기 T 로 이산화하여 얻어진 샘플치 비선형 시스템의 zero dynamics을 $Z_e^*(T)$라 할 때, $T_0 Z_e^*(T) \cong V_e^*(T)$ 이 성립한다(여기서, $\cong$ 는 isomorphic을 의미한다). 따라서, 조건 1)은 보조정리 2.7 의 조건 1)을 의미한다.

iii) 조건 2)는 보조정리 2.7 의 조건 2)을 의미한다.

(증명) 선형 시스템의 zero dynamics 는 시스템의 transmission zero 와 같으므로[7,8], 조건 2)는 시스템 Σ_s 의 선형화 시스템의 zero dynamics 는 모든 고유치를 단위원 안 또는 밖에서 갖는 것을 의미한다. 또한, 주어진 비선형 시스템의 zero dynamics 의 선형화는 주어진 비선형 시스템의 선형화 시스템의 zero dynamics 와 같으므로[9], 조건 2)는 샘플링 시간 T 로 이산화된 시스템 $\Sigma(T)$ 에 대해 보조정리 2.7의 조건 2)가 성립하는 것을 의미한다.

Ⅳ. 결 론

비선형 출력조절 문제에 있어서, 선형 시스템에서와 같이[11] '출력 조절됨'은 샘플링에 대해 보존되나, 일반적으로 '출력조절 가능성'은 보존되지 않음을 살펴보았다. 즉, 연속시간 비선형 시스템에 출력조절기를 설계할 수 있을 때, 이 연속시간 비선형 시스템을 이산화하여 얻어진, 샘플치 비선형 시스템에 대해서 출력 조절기를 항상 설계하는 것이 보장이 되지 않는다. 또한, '출력 조절가능성'이 샘플링에 대해 보존되는 시스템의 부류를 간단히 살펴보았다. 이러한 결과는 비선형 시스템에 디지탈 조절기를 설계할 때, 원래의 연속시간 시스템에 대해 설계된 연속시간 조절기를 빠른 샘플링을 통하여 근사조절기를 설계하거나(이는 사실상 샘플링 시간 T 에 대해 1차근사인 조절기임), 또는 이산화된 샘플치 비선형 시스템에 대해 근사 샘플치 비선형 조절기를 구해야 한다는 것을 의미한다. 앞으로, 어떤 구조를 갖는 비선형 시스템에 정확한 샘플치 조절기를 설계할 수 있는 지를 더 자세히 살펴보고, 또, 샘플링 시간 T에 대해 1차근사보다 나은 디지탈 비선형 조절기를 설계할 수 있기 위해서는 원래의 연속시간 비선형시스템이 어떠한 구조를 가져야 하는 지가 연구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] W.M. Boothby, *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry,* Academic Press, 1975.

[2] C.I. Byrnes and A. Isidori, "Steady State Response, Separation Principle, and The Output Regulation of Nonlinear Systems," *28th Proc. conf. on Decision and Control,* vol. 3, pp. 2247-2251, 1989.

[3] C.I. Byrnes and Wei Lin "On Discrete-Time Nonlinear Control," *32nd Proc. conf. on Decision and Control,* vol.3, pp. 2990-2996, 1993.

[4] J. Carr, *Applications of Centre Manifold Theory,* Springer-Verlag, 1981.

[5] B.A. Francis, "The Linear Multivariable Regular Problem," *SIAM J.Contr.Optimiz.,* vol. 15, pp. 486-505, 1987.

[6] M. Hautus, "Linear Matrix Equations with Applications to the Regulator Problem," *in Outils and Modèles Math. pour l'Auto., I.D. Landau, Ed. Paris: C.N.R.S.*, pp. 399-412, 1983.

[7] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, Springer-Verlag, 2nd ed., 1989.

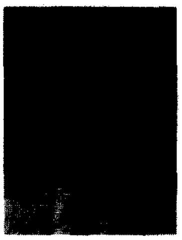
[8] A. Isidori, and C.I. Byrnes, "Output Regulation of Nonlinear Systems," *IEEE trans.. Aut. Contr.*, AC-35, pp. 131-140, 1990.

[9] S. Monaco, S. and D. Normand-Cyrot, "Zero Dynamics of Sampled Nonlinear Systems," *Systems & Control Letter*, pp 229-234, 1988.

[10] M. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Publish or Perish, Inc., 1979.

[11] 정선태, "선형 샘플치 시스템의 출력 조절", 대한전자공학회 제34권 S편 제8호, pp 853-862, 1997.

저 자 소 개



鄭 善 太(正會員)

1983년, 서울대학교 전자공학과 졸업(공학사) 1990년, 미국 The University of Michigan, Ann Arbor, 전기 및 컴퓨터 공학과 졸업(공학박사) 1991년~현재, 숭실대학교 정보통신전자공학부 부교수 주관심분야는 실시간 시스템, 디지털 제어, 비선형 제어 등임